گزارش دهمین کنفرانس سیستم‌های فازی ایران

پنجاهمین سال تاسیس دانشگاه شهید بهشتی

۲۲ تا ۲۴ تیر ۱۳۸۹

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

فهرست

۱. پیشگفتار **۱**

۲. تاریخچه فازی و آینده این رشته **۲**

۳. حمایت کنندگان **۴**

۴. برگزار کنندگان **۵**

۴-۱ کمیته برگزار کننده **۵**

۴-۲ کمیته علمی **۵**

۴-۳ کمیته اجرایی **۶**

۴-۴ دانشجویان همکار **۶**

۴-۵ کادر اداری همکار در دانشکده علوم ریاضی **۶**

۴-۶ دیگر همکاران **۷**

فهرست مقاله‌ها

یک الگوریتم ژنتیک برای استنباط هاپلوتیپ‌ها **۸**

سید علی کتان‌فروش، مهدی صادقی، چنگیز اصلاحچی و حمید پزشک

بازیابی تصویر مبتنی بر محتوا با الهام از ساختار فیزیولوژی چشم **۱۵**

محمدحسین سیگاری، بابک نجار اعرابی

آزمون بوت استراپ فازی روی میانگین با استفاده از فاصله Dp, q **۲۳**

بهرام صادقپور، صدیقه رحیم پور

روش‌های استدلال فازی در بهینه سازی فازی **۲۸**

اسفندیار اسلامی، مهین اسماعیلی

انتگرال فازی سوگنو **۳۴**

حاتم وحدتی، هاشم پروانه مسیحا

اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس‌های فازی **۳۷**

لیلا زینال‌زاده اهرنجانی، میرکمال میرنیا، محرم نیکوئی

روش Topsis فازی برمبنای مجموعه های فازی نوع- ۲ بازه ای **۴۰**

بهرام عاقلی، مبینا کاردوست و مجید مهدی زاده آلاشتی

مسئله مکان‌یابی تک وسیله ای آرمانی با پارامتر های فازی و کاربرد های آن **۴۶**

فاطمه کشاورزکوهجردی، عبدالله آل هوز

حل معادلات دیفرانسیل تأخیری با ضرایب فازی **۵۱**

عظیم ریواز، مرتضی کارگر، هادی مین باشیان، ماشاالله ماشین‌چی

نقش منطق فازی در طراحی آمیخته بازاریابی **۵۸**

احمد لطیفیان

مقایسه اقتصادی پروژه ها با استفاده از تکنیک ارزش فعلی خالص تحت شرایط فازی با در نظر گرفتن نرخ مالیات و تورم فازی **۶۳**

سید رضا حجازی، سید مهران حسینی، علی ارکان، سید جواد صالح‌زاده

رویکرد فازی در تعیین و تبیین شاخص‌های مهم اولویت بندی مصرف گاز طبیعی **۶۸**

غلامرضا ابوالحسنی، علی محقر

ارائهٔ روش جدیدی برای ساخت هستان نگار فازی با دو درجهٔ عدم قطعیت و ارزیابی عملکرد آن **۷۴**

مریم حورعلی، غلامعلی منتظر

طراحی کنترل کننده میراگر فازی TCSC برای بهبود پایداری دینامیکی سیستم‌های قدرت **۸۲**

حسین شایقی، امین صفری، حیدر علی شایانفر

طراحی یک سیستم طبقه بندی فازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و اتوماتاهای یادگیر **۸۸**

محمد جواد فتاحی حسن آباد، محمد رضا میبدی

الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای خوشه‌بندی مورچه- فازی داده‌ها **۹۴**

امیر اسمعیل‌زاده ، محمدرضا میبدی

آشکارسازی لبه‌ها در تصاویر رنگی با استفاده از آشکارساز لبه فازی رقابتی **۱۰۱**

محمدرضا حسن زاده و غلامرضا اردشیر

رمزنگاری تصاویررنگی براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن **۱۰۶**

معصومه بورجندی

بازشناسی شکل اشیا براساس ویژگی فاصله و انحنای کانتور پیرامونی با استفاده از طبقه‌بندی کننده عصبی-فازی **۱۱۱**

سارا قره باغی، حسین ابراهیم نژاد

بهبود شبکه خود سازمانده کوهونن با هدف خوشه‌بندی داده‌های فازی **۱۱۷**

آزاده سلطانی، هادی صدوقی یزدی، سهیلا اشک زری طوسی و مجتبی روحانی

مدل‌سازی تشکیل لایه کیک فیلتراسیون با استفاده از سیستم فازی **۱۲۴**

جواد سرگلزایی، محمدرضا پیرزادی جهرمی

تعیین دوز مطلوب دارو با استفاده از منطق فازی **۱۲۹**
فاطمه انوشه، دکتر حمیدرضا ملکی، سید نصراله انوشه، کاوه قیافه داودی
روش SVM برای دسته بندی داده‌های فازی **۱۳۴**
مرتضی کارگر، محمد علی یعقوبی، ماشاا...ماشین چی
میزان سازی گروه‌های موضوعی پرسمان‌ها برای استخراج نیازمندی‌های پنهان کاربران با استفاده از روش تحلیل ممیزی با رویکرد فازی **۱۴۰**
عبدالباقی قادرزاده، بهروز مینایی
الگوریتم بهینه سازی شده ذرات تجمعی با مفاهیم مجموعه‌های فازی **۱۴۸**
محمد هادی زاهدی، مهدی سالخورده حقیقی، آرش دلداری، سید مجتبی روحانی
طراحی مدل پیش بین فازی با استفاده از جدول جستجو برای سیستم تنظیم انسولین– گلوکز **۱۵۵**
مریم السادات احمدی، امیرهمایون جعفری، میثم مشهدی ملک
امکان سنجی بکارگیری الگوریتم جدید فازی – آماری جهت شناسایی الگوهای رفتاری داده‌های ماهواره‌ای چند طیفی **۱۶۱**
طاهر نجفیان، نادر فتحیان پور، رامین بخش پور، حجت اله رنجبر
دسته‌بندی اشیا بر اساس ویژگی هیستوگرام فواصل درونی نقاط کانتور مرزی با استفاده از طبقه‌بند فازی-عصبی **۱۶۷**
زینب ایمانی، حسین ابراهیم نژاد
بهبود سیستم ایمنی مصنوعی با استفاده از منطق فازی **۱۷۳**
علیرضا رضوانیان، محمدرضا میبدی
استفاده از منطق فازی و الگوریتم هارمونی برای خلاصه‌سازی متن **۱۷۸**
هادی ذهابی، لیلا شریف حسن آبادی
دربارهٔ جبرهای هیتینگ و مجموعه های فازی **۱۸۵**
علی معدنشکاف
روش جدید کنترل فازی و پیاده‌سازی آن برای آونگ معکوس دو درجه‌آزادی **۱۸۸**
علی غفاری، محمدرضا چگینی، علی کیماسی خلجی
کنترل فازی ربات متحرک در محیط نا شناخته **۱۹۷**
پویا صالحی، هادی اسکندر، محمد حسین صبور و محسن ترابی
رویکرد انسان‌شناختی در خلاصه‌سازی متن با استفاده از سیستم استنتاج فازی **۲۰۳**
حمیدرضا ستوده، محمدرضا اکبرزاده توتونچی، محمد تشنه‌لب
جایابی بهینه BTS با استفاده از AHP فازی **۲۰۹**
آصف زارع، محمد رجبی‌مقدم نوقابی، علی وحیدیان کامیاد
بهینه سازی نظریهٔ پرسش و پاسخ مبتنی بر منطق فازی برای شخصی سازی سامانهٔ آموزشیار هوشمند **۲۱۵**
نفیسه صابری، غلامعلی منتظر
طراحی یک سیستم هوشمند برای پارک کامیون بر مبنای یادگیری تقویتی و منطق فازی **۲۲۱**
زهرا معینی، وحید صیدی قمشه، محمد تشنه لب
پارک هوشمند اتومبیل همراه با موانع ثابت و متحرک **۲۲۸**
مرتضی شرفی، آصف زارع و علی وحیدیان کامیاد
سیستم تایید هویت انسان از روی سیگنال گفتار با استفاده از ANFIS در دو حالت نویزی و بدون نویز **۲۳۶**
زهره سوزنچی کاشانی، مهدی یعقوبی، محمدرضا اکبرزاده توتونچی
حذف نویز فلفل نمکی در تصویر با روش مبتنی بر سیستم عصبی- فازی **۲۴۲**
زین العابدین قلی زاده، حسین ابراهیم نژاد
کاربرد مدل فازی در تحلیل فضایی مخاطرات ژئومورفولوژیکی در حوزه رود کرج **۲۴۷**
منیژه قهرودی تالی
پیش‌بینی خشکسالی با دیدگاه یک ساله با استفاده از مدل فازی- عصبی و شاخص‌های اقلیمی، مطالعه موردی زاهدان **۲۵۲**
مهدی اژدری مقدم، محمود خسروی و حسین حسین‌پور نیکنام
پیش‌بینی رواناب ناشی از ذوب برف با استفاده از نروفازی **۲۵۸**
مهدی وفاخواه، محسن محسنی ساروی، محمد مهدوی، سید کاظم علوی پناه
شبکه های عصبی فازی دینامیکی **۲۶۳**
افروز عبادت، فریدون شعبانی نیا
کنترل فازی تطبیقی کشتی با استفاده از معیار H_∞ و در حضور رویتگر حالت **۲۷۱**
معصومه جعفری، فریدون شعبانی نیا
طراحی کنترلر فازی-عصبی تطبیقی براساس معیار H^∞ برای دسته ای از سیستم های غیرخطی نامعین **۲۷۷**
مریم سلیمی فرد، فریدون شعبانی نیا
بررسی تاثیر تغییر سطح لغزش در طراحی کنترل کننده‌های مد لغزشی فازی موتور DC بدون جاروبک **۲۸۴**
وحیدکاملی رحیمی، احمدمیرزایی
E_x-eval-fin، سیستمی خبره جهت ارزیابی عملکرد مالی شرکت های سهامی **۲۸۹**
چیترا دادخواه، اندیشه سلیمی نژاد
سنجش پایداری توسعه در ایران با مدل فازی **۲۹۴**
لطفعلی عاقلی، میر عبداله حسینی

ESTIMATION OD DAILY PAN EVAPORATION USING THE FUZZY REGRESSION METHOD IN A SEMI-ARID REGION OF IRAN **300**
AMIRI, M. J., ESLAMIAN, S., ABEDI-KOUPAI, J AND M. KHOZAEI
A NEW APPROACH TO FUZZY LINEAR REGRESSION WITH FUZZY INPUT AND OTPUT DATA **305**
ALI REZA ARABPOUR, MOHAMMAD ALI YAGHOOBI
POS-PROB AND NEC-PROB CONSTRAINED MULTIOBJECTIVE PROGRAMMING MODELS **310**
FARANAK HOSSEINZADEH SALJOOGHI, RAZIEH MORADI SARVESTANI
FUZZY LINEAR REGRESSION ANALYSIS USING TRAPEZOIDAL FUZZY NUMBERS **315**
ALIREZA ARABPOUR
MODIFIED FUZZY N-INNER PRODUCT SPACES, FUZZY N-NORMED SPACES AND SOME RESULTS **321**
M. GOUDARZI AND S. M. VAEZPOUR
SOLUTION OF FUZZY SYLVESTER EQUATION **328**
M. KIANPOUR, S. KETABCHI, H. MOOSAEI
SHOOTING METHOD FOR SOLVING FUZZY BOUNDARY VALUE PROBLEM IN THE CASE OF SECOND ORDER LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS **333**
A. MOHAMMADI , M. OTADI , M. MOSLEH
RANKING FUZZY NUMBERS BASED ON LEFT AND RIGHT DOMINANCE **339**
SAEIDE HAJIGHASEMI AND SAEID ABBASBANDY
DEFUZZIFICATION THROUGH A NOVEL APPROACH **343**
R. EZZATI AND R.SANEIFARD
RANKING FUZZY NUMBERS BY MAGNITUDE DEGREE OPERATOR **349**
TAYEBEH HAJJARI
A NEW FUZZY NEURAL NETWORK MODEL FOR SOLVING FUZZY MAXIMUM FLOW PROBLEM **354**
M.RANJBAR, M. PAKDAMAN
AN APPLICATION OF THE REVISED RADIUS OF GYRATION METHOD FOR SOLVING FUZZY LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS **358**
S.H. NASSERI, M.SOHRABI
A FUZZY PROGRAMMING MODEL FOR SUPPLIER LOCATION PROBLEM WITH COVERAGE DISTANCE APPROACH **363**
MAHDI BASHIRI, ALI RAJABALI KANI
EFFECTS OF FUZZY PARAMETERS ON PROCESS CAPABILITY INDICES **370**
İHSAN KAYA, CENGIZ KAHRAMAN, ABBAS PARCHAMI, MASHAALLAH MASHINCHI
CONSTRAINED RESOURCE ALLOCATION IN FUZZY METAGRAPH **377**
S.S. HASHEMIN
DETERMINATION OF REMANUFACTURED CELL PHONE ACQUISITION PRICES IN COMPETITIVE MARKET VIA FUZZY RULES **382**
MASOUD SEIDI AND ALI MOHAMMAD KIMIAGARI
FUZZY RULE-BASE EXPERT SYSTEM FOR EVALUATION POSSIBILITY OF FATAL ASTHMA **389**
MARYAM ZOLNOORI, M.H. FAZEL ZARANDI, MOSTAFA MOEEN
PROTEIN SECONDARY STRUCTURE ASSIGNMENT USING FUZZY LOGIC **397**
S. SHAHRIAR ARAB, MEHDI SADEGHI, CHANGIZ ESLAHCHI, HAMID PEZESHK
REVERSE LOGISTIC NETWORK DESIGN WITH FUZZY DEMAND OF RETURN PRODUCTS **403**
SEYED HESSAMEDDIN ZEGORDI AND MAJID ESKANDARPOUR
TREE OF FUZZY SHORTEST PATHS BASED ON DEGREE OF POSSIBILITY **408**
ESMAILE KESHAVARZ, ESMAILE KHORRAM
ROBUST FUZZY SLIDING-MODE POWER SYSYTEM STABILIZER **413**
BEHROOZ REZAEEALAM
ADAPTIVE INTERVAL TYPE-2 FUZZY SLIDING MODE CONTROL FOR A CLASS OF UNCERTAIN NONLINEAR SYSTEMS **420**
MOSTAFA GHAEMI AND MOHAMMAD-R. AKBARZADEH-T
SUPPORT VECTOR MACHINES FOR PAIN DIAGNOSIS USING WAVELT COEFFICIENTS **428**
MARYAM VATANKHAH, MOHHAMD.R AKBARZADEH.T, ALI MOGHIMI
DETERMINIZATION OF FUZZY FINITE TREE AUTOMATA **433**
SOMAYE MOGHARI, AND MOHAMMAD MEHDI ZAHEDI
FUZZY SUBAUTOMATA IN GENERAL FUZZY AUTOMATA **437**
M. HORRY AND M.M. ZAHEDI
A CHARACTERIZATION OF INTERVAL-VALUED INTUITIONISTIC FUZZY SETS AND ITS APPLICATIONS **441**
S. RIVAZ AND M. A. YAGHOOBI
BALANCED INTUITIONISTIC UNINORMS **446**
M. SAEB, M. MASHINCHI
CLASSES OF FUZZY IMPLICATIONS BASED ON FUZZY CO-XOR-CONNECTIVES **451**
GHADER KHALEDI, MASHAALLAH MASHINCHI
Dp,q-DISTANCE AND ITS APPLICATION FOR CONSTRUCTING CONFIDENCE INTERVAL FOR Cpm BASED ON FUZZY DATA **455**
B. SADEGHPOUR GILDEH , S. ASGHARI
FUZZY HYPERACTION OF MONOIDS AND FUZZY FINITE STATE MACHINES **461**
REZA AMERI, MASUMEH SADEGHI
HESITANT ℒ-FUZZY SETS **463**
A. DEHMIRY, M. MASHINCHI
BAIR'S THEOREM FOR FUZZY METRIC SPACE AND ITS APPLICATION **468**
HAMID REZA REISI, MONA NABIEI
BL-GENERAL FUZZY AUTOMATA **473**
KH. ABOLPOUR, M. M. ZAHEDI
FUZZY M-ACTS OVER A SEMIGROUP: EXTENSION PRINCIPLE **479**
M.M. EBRAHIMI, M. HADDADI

A FUZZY ACTIVE VIBRATION CONTROL OF BEAM WITH PIEZOELECTRIC **483**
ARDESHIR KARAMI MOHAMMADI, AKBAR SADRI
AN INTELLIGENCE FUZZY CLASSIFICATION SYSTEM FOR DIABETES DISEASE DETECTION **489**
MOSTAFA FATHI GANJI AND MOHAMMAD SANIEE ABADEH
GOODMAN-KRUSKAL'S γ MEASURE OF ASSOCIATION WITH FUZZY CATEGORIES **495**
G. HESAMIAN
TERM FUNCTIONS OVER FUZZY HYPERALGEBRAS **501**
R.AMERI, T.NOZARI
FUZZY LOGIC VEHICLE DYNAMICS CONTROL-AN ADJUSTABLE ROBUSTNESS APPROACH **506**
ALI ROSHANBIN, AND MAHYAR NARAGHI
A MULTIOBJECTIVE GENETIC ALGORITHM FOR FUZZY TIME WINDOWS VEHICLE ROUTING PROBLEM **512**
HANNANEH RASHIDI BAJGAN, TARAVATSADAT NEHZATI
IMAGE SECURITY SYSTEM USING RECURSIVE CELLULAR AUTOMATA SUBSTITUTION AND PERMUTATION **517**
HAMID HAJ SEYYED JAVADI, EBRAHIM ZAREI ZEFREH AND AZAM SADEGHIAN

۱. پیشگفتار

با عنایت پروردگار و تلاش و همت اعضای هیات علمی گروه ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، دهمین کنفرانس سیستم های فازی ایران در روزهای ۲۲ الی ۲۴ تیر ماه ۱۳۸۹ در دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی برگزار می شود.

دهمین کنفرانس سیستم های فازی ایران میزبان بیش از ۳۰۰ نفر از محققین سیستم های فازی کشور و میهمانانی از سایر کشورهای دنیا خواهد بود. با توجه به دوره کوتاه ۳ روزه کنفرانس، از بین حدود ۳۵۰ مقاله ارسالی به دبیرخانه، پس از داوری در کمیته علمی کنفرانس، ۲۳۰ مقاله در اولویت قرار گرفت که ۱۸۰ مقاله به صورت سخنرانی و ۵۰ مقاله به صورت پوستر برگزیده شدند.

در ضمن، بنا بر نظر و پیشنهاد کمیته علمی ۹ سخنرانی عمومی ۴۵ دقیقه ای و یک سخنرانی یک ساعته در نظر گرفته شده است. از سروران عزیزی که به عنوان سخنران مدعو قبول زحمت نموده اند و با سخنرانی های خود بر غنای علمی این کنفرانس افزوده اند، کمال سپاس و تشکر را داریم.

همچنین بر خود لازم می دانیم مراتب تشکر و امتنان خود را از مساعدت ها و همکاری های صمیمانه ریاست محترم دانشگاه شهید بهشتی و معاونان محترم ایشان، ریاست محترم انجمن سیستم های فازی ایران، ریاست محترم دانشکده علوم ریاضی و اعضای کمیته های علمی و اجرایی کنفرانس ابراز داریم. بدون شک، بدون حمایت این عزیزان برگزاری این کنفرانس میسر نمی شد.

در خاتمه از اعضای محترم گروه ریاضی، کلیه کارکنان محترم و دانشجویان عزیز که ما را در برگزاری این سمینار یاری نمودند، صمیمانه تشکر و قدردانی می نماییم.

رجبعلی برزویی	**محمد مهدی ابراهیمی**	**مژگان محمودی**
دبیر کنفرانس	**دبیر علمی**	**دبیر اجرایی**

۲. تاریخچه فازی و آینده این رشته

نظریه مجموعه های فازی را نخستین بار پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ معرفی کرد. همان مقاله باعث توسعه و ترویج ریاضیات فازی و چاپ هزاران مقاله در این زمینه شد. با وجود مخالفت هایی که در ابتدا با مفاهیم فازی وجود داشت، طولی نکشید که این مفاهیم ارزش خود را نشان دادند. اولین دانشجویی که رسما دوره دکتری خود را در رشته فازی زیر نظر آقای زاده گذراند، آقای دکتر ولی اله طحانی بود که در سال ۱۹۷۲ دوره دکتری خود را به اتمام رساند و در همان سال ها وی مقاله هایی در زمینه های فازی منتشر کرد.

منطق فازی تاکنون در شاخه های مختلف علوم کاربردهای فراوانی از خود نشان داده است. نخستین و بیشترین کاربردهای این علم در تنظیم سیستم های کنترل است. اولین کنترل کننده فازی را، که برای کنترل یک سیستم واقعی طراحی شده بود، در سال ۱۹۷۵، Mamdani و Assilian ارائه دادند. این کنترل کننده چارچوب و طرح اولیه کنترل کننده های فازی را مشخص کرد. در سال ۱۹۷۸، Ostergard و Holmblad ، اولین کنترل کننده فازی که برای کنترل یک فرایند صنعتی (کوره سیمان) طراحی شده بود را معرفی کردند. از آن زمان به بعد دوران پیشرفت منطق فازی و کاربردهای آن آغاز شد. مهندسان ژاپنی به سرعت استفاده از این مفاهیم را شروع کرده و کاربردهای فراوانی از آن را ارائه دادند و در سال ۱۹۸۳ سوگنو، اولین ربات فازی کنترل از راه دور را ساخت. این روند ادامه داشت تا اینکه در سال ۱۹۸۷ تلاش های Miyamoto و Yasunobu باعث ساخت سیستم قطار زیر زمینی در ژاپن شد با کنترل کننده های فازی شد. این پیشرفت ها توجه پژوهشگران اروپایی و آمریکایی را به سیستم فازی جلب کرد. سرانجام در سال ۱۹۹۲، اولین کنفرانس بین المللی در سیستم های فازی به میزبانی سازمان مهندسی IEEE برگزار شد. از آنجا که کنترل فازی در ژاپن رشد فراوانی داشته است، شاید بتوان ژاپن را منشا کاربرد فازی در صنعت دانست. با گسترش روز افزون علوم مختلف نیاز به استفاده از این منطق روز به روز بیشتر دیده می شود، تا جایی که استفاده از منطق فازی در اکثر علوم مهندسی بسیار شایع شد. در کامپیوتر و به ویژه در سیستم های هوشمند و هوش مصنوعی استفاده از این منطق بسیار مورد توجه قرار گرفت. با ادامه این روند در بسیاری از وسایل و ابزارآلات پیرامون ما اثری از منطق فازی دیده می شود. همچنین فازی کاربردهای گوناگونی در کارخانجات بزرگ مثل ذوب آهن – شیشه سازی – تصفیه آب – واحدهای تولید انرژی و در واحدهای تولیدی کوچک از قبیل کارخانجات ساخت ماشین لباسشویی و وسایل الکترونیکی مثل ویدئو و ... پیداکرده است. طراحی برنامه های استراتژیک مدیریتی از کاربردهای دیگراین منطق با ارزش است. اولین قدم های ریاضیات فازی در ایران، از سال ۱۳۶۶ برداشته شد. از آن سال موضوع ریاضیات فازی

به طور جدی مورد توجه قرار گرفت و ثمره ی آن تربیت اولین فارغ التحصیل دکتری ریاضیات در ایران در رشته فازی در سال ۱۳۶۹ شد. بعد از این زمان رساله های دکتری و کارشناسی ارشد فراوانی در زمینه های فازی در دانشگاه های ایران نوشته شد که خود دلیلی بر گسترش این رشته در ایران است. به منظور آشنایی هر چه بیشتر با زمینه های فازی، کارگاه ها، سمینارها و کنفرانس هایی در کشور برگزار شد. از جمله می توان به برگزاری اولین سمینار مجموعه های فازی و کاربردهای در سال ۱۳۷۲ در کرمان و کنفرانس بین المللی تبریز در زمینه سیستم های فازی اشاره کرد. اما به طور رسمی همایش های سالانه سیستم های فازی ایران از سال ۱۳۷۴ از دانشگاه سیستان و بلوچستان با عنوان "سومین سمینار مجموعه های فازی و کاربردهای آن" با ارائه ۷۲ مقاله شروع شد و پس از آن در سال های متوالی به ترتیب در دانشگاه های مازندران، امام حسین(ع) (مشترک با دانشگاه تربیت مدرس)، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشگاه مالک اشتر و دانشگاه یزد برگزار گردید. امسال به لطف خداوند، دهمین کنفرانس سیستم های فازی ایران با حمایت انجمن سیستم های فازی در دانشگاه شهید بهشتی برگزار خواهد شد.

اکنون بیش از ۲۱ عنوان کتاب در زمینه ی منطق فازی و کاربردهای آن درایران به چاپ رسیده و ۲ مرکز پژوهشی فازی در دانشگاههای سیستان و بلوچستان و مازندران در سال های ۱۳۸۴ و ۱۳۸۵ تاسیس و همه ساله کارگاه های تخصصی در زمینه سیستم های فازی دراین مراکز و حتی در سایر دانشگاه ها برگزار می شود. به علاوه انجمن سیستم های فازی از ۱۳۸۴ فعالیت خود را شروع کرد و مجله بین المللی و علمی-پژوهشی Iranian Journal of Fuzzy Systems که در لیست مجلات ISI قرار گرفته است، از سال ۱۳۸۳ در دانشگاه سیستان و بلوچستان با حمایت علمی این انجمن چاپ می شود .

رجبعلی برزویی

دبیر کنفرانس

۳. حمایت کنندگان

۱. وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

۲. وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی

۳. انجمن سیستم‌های فازی ایران

۴. دانشگاه صنعتی امیر کبیر

۵. دانشگاه سیستان و بلوچستان

۶. دانشگاه دامغان

۷. دانشگاه سمنان

۸. دانشگاه گلستان

۹. دانشگاه علوم و فنون مازندران

۱۰. دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۱۱. مجتمع آموزش عالی ایرانشهر

۱۲. دانشگاه آزاد اسلامی

۱۳. مرکز مطالعات و همکاری های علمی بین المللی

۱۴. مرکز آمار ایران

۱۵. گروه خودروسازی سایپا

۴. برگزار کنندگان

۴-۱ کمیته برگزار کننده

۱- دکتر احمد شعبانی (رئیس دانشگاه شهید بهشتی)

۲- دکتر پیمان صالحی (معاون پژوهشی دانشگاه شهید بهشتی)

۳- دکتر بهروز دری (معاون اداری مالی دانشگاه شهید بهشتی)

۴- دکتر مرتضی مهدوی سمنون (معاون دانشجویی و فرهنگی دانشگاه شهید بهشتی)

۵- دکتر رجبعلی برزویی (دبیر کنفرانس)

۶- دکتر محمد ذکایی (رئیس دانشکده علوم ریاضی)

۷- دکتر مژگان محمودی (دبیر اجرایی کنفرانس)

۸- دکتر محمد مهدی ابراهیمی (دبیر علمی کنفرانس)

۴-۲ کمیته علمی

دکتر محمدمهدی ابراهیمی (دانشگاه شهید بهشتی)(دبیر کمیته علمی)

دکتر ناصر رضا ارقامی (دانشگاه فردوسی مشهد)

دکتر اسفندیار اسلامی (دانشگاه شهید باهنر کرمان)

دکتر چنگیز اصلاح‌چی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر ابراهیم افجه‌ای (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر محمدرضا اکبرزاده (دانشگاه فردوسی مشهد)

دکتر رجبعلی برزویی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر میرمحسن پدرام (دانشگاه تربیت معلم تهران)

دکتر فرح ترکمنی آذر (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر محمد تشنه لب (دانشگاه خواجه نصیرالدین‌طوسی)

دکتر امیر دانشگر (دانشگاه صنعتی شریف)

دکتر بیژن دواز (دانشگاه یزد)

دکتر محمدمهدی زاهدی (دانشگاه تربیت مدرس)

دکتر حامد شاه‌حسینی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر مسعود طوسی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر رضا عامری (دانشگاه مازندران)

دکتر سعید عباس بندی (دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره))

دکتر محمد رضا فقیهی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر سراج الدین کاتبی (دانشگاه شیراز)

دکتر کارولوکس (دانشگاه تهران)

دکتر ماشاءا... ماشین‌چی (دانشگاه شهید باهنر کرمان)

دکتر مژگان محمودی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر عزیزا... معماریانی (دانشکده علوم اقتصادی)

دکتر محمدباقر منهاج (دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

دکتر مرتضی منیری (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر محمد قاسم وحیدی اصل (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر علی وحیدیان کامیاد (دانشگاه فردوسی مشهد)

دکتر توفیقا... ویرانلو (دانشگاه آزاد واحد علوم‌تحقیقات)

۴-۳ کمیته اجرایی

دکتر محمدمهدی ابراهیمی	دکتر حسین حاجی ابوالحسن	دکتر مسعود طوسی
دکتر بیژن احمدی	دکتر سید علیرضا حسینیون	دکتر مژگان محمودی (دبیر کمیته اجرایی)
دکتر امیرحسین اصغری	دکتر فرهاد خلت	دکتر مرتضی منیری
دکتر چنگیز اصلاح چی	دکتر محمد ذکایی (رئیس دانشکده علوم ریاضی)	دکتر مونا نبیعی
دکتر رجبعلی برزویی	دکتر علیرضا سالمکار	دکتر سهرابعلی یوسفی (مدیر گروه ریاضی)
دکتر صمد حاج جباری	دکتر جعفر شفاف	دکتر زهرا گویا

۴-۴ دانشجویان همکار

آتریا آذرمی	مانی رضایی	سروش همایون پور
روحا... جمالی	امید زهیری	
مهناز حبیبی	آزاده سلطانی	
مهدیه حدادی	المیرا شهرتی	
رضا حسن زاده	طه عزتی	
بهمن خسروی	مهری مبینی	
بهنام خسروی	حلیمه مقبلی	
عرفان رستمی	مهدی مکحول	

۴-۵ کادر اداری همکار در دانشکده علوم ریاضی

آقای رضا احمدی	آقای سید اسماعیل خیرآبادی	آقای هاشم کربلایی هاشمی
آقای سید فاضل بهبودی	آقای محمد دلشادی	آقای رضا کولیوند
خانم مریم به منش	آقای ابوالفضل زلفی‌گل	خانم افسانه نادری
آقای سفیا... بیضایی	خانم پروین فرجی	آقای علی ولی زاده
خانم عذرا حدادی	آقای علی قادری نیا	آقای مرتضی هاشمی
آقای کاظم خرمی نژاد	آقای محمود قاسمی	

۶-۴ دیگر همکاران

کارکنان روابط عمومی دانشگاه

کارکنان رستورانها

کارکنان خوابگاهها

کارکنان حراست وانتظامات دانشگاه

کارکنان مجموعه تالارهای دانشگاه

کارکنان مدیریت پشتیبانی و اداره نقلیه دانشگاه

کارکنان مدیریت فنی دانشگاه

کارکنان معاونت پژوهشی دانشگاه

کارکنان معاونت فناوری اطلاعات و ارتباطات

دانش آموختگان همکار: خانم فریده فرساد، دکتر حمید رسولی، دکتر بهروز عدالت زاده، دکترحمید محمد زاده

کارشناس دبیرخانه: خانم نگین معصوم

تهیه کننده کتابچه راهنما، چکیده مقالات؛ و لوح فشرده گزارش کنفرانس: آقای رضا حسن زاده

طراح پوستر، پشت و روی جلد کتابچه راهنما و چکیده مقالات؛ پشت و روی جلد لوح فشرده گزارش کنفرانس: آقای مسعود ذاکری

یک الگوریتم ژنتیک برای استنباط هاپلوتیپ‌ها

سید علی کتان‌فروش، مهدی صادقی، چنگیز اصلاحچی و حمید پزشک

چکیده. در این مقاله، مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌های جمعیت بر پایه‌ی نمونه‌های ژنوتیپی بدست آمده ازSNP ها مورد توجه قرار می‌گیرد. مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها از داده‌های ژنوتیپ، تحت مدل بیشترین پارسیمونی از مسائل دشوار در زیست‌شناسی محاسباتی است. هرچند رهیافت‌های متفاوتی برای حل این مسئله معرفی شده‌اند تا کنون، توسعه‌ی روشی مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک برای حل این مسئله مورد توجه قرار نگرفته است. در این مقاله، تلفیقی از یک الگوریتم ژنتیک و رده‌ای از روال‌های سودجویانه، برای حل مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها با فرض بیشترین پارسیمونی بکار گرفته می‌شوند.

۱. مقدمه

توالی نوکلئوتیدها در ژنوم انسان، تقریبا در بین همه افراد بشر یکسان است. تخمین زده می‌شود بین ژنوم هر دو فرد انسان بیش از ۹۹/۹ درصد شباهت وجود داشته باشد. همین اختلاف ناچیز، زمینه‌ی اصلی تفاوت در خصیصه‌های فردی است. در سطح ژنومی، رایج‌ترین شکل تفاوت در بین افراد مختلف یک جمعیت، چندریختی تک نوکلئوتیدی (Single Nucleotide Polymorphism) یا به اختصار SNP (اسنیپ) است. یک اسنیپ، جایگاهی بر روی ژنوم است که در بین افراد مختلف جمعیت بیش از یک نوع نوکلئوتید در آن مشاهده می‌شود. تقریبا همه اسنیپ‌ها دو آللی هستند بنابراین به سادگی می‌توان وضعیت هر اسنیپ در یک فرد را با **0** و 1 نشان داد. در جانداران دیپلوئید از جمله انسان، سلولهای بدنی همواره حاوی دو نسخه‌ی همسان از DNA هستند که هر نسخه از یکی از والدین به ارث می‌رسند. در روش‌های آزمایشگاهی متعارف، مطالعه‌ی ژنوم افراد با استفاده از خوانش توالی‌های نوکلئوتیدی استخراج شده از سلول‌های دیپلوئید صورت می‌گیرد. بدین ترتیب اطلاعات بدست آمده، حاصل جمع توالی‌های والدی است. این ترکیب را اصطلاحا ژنوتیپ می‌نامیم. ژنوتیپ یک اسنیپ در هر فرد، می‌تواند یکی از وضعیت‌های هموزیگوت، یعنی **0/0** یا **1/1**و یا هتروزیگوت، یعنی **0/1** را داشته باشد. اگر ژنوم را به طور مستقل بر روی هر یک از توالی‌های والدی مطالعه کنیم، توالی بدون ابهامی از وضعیت اسنیپ‌ها بدست می‌آوریم که آنرا اصطلاحا اسنیپ-هاپلوتیپ (SNP-haplotype) و به اختصار هاپلوتیپ می‌نامند. هاپلوتیپ‌ها داده‌های مناسبی برای شناسائی زمینه‌های ژنتیکی خصیصه‌های فردی به ویژه استعداد ابتلا به بیماری‌ها، مطالعه‌ی ژنتیکی ساختارهای جمعیتی و تشخیص هویت هستند.

برای هر ژنوتیپ، هاپلوتیپ‌هایی که آللی یکسان با آلل اسنیپ‌های هموزیگوت آن ژنوتیپ داشته باشند اصطلاحا سازگار با آن ژنوتیپ نامیده می‌شوند. وقتی یک ژنوتیپ مثل g از ترکیب دو هاپلوتیپ مثل h_1 و h_2بدست آمده باشد می‌نویسیم $g = h_1 \oplus h_2$. بدیهی است که برای یک ژنوتیپ با k جایگاه هتروزیگوت، 2^{k-1}زوج هاپلوتیپ متفاوت می‌توان معرفی کرد که ترکیبشان ژنوتیپ مورد نظر را پدید آورد. از این میان اگر یک زوج هاپلوتیپ معین، به عنوان هاپلوتیپ‌های تشکلیل‌دهنده‌ی ژنوتیپ تعیین شود می‌گوییم ژنوتیپ، تعیین فاز شده است یا اصطلاحا تفکیک شده است.

با اینکه برخی شیوه‌های آزمایشگاهی مثل clone-based systematic haplotyping[1] برای تعیین مستقیم هاپلوتیپ‌ها توسعه یافته‌اند اما بسیار پرهزینه‌اند. در عوض با استفاده از شیوه‌های محاسباتی می‌توان هاپلوتیپ‌های نمونه‌های مورد بررسی را با داشتن ژنوتیپ‌های تعیین فاز نشده، بدست آورد.

مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها و تعیین فاز ژنوتیپ. فرض کنید نمونه‌ای مثل $G = \{g_1, \ldots, g_n\}$ شامل nژنوتیپ بر روی l اسنیپ داده شده است. می‌خواهیم مجموعه‌ای از هاپلوتیپ‌ها مثل Hرا تعیین کنیم به قسمی که برای هر $g_i \in G$، دو هاپلوتیپ $h_a, h_b \in H$وجود داشته باشند که $g_i = h_a \oplus h_b$. علاوه بر این، قیود دیگری برای انتخاب یک جواب یا دسته‌ای از جوابهای مطلوب از بین مجموعه جوابهای ممکن به مسئله اضافه می‌شوند. این قیود معمولا دائر بر ارضای برخی ملاحظات در ژنتیک و تکامل و مرتبط با ساختار و تنوع هاپلوتیپ‌های جواب هستند. عمده‌ی مدل‌هایی که تاکنون برای حل این مسئله ارائه شده‌اند را می‌توان در یکی از چهار دسته‌ی بیشترین پارسیمونی(maximum parsimony) ، فیلوژنی کامل(perfect phylogeny) ، بیشترین درستنمائی و مدل‌های

واژه های کلیدی: الگوریتم ژنتیک، بیشترین پارسیمونی، ژنوتیپ، هاپلوتیپ، Single Nucleotide Polymorphism.

بیزی قرار داد. در این مقاله، روشی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها با قید بیشترین پارسیمونی معرفی می‌گردد.

دیدگاه بیشترین پارسیمونی بر این باور استوار است که اصولا تنوع هاپلوتیپ‌ها در طبیعت بسیار کمتر از تنوع ژنوتیپ‌ها است. بدین ترتیب، در مسئله‌ی بیشترین پارسیمونی به دنبال مجموعه‌ای از هاپلوتیپ‌ها می‌گردیم که با کمترین تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز بتوان ژنوتیپ‌های داده شده را بازسازی کرد. فرضیه بیشترین پارسیمونی اولین مدلی بود که برای صورت‌بندی مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها مورد استفاده قرار گرفت و به عنوان اولین رهیافت حل، الگوریتمی سودجویانه توسط کلارک پیشنهاد شد**[2]**. در الگوریتم کلارک، ابتدا تمام ژنوتیپ‌هایی که حداکثر یک جایگاه هتروزیگوت دارند بدون ابهام به هاپلوتیپ‌های متناظرشان تفکیک می‌شوند. سپس با شروع از این مجموعه‌ی اولیه از هاپلوتیپ‌ها، هر کدام از ژنوتیپ‌های باقی مانده که با یکی از هاپلوتیپ‌های تاکنون استنتاج شده سازگار باشند تفکیک می‌شوند و هاپلوتیپ مکمل در صورتی که در مجموعه‌ی فعلی وجود نداشته باشد به آن اضافه می‌شود. علیرغم برخی ایرادات جدی که به این رهیافت وارد می‌شود ولی در بسیاری از نمونه‌های واقعی، نتایج قابل قبولی از این روش بدست می‌آید**[3]**.

به طور کلی، بکارگیری روش کلارک با محدودیتهایی مواجه است. اول اینکه دست کم یک ژنوتیپ بدون ابهام باید در اختیار باشد. مشکل دوم تفکیک نشده باقی ماندن برخی ژنوتیپ‌ها در پایان الگوریتم است و سوم اینکه، ترتیب انتخاب ژنوتیپ‌ها برای تفکیک و نیز انتخاب یک هاپلوتیپ از بین تمام هاپلوتیپ‌های فعلی سازگار با این ژنوتیپ، می‌تواند به جواب‌های متفاوتی منجر شود. در مورد مشکل دوم، صورت خاصی از مسئله طرح شده است که در آن هدف یافتن ترتیب خاصی از مراحل الگوریتم کلارک است که در پایان بیشترین تعداد ممکن از ژنوتیپ‌ها را تفکیک کند. هابل این مسئله را بررسی کرده است و با تحلیل دادن مسئله‌ی صدق‌پذیری به این مسئله، نشان داده است که این شکل از مسئله یک مسئله‌ی NP-hard است**[4]**. جدا از این شکل خاص، مسئله‌ی بیشترین پارسیمونی در حالت کلی نیز یک مسئله‌ی NP-hard است**[5]**. روشهای متعددی با رهیافت‌های اکتشافی برای حل تقریبی این مسئله ارائه شده‌اند. در واقع نه تنها الگوریتم کلارک بلکه سایر روشهای حل این مسئله، در حالت کلی تضمینی برای رسیدن به کمترین تعداد هاپلوتیپ برای تفکیک ژنوتیپ‌های داده شده ندارد.گاسفیلد با تبدیل این مسئله به یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی، الگوریتمی کارآمد برای داده‌هایی با اندازه‌ی متوسط ارائه کرده است**[6]**. وانگ با پیاده‌سازی یک روش توسعه و تحدید به مقایسه‌ی نتایج دقیق با نتایج بدست آمده از برخی ایده‌های بهبود دهنده‌ی الگوریتم کلارک پرداخته است**[7]**.

الگوریتم‌های ژنتیکی (**GA**) نیز یکی دیگر از رویکردهای رایج در حل مسائل گوناگون بهینه‌سازی و از جمله مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها هستند. اولین بار، براتِن و همکارانش از یک الگوریتم ژنتیکی در یک مطالعه‌ی موردی برای شناسائی هاپلوتیپ‌های ناحیه‌ی ژنومی ژن LDL-receptor استفاده کردند**[8]**. با این حال جزئیات روش به کار گرفته شده به روشنی توضیح داده نشده است و نمونه‌ی پیاده‌سازی شده الگوریتم ارائه نگردیده است. از سویی دیگر، در مسئله‌ی استنتاج هاپلوتیپ‌ها از داده‌های ژنوتیپی در یک شجره، یک الگوریتم ژنتیکی در قالب یک نرم‌افزار کارآمد پیاده‌سازی شده است**[9]**. کاربرد الگوریتم ژنتیکی برای حل مسئله‌ی برآورد فراوانی هاپلوتیپ‌های جمعیت نیز توسط آزوما و همکارانش در **[10]** مورد بررسی قرار گرفته است.

با وجود اینکه الگوریتم ژنتیک، ابزاری انعطاف‌پذیر برای حل مسائل بهینه‌سازی به شمار می‌آید به نظر می‌رسد در حل مسئله‌ی استنباط هاپلوتیپ‌ها و در مقایسه با دیگر روشها بخوبی مورد توجه قرار نگرفته است. در ادامه، پس از معرفی یک الگوریتم ژنتیک، کارآیی آن برای حل مسئله‌ی استنتاج هاپلوتیپ‌ها با هدف بیشترین پارسیمونی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. روش

الگوریتم‌های ژنتیکی که در رده‌ی روشهای اکتشافی قرار می‌گیرند حالت خاصی از روشهای موسوم به روشهای تکاملی هستند. در روشهای تکاملی در کلی‌ترین حالت، نقاط مختلف فضای جستجو، مانند جمعیتی از جانداران زنده تصور می‌شوند که برای بقا با یکدیگر رقابت می‌کنند. در این نوع الگوریتم‌ها، از افراد "برنده" در نسل فعلی، یک نسل جدید زاده می‌شوند تا پس از گذشت نسل‌های متعدد، جمعیتی از افراد "برتر" بوجود آید. در واقع، امکان حضور هر فرد برای تولید نسل بعد، توسط یک تابع سازگاری (fitness function) و متناسب با تابع هدف مورد بررسی در مسئله تعیین می‌شود.

پارامترهای متعددی بر روند همگرائی الگوریتم ژنتیک اثرگذارند که مهمترین آنها نرخ کراس‌اوِر و جهش هستند. به عنوان مثال، اگر نرخ کراس‌اوِر صفر در نظر گرفته شود الگوریتم ژنتیک به یک الگوریتم جستجوی تصادفی تبدیل می‌شود. در بیشتر پیاده‌سازی‌ها به جای استفاده‌ی مستقیم از تابع هدف ، تابع دیگری که تغییراتی متناسب با تغییرات تابع هدف داشته باشد به عنوان تابع سازگاری در نظر

گرفته می‌شود؛ مثلا رتبه‌ی "کروموزم" بر حسب مقدار تابع هدف به عنوان کمیت سازگاری استفاده می‌شود. برای جزئیات بیشتر در مورد روش‌های اندازه‌گیری سازگاری بر حسب تابع هدف و انتخاب "کروموزم‌ها" برای ایجاد نسل بعد به[**11**] رجوع کنید.

در مدل بیشترین پارسیمونی، تابع هدف تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز در جواب مسئله‌ی تفکیک ژنوتیپ‌ها است. کار را ابتدا با معرفی یک مدل ساده (naive) آغاز می‌کنیم. در ساده‌ترین شکل نمایش جواب برای مسئله‌ی تفکیک ژنوتیپ‌ها، به ازای هر بردار $g_i = \langle g_{i,1},\ldots,g_{i,l}\rangle$ در مجموعه‌ی G، دو هاپلوتیپ $h_{2i-1} = \langle h_{2i-1,1},\ldots,h_{2i-1,l}\rangle$ و $h_{2i} = \langle h_{2i,1},\ldots,h_{2i,l}\rangle$ در مجموعه‌ی جواب H داریم به قسمی که

$$g_{ij} = h_{2i-1,j} + h_{2i,j}, \quad \text{for} \quad i = 1,\ldots,n \quad \text{and} \quad j = 1,\ldots,l. \qquad (۱)$$

می‌توان مجموعه‌ی ژنوتیپ‌های داده شده، G را به صورت یک ماتریس $n \times l$ با درآیه‌های 0، 1 و 2 در نظر گرفت که هر سطر آن نماینده‌ی یک ژنوتیپ است و مجموعه‌ی جواب، H را به صورت یک ماتریس $n \times l$ با درآیه‌های 0 و 1 در نظر گرفت که هر سطر آن نماینده‌ی یک هاپلوتیپ است. با این نمادگذاری، جمع برداری جفت سطرهای متوالی H مثل $h_{2i-1} + h_{2i}$، به سادگی تفکیک ژنوتیپ g_i به وسیله‌ی هاپلوتیپ‌ها را نشان می‌دهد.

نمایش جواب به وسیله‌ی یک رشته‌ی بیتی. بدیهی است که داشتن یکی از دو هاپلوتیپ تشکیل‌دهنده برای هر ژنوتیپ، برای بازسازی کامل جواب کافی است. به عبارت مشخص، اگر تنها h_{2i} یا h_{2i-1} را داشته باشیم هاپلوتیپ دیگر با حل معادله‌ی (**1**) برحسب هاپلوتیپ معلوم و ژنوتیپ مورد مطالعه بدست می‌آید. علاوه بر آن، مقدار مؤلفه‌های $h_{2i-1,j}$ و $h_{2i,j}$ وقتی $g_{ij} = 0$ یا $g_{ij} = 2$ باشد بنابر تعریف معین هستند. به همین خاطر تنها اطلاعات نابدیهی در جواب، مربوط به مؤلفه‌هایی است که در آنها $g_{ij} = 1$ است. به چنین موقعیت‌هایی، یعنی جایگاه‌های هتروزیگوت در یک ژنوتیپ، موقعیت‌های مبهم (ambiguous) برای مسئله‌ی تعیین فاز می‌گوئیم. بر این اساس می‌توانیم جواب را به صورت فشرده در یک رشته‌ی بیتی نمایش دهیم. برای این کار یک رشته‌ی بیتی مثل X به طول M در نظر می‌گیریم؛ که در آن $M = \sum amb_i$ و amb_i تعداد موقعیت‌های مبهم در ژنوتیپ g_i است. در واقع این رشته، حاصل اتصال n رشته‌ی کوچکتر، هر یک متناظر با مؤلفه‌های مبهم یک ژنوتیپ است. بر پایه‌ی این نحوه‌ی نمایش جواب، برای بدست آوردن هاپلوتیپ‌های تشکیل‌دهنده‌ی یک ژنوتیپ داریم:

$$h_{2i-\delta,j} = \begin{cases} g_{ij}/2 & \text{if} \quad g_{ij} = 0 \quad \text{or} \quad g_{ij} = 2, \\ X_{\xi(i,j)} & \text{if} \quad g_{ij} = 1 \quad \text{and} \quad \delta = 1, \\ 1 - X_{\xi(i,j)} & \text{if} \quad g_{ij} = 1 \quad \text{and} \quad \delta = 0. \end{cases}$$

که در آن $\xi(i,j)$ مکان بیت متناظر با موقعیت مبهم g_{ij} در رشته‌ی بیتی X است.

در زیر، نمونه‌ای از این شیوه‌ی نمایش جواب تصویر شده است.

amb	*G*	ξ	*H*
2	12100	1-2--	01100 11000
2	00112	--34-	00101 00011
3	21011	-5-67	11000 10011
1	10220	8----	10110 00110

X

0	1	1	0	1	0	0	1

تولید تصادفی یک مجموعه‌ی اولیه از جواب‌های شدنی. به عبارت مشخص، جمعیت اولیه‌ی "کروموزوم‌ها" در این الگوریتم ژنتیک، شامل N رشته‌ی بیتی، هر یک به طول M است که مقدار هر بیت در آن به احتمال یکسان 0 یا 1است.

محاسبه‌ی تابع هدف. برای تعیین تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز می‌توان هر هاپلوتیپ را با دیگر هاپلوتیپ‌های مجموعه‌ی جواب مقایسه کرد. برای این کار، ابتدا سطرهای ماتریس جواب با استفاده از مرتب‌سازی مبنائی(radix sort) مرتب می‌شوند و با مقایسه‌ی سطرهای متوالی در ماتریس مرتب‌شده، تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز بدست می‌آید. پیچیدگی این روش $O(nl)$ است.

عملگر "کراس‌اوِر". فرض کنید دو ماتریس جواب، H_1 و H_2 داده شده است. می‌خواهیم با ترکیب اطلاعات این دو جواب یک جواب جدید برای مسئله‌ی تفکیک ژنوتیپ‌ها بسازیم. ساده‌ترین رویکرد، تعریف ماتریس جواب جدیدی است که در آن، هر جفت از

هاپلوتیپ‌های تفکیک‌کننده‌ی یک ژنوتیپ، به طور تصادفی از یکی از دو ماتریس H_1 یا H_2 انتخاب می‌شود. شیوه‌ای که ما برای کراس‌اوِر جواب‌ها به کار می‌بریم تعمیمی از این رویکرد ساده است. در این روش، هاپلوتیپ‌های هر جفت متناظر در دو ماتریس از یک نقطه‌ی تصادفی به طور مشترک شکسته می‌شوند و با جابجائی قطعات بدست آمده بین آنها یک جواب جدید بدست می‌آید. این شیوه‌ی کراس‌اوِر تضمین می‌کند که "کروموزم" بدست آمده هنوز می‌تواند ژنوتیپ‌های داده شده را تفکیک کند. در این شیوه، از یک پارامتر که آنرا با cr_{int} نشان می‌دهیم برای کنترل میزان دورگه بودن "کروموزم‌های" بدست آمده استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر، احتمال اینکه یک جفت از هاپلوتیپ‌های تفکیک‌کننده‌ی یک ژنوتیپ در جواب نوترکیب تنها از یکی از والدها به ارث رسیده باشد برابر $1-cr_{int}$ است.

عملگر "جهش". برای تولید یک "کروموزوم" جهش‌یافته از یک "کروموزوم" والد کافی است وضعیت برخی درآیه‌های متناظر با جایگاه‌های مبهم در ماتریس جواب را معکوس کنیم. برای این کار، یک جفت از هاپلوتیپ‌های ماتریس جواب به طور تصادفی و با احتمال mr_{int} انتخاب می‌شود سپس مؤلفه‌های این دو سطر از یک نقطه‌ی تصادفی به بعد با یکدیگر جابجا می‌شوند. این عمل معادل معکوس کردن وضعیت بیت‌های یک زیررشته‌ی پیشوندی یا پسوندی در زیررشته‌ی متناظر با یک ژنوتیپ در نمایش رشته‌ی بیتی جواب است.

یک الگوریتم ژنتیکی برای جستجوی بهترین الگوریتم سودجویانه برای حل مسئله‌ی تعیین فاز با بیشترین پارسیمونی.

مدل ساده‌ای که در بالا معرفی گردید در عمل توانائی حل مسئله‌ی تعیین فاز ژنوتیپ‌ها با بیشترین پارسیمونی را جز برای نمونه‌های کوچک ندارد. در ادامه، با استفاده از ایده‌های مطرح شده در الگوریتم ژنتیک ساده‌ای که در قسمت قبل معرفی گردید و برای بهبود آن، یک الگوریتم سودجویانه برای حل مسئله‌ی تعیین فاز با هدف بیشترین پارسیمونی را در قالب یک الگوریتم ژنتیک معرفی خواهیم کرد. ابتدا یک صورت پارامتری برای این الگوریتم معرفی می‌کنیم. سپس تعابیر مختلف این الگوریتم را به ازای پارامترهای مختلفی که توسط یک الگوریتم ژنتیک تعیین می‌شوند اجرا می‌کنیم.

الگوریتم $GreedyPhasing$.

ورودی) مجموعه‌ی $G=\{g_1,\ldots,g_n\}$ شامل n ژنوتیپ بر روی l اسنیپ داده شده است. به علاوه، یک جایگشت از اعداد ۱ تا n، مثل $\sigma=\langle\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n\rangle$ و مجموعه‌ای از n هاپلوتیپ، مثل $H_g=\{\hbar_1,\ldots,\hbar_n\}$ که از این پس آنها را هاپلوتیپ‌های راهنما می‌نامیم داده شده‌اند به قسمی که برای $i=1,\ldots,n$ داریم $\hbar_i \sim g_i$. مجموعه‌ی G را ورودی مسئله و جایگشت σ و مجموعه‌ی هاپلوتیپ‌های راهنما، H_g را پارامترهای الگوریتم می‌نامیم.

گام۱) قرار بده $H=\varnothing$ و برای $i=1,\ldots,n$ به ترتیب، گام‌های زیر را انجام بده.

گام ۱-۱) اولین هاپلوتیپ سازگار با g_{σ_i} را در H جستجو کن و آنرا با h_a نشان بده. اگر چنین هاپلوتیپی وجود نداشت قرار بده $h_a=\hbar_{\sigma_i}$.

گام ۲-۱). هاپلوتیپ‌های h_a و $h_b=g_{\sigma_i}-h_a$ را به H اضافه کن.

گام ۲). ماتریس جواب، با اثر جایگشت معکوس، σ^{-1}، بر روی ترتیب سطرهای H بدست می‌آید.

به ازای پارامترهای داده‌شده، این الگوریتم یک الگوریتم قطعی برای بدست آوردن یک جواب شدنی برای مسئله‌ی تفکیک ژنوتیپ‌ها است. با این حال، مزیت منطق سودجویانه‌ی این الگوریتم در آن است که جوابی نزدیک به جواب بهینه‌ی مسئله‌ی بیشترین پارسیمونی بدست می‌آورد. هر نمونه از این الگوریتم به ازای جایگشت داده‌شده‌ی σ و مجموعه‌ی هاپلوتیپ‌های راهنمای داده‌شده‌ی H_g را با $GreedyPhasing(\sigma,H_g)$ نشان می‌دهیم.

اطلاعات مجموعه‌ی H_g را می‌توان همانند روشی که در بالا برای نگهداری اطلاعات ماتریس جواب در رشته‌ی بیتی شرح دادیم در یک "کروموزم" نگهداری کرد. با پشت سر هم قرار دادن نمایش دودوئی اعداد $\langle\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n\rangle$، یک رشته‌ی بیتی خواهیم داشت که از آن برای نمایش جایگشت σ در یک "کروموزم" استفاده می‌کنیم. اکنون می‌توان، هر نمونه از الگوریتم مثل $GreedyPhasing(\sigma,H_g)$ را با کنار هم قرار دادن نمایش بیتی σ و H_g در یک "کروموزم" واحد نمایش داد. برای تولید جمعیت اولیه‌ی "کروموزم‌ها" همانند روش قبل می‌توان بیت‌های مربوط به اطلاعات هاپلوتیپ‌های راهنما را به طور تصادفی با مقادیر 0 و 1 پر کرد. اما برای بیت‌های بخش مربوط به جایگشت‌ها، ابتدا یک جایگشت تصادفی از اعداد ۱تا n بدست می‌آید سپس نمایش دودوئی آن، در بخش مربوط قرار داده می‌شود.

"کراس‌اوِر" در الگوریتم ژنتیک بهبودیافته. در اینجا، "کراس‌اوِر" به نوعی، تلفیق دو نمونه از الگوریتم $GreedyPhasing$ برای بدست آوردن نمونه‌ای دیگر از همین الگوریتم است. این کار باید بر مبنای ترکیب اطلاعات جایگشت‌ها و هاپلوتیپ‌های راهنما در دو الگوریتم

صورت گیرد. برای این منظور، دو نوع "کراس‌اوِر" را در نظر می‌گیریم. در نوع اول، اطلاعات مربوط به هاپلوتیپ‌های راهنما، دقیقا همانند روش شرح داده شده در الگوریتم ابتدائی با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در این نوع "کراس‌اوِر"، اطلاعات مربوط به جایگشت، مستقیما از یکی از والدین، بدون تغییر به زاد جدید منتقل می‌شود. برای تلفیق جایگشت‌ها و در "کراس‌اوِر" نوع دوم، عناصر دنباله‌ی $\langle \sigma_1^1, \sigma_2^1, \ldots, \sigma_n^1 \rangle$ با حفظ ترتیب و به طور تصادفی در بین عناصر دنباله‌ی $\langle \sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2 \rangle$ درج می‌شوند. بدیهی است که در دنباله‌ی بدست آمده، هر یک از اعداد ۱ تا n دقیقا دو بار ظاهر می‌شوند. در اینجا، دومین تکرار هر عدد را حذف می‌کنیم و دنباله‌ی باقیمانده را به عنوان جایگشت نوترکیب در نظر می‌گیریم. در این نوع "کراس‌اوِر"، والد عنصرِ منتقل شده به جایگشت نوترکیب، منشاء هاپلوتیپ راهنما را تعیین می‌کند. به تناوب یکی از این دو نوع "کراس‌اوِر" در روال "کراس‌اوِر" الگوریتم ژنتیک به کار گرفته می‌شوند.

"جهش" در الگوریتم ژنتیک بهبودیافته. در الگوریتم ژنتیک بهبودیافته، "جهش" نیز همانند "کراس‌اوِر" به دو شکل انجام می‌شود؛ "جهش" بر روی هاپلوتیپ‌های راهنما و "جهش" بر روی جایگشت‌ها. "جهش" بر روی هاپلوتیپ‌های راهنما دقیقا به همان شیوه‌ای که در الگوریتم ژنتیک ساده شرح داده شد انجام می‌شود. برای اعمال "جهش" بر روی جایگشت‌ها، ما شیوه‌ی ساده‌ای را که در آن دو مؤلفه‌ی جایگشت به تصادف با یکدیگر جابجا می‌شوند بکار می‌بریم. در اینجا نیز این دو نوع "جهش" به تناوب در روال تکرار الگوریتم ژنتیک به کار گرفته می‌شوند. این الگوریتم ژنتیکی را GAhap می‌نامیم.

۳. نتایج و بحث

برای تعیین مقادیر مناسب برای پارامترهای الگوریتم ژنتیک و نیز ارزیابی کارایی، نتایج حاصل از اجراهای مکرر این الگوریتم‌ها به ازای مقادیر مختلف پارامتر بر روی داده‌های ژنوتیپی شبیه‌سازی شده مورد بررسی قرار گرفتند. برای هر انتخاب از مقادیر برای پارامترهای مورد مطالعه در الگوریتم ژنتیک، الگوریتم پیشنهادی بر روی ۲۰ نمونه‌ی شبیه‌سازی شده‌ی مستقل، هر یک شامل ۴۰ ژنوتیپ و ۱۲ اسنیپ اجرا شد. ارزیابی‌های مقدماتی بیانگر پیشرفت چشمگیر کارآیی الگوریتم GAhap در مقایسه با الگوریتم ساده است به قسمی که اجرای آن در ۵۲٪ از کل ۸۶۴۰ نمونه‌ی مورد بررسی، با "موفقیت" همراه بود. (مقایسه کنید با ۷٪ برای الگوریتم ساده).
جدول **1** نتایج موفق‌ترین انتخاب برای پارامترهای مختلف این الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. هر سطر جدول، بهترین تنظیمات برای الگوریتم ژنتیک را وقتی مقدار یکی از پارامترها ثابت نگه داشته شده است نشان می‌دهد. همانطور که در جدول **1** مشاهده می‌شود بهترین نتایج این الگوریتم با انتخاب نرخ ۰/۸ برای "کراس‌اوِر" جوابها، ۰/۹ برای "کراس‌اوِر" هاپلوتیپ‌های راهنما، همین مقدار برای نرخ "جهش" در هاپلوتیپ‌های راهنما و استفاده از انتخاب تصادفی یکنواخت به عنوان شیوه‌ی انتخاب "کروموزم‌های" والد در هر نسل و استفاده از نسبت خطی انتقال‌یافته برای تبدیل تابع هدف به تابع سازگاری، بدست آمده است. ما این تنظیمات را به عنوان تنظیمات پیش‌فرض برای اجرای روش GAhap در ادامه‌ی ارزیابی‌ها در نظر گرفتیم.

جدول ۱. موفق‌ترین مقادیر پارامتر برای الگوریتم ژنتیک **GAhap**

گزینه	مورد انتخاب	بهترین تنظیمات	تعداد موفقیت‌ها در ۲۰ آزمایش
cr	۰/۲	$cr_{int} = ۰/۵, mr_{int} = ۰/۵, stochastic, rank$	۱۶
	۰/۸	$cr_{int} = ۰/۹, mr_{int} = ۰/۹, stochastic, shift\ linear$	۱۸
cr_{int}	۰/۱	$cr = ۰/۲, mr_{int} = ۰/۹, uniform, rank$	۱۵
	۰/۵	$cr = ۰/۲, mr_{int} = ۰/۵, stochastic, rank$	۱۶
mr_{int}	۰/۱	$cr = ۰/۲, cr_{int} = ۰/۵, roulette, shift\ linear$	۱۶
	۰/۵	$cr = ۰/۲, cr_{int} = ۰/۵, uniform, top$	۱۶

پس از تعیین کارآمدترین انتخاب برای پارامترها، الگوریتم GAhap را بر روی نمونه‌ای واقعی از ژنوتیپ‌ها اجرا کردیم. این نمونه‌ی واقعی، ژنوتیپ‌های مربوط به ژن هورمون رشد، GH1 در منطقه‌ی کروموزمی 17q23 است که توسط هورَن و همکارانش از بین ۱۵۴ فرد نمونه در انگلستان بدست آمدند[**12**]. آنها فراوانی ۳۶ هاپلوتیپ متمایز موجود در این مجموعه را به کمک روش‌های آزمایشگاهی تعیین کردند. در این ناحیه‌ی ژنی، ۱۵ اسنیپ از کیفیت لازم برای مطالعه برخوردار بودند که اطلاعات مربوط به ۱۵۰ ژنوتیپ بدون داده‌ی مفقود را از بین داده‌های این مجموعه مورد استفاده قرار دادیم.

جدول**2** نرخ خطای تشخیص هاپلوتیپ‌ها و خطای جابجائی فاز و نیز تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز استنباط شده در ژنوتیپ‌های مجموعه‌ی هورَن را به ازای الگوریتم‌های مختلف تعیین فاز نشان می‌دهد. نکته‌ی جالب توجه آن است که هیچ یک از دیگر الگوریتم‌ها، مدل بیشترین پارسیمونی را به عنوان رویکرد مورد استفاده در استنباط هاپلوتیپ‌ها مورد توجه قرار نمی‌دهند اما در عمل، نتایج بسیار نزدیکی به جواب بیشترین پارسیمونی بدست می‌آورند. به جز روش2SNP، تعداد هاپلوتیپ‌های متمایزی که توسط دیگر روش‌ها بدست آمده است بین ۳۲ تا ۳۵ هاپلوتیپ است حال آنکه در واقعیت، ۳۶ هاپلوتیپ ترکیب ژنوتیپ‌های مورد مطالعه را تشکیل داده‌اند. این واقعیت مؤید آن است که طبیعت لزوماً بر پایه‌ی مدل بیشترین پارسیمونی رفتار نمی‌کند.

خطای روش GAhap در تشخیص هاپلوتیپ‌ها و نیز خطای آن در جابجائی فازها در مقایسه با دیگر روش‌ها چندان امیدوارکننده نیست که البته، عدم توافق هاپلوتیپ‌های واقعی با مدل بیشترین پارسیمونی می‌تواند تا اندازه‌ای وجود چنین خطایی را توجیه نماید. با این حال، اشاره به این نکته ضروری است که الگوریتمGAhap به دلیل ویژگی تصادفی محاسبات در آن و نیز پیچیدگی فضای جستجو در مدل بیشترین پارسیمونی، به سادگی می‌تواند جواب‌هایی از نظر تعداد هاپلوتیپ‌های متمایز نزدیک به بهینه اما از نظر ترکیب آلل‌ها کاملا متفاوت با آن را بدست آورد.

جدول **2**. ارزیابی روش‌های متفاوت برای استنباط هاپلوتیپ‌های مجموعه داده‌های هورَن*

روش	رویکرد اصلی مورد استفاده برای حل مسئله	[1]	[2]	[3]
HAPLOTYPER	استنباط بیزی برپایه‌ی پیشین دیریکله[13]	۳۳	۵.۴	۳.۰
PHASE	استنباط بیزی برپایه‌ی مدل فیلوژنی کامل[14]	۳۲	۵.۶	3.1
fastPHASE	ساده‌سازی روش PHASE برای افزایش سرعت[15]	۳۵	۷.۳	4.5
2SNP	تعیین فاز جفت اسنیپ‌ها و درخت فراگیر کمینه[16]	۴۰	۱۰.۴	5.6
GAhap	بیشترین پارسیمونی و الگوریتم ژنتیک	۳۴	۹.۷	5.7

[1] تعداد هاپلوتیپ‌های استنباط شده‌ی متمایز [2] خطای شناسائی هاپلوتیپ‌ها [3] خطای جابجائی فازها * مقادیر خطا بر حسب درصد هستند.

مراجع

[1] Kepper P, Hoehe M, Schmitt C, Reinhardt R, Lehrach H, Sauer S and Burgtorf C. *Clone-based systematic haplotyping (csh): A procedure for physical haplotyping of whole genomes*. Genome Research , 13 (12): 2717--2724, 2003.

[2] Clark A.G . *Inference of haplotypes from pcr-amplified samples of diploid populations*. Molecular Biology and Evolution , 7 (2): 111--122, 1990.

[3] Gusfield D. *Inference of haplotypes from samples of diploid populations: Complexity and algorithms*. Journal of Computational Biology ,8 (3): 305--323, 2001.

[4] Hubbell E. *Finding a parsimony solution to haplotype phase is NP-hard* , 2002. Personal communication.

[5] Pinotti M.C , *Rizzi R. and Lancia G. Haplotyping populations by pure parsimony*: Complexity of exact and approximation algorithms. INFORMS Journal on Computing , 16 (4): 348--359, 2004.

[6] Gusfield D. *Haplotype inference by pure parsimony*. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) , 2676: 144--155, 2003.

[7] Xu Y. and Wang L. *Haplotype inference by maximum parsimony*. Bioinformatics , 19 (14): 1773--1780, 2003.

[8] Braaten O, Rødningen O.K , Nordal I. and Leren T.P . *The genetic algorithm applied to haplotype data at the LDL receptor locus*. Computer Methods and Programs in Biomedicine , 61 (1): 1--9, 2000.

[9] Tapadar P, Ghosh S. and Majumder P.P . *Haplotyping in pedigrees via a genetic algorithm*. Human Heredity , 50 (1): 43--56, 2000.

[10] Azuma R, Sakamoto M. and Furutani H. *Haplotype estimation from genotypical data by genetic algorithm*. Artificial Life and Robotics ,13 (2): 535--537, 2009.

[11] Goldberg D.E . *Genetic Algorithms in Search*, Optimzation and Machine Learning. Addison Wesley, 1989.

[12] Horan M, Millar D.S , Hedderich J, Lewis G, Newsway V, Mo N, et al. *Human Mutation* , 21 (4): 408--423, 2003.

[13] Qin Z.S , Xu X, Liu J.S and Niu T. *Bayesian haplotype inference for multiple linked single-nucleotide polymorphisms*. American Journal of Human Genetics , 70 (1): 157--169, 2002.

[14] Smith N.J , Donnelly P. and Stephens M. *A new statistical method for haplotype reconstruction from population data*. American Journal of Human Genetics , 68 (4): 978--989, 2001.

[15] Scheet P. and Stephens M. A fast and flexible statistical model for large-scale population genotype data: Applications to inferring missing genotypes and haplotypic phase. American Journal of Human Genetics , 78 (4): 629--644, 2006.

[16] Brinza D. and Zelikovsky A. 2SNP: scalable phasing method for trios and unrelated individuals. IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics , 5 (2): 313--318, 2008.

سید علی کتان‌فروش [*] - دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی
آدرس پست الکترونیکی: **a_katanforosh@sbu.ac.ir**

مهدی صادقی - پژوهشگاه ملی مهندسی ژنتیک و زیست-فن‌آوری و پژوهشکده‌ی علوم کامپیوتر پژوهشگاه دانشهای بنیادی
آدرس پست الکترونیکی: **m-sadeghi@ibb.ut.ac.ir**

چنگیز اصلاحچی - دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی
آدرس پست الکترونیکی: **ch-eslahchi@sbu.ac.ir**

حمید پزشک - دانشکده‌ی علوم ریاضی - دانشگاه تهران
آدرس پست الکترونیکی: **pezeshk@khayam.ut.ac.ir**

[*] سخنران

بازیابی تصویر مبتنی بر محتوا با الهام از ساختار فیزیولوژی چشم

محمدحسین سیگاری، بابک نجار اعرابی

چکیده. در پژوهش حاضر، یک سیستم بازیابی تصویر مبتنی بر محتوا ارائه می‌شود که در آن از چهار نوع ویژگی شامل ماتریس همرخداد رنگ (CCM)، تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP)، هیستوگرام رنگ باینری (BCH) و ممان‌های آماری توزیع رنگ (SMCD) استفاده می‌گردد. این ویژگی‌ها اطلاعات بافت و رنگ تصویر را در بر دارند. در این سیستم، با الهام از فیزیولوژی چشم، پیکسل‌های تصویر وزن‌دهی می‌شوند، به طوری که پیکسل‌هایی که در مرکز تصویر قرار دارند وزن بیشتری داشته و با افزایش فاصله پیکسل‌ها از مرکز تصویر، وزن آنها کاهش می‌یابد. به این ترتیب، پیکسل‌هایی که در مرکز تصویر قرار دارند، اهمیت بیشتری داشته و نقش موثرتری در ویژگی‌های استخراج شده خواهند داشت. این روش برای وزن‌دهی به پیکسل‌ها، نوعی نگاه به مسئله توجه (Attention) می‌باشد که عمده نوآوری این مقاله را تشکیل می‌دهد. پس از استخراج ویژگی از تصاویر، از فاصله زکانوفسکی به عنوان معیار تطابق تصاویر استفاده می‌شود. بر اساس آزمایش‌های انجام شده بر روی یک پایگاه داده از تصاویر شامل ۱۰۰۰ تصویر و ۱۰ کلاس مفهوم، دقت سیستم برای بازیابی ۱۰ تصویر، بیش از ۷۰٪ بدست آمد. در این آزمایش‌ها دقت و حجم محاسبات سیستم پیشنهادی نسبت به دو سیستم بازیابی تصویر دیگر مقایسه شده و نشان داده شده که سیستم پیشنهادی با توجه به حجم محاسبات کمی که دارد، دقت بسیار خوبی ارائه کرده است.

۱. مقدمه

در بسیاری از موارد، بیان دقیق محتوای یک تصویر به وسیله کلمات بسیار مشکل است و فقط می‌توان معنای نهفته در آن را به کمک یک عکس مشابه بیان نمود. این مسئله باعث ایجاد مشکلاتی در روش‌های جستجوی تصویر شده که دانشمندان برای حل آن روش‌های بازیابی تصویر را ارائه کرده‌اند. به روش‌های جستجوی تصویر که بر اساس بررسی محتوای تصویر عمل می‌کنند، بازیابی تصویر مبتنی بر محتوا یا به اختصار CBIR (Content Based Image Retrieval) می‌گویند.

در سیستم‌های CBIR دو نوع چالش اساسی وجود دارد [۱]:

(۱) شکاف حسگری (Sensory Gap): این موضوع به شکاف میان موجودیت شی در عالم واقعیت و توصیف آن در تصویر می‌پردازد. به عبارت دیگر، در این مسئله، به مشکلات وسایل دریافت تصویر و نقش آنها در شناخت محتوای تصویر پرداخته می‌شود. معمولا مشکلات مربوط به شکاف حسگری در قالب الگوریتم‌های استخراج ویژگی حل می‌گردد [۲]،[۳].

(۲) شکاف معنایی (Semantic Gap): این موضوع به مسئله عدم تطابق میان مفاهیم استخراج شده توسط یک سیستم CBIR و مفاهیم استخراج شده توسط یک انسان می‌پردازد. به عبارت دیگر، تفسیر معانی از اطلاعات تصویری در سیستم CBIR و انسان متفاوت است، که این موضوع طراحی سیستم‌های CBIR را مشکل می‌کند. معمولا مشکلات مربوط به شکاف معنایی در قالب الگوریتم‌های شناسایی الگو و محاسبه میزان شباهت مورد بررسی قرار می‌گیرد [۴]،[۵].

در سیستم‌های CBIR معمولا چهار نوع ویژگی بیشتر مورد اهمیت قرار می‌گیرد: رنگ، بافت، شکل و نقاط برجسته (Salient Point). البته در بسیاری از سیستم‌ها، از تمام انواع ویژگی استفاده نشده و فقط از یک یا دو نوع ویژگی برای مرحله استخراج ویژگی استفاده می‌گردد.

۲. سیستم پیشنهادی

سیستم پیشنهادی برای بازیابی تصویر، یک سیستم مبتنی بر محتوا است. یعنی کاربر باید یک تصویر را به عنوان ورودی به سیستم ارائه کند تا سیستم پس از جستجوی پایگاه داده، تعدادی تصویر که مشابهت محتوایی آنها با تصویر ورودی زیاد است، انتخاب کرده و به کاربر ارائه نماید. اجزای درونی این سیستم شامل دو بخش می‌باشد: بخش استخراج ویژگی و بخش محاسبه میزان تطابق.

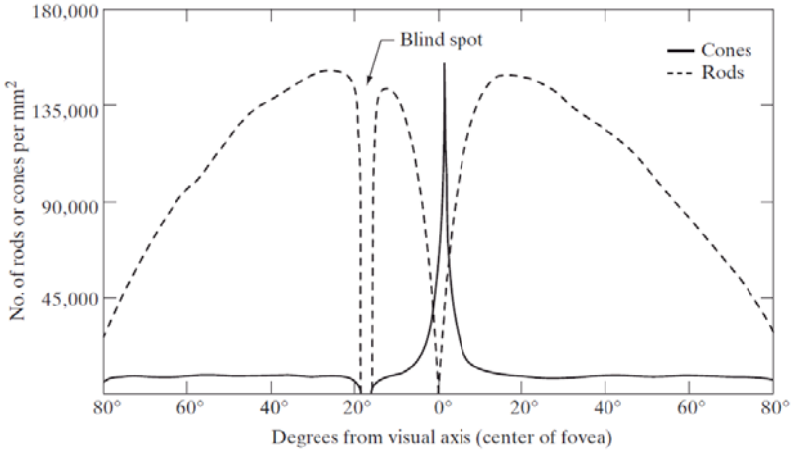
در بخش استخراج ویژگی، از چهار نوع ویژگی سطح پایین استفاده شده که شامل ویژگی‌های رنگی و بافتی می‌باشد. در طی مرحله استخراج ویژگی، با اعمال نوعی وزن‌دهی به پیکسل‌ها، مسئله توجه (Attention) نیز وارد پیاده‌سازی می‌گردد. عمده نوآوری این پژوهش، وارد کردن مسئله توجه در مرحله استخراج ویژگی‌های تصویر می‌باشد. در مرحله محاسبه میزان تطابق تصاویر، از فاصله زنکانوفسکی استفاده گردید. در این مرحله، تصاویری که فاصله زکانوفسکی آنها از تصویر ورودی کمتر باشد، به عنوان نتیجه جستجو به کاربر ارائه می‌شود.

واژه های کلیدی: بازیابی تصویر مبتنی بر محتوا، ساختار فیزیولوژی چشم، توجه، ویژگی‌های بافت، ویژگی‌های رنگ.

۳. مسئله توجه (Attention) با الهام از فیزیولوژی چشم

مسئله توجه، یک مفهوم نسبتا جدید در علوم شناختی می‌باشد که در سال‌های اخیر مورد استقبال دانشمندان در حوزه‌های علوم شناختی و مهندسی قرار گرفته است. اگر بخواهیم تعریف عملی و ساده‌ای از توجه داشته باشیم، باید به رفتار انسان‌ها اشاره کنیم. همانطور که می‌دانیم، در اطراف ما، مناظر، اصوات، بوها و تحرکات زیادی وجود دارد، اما انسان به تمام این اتفاقات که در اطرافش رخ می‌دهند، توجه یکسانی ندارد. همچنین انسان در یک لحظه به اطلاعات دریافتی خود از تمام حواس اهمیت یکسانی نمی‌دهد. به عبارت دیگر، مسئله توجه یک فرایند شناختی از انتخاب و اولویت دهی به منابع اطلاعاتی است. به عنوان مثال، در یک میهمانی شلوغ که همه مشغول صحبت با یکدیگر هستند، انسان تقریبا بدون مشکل خاصی می‌تواند به صحبت‌های فرد مورد نظر خود گوش فرا دهد.

در سیستم پیشنهادی، برای پیاده‌سازی مسئله توجه، از فیزیولوژی چشم انسان الهام گرفته شده است. همانطور که می‌دانیم، انسان در نگاه به مناظر، توجه خاصی به مرکز دارد و با دور شدن از مرکز، توجه انسان نیز کاسته می‌شود. این مسئله در ساختار فیزیولوژی چشم نیز بارز است. همانطور که در شکل ۱ نیز ملاحظه می‌گردد، چگالی مجموع دو نوع سلول عصبی بینایی در مرکز شبکیه بیشتر است و با افزایش فاصله از مرکز آن، چگالی سلول‌های عصبی بینایی کاهش می‌یابد.



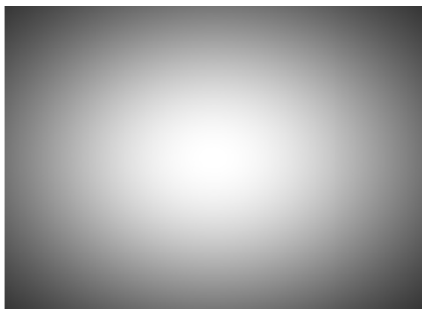
شکل ۱: تغییرات میزان پراکندگی سلول‌های عصبی بینایی در شبکیه چشم

با توجه به توزیع سلول‌های عصبی بینایی در چشم، برای پیاده‌سازی مسئله توجه، از یک ماسک گوسی دوبعدی استفاده شد. این ماسک گوسی، با ابعاد تصویر بوده و ضرایب این ماسک، به عنوان وزن‌های پیکسل‌های متناظر آن در تصویر استفاده می‌گردد. به این ترتیب، در سیستم پیشنهادی تمام پیکسل‌های تصویر اهمیت یکسانی ندارند، بلکه پیکسل‌هایی که به مرکز تصویر نزدیک‌ترند، وزن بیشتری داشته و درنتیجه اهمیت آنها نیز بیشتر می‌باشد.

در پیاده‌سازی انجام شده، مرکز تابع گوسی دوبعدی برابر با مختصات مرکز تصویر و انحراف معیار آن در هر یک از راستاهای تصویر، برابر با یک چهارم طول تصویر در آن راستا انتخاب شد. به عنوان مثال برای تصویر شکل ۲، ماسک تولید شده به صورت نشان داده در شکل ۳ خواهد شد. بنابراین در تمام پردازش‌های بعدی برای استخراج ویژگی، این ماسک گوسی نیز به همراه تصویر، مورد استفاده قرار خواهد گرفت.



شکل ۲: یک تصویر نمونه



شکل ۳: ماسک گوسی متناظر با تصویر نمونه

برای بهتر نشان داده نحوه تاثیر ماسک گوسی بر روی تصویر، اگر ماسک گوسی را در تصویر نمونه ضرب کنیم، تصویر شکل ۴ تولید خواهد شد. با مقایسه شکل ۲ و شکل ۴ مشاهده می‌شود که اشیا و مناظر اطراف تصویر با اعمال ماسک گوسی تقریبا حذف شده‌اند. حذف عناصر کناری تصویر باعث خواهد شد که تمرکز بیشتری بر روی مرکز تصویر انجام گیرد. بنابراین انتظار داریم، ویژگی‌های استخراج شده با اعمال ماسک گوسی،

ویژگی‌های کارامدتری باشند. لازم به ذکر است که از تصویر ورودی و ماسک گوسی به عنوان وزن پیکسل‌های تصویر برای استخراج ویژگی استفاده می‌گردد و نمایش تصویر حاصل ضرب ماسک گوسی و تصویر نمونه، فقط برای درک بهتر نحوه اثرگذاری ضرایب بر روی پیکسل‌های تصویر بود.



شکل ۴: تصویر حاصل از ضرب ماسک گوسی در تصویر نمونه

۴. استخراج ویژگی

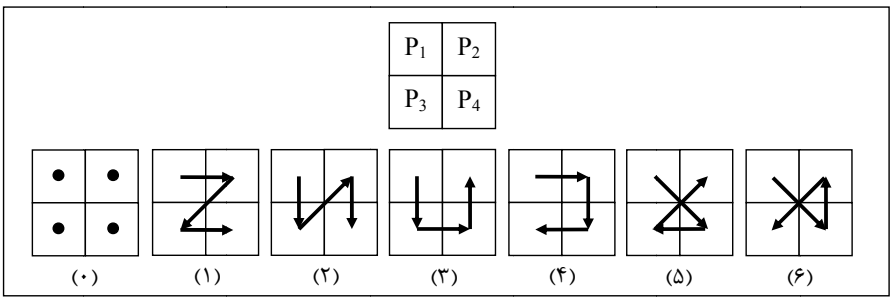
همانطور که قبلا اشاره شد، در سیستم پیشنهادی چهار نوع ویژگی شامل ویژگی‌های رنگی و بافتی از تصاویر استخراج می‌شوند که این ویژگی‌ها عبارتند از:

۱. ماتریس همرخداد رنگ CCM (Color Co-occurrence Matrix)
۲. تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن DBPSP (Difference Between Pixels of Scan Pattern)
۳. هیستوگرام رنگ باینری BCH (Binary Color Histogram)
۴. ممان‌های آماری توزیع رنگ SMCD (Statistical Moment of Color Distribution)

ویژگی‌های اول و دوم، بیشتر شامل اطلاعات بافتی تصویر هستند، با این حال تاحدودی نیز شامل اطلاعات رنگی می‌باشند. ویژگی‌های سوم و چهارم فقط اطلاعات رنگی را شامل می‌شوند. ویژگی‌های اول و دوم مشابه ویژگی‌های استفاده شده در مقاله [۲] می‌باشد که با اندکی تغییر و اعمال مسئله توجه مورد استفاده قرار می‌گیرند. ویژگی سوم نوع ساده‌ای از هیستوگرام رنگ محسوب می‌شود که در هنگام استخراج ویژگی، مسئله توجه نیز لحاظ گشته است. چهارمین ویژگی به ویژگی‌های توزیع آماری رنگ تصویر می‌پردازد که این ویژگی‌ها با استفاده از ممان‌های اول تا سوم توزیع بیان خواهد شد. برای محاسبه هر یک از این چهار ویژگی، مسئله توجه به صورت اعمال وزن‌دهی به پیکسل‌ها لحاظ خواهد شد.

۴.۱. ماتریس همرخداد رنگ (CCM)

ماتریس همرخداد رنگ، در مقاله [۲] معرفی شده که در روش پیشنهادی، با تغییراتی پیاده‌سازی شده است. در [۲] برای هر ۴ پیکسل که در همسایگی یکدیگر قرار دارند، ۷ نوع الگوی اسکن وجود دارد که شکل ۵ نشان داده شده است. در این حالت فرض شده که P_1 پیکسل اصلی است و اسکن از این پیکسل آغاز می‌گردد. جهت اسکن به سمتی حرکت می‌کند که کمترین اختلاف را با P_1 داشته باشد. اگر مقادیر تمام پیکسل‌ها یکسان باشد، یعنی هیچ اختلافی بین مقادیر پیکسل‌ها وجود ندارد و الگوی اسکن، الگوی شماره (۰) خواهد شد. مثلا اگر مقادیر مجموعه $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ به ترتیب $\{100, 40, 70, 220\}$ باشد، الگوی اسکن این مثال الگوی شماره (۲) خواهد بود. چرا که میزان اختلاف این پیکسل‌ها با پیکسل P_1 به ترتیب برابر با $\{0, 60, 30, 120\}$ است.



شکل ۵: نمایش الگوهای اسکن برای استخراج ویژگی ماتریس همرخداد رنگ

حال فرض کنید الگوی اسکن پیکسل (x,y) از تصویر I با ابعاد $N_x \times N_y$ را با $P(x,y)$ نمایش دهیم. در این حالت تابع $P(x,y)$ چنین تعریف می‌شود:

$$P: \ (x,y) \ \rightarrow \ \{0,1,2,3,4,5,6\}$$
$$1 < x < N_x \quad 1 < y < N_y$$

برای تشکیل ماتریس همرخداد رنگ، باید توزیع توام رخداد الگوهای اسکن هر پیکسل در مختصات (x,y) نسبت به مختصات $(x+\delta,y+\delta)$ محاسبه شود. برای هر پیکسل ۷ الگوی اسکن وجود دارد. بنابراین ماتریس همرخداد یک ماتریس مربعی ۷×۷ خواهد شد. بنابراین اگر ماتریس همرخداد را با M نمایش دهیم و عنصر سطر u و ستون v را با $M(u,v)$ نمادگذاری کنیم:

$$M(u,v) = |\{(x,y)\}| \quad | \quad P(x,y) = u \ , P(x+\delta_x, y+\delta_y) = v$$

به عبارت دیگر، $M(u,v)$ برابر با تعداد پیکسل‌هایی مانند (x,y) است که الگوی اسکن در (x,y) برابر u و الگوی اسکن در $(x+\delta,y+\delta)$ برابر v باشد. ماتریس همرخداد رنگ را می‌توان به طور مجزا برای بخش‌های R، G و B یک تصویر رنگی RGB محاسبه نمود و به ترتیب آنها را با M_R، M_G و M_B نمایش داد. برای اینکه ماتریس همرخداد رنگ نسبت به اندازه تصویر مستقل باشد، ماتریس همرخداد را بر ابعاد تصویر تقسیم می‌کنند تا ماتریس همرخداد همان توزیع توام الگوهای اسکن شود.

$$M_c(u,v)=\frac{M_c(u,v)}{N_x\times N_y} \qquad c=R,G,B$$

در نهایت، ویژگی ماتریس همرخداد رنگ شامل سه ماتریس ۷×۷ خواهد شد. در مقاله [۲] و سیستم پیشنهادی، $\delta_x=1$ و $\delta_y=0$ در نظر گرفته شده است.

در روش پیشنهادی که می‌خواهیم مسئله توجه نیز مورد بحث قرار گیرد، الگوی اسکن هیچ تغییر نمی‌کند، بلکه در محاسبه ماتریس همرخداد، وزن‌های هر پیکسل نیز لحاظ می‌گردد:

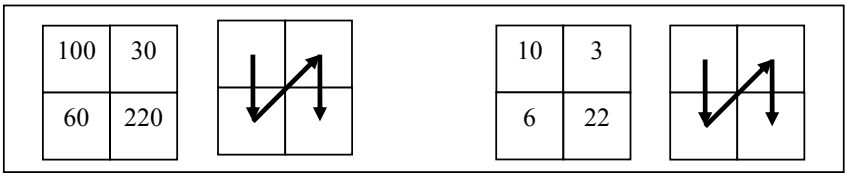
$$M(u,v)=\sum w_{x,y} \quad | \quad P(x,y)=u \;, P(x+\delta,y+\delta)=v$$

$$M_c(u,v)=\frac{M_c(u,v)}{\sum_x\sum_y w_{x,y}} \qquad c=R,G,B$$

در روابط فوق، $w_{x,y}$ وزن پیکسل (x,y) است که این وزن‌ها متناظر با ضرایب ماسک گوسی می‌باشد.

۴.۲. تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP)

در بخش قبل برای محاسبه ماتریس همرخداد رنگ، ۷ الگوی اسکن معرفی شد. ماتریس همرخداد رنگ توزیع الگوهای اسکن را در تصویر مشخص می‌کند. اما توزیع الگوهای اسکن، به تنهایی نمی‌تواند اطلاعات کافی از بافت تصویر ارائه دهد. به عنوان مثال، در شکل ۶ دو بخش از تصویر نشان داده شده‌اند که الگوی اسکن مشابهی دارند، اما بافت آنها با هم متفاوت است.



شکل ۶: دو بخش از تصویر با الگوهای اسکن مشابه و بافت‌های متفاوت

ویژگی DBPSP، میزان تفاضل پیکسل‌ها در مسیر الگوی اسکن را نشان می‌دهد [۲]. با توجه به اینکه در الگوی اسکن شماره (۰)، هیچ تفاضلی بین پیکسل‌ها وجود ندارد، بنابراین تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن، فقط برای الگوی اسکن شماره (۱) الی (۶) تعریف می‌گردد:

$$\Delta^1(x,y)=|P_1-P_2|+|P_2-P_3|+|P_3-P_4|$$
$$\Delta^2(x,y)=|P_1-P_3|+|P_3-P_2|+|P_2-P_4|$$
$$\Delta^3(x,y)=|P_1-P_3|+|P_3-P_4|+|P_4-P_2|$$
$$\Delta^4(x,y)=|P_1-P_2|+|P_2-P_4|+|P_4-P_3|$$
$$\Delta^5(x,y)=|P_1-P_4|+|P_4-P_3|+|P_3-P_2|$$
$$\Delta^6(x,y)=|P_1-P_4|+|P_4-P_2|+|P_2-P_3|$$

برای محاسبه ویژگی DBPSP، مجموع $\Delta^i(x,y)$ها به ازای تمام پیکسل‌ها محاسبه می‌گردد. به این ترتیب اگر N تعداد کل پیکسل‌های تصویر باشد، f^iها متوسط تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن در تصویر را نشان می‌دهد:

$$f^i=\frac{1}{N}\sum_x\sum_y \Delta^i(x,y) \qquad i=1,2,3,4,5,6$$

این ویژگی برای هر یک از بخش‌های رنگی R، G و B تعریف می‌گردد. بنابراین ویژگی DBPSP شامل یک بردار ۱۸ عنصری خواهد بود.

برای سیستم پیشنهادی که مسئله توجه نیز باید لحاظ شود، این ویژگی‌ها به شکل زیر محاسبه می‌گردند:

$$f^i=\sum_x\sum_y w(x,y).\Delta^i(x,y)\Big/\sum_x\sum_y w(x,y) \qquad i=1,2,3,4,5,6$$

۴.۳. هیستوگرام رنگ باینری (BCH)

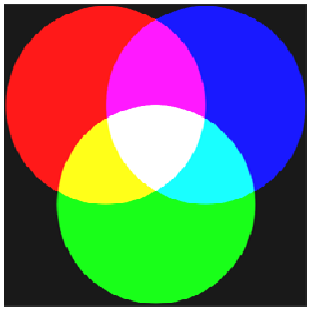
یکی از اولین و ساده‌ترین ویژگی‌های مورد استفاده برای بازیابی تصویر، روش‌های مبتنی بر همبسته‌نگار رنگ[1] است که در بسیاری از سیستم‌های بازیابی تصویر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. در این روش، ابتدا هیستوگرام رنگ تصویر محاسبه می‌شود. به دلیل اینکه هر یک از بخش‌های R، G و B پیکسل رنگی شامل ۲۵۶ حالت مختلف است، هیستوگرام رنگ تصویر بیش از ۱۶ میلیون عنصر خواهد داشت که عملا محاسبه آن بسیار پیچیده است. ضمن اینکه این هیستوگرام چندان کارامد نیست. به این ترتیب برای تشکیل هیستوگرام رنگ، ابتدا فضای رنگی را به بخش‌هایی

[1] Color Correlogram

کوانتیزه می‌کنند تا تعداد عناصر هیستوگرام رنگ کاهش یابد. تعداد عناصر هیستوگرام رنگ و نوع کوانتیزه کردن فضای رنگ با توجه به نوع سیستم و ویژگی‌های استخراج شده از آن می‌تواند متفاوت باشد.

در [۲] از ویژگی مشابه هیستوگرام رنگ استفاده کرده است. در این روش با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی K-Means، پیکسل‌های تصویر رنگی به ۱۶ خوشه تقسیم‌بندی می‌شوند. در واقع، این ۱۶ خوشه معادل هیستوگرام رنگ ۱۶ عنصری است، با این تفاوت که در این حالت فضای رنگی به طور تطبیقی کوانتیزه شده و یکنواخت نیست. مهمترین عیب این روش، پیچیدگی محاسباتی آن برای خوشه‌بندی رنگ‌ها است. در حالی که کوانتیزه کردن یکنواخت فضای رنگ، حجم محاسبات کمتری دارد.

در سیستم پیشنهادی، فضای رنگی به ۸ ناحیه یکنواخت کوانتیزه شده و هیستوگرام رنگ ۸ عنصری است. در این روش، هر یک از بخش‌های R، G و B تصویر رنگی، به دو ناحیه تقسیم می‌شوند. این کوانتیزه کردن با اعمال حد آستانه ۱۲۸ به هر یک از بخش‌های تصویر RGB قابل انجام است. به همین دلیل، این ویژگی هستوگرام باینری رنگ (BCH) نامیده شده است. در این حالت، رنگ‌های حاصل از این کوانتیزه کردن شامل رنگ‌های سیاه، سفید، آبی، قرمز، سبز، زرد، فیروزه‌ای و بنفش است. این رنگ‌ها در شکل ۷ مشاهده می‌شود.



شکل ۷: رنگ‌های حاصل از کوانتیزه کردن یکنواخت فضای RGB به ۸ ناحیه

برای اعمال مسئله توجه به این ویژگی، برای محاسبه هیستوگرام به جای شمارش پیکسل‌هایی که در درون هر یک از نواحی کوانتیزه شده قرار دارند، مجموع وزن‌های این پیکسل‌ها را محاسبه می‌کنیم. در نتیجه، ویژگی BCH شامل ۸ عنصر خواهد بود.

۴.۴. ممان‌های آماری توزیع رنگ (SMCD)

ممان‌های یک توزیع آماری می‌تواند نحوه پراکندگی نمونه‌های آن توزیع را نشان دهد. مهمترین ممان‌های آماری عبارتند از میانگین، واریانس و چولگی (Skewness). در سیستم پیشنهادی، برای هر یک از بخش‌های R، G و B تصویر، میانگین، واریانس و چولگی توزیع پیکسل‌ها محاسبه شده است. البته با وارد کردن مسئله توجه، محاسبه این سه ممان تا حدودی تغییر می‌کند. به این ترتیب باید میانگین وزن‌دار، واریانس وزن‌دار و چولگی وزن‌دار پیکسل‌ها را محاسبه کرد.

اگر فرض کنیم برای تصویر I، بخش‌های R، G و B با نماد I_R، I_G و I_B نشان داده شود، میانگین وزن‌دار، واریانس وزن‌دار و چولگی وزن‌دار چنین محاسبه می‌شود:

$$\mu_c = \frac{\sum_x \sum_y w(x,y).I_c(x,y)}{\sum_x \sum_y w(x,y)} \qquad c = R,G,B$$

$$\sigma_c^2 = \frac{\sum_x \sum_y w(x,y)\left(I_c(x,y) - \mu_c\right)^2}{\sum_x \sum_y w(x,y)} \qquad c = R,G,B$$

$$\gamma_c = \frac{\sum_x \sum_y w(x,y)\left(I_c(x,y) - \mu_c\right)^3}{\sigma_c^3} \qquad c = R,G,B$$

به این ترتیب، ویژگی SMCD شامل ۹ عنصر خواهد بود.

۵. معیار تطابق

در سیستم پیشنهادی، برای محاسبه تطابق بین تصاویر، از محاسبه فاصله بین ویژگی‌های آن تصاویر استفاده می‌شود. همانطور که در [۵] اشاره شده، انتخاب مناسب نوع فاصله برای محاسبه تطابق در سیستم بازیابی تصویر، به نوع ویژگی‌های استخراج وابسته است. به همین دلیل، برای انتخاب روش مناسب محاسبه فاصله، چندین روش مهم اندازه‌گیری فاصله مورد ارزیابی قرار گرفت. در این حالت، برای هر تصویر یک بردار ویژگی که از کنار هم قرار دادن تمام ویژگی‌های استخراج شده از تصویر بدست می‌آید، ایجاد می‌شود. سپس با محاسبه فاصله تصویر ورودی تا تمام تصاویر پایگاه داده، تصاویری که فاصله کمتری داشتند، به عنوان خروجی سیستم بازیابی بدست می‌آید. در این پژوهش از فاصله‌های مینکوفسکی (Minkowski)، زکانوفسکی (Czekanowski)، کانبرا (Canberra) و X^2 استفاده گردید.

اگر دو بردار X و Y با طول n مفروض باشد، فاصله مینکوفسکی این دو بردار با $D_M(X,Y)$ نمایش داده شده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$D_M(X,Y)=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i-y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$$

در حالت خاص، به ازای p=2، فاصله مینکوفسکی برابر با فاصله اقلیدسی است.

فاصله زکانوفسکی، کانبرا و X^2 نیز به ترتیب با $D_Z(X,Y)$ و $D_C(X,Y)$ و $D_{X2}(X,Y)$ نشان داده شده و از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$D_Z(X,Y)=1-\frac{2\sum_{i=1}^{n}\min(x_i,y_i)}{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)}$$

$$D_C(X,Y)=\sum_{i=1}^{n}\frac{|x_i-y_i|}{|x_i+y_i|}$$

$$D_{X2}(X,Y)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-y_i}{x_i+y_i}\right)^2$$

۶. ارزیابی سیستم پیشنهادی

برای ارزیابی سیستم بازیابی تصویر پیشنهادی، معیار دقت (Precision) مورد بررسی قرار گرفت. دقت سیستم بازیابی برابر است با متوسط تعداد تصاویر بازیابی شده صحیح به تعداد کل تصاویر بازیابی شده. همچنین برای ارزیابی بیشتر سیستم، از نمودار بازخوانی-دقت (Recall-Precision) نیز استفاده می‌کنند. این نمودار تغییرات دقت سیستم در برابر تغییرات تعداد تصاویر بازیابی شده نشان می‌دهد.

۶.۱. پایگاه داده

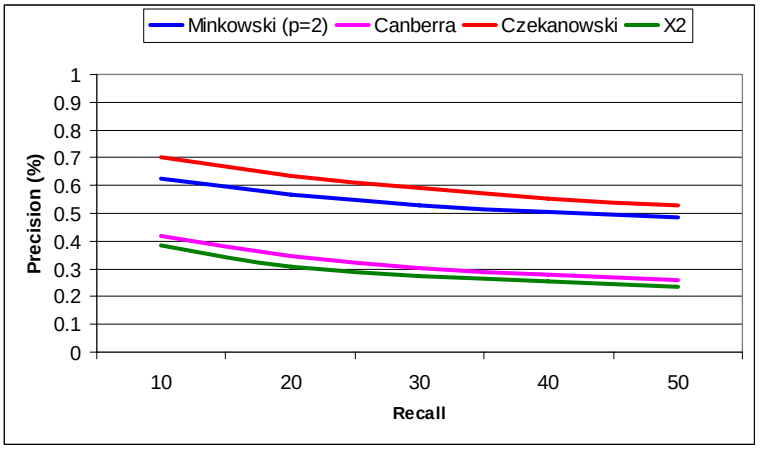
پایگاه داده مورد استفاده برای آزمایش‌ها، مشتمل بر ۱۰۰۰ تصویر رنگی از ۱۰ کلاس مختلف است. هر کلاس از این پایگاه داده شامل ۱۰۰ تصویر بوده و کلاس‌های آن عبارتند از: قبایل سرخپوست، سواحل دریا، ساختمان‌ها، اتوبوس‌ها، دایناسورها، فیل‌ها، گل‌ها، اسب‌ها، کوه‌ها و غذاها. این پایگاه داده از آدرس wang.ist.psu.edu/docs/related قابل دسترس می‌باشد. نمونه‌هایی از تصاویر این پایگاه داده در شکل ۸ مشاهده می‌گردد.



شکل ۸: نمونه تصاویری از پایگاه داده مورد استفاده برای ارزیابی سیستم بازیابی تصویر

۶.۲. نتایج آزمایش

برای بررسی نتایج آزمایش، ابتدا روش‌های مختلف محاسبه فاصله برای انتخاب معیار مناسب تطابق تصاویر مورد ارزیابی قرار گرفتند.



شکل ۹: نمودار بازخوانی-دقت به ازای روش‌های مختلف فاصله برای سیستم پیشنهادی

با توجه به نمودار بازخوانی-دقت شکل ۹، مشاهده می‌شود که فاصله زکانوفسکی، مناسب‌ترین معیار برای بررسی تطابق ویژگی‌های استخراج شده می‌باشد. همچنین در این شکل مشاهده می‌گردد که با افزایش تعداد تصاویر بازیابی شده، دقت سیستم کاهش می‌یابد. البته این پدیده برای تمام سیستم‌های بازیابی رخ می‌دهد. در توجیه این پدیده می‌توان چنین استدلال کرد که تصویر ورودی به سیستم بازیابی تصویر، با تعداد محدودی از

تصاویر آن کلاس از پایگاه داده تطابق دارد. بنابراین با افزایش تعداد تصاویر بازیابی شده، احتمال اینکه تصاویری خارج از کلاس صحیح بازیابی شود، افزایش می‌یابد. بنابراین دقت سیستم نیز با افزایش تعداد تصاویر بازیابی شده، کاهش خواهد یافت.

۶.۳. مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌های بازیابی تصویر

برای مقایسه سیستم پیشنهادی با چند سیستم بازیابی تصویر دیگر، از پایگاه داده‌ای که قبلا معرفی شد، استفاده گردید. این پایگاه داده یکی از پایگاه‌های داده معمول برای ارزیابی سیستم‌های بازیابی تصویر می‌باشد. همچنین در مقایسه بین سیستم‌ها، متوسط دقت بازیابی تصویر به ازای فراخوانی (بازیابی) ۱۰ تصویر مورد بررسی قرار گرفت. همانطور که قبلا اشاره شد، دقت متوسط سیستم پیشنهادی بر روی پایگاه داده مذکور، بیش از ۷۰٪ می‌باشد.

در [۲] یک سیستم بازیابی تصویر ارائه شده که از سه ویژگی ماتریس همرخداد رنگ (CCM)، تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP) و خوشه‌بندی K-Mean هیستوگرام رنگ (CHKM) استفاده می‌کند. همچنین در این سیستم از فاصله کانبرا به عنوان معیار تطابق استفاده گردیده است. با پیاده‌سازی این سیستم و تنظیم پارامترهای الگوریتم مطابق مقاله، به ازای فراخوانی ۱۰ تصویر، دقت متوسط ۳۴.۷۵٪ بدست آمد. با تغییر وزن ویژگی‌ها و انتخاب فاصله زکانوفسکی به جای فاصله کانبرا، بهترین دقت برابر با ۶۰.۹۵٪ حاصل شد. اما در مقاله ادعا شده که دقت سیستم بیش از ۷۲٪ می‌باشد. ضمن اینکه در این روش، به دلیل استفاده از الگوریتم تکراری K-Means برای تشکیل هیستوگرام رنگ، مرحله استخراج ویژگی بسیار کند است، به طوری که این روش حدود ۲۰ برابر کندتر از روش پیشنهادی می‌باشد.

سیستم پیشنهادی احسانی و همکارش [۴] برای بازیابی تصویر، از شبکه‌های ایمنی مصنوعی برای ایجاد یک مدل معنایی استفاده می‌کند. در این مقاله، دقت متوسط بازیابی تصویر در بهترین حالت ۶۲.۳٪ بیان شده است. البته مهمترین عیب این سیستم بازیابی تصویر این است که ابتدا باید با تعدادی تصویر از هر کلاس مفهوم، آموزش داده شود. در این مقاله برای هر کلاس ۱۰ تصویر آموزشی و در مجموع ۱۰۰ توصیر آموزشی مورد استفاده قرار گرفته است. اگرچه با استفاده از شبکه ایمنی مصنوعی می‌توان شکاف معنایی را کاهش داد، اما آموزش سیستم، علاوه بر افزایش حجم محاسبات، برای پایگاه داده بزرگ از تصاویر که مفاهیم متعددی را در بر دارد، غیرممکن است. بنابراین سیستم پیشنهادی به دلیل عدم نیاز به آموزش و در ضمن ارائه دقت بهتر، کارایی بیشتری دارد.

در جدول ۱، مقایسه اجمالی بین سیستم پیشنهادی و سیستم‌های ارائه شده در [۲] و [۴] ارائه شده است. این مقایسه با استفاده از نرم افزار MATLAB R2008 بر روی یک کامپیوتر شخصی با ریزپردازنده AMD 5600+ 2.9 GHz با حافظه 1 GB انجام گرفت.

جدول ۱: مقایسه سیستم پیشنهادی با دو سیستم بازیابی تصویر دیگر

نام روش	روش ارائه شده در [۲]	روش ارائه شده در [۴]	روش پیشنهادی
ویژگی‌های استخراج شده	۱. ماتریس همرخداد رنگ (CCM) ۲. تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP) ۳. خوشه‌بندی K-Means هیستوگرام رنگ (CHKM)	۱. هیستوگرام رنگ	۱. ماتریس همرخداد رنگ (CCM) ۲. تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP) ۳. هیستوگرام رنگ باینری (BCH) ۴. ممان‌های آماری توزیع رنگ (SMCD)
معیار تطابق	۱. فاصله کانبرا	۱. فاصله اقلیدسی ۲. شبکه ایمنی مصنوعی	۱. فاصله زکانوفسکی
دقت متوسط	**٪۷۲.۱**	**٪۶۲.۳**	**٪۷۰.۲۶**
زمان لازم برای استخراج ویژگی از هر تصویر	**حدود ۸۲ ثانیه**	**کمتر از ۱ ثانیه**	**کمتر از ۴ ثانیه**

با توجه به جدول ۱، دقت سیستم پیشنهادی نسبت به سیستم ارائه شده توسط احسانی و همکارش [۴] بیشتر است. ضمن اینکه سیستم پیشنهادی، بر خلاف این سیستم نیاز به آموزش مفاهیم ندارد. از طرفی پیچیدگی محاسباتی سیستم ارائه شده در [۲] بسیار زیاد است، به طوری که حجم محاسبات آن نسبت به سیستم پیشنهادی بیش از ۲۰ برابر می‌باشد. به این ترتیب دقت سیستم پیشنهادی با توجه به عدم نیاز آن به آموزش و حجم محاسباتی کم، بسیار خوب است.

۷. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این پژوهش، به ارائه یک سیستم بازیابی تصویر پرداختیم که با استفاده از ویژگی‌های بافتی و رنگی تصویر و استفاده از فاصله زکانوفسکی به عنوان معیار تطابق، به جستجوی مبتنی بر محتوا تصاویر می‌پردازد. در این سیستم با اعمال یک ماسک گوسی و وزن‌دهی به پیکسل‌های تصویر، مسئله توجه مورد بررسی و پیاده‌سازی قرار گفت. در روش پیشنهادی برای مسئله توجه، پیکسل‌هایی که در مرکز تصویر قرار دارند، وزن بیشتری داشته و در محاسبه ویژگی‌های بیشتر تاثیر خواهند داشت. به عبارت دیگر، پیکسل‌هایی که در اطراف تصویر قرار دارند، تاثیر کمتری داشته و کمتر مورد توجه قرار می‌گیرند.

سیستم پیشنهادی با دو سیستم بازیابی تصویر دیگر مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج آزمایش بر روی یک پایگاه داده شامل ۱۰ کلاس و هر کلاس شامل ۱۰۰ تصویر نشان داد سیستم پیشنهادی دقت بسیار خوبی دارد. از عوامل افزایش دقت سیستم پیشنهادی نسبت به دو سیستم دیگر، وارد

کردن مسئله توجه است که می‌تواند تا حدود زیادی تاثیر مناظر و اشیا ناخواسته‌ای که در اطراف تصویر وجود دارند، بکاهد. علاوه بر این، سیستم پیشنهادی از سیستم ارائه شده در [۲] بسیار سریعتر بوده و بر خلاف سیستم ارائه شده در [۴] نیازی به آموزش مفاهیم پایگاه داده ندارد.

هر چند از چهار ویژگی ارائه شده، ویژگی‌ها هیستوگرام رنگ باینری (BCH) و ممان‌های آماری توزیع رنگ (SMCD)، نسبت به دوران و تغییر مقیاس تا حدود زیادی استقلال دارند، اما ویژگی‌های ماتریس همرخداد رنگ (CCM) و تفاضل بین پیکسل‌های الگوی اسکن (DBPSP) نسبت به دوران و تغییر مقیاس حساس‌اند. برای کارهای آینده می‌توان به دنبال استفاده از ویژگی‌هایی بود که نسبت به دوران و تغییر مقیاس حساس نباشند. همچنین می‌توان یادگیری مفاهیم را با استفاده از روش‌های پیچیده‌تر نسبت به روش محاسبه فاصله انجام داد، به طوری که برای بازیابی تصویر، پس از استخراج ویژگی‌های سطح پایین، یکسری ویژگی‌ها (یا مفاهیم) سطح متوسط تعریف و استخراج شود و سپس بر اساس ویژگی‌ها (یا مفاهیم) سطح متوسط، مفاهیم سطح بالا و بازیابی مبتنی بر محتوا انجام گیرد. از جمله ویژگی‌ها (یا مفاهیم) سطح متوسط می‌توان به آشکارسازی اشیا و توصیف آنها اشاره کرد.

مراجع

[1] Ritendra Datta, Dhiraj Joshi, Jia Li, James Z. Wang, *Image Retrieval: Ideas, Influences, and Trends of the New Age*, ACM Computing Surveys, vol. 40, no. 2, pp. 1-60, 2008.

[2] Chuen-Horng Lin, Rong-Tai Chen, Yung-Kuan Chan, *A Smart Content-based Image Retrieval System Based on Color and Texture Feature*, Image and Vision Computing, vol. 27, no. 6, pp. 658–665, 2009.

[3] Francesco Bianconi, Antonio Fernandez, Elena Gonzalez, Diego Caride, Ana Calvino, *Rotation-Invariant Colour Texture Classification through Multilayer CCR*, Pattern Recognition Letters, vol. 30, pp. 765–773, 2009.

[۴] سیدامیر احسانی، امیرمسعود افتخاری مقدم، «ایجاد مدل معنایی مفاهیم با استفاده از شبکه ایمنی مصنوعی به منظور بهبود دقت سیستم های بازیابی تصویر»، چهاردهمین کنفرانس سالانه انجمن کامپیوتر ایران، تهران، ایران، ۱۳۸۷.

[۵] حسین نظام آبادی پور، احسان اله کبیر، «ارزیابی معیارهای عدم شباهت در بازیابی و طبقه بندی تصاویر»، مجله فنی و مهندسی مدرس، جلد ۲۲، صفحه ۸۹-۹۸، ۱۳۸۴.

محمدحسین سیگاری*، قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران
آدرس پست الکترونیکی: **hoseynsigari@ut.ac.ir**

بابک نجار اعرابی، قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران
آدرس پست الکترونیکی: **araabi@ut.ac.ir**

*سخنران

آزمون بوت استراپ فازی روی میانگین با استفاده از فاصله $D_{p,q}$

بهرام صادقپور، صدیقه رحیم پور

چکیده. در این مقاله، مساله آزمون یک فرض ساده درباره میانگین یک متغیر تصادفی فازی بررسی می شود. برای این منظور آماره آزمون را بر حسب فاصله $D_{p,q}$ بین میانگین نمونه و میانگین جامعه در فرض صفر اختیار می کنیم. با استفاده از قضیه حد مرکزی، یک آزمون مجانبی برای میانگین فازی بدست می آید که در آن توزیع مجانبی آماره آزمون، توزیع ω^2 می باشد. این توزیع تنها برای حالات خاصی شناخته شده است به همین دلیل کلاس اعداد فازی LR در نظر گرفته می شود. از آنجایی که در حالت فازی چندین نسخه از قضیه حد مرکزی وجود دارد و بعلاوه در اغلب مواقع قانون حدی به سختی بدست می آید، از این رو به نظر نمی رسد که قضیه حد مرکزی ابزار مفیدی برای استنباط روی میانگین فازی باشد. بنابراین از روش بوت استراپ استفاده می کنیم. در پایان با استفاده از شبیه سازی نشان داده می شود که روش بوت استراپ ابزار مفیدی برای آزمون فرض آماری روی میانگین متغیرهای تصادفی فازی است.

۱. مقدمه

نظریه مجموعه های فازی[۱] برای مطالعه الگوهای مبتنی بر عدم قطعیت[۲] غیر آماری (مبهم بودن و نادقیق بودن) مناسب است. این نظریه توسط پروفسور زاده[۳] در سال ۱۹۶۵ معرفی شد تا عدم قطعیت غیر آماری را شرح دهد. مفهوم متغیرهای تصادفی فازی توسط پوری[۴] و رالسکو[۵] (۱۹۸۶) بعنوان راهی برای بحث در مورد عدم قطعیت به خاطر دو عامل تصادفی بودن برآمدهای آزمایش تصادفی و نادقیق بودن این برآمدها معرفی شد.

یکی از مسائل مهم استنباط آماری، آزمون فرض می باشد. مساله آزمون فرض بر اساس داده های فازی نخستین بار توسط تاناکا و همکاران در سال ۱۹۷۹ و در چارچوب نظریه تصمیم فازی مطرح شد. به طور خاص در مطالعات [۱و۲و۳] مساله آزمون فرض درباره میانگین یک متغیر تصادفی فازی بر اساس داده های فازی بررسی شد. بر پایه مفهوم متغیرهای تصادفی فازی و به کمک قضیه حد مرکزی، کورنر [۲] یک آزمون مجانبی برای میانگین یک متغیر تصادفی فازی ارائه داد. روش ارائه شده توسط کورنر از نظر تئوری کاربرد بسیار گسترده ای دارد اما از نظر کاربردی غیر ممکن می باشد، زیرا محاسبات بسیار پیچیده ای داشته و به پارامترهای مجهول جامعه وابسته است و بعلاوه حجم نمونه برای بدست آوردن نتایج مناسب، بزرگ می باشد. با این وجود در حالت کلاسیک راه های دیگری برای تقریب سازگار توزیع یک آماره وجود دارد که می توان آنها را به حالت فازی توسعه داد. یکی از آن روشها، روش بوت استراپ است که توسط افرون[۶] در سال ۱۹۷۹ معرفی شد. جیمنز-گمرو و همکاران [۳]، آزمون بوت استراپ را برای میانگین متغیرهای تصادفی فازی بررسی کردند.

در بخش دوم این مقاله، مفاهیم و تعاریف اولیه مورد نیاز آورده شده است. بخش بعد به بررسی آزمون فرض درباره میانگین متغیرهای تصادفی فازی می پردازد. در بخش چهارم یک مطالعه شبیه سازی انجام داده و نتایج بدست آمده در آخرین بخش مقاله آورده شده است.

۲. مفاهیم و تعاریف مقدماتی

تعریف ۱.۲ در نظریه مجموعه های فازی، عضویت اعضای یک مجموعه از طریق تابع عضویت[۷] تعیین می شود. فرض کنید X مجموعه مرجع باشد، آنگاه مجموعه فازی $\widetilde{A}$ از X را با تابع عضویتی که به صورت زیر تعریف می شود، بیان می کنند:

$$\widetilde{A} : X \to [0,1], \qquad (۱)$$

که در آن برای هر x از X، مقدار $\widetilde{A}(x)$ درجه عضویت x را در مجموعه فازی $\widetilde{A}$ نشان می دهد.

۱ Fuzzy Sets
۲ Uncertainty
۳ Zadeh
۴ Puri
۵ Ralescu
۶ Efron
۷ Membership Function

واژه های کلیدی بوت استراپ، متغیر تصادفی فازی، فاصله $D_{p,q}$، اعداد فازی LR.

تعریف ۲.۲ برای هر $0 \le \alpha \le 1$ مجموعه α-برش[۸]، A_α، از عناصری تشکیل می شود که درجه عضویت آنها در $\widetilde{\mathrm{A}}$ کمتر از α نباشد.

$$\mathrm{A}_\alpha = \{\mathrm{x} \in \mathrm{X} \mid \ \widetilde{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \ge \alpha\}. \quad (۲)$$

تعریف ۳.۲ مجموعه $\widetilde{\mathrm{A}}$ از $\Re$ را یک عدد فازی گویند هرگاه در شرایط زیر صدق کند:

۱. $\widetilde{\mathrm{A}}$ نرمال باشد. یعنی $\exists\, \mathrm{x}_0 \in \Re\,;\ \widetilde{\mathrm{A}}(\mathrm{x}_0) = 1$

۲. $\widetilde{\mathrm{A}}$ محدب باشد. یعنی برای هر $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \in \Re$ و هر $\lambda \in [0,1]$

$$\tilde{A}(\lambda\, \mathrm{x}_1 + (1-\lambda)\mathrm{x}_2) \ge \min(\ \tilde{A}\ (\mathrm{x}_1), \tilde{A}\ (\mathrm{x}_2)),$$

۳. $\widetilde{\mathrm{A}}$ نیمه پیوسته بالایی با تکیه گاه فشرده باشد.

بر اساس تعریف بالا مجموعه α-برش یک عدد فازی، فاصله ای بسته می باشد که به صورت $A_\alpha = [A_\alpha^-, A_\alpha^+]$ نشان داده می شود که در آن

$$A_\alpha^- = \inf\{x \in \Re\,;\ \tilde{A}(x) \ge \alpha\}\ ,\ \ A_\alpha^+ = sup\{\mathrm{x} \in \Re\,;\ \widetilde{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \ge \alpha\}. \quad (۳)$$

مجوعه همه اعداد فازی را با $F(\Re)$ نشان می دهند. بنابر اصل توسیع[۹] برای هر $\widetilde{\mathrm{A}}, \widetilde{\mathrm{B}} \in F(\Re)$ و هر $\lambda \in \Re$ می توان نوشت:

$$(\widetilde{\mathrm{A}} \oplus \widetilde{\mathrm{B}})_\alpha = \mathrm{A}_\alpha + \mathrm{B}_\alpha = \{\mathrm{a} + \mathrm{b} | \mathrm{a} \in \mathrm{A}_\alpha, \mathrm{b} \in \mathrm{B}_\alpha\}, \quad (۴)$$

$$(\lambda \odot \widetilde{\mathrm{A}})_\alpha = \lambda\,.\,\mathrm{A}_\alpha = \{\lambda\, \mathrm{a} + \mathrm{b} | \mathrm{a} \in \mathrm{A}_\alpha\}. \quad (۵)$$

تعریف ۴.۲ فاصله $\mathrm{D}_{\mathrm{p,q}}$ بین دو عدد فازی $\widetilde{\mathrm{A}}$ و $\widetilde{\mathrm{B}}$ با پارامترهای $1 \le p \le \infty$ و $0 \le q \le 1$، تابعی نامنفی روی $F(\Re) \times F(\Re)$ بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{D}_{\mathrm{p,q}}(\widetilde{\mathrm{A}}, \widetilde{\mathrm{B}}) = \begin{cases} [(1-\mathrm{q}) \int_0^1 |A_\alpha^- - B_\alpha^-|^{\mathrm{p}}\, \mathrm{d}\alpha + \mathrm{q} \int_0^1 |A_\alpha^+ - B_\alpha^+|^{\mathrm{p}} \mathrm{d}\alpha]^{1/\mathrm{p}} & \mathrm{p} < \infty \\ (1-\mathrm{q})\ \sup_{0<\alpha\le 1}(|A_\alpha^- - B_\alpha^-|) + \mathrm{q}\ \inf_{0<\alpha\le 1}(|A_\alpha^+ - B_\alpha^+|) & \mathrm{p} = \infty. \end{cases} \quad (۶)$$

تعریف ۵.۲ نگاشت $\widetilde{\mathrm{X}} : \Omega \to F(\Re)$ را یک متغیر تصادفی فازی گویند اگر و تنها اگر

$$\{(\omega, \mathrm{x}) : \mathrm{x} \in X_\alpha(\omega)\} \in \mathcal{A} \times \mathcal{B},$$

که در آن $\mathcal{B}$، σ-فیلد مجموعه بورل $\Re$ است.

تعریف ۶.۲ اگر $\widetilde{\mathrm{X}}$ یک متغیر تصادفی فازی باشد، مقدار مورد انتظار $\widetilde{\mathrm{X}}$ یک زیر مجموعه فازی یکتا از $\Re$ است که (در صورت وجود) با $\widetilde{\mathrm{E}}(\widetilde{\mathrm{X}})$ نشان می دهند، به طوری که برای هر $\alpha \in [0,1]$ می توان نوشت:

$$(E(\widetilde{\mathrm{X}}))_\alpha = E(X_\alpha) = [E(X_\alpha^-), E(X_\alpha^+)]. \quad (۷)$$

تعریف ۷.۲ اگر $E\left(sup_{\mathrm{x} \in \chi_0} |\mathrm{x}|^2\right) < \infty$ باشد، آنگاه واریانس $\widetilde{\mathrm{X}}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{DVar}(\widetilde{\mathrm{X}}) = \mathrm{E}(\left[\mathrm{D}_{2,\mathrm{q}}\left(\widetilde{\mathrm{X}}, \widetilde{\mathrm{E}}(\widetilde{\mathrm{X}})\right)\right]^2), \quad (۸)$$

که در آن χ_0 بستار مجموعه α-برش می باشد.

۳. آزمون فرض برای میانگین متغیر تصادفی فازی

فرض کنید $\widetilde{\mathrm{X}}$ یک متغیر تصادفی فازی باشد بطوری که $E\left(sup_{\mathrm{x} \in \chi_0} |\mathrm{x}|\right) < \infty$ (انتگرال پذیر و کراندار) و $\widetilde{\mathrm{X}}_1, \dots, \widetilde{\mathrm{X}}_n$ نمونه تصادفی از $\widetilde{\mathrm{X}}$ باشد، در این صورت میانگین فازی نمونه به صورت $\widetilde{\overline{\mathrm{X}}}_\mathrm{n} = \frac{\widetilde{\mathrm{X}}_1 \oplus \dots \oplus \widetilde{\mathrm{X}}_n}{\mathrm{n}}$ محاسبه می شود.

قضیه ۱.۳ میانگین نمونه، $\widetilde{\overline{\mathrm{X}}}_\mathrm{n}$، برآوردگر ناریب و سازگار $\widetilde{\mathrm{E}}(\widetilde{\mathrm{X}})$ است [۲].

تعریف ۸.۳ عملگر کواریانس C_X از X به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{f}(\mathrm{C}_\mathrm{X} g) = \mathrm{E}\{\mathrm{f}(X_\alpha - E(X_\alpha)) g(X_\alpha - E(X_\alpha))\}\ ,\ \ f, g\ \in L_2^*(\mathrm{S}^{\mathrm{d}-1} \times (0,1]), \quad (۹)$$

که در آن $\mathrm{S}^{\mathrm{d}-1} = \{\mathrm{u} \in \Re^{\mathrm{d}} \mid \ \|\mathrm{u}\| = 1\}$.

تعریف ۹.۳ فاصله عدد فازی $\widetilde{\mathrm{A}}$ با عدد غیر فازی $\{0\}$ به صورت زیر می باشد:

$$\|\mathrm{A}\|_2 := \mathrm{D}_{2,\frac{1}{2}}(\widetilde{\mathrm{A}}, \{0\}). \quad (۱۰)$$

قضیه ۲.۳ فرض کنید $\widetilde{\mathrm{X}}_1, \dots, \widetilde{\mathrm{X}}_n$ یک نمونه تصادفی فازی با $E(\|\mathrm{X}_1\|_2^2) < \infty$ باشد، آنگاه:

---

[۸] α -level Set

[۹] Extension Principle

$$n\, D^2_{2,\frac{1}{2}}\left(\widetilde{\bar{X}}_n\,,\widetilde{E}(\widetilde{X}_1)\right) \xrightarrow{l} \sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k\,\xi_k^2, \qquad (11)$$

که در آن ξ_k^2 متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع کای دو با یک درجه آزادی روی $\Re$ هستند [۱].
متغیر تصادفی $Y=\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k\,\xi_k^2$ را یک متغیر با توزیع ω^2 گویند. این توزیع تنها برای حالات خاصی شناخته شده است.
حال با استفاده از قضیه قبل می توان یک آزمون مجانبی برای فرض صفر $H_0:\ \widetilde{E}(\widetilde{X}_1)=\tilde{\mu}_0$ در برابر فرض $H_1:\ \widetilde{E}(\widetilde{X}_1)\neq\tilde{\mu}_0$ انجام داد. این فرض ها بر حسب فاصله $D_{p,q}$ به صورت زیر بیان می شوند:

$$H_0:\ D^2_{2,\frac{1}{2}}\big(\widetilde{E}(\widetilde{X}_1),\tilde{\mu}_0\big)=0\quad,\ H_1:\ D^2_{2,\frac{1}{2}}\big(\widetilde{E}(\widetilde{X}_1),\tilde{\mu}_0\big)>0.$$

بنابراین فرض صفر رد می شود هرگاه: $T_n=n\,D^2_{2,\frac{1}{2}}\big(\widetilde{\bar{X}}_n,\tilde{\mu}_0\big)>t_{1-\alpha}$ که در آن $t_{1-\alpha}$ چندک $1-\alpha$ ام توزیع ω^2 می باشد.
یا به طور معادل فرض صفر رد می شود هرگاه: $p_{asymp}\le\alpha$ که در آن $p_{asymp}=P(Y\ge t_{obs})$ و t_{obs} مقدار مشاهده شده T_n می باشد.
نکته: از آنجایی که در اغلب مواقع عملگر کواریانس C_X نامعلوم و به پارامترهای مجهول جامعه وابسته است و توزیع ω^2 فقط برای دنباله های خاصی از مقادیر ویژه شناخته شده است، لذا محاسبه $t_{1-\alpha}$ یا (p_{asymp}) کار ساده ای نمی باشد. بنابراین کلاس اعداد فازی LR را در نظر می گیریم.

تعریف ۱۰.۳ اعداد فازی LR تابع عضویتی به فرم زیر دارند:

$$\widetilde{A}(x)=\begin{cases}L\left(\frac{m-x}{l}\right) & x<m\\ 1 & x=m\\ R\left(\frac{x-m}{r}\right) & x>m,\end{cases} \qquad (12)$$

که در آن L,R توابعی غیر صعودی از $\Re^+$ به [0,1] با L(0)=R(0)=1 می باشند. این اعداد را با نماد $\widetilde{A}=(m,l,r)_{LR}$ نشان می دهیم.
فاصله $D_{p,q}$ بین دو عدد فازی LR $\widetilde{A}=(m_A,l_A,r_A)_{LR}$ و $\widetilde{B}=(m_B,l_B,r_B)_{LR}$ به صورت زیر می باشد:

$$D^2_{2,\frac{1}{2}}(\widetilde{A},\widetilde{B})=(m_A-m_B)^2+L_2(l_A-l_B)^2+R_2(r_A-r_B)^2$$
$$+2(m_A-m_B)\big(R_1(r_A-r_B)-L_1(l_A-l_B)\big),$$

که در آن

$$L^{(-1)}(\alpha)=sup\{x\in\Re\ ;\ L(x)\ge\alpha\}\ ,\ \ R^{(-1)}(\alpha)=sup\{x\in\Re\ ;\ R(x)\ge\alpha\},$$
$$L_1=\frac{1}{2}\int_0^1 L^{(-1)}(\alpha)\ d\alpha\quad,\quad L_2=\frac{1}{2}\int_0^1 (L^{(-1)}(\alpha))^2\ d\alpha.$$

R_1 و R_2 هم به طور مشابه تعریف می شوند.
فرض کنید m, l, r سه متغیر تصادفی حقیقی مقدار با $P(l\ge0)=P(r\ge0)=1$ باشند، یک عدد تصادفی فازی LR به صورت $\widetilde{X}=(m,l,r)_{LR}$ تعریف می شود. برای آنکه $E(\|X\|_2^2)<\infty$ ، باید $E(r^2),E(l^2),E(m^2)<\infty$ و $L_2,R_2<\infty$ باشند.
قضیه ۳.۳ فرض کنید $\widetilde{X}=(m,l,r)_{LR}$ یک عدد تصادفی فازی LR با $E(\|X\|_2^2)<\infty$ باشد. آنگاه مقادیر ویژه عملگر کواریانس C_X با مقادیر ویژه ماتریس زیر برابر است [۲].

$$K_X=\begin{pmatrix}C_{mm}-L_1C_{lm}+R_1C_{rm} & L_2C_{lm}-L_1C_{mm} & R_1C_{mm}+R_2C_{rm}\\ C_{lm}-L_1C_{ll}+R_1C_{rl} & L_2C_{ll}-L_1C_{lm} & R_1C_{lm}+R_2C_{rl}\\ C_{rm}-L_1C_{rl}+R_1C_{rr} & L_2C_{rl}-L_1C_{rm} & R_1C_{rm}+R_2C_{rr}\end{pmatrix}, \qquad (13)$$

که در آن برای هر $C_{zy}=E(z-Ez)(y-Ey)\ ,\ z,y\in\{m,l,r\}$.
برای محاسبه $t_{1-\alpha}$ یا p-مقدار مجانبی باید مراحل زیر طی شود:

۱) ماتریس K_X را از داده ها برآورد می کنیم ($\widehat{K}_X$).
۲) توزیع Y را با $\widehat{Y}=\sum_{k=1}^{3}\hat{\lambda}_k\,\xi_k^2$ تقریب می زنیم که $\hat{\lambda}_3\,,\hat{\lambda}_2\,,\hat{\lambda}_1$ مقادیر ویژه $\widehat{K}_X$ می باشند.
۳) توزیع $\widehat{Y}$ را با روش های زیر تقریب می زنیم [۴]:
a) $\hat{\lambda}\,\chi_r^2$ که در آن $r=rank(\widehat{K}_X)$ و $\hat{\lambda}=\frac{\sum_{k=1}^{3}\hat{\lambda}_k}{r}$ و χ_r^2 متغیر تصادفی کای دو با r درجه آزادی است.
b) $\hat{\lambda}_{(1)}\,\chi_r^2$ که در آن $\hat{\lambda}_{(1)}\ge\hat{\lambda}_{(2)}\ge\hat{\lambda}_{(3)}$ و r مثل قبل می باشد.

(c $\hat{\lambda}\,(1+\theta^2)\,\chi^2_{\nu}$ که در آن r و $\hat{\lambda}$ مثل قبل بوده و $\theta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{3}(\hat{\lambda}_{(i)}-\hat{\lambda})^2}{r\,\hat{\lambda}}$ و $\nu = \frac{r}{1+\theta^2}$.

۱.۳ آزمون بوت استراپ فازی

فرض کنید که $\widetilde{X}_1, \dots, \widetilde{X}_n$ متغیرهای تصادفی فازی $i.i.d$ باشند. برای $\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \dots, \widetilde{X}_n$ داده شده، فرض کنید $\underline{\widetilde{X}}^* = (\widetilde{X}_1^*, \dots, \widetilde{X}_n^*)$ یک نمونه بوت استراپ از آن باشد. یعنی $\widetilde{X}_1^*, \dots, \widetilde{X}_n^*$ متغیرهای تصادفی فازی $i.i.d$ هستند به طوری که $P_*(\widetilde{X}_1^* = \widetilde{X}_j) = \frac{1}{n}\ ,\ j = 1,2,..,n$

که در آن P_* نشان دهنده احتمال بوت استراپ است. یعنی احتمال شرطی وقتی که نمونه $\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \dots, \widetilde{X}_n$ داده شده است.

فرض کنید $T_n^* = n\, D^2_{2,\frac{1}{2}}(\widetilde{\overline{X}}_n^*, \widetilde{\overline{X}}_n)$ و $\widetilde{\overline{X}}_n^* = \frac{\widetilde{X}_1^* \oplus \dots \oplus \widetilde{X}_n^*}{n}$. توزیع شرطی T_n^* وقتی $\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \dots, \widetilde{X}_n$ داده شده باشد را توزیع صفر بوت استراپ T_n می نامند.

فرض صفر را رد می کنیم هرگاه $T_n > t^*_{1-\alpha}$ که در آن $t^*_{1-\alpha}$ چندک $1-\alpha$ ام توزیع صفر بوت استراپ T_n می باشد. یا به طور معادل فرض صفر رد می شود هرگاه $p_{boot} \le \alpha$ که در آن $p_{boot} = P_*(T_n^* \ge t_{obs})$ را p-مقدار بوت استراپ گویند. در حالت کلی مقادیر $t^*_{1-\alpha}$ و p_{boot} نامعلومند اما می توان با شبیه سازی[۱۰] آنها را تقریب زد.

۴. شبیه سازی

برای مقایسه روشهای مطرح شده، یک آزمایش شبیه سازی انجام شد. در این آزمایش، اعداد فازی تصادفی LR بررسی شده و فرض شد که $L(x)=R(x)=\max(0,1-x)$ و m, l, r اعدادی تصادفی و مستقل از هم باشند به طوری که $m \sim N(0,1)$ و $l, r \sim U(0,1)$. سپس ۱۰۰۰۰ نمونه تصادفی به حجم n تولید کرده و هر بار مقدار مشاهده شده T_n را برای فرض صفر $H_0 : \widetilde{E} = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})_{LR}$ محاسبه می کنیم. برای آزمون بوت استراپ نیز ۱۰۰۰ بار نمونه گیری را تکرار می کنیم. p-مقدارها را همان طور که در آخر بخش ۳ گفته شد تقریب زده و فراوانی نسبی p-مقدارهایی که کمتر یا مساوی α هستند را به عنوان اندازه شبیه سازی شده در نظر می گیریم. میانگین و واریانس p-مقدارها را نیز محاسبه می کنیم. نتایج بدست آمده از شبیه سازی در جدول زیر آمده است:

جدول۱. مقادیر اندازه شبیه سازی شده و میانگین و واریانس p-مقدارها برای $n=۵, ۱۰, ۲۰$

n	روش				mean	Var
۵	مجانبی دقیق	۰.۰۴۶۷	۰.۰۰۸	۰.۰۹۵۲	۰.۴۹۷۶	۰.۰۸۱۱۸
	بوت استراپ	۰.۰۴۴	۰.۰۰۶۴	۰.۰۸۸۴	۰.۵۰۴۹	۰.۰۷۲۴۴
	مجانبی a	۰.۰۶۱۴	۰.۰۱۱۹	۰.۱۱۷۶	۰.۵۵۱۸	۰.۱۰۷۸۲
	مجانبیb	۰.۰۰۱۱	۰	۰.۰۰۵۷	۰.۷۵۱۹	۰.۰۵۹۲۵
	مجانبی c	۰.۰۵۰۵	۰.۰۰۴۵	۰.۱۲۰۶	۰.۵۰۶۵	۰.۰۹۷۴۸
۱۰	مجانبی دقیق	۰.۰۴۸۷	۰.۰۱۱۱	۰.۰۹۹۴	۰.۴۹۲۷	۰.۰۷۹۸۸
	بوت استراپ	۰.۰۵۵۳	۰.۰۲۳۶	۰.۱۰۴۶	۰.۴۸۱۳	۰.۰۹۴۲
	مجانبی a	۰.۰۸۲۵	۰.۰۲۵۸	۰.۱۳۳۷	۰.۵۸۱۹	۰.۱۱۵۴
	مجانبیb	۰.۰۰۲۶	۰.۰۰۰۱	۰.۰۱	۰.۷۸۹۲	۰.۰۵۶۹۱
	مجانبی c	۰.۰۵۶۵	۰.۰۰۸۴	۰.۱۱۰۷	۰.۵۳۷۳	۰.۱۰۱۹
۲۰	مجانبی دقیق	۰.۰۴۳۹	۰.۰۰۷۳	۰.۰۹۲۴	۰.۵۰۳۸	۰.۰۷۹۳۲
	بوت استراپ	۰.۰۶۴۵	۰.۰۱۹۶	۰.۱۱۵	۰.۴۸۹۶	۰.۰۸۷۷۴
	مجانبی a	۰.۰۹۱۴	۰.۰۳۵۵	۰.۱۳۴۸	۰.۵۹۰۸	۰.۱۱۹۷۹
	مجانبی b	۰.۰۰۲۹	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۸۷	۰.۸۰۳۸	۰.۰۵۴۶
	مجانبی c	۰.۰۶۰۹	۰.۰۱۴۲	۰.۱۱۶۷	۰.۵۴۶۷	۰.۱۰۰۷۸

[۱۰] Simulation

۵. نتیجه گیری

در بخش ۲ نشان دادیم که فرض صفر برای مقادیر بزرگ فاصله بین میانگین نمونه و میانگین مفروض در فرض صفر رد می شود. برای بدست آوردن مقدار بحرانی آزمون باید توزیع صفر آماره را تقریب بزنیم اما برخی مشکلات عملی در ارتباط با تقریب مجانبی در قضیه ۲.۳ وجود دارد. نتایج بدست آمده از شبیه سازی نشان می دهد که روش بوت استراپ بهتر از سایر روشهای تقریبی عمل می کند و از نظر کاربردی بسیار ساده می باشد.

مراجع

[1] Colubi, A. (2007). *Statistical inference about the means of fuzzy random variables: Applications to the analysis of fuzzy-and real-valued data*, Fuzzy Sets and Systems, doi:1016/j.fss.2007.12.019.

[2] Corner, R. (2000). *An asymptotic α-tests for the expectation of random fuzzy variables*, J. Statist. Plann. Inference **83**, 331-346.

[3] Jimenez-Gamero, M. D., Pino-Mejias, R. and Rojas-Medar, M. A. (2004*). A bootstrap test for the expectation of fuzzy random variables*, Comput. Statist. Data Anal.

[4] Rao, J. N. K. and Scott, A. J. (1981). *The analysis of categorical data from complex sample surveys: chi-squared tests for goodness of fit and independence in two-way tables*, J. Amer. Statist. Assoc. **76**, 221-230.

بهرام صادقپور، استادیار گروه آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران

آدرس پست الکترونیکی: **sadeghpour@umz.ac.ir**

صدیقه رحیم پور*، دانشجوی دوره کارشناسی ارشد آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران

آدرس پست الکترونیکی: **rahimpour.s@gmail.com**

* سخنران

روش‌های استدلال فازی در بهینه سازی فازی

اسفندیار اسلامی، مهین اسماعیلی

چکیده. دراین مقاله مروری بر مسائل برنامه ریزی خطی **(FLP)** با ضرایب فازی و وروابط نامساوی فازی با نمونه‌هایی از استدلال فازی چندتایی **(MFP)** و روشی برای حل این مسائل می‌پردازیم. نشان می‌دهیم مسائل معمولی برنامه‌ریزی خطی **(LP)** را نیز با این روش می‌توان حل نمود. در ادامه با استفاده از روابط مختلف فازی برای حل یک مسئله **FLP** نمونه‌های آورده و نتایج را با هم مقایسه می‌کنیم.

۱. مقدمه

راه‌های مختلفی برای حل مسائل برنامه‌ریزی فازی وجود دارد **[1,2,5,6]**. افراد زیادی از جمله **J.Zimmermann**و **R.Fuller** روش‌های گوناگونی برای بدست‌آوردن جواب بهینه این مسئله‌ها معرفی کرده‌اند. مسائل برنامه‌ریزی خطی فازی بصورت‌های مختلفی بیان می‌شوند. مسائل برنامه ریزی خطی فازی در سال ۱۹۹۳ توسط **Fuller** و**Zimmermann** بصورت زیر تعریف شدند**[4]** :
آنها مسائل **FLP** را با ضرایب فازی و روابط فازی با طرح‌های استدلالی فازی چندتایی بطوریکه بخش رابطه‌های این طرح‌ها متناظر با محدودیت‌های مسئله **FLP** و مشاهده آن بعنوان تابع هدف مسئله در نظر گرفته می‌شد بیان کردند. فرآیند حل این مسئله شامل دو مرحله می‌باشد:
ابتدا به ازای هر متغیر تصمیم $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ مقدار فازی تابع هدف، $\mathbf{MAX}(\boldsymbol{x})$ را با استفاده از حلقه **sup-min**، رابطه‌ها (محدودیت‌ها) و مشاهده (تابع هدف) مشخص می‌کنند. آنگاه جواب بهینه مسئله **FLP** نقطه‌ای است که به ازای آن مجموعه $\{\mathbf{MAX}(\boldsymbol{x})|\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}\}$ ماکزیمم شود. معمولاً مسائل **FLP** بفرم زیر در نظرگرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} &max \;\; \tilde{c}_1x_1 + \cdots + \tilde{c}_nx_n \\ &s.t \;\; \tilde{a}_{i1}x_1 + \cdots + \tilde{a}_{in}x_n \precsim \tilde{b}_i \quad i = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{1}$$

بطوریکه $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ بردار متغیرهای تصمیم، $\tilde{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{ij}}$، $\tilde{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{i}}$ و $\tilde{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{j}}$ کمیت‌های فازی هستند. جمع وضرب یک عدد حقیقی با کمیت‌های فازی با استفاده از اصل توسیع **زاده** انجام می‌شود**[3]**. رابطه‌ی نامساوی، $\precsim$ ، داده شده برای محدودیت‌ها یک رابطه‌ی فازی مشخص است. و برای مقایسه کمیت‌های فازی تابع هدف که به ازای هر متغیر تصمیم $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ بدست می‌آیند از رابطه‌ی معمولی $\leq$ استفاده می‌شود. درمسئله **FLP** جواب بهین $\boldsymbol{x}^* \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ را طوری پیدا می‌کنیم که روابط زیر برقرار باشند.

$$\tilde{c}_1x_1 + \cdots + \tilde{c}_nx_n \leq \tilde{c}_1{x^*}_1 + \cdots + c_n{x^*}_n$$
$$\tilde{a}_{i1}{x^*}_1 + \cdots + \tilde{a}_{in}{x^*}_n \precsim \tilde{b}_i \;, i = 1, \ldots, m$$

در ادامه $\bar{\boldsymbol{a}}$ با تابع مشخصه عدد $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ نمایش داده می‌شود یعنی

$$\bar{a}(\mathrm{t}) = \begin{cases} 1 & if \; t = a \\ 0 & o.w \end{cases}$$

فرض کنید $\boldsymbol{X}$ یک مجموعه‌ی ناتهی باشد. مجموعه‌ی تهی فازی را با $\emptyset_{\mathbf{X}}$ نشان می‌دهند و بصورت $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X},\ \emptyset_{\mathbf{X}}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}$ تعریف می‌شود. رابطه‌ی دوتای $\mathbf{W}$ روی $\mathbf{X}$ یک زیر مجموعه فازی از حاصلضرب دکارتی $\mathbf{X} \times \mathbf{X}$ است وتابع عضویت آن بصورت $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{W}}$ نمایش می‌دهیم. اگر $\forall \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in \mathbf{X},\ \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{W}}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \in \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ آنگاه $\mathbf{W}$ یک رابطه‌ی معمولی روی $\mathbf{X}$است. در بخش دوم این مقاله به معرفی چند رابطه‌ی فازی و معمولی روی مجموعه اعداد فازی **[3]** می‌پردازیم وسپس روش حل را برای چند نوع مختلف از مسائل برنامه ریزی خطی بیان می‌کنیم. دربخش سوم روش بیان شده را برای مسئله برنامه ریزی خطی **LP** توضیح خواهیم داد. در بخش پنجم مثالی از یک مسئله **FLP** با استفاده از روابط متفاوت بیان می‌کنیم و به مقایسه آنها می‌پردازیم. و در بخش چهارم به نتیجه گیری خواهیم پرداخت.

۲. معرفی چند رابطه فازی ومعمولی

دراین جا سعی می شود تعدادی از روابط فازی ومعمولی را معرفی‌کرده و با استفاده از آن‌ها جواب بهینه یک مسئله **FLP** را بدست آوریم. قسمت عمده کار بررسی روابط فازی ومعمولی بر روی اینگونه مسائل است. فرض کنید $\precsim$ یک رابطه معمولی روی $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ (مجموعه اعداد فازی) باشد آنگاه برای هر عدد فازی $\tilde{\boldsymbol{a}}, \tilde{\boldsymbol{b}}$ رابطه‌ی معمولی زیر روی اعداد حقیقی تعریف می‌شود :

واژه های کلیدی: منطق فازی، عملگر استلزام فازی، استدلال فازی در بهینه سازی فازی

$$(\tilde{a} \le \tilde{b})(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } u = v, and\ \tilde{a}\ and\ \tilde{b}\ in\ relation \le, \\ 0 & o.w \end{cases}$$

واضح است $(\widetilde{\boldsymbol{a}} \le \widetilde{\boldsymbol{b}}) = \emptyset$ اگروتنها اگر $\widetilde{\boldsymbol{a}}, \widetilde{\boldsymbol{b}}$ رابطه $\le$ باهم نداشته باشند. اگر رابطه نامساوی $\le$ بصورت عملگر استلزام فازی $\boldsymbol{I}$ در نظر گرفته‌شود آنگاه برای هر دوتایی $\widetilde{\boldsymbol{a}}, \widetilde{\boldsymbol{b}} \in \boldsymbol{\mathcal{F}}$ یک رابطه‌ی دوتایی فازی روی $\mathbb{R}$ تعریف می‌شود:

$$(\tilde{a} \le \tilde{b})(u,v) = I\left(\tilde{a}(u), \tilde{b}(v)\right)$$

بطور مثال اگررابطه‌ی $\le$ بصورت عملگر استلزام **Gödel** باشد آنگاه داریم:

$$(\tilde{a} \le \tilde{b})(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } \tilde{a}(u) \le \tilde{b}(v) \\ \tilde{b}(v) & o.w \end{cases} \quad (2)$$

اگر رابطه‌ی نامساوی $\le$ روی $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ یک رابطه معمولی نباشد از نماد $\precsim$ استفاده می کنیم. چند نمونه از روابط نامساوی معمولی $\le$ روی $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ را درنظرمی‌گیریم:

$$\tilde{a} \le \tilde{b} \iff \widetilde{\max}\{\tilde{a}, \tilde{b}\} = \tilde{b} \quad (۳)$$

بطوریکه تابع max با توجه به رابطه ی زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{a} \le \tilde{b} \iff \tilde{a} \subseteq \tilde{b} \quad (۴)$$

و $\widetilde{\boldsymbol{a}} \subseteq \widetilde{\boldsymbol{b}}$ اگر $\widetilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{u}) \le \widetilde{\boldsymbol{b}}(\boldsymbol{u})$ به ازای هر $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$

$$\tilde{a} \le \tilde{b} \iff \text{peak}(\tilde{a}) \le \text{peak}(\tilde{b}) \quad (۵)$$

$\tilde{a}, \tilde{b}$ اعداد فازی هستند.

$$\bar{a} \le \bar{b} \iff a \le b \quad (۶)$$

که در آن $\overline{\boldsymbol{a}}, \overline{\boldsymbol{b}}$ اعداد فازی تنها هستند

$$(\tilde{a} \precsim \tilde{b})(u,v) = \begin{cases} \text{Pos}[\tilde{a} \le \tilde{b}] & if\ u = v \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (۷)$$

در واقع برای ترکیب قوانین باید ازچندین رابطه معمولی وفازی استفاده کرد. بنابراین می‌توان با استفاده از رابطه‌های مختلف به نتیجه گیری‌های متفاوتی دست یافت. روابط ومشاهده‌ی زیر را در نظر بگیرید**[3]**:

Fact X has propert
Relation 1: X and Y are in relation
...
Relation m: X and Y are in relation W_m

Fact X has property P

که درآن $\boldsymbol{X}$ و $\boldsymbol{Y}$ متغیرهای زبانی هستند که بترتیب بفرم زیرمجموعه‌های فازی ازمجموعه‌های کلاسیک $\boldsymbol{U}$ و $\boldsymbol{V}$ می‌باشند. همچنین $\boldsymbol{P}$ و $\mathbf{Q}$ کمیت‌های فازی روی مجموعه‌های $\boldsymbol{U}$ و $\boldsymbol{V}$ هستند. هر $\boldsymbol{W_i}$ یک رابطه‌ی دوتایی فازی روی $\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{V}$ برای $\boldsymbol{i} = \mathbf{1}, \dots, \boldsymbol{m}$ است. بنابراین نتیجه‌ی $\mathbf{Q}$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{Q} = P \circ \bigcap_{i=1}^{m} W_i$$

$$\mu_Q(v) = \sup_{u \in U} \min\left\{\mu_P(u), \mu_{W_1}(u,v), \dots, \mu_{W_m}(u,v)\right\}$$

بنابراین مسئله برنامه ریزی خطی فازی **(1)** می تواند بصورت زیر بیان شود:

(8)

Antecedent 1	$\mathrm{Constraint}_1(x) \coloneqq \tilde{a}_{11}x_1 + \cdots + \tilde{a}_{1n}x_n$
...	
Antecedent m	$\mathrm{Constraint}_m(x) \coloneqq \tilde{a}_{m1}x_1 + \cdots + \tilde{a}_{mn}x_n \precsim \tilde{b}_m$
Fact	$\mathrm{Goal}(x) \coloneqq \tilde{c}_1x_1 + \cdots + \tilde{c}_nx_n$
Consequense	MAX(x)

بطوریکه $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ و مقدار تابع هدف برای متغیر $\boldsymbol{x}$ یک کمیت فازی بفرم زیر است:

$$\mathrm{MAX}(x) = \mathrm{Goal}(x) \circ \bigcap_{i=1}^{m} \mathrm{Constraint}_i\,(x)$$

به این معنی که

(9)

$$\mu_{MAX(x)}(v) = \sup_{u \in U} \min\left\{\mu_{\mathrm{Goal}(x)}(u), \mu_{\mathrm{Constraint}_1}(u,v), \dots \mu_{\mathrm{Constraint}_m}(u,v)\right\}$$

آنگاه مقدار بهینه تابع هدف مسئله **(1)** با $\boldsymbol{M}$ نشان داده می شود و داریم:

$$M \coloneqq \sup\{\mathrm{MAX}(x) | x \in \mathbb{R}^n\} \tag{10}$$

عمل **sup** روی کمیت های فازی $\boldsymbol{MAX(x)}$ که به ازای هر $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ بدست می‌آید، با استفاده از روابط نامساوی معمولی انجام می-شود. این روابط می‌توانند بصورت مناسب انتخاب می‌شوند. و سرانجام جواب بهینه مسئله **(1)** $\boldsymbol{x}^* \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ برابر است با:

$$\mathrm{MAX}(x^*) = M$$

مجموعه جواب‌های مسئله‌ی **(1)** ناتهی است اگروتنها اگرمجموعه $\{\boldsymbol{\mathrm{MAX}(x)} | \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}\}$ ناتهی شود. در یک مسئله برنامه ریزی خطی مقدار تابع هدف را به ازای نقاط شدنی مانند $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ محاسبه می‌کنیم و مقدار ماکزیمم تابع هدف را به ازای این نقاط بدست می‌آوریم اما در مسئله برنامه ریزی خطی فازی کل فضای متغیر تصمیم در نظر گرفته می‌شود چون که هر عنصر $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ با یک درجه ای (فازی) شدنی است ($\boldsymbol{i = 1, \dots, m}$ ، $\boldsymbol{\mathrm{Constraint}_i}$ بصورت روابط فازی داده شده‌اند).

۳. رابطه‌ها در برنامه‌ریزی خطی LP

دراین بخش فرآیند حل مسئله کلاسیک **LP** با توجه به روابط و روش بیان شده مورد بررسی قرار گرفته است. یک مسئله کلاسیک بصورت زیر درنظر گرفته شده است:

$$\max\langle c, x\rangle \;\; ; \text{subject to } Ax \le b\,, x \in \mathbb{R}^n \tag{11}$$

فرض‌کنید $\boldsymbol{X}^*$ مجموعه جواب‌های مسئله مفروض باشد. اگر $\boldsymbol{X}^* \neq \emptyset$ آنگاه مقدار بهینه تابع هدف مسئله‌ی **(11)** بصورت $\boldsymbol{v}^* = \langle \boldsymbol{c}, \boldsymbol{x}^* \rangle$ نشان داده می‌شود. عنصر $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ را شدنی گویند اگر در نامساوی $\boldsymbol{Ax \le b}$ صدق کند. در حالت کلی می‌توان مسئله برنامه ریزی خطی **(11)** را بصورت یک مسئله **FLP** با اعداد فازی تک عنصری و روابط نامساوی کلاسیک **(6)** بفرم زیر نمایش داد:

$$\text{Maximize} \quad \text{Goal}(x) \coloneqq \bar{c}_1 x_1 + \cdots + \bar{c}_n x_n \tag{12}$$

$$\text{subject to} \quad \text{Constraint}_1(x) \coloneqq \bar{a}_{11} x_1 + \cdots + \bar{a}_{1n} x_n \leq \bar{b}_1$$

$$\text{Constraint}_m(x) \coloneqq \bar{a}_{m1} x_1 + \cdots + \bar{a}_{mn} x_n \leq \bar{b}_m$$

که در آن $\bar{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{j}}$، $\bar{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{i}}$، $\bar{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{ij}}$ بترتیب بوسیله توابع مشخصه‌ی ضرایب $\boldsymbol{c_j}$، $\boldsymbol{b_i}$، $\boldsymbol{a_{ij}}$ و رابطه‌ی نامساوی $\lesssim$ مشخص می‌شوند. بنابراین

$$\bar{a}_{i1} x_1 + \cdots + \bar{a}_{in} x_n \leq \bar{b}_1 \iff a_{i1} x_1 + \cdots + a_{in} x_n \leq b_1$$

$$\left(\bar{a}_{i1} x_1 + \cdots + \bar{a}_{in} x_n \leq \bar{b}_1\right)(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } u = v, \langle a_i, x \rangle \leq b_i \\ 0 & o.w \end{cases} \tag{13}$$

از رابطه‌ی **(9)** نتیجه می‌شود:

$$\mu_{MAX(x)}(v) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = \langle c, x \rangle, Ax \leq b \\ 0 & o.w \end{cases}$$

و

$$MAX(x) = \begin{cases} \overline{\langle c, x \rangle} & \text{if } x \text{ is feasible} \\ 0 & o.w \end{cases}$$

در نتیجه اگر $\boldsymbol{x'}$ و $\boldsymbol{x}$ شدنی باشند آنگاه

$$MAX(x) \leq MAX(x') \iff \langle c, x \rangle \leq \langle c, x' \rangle$$

$\boldsymbol{M}$ و اگر $\boldsymbol{x'}$ شدنی اما $\boldsymbol{x''}$ نشدنی باشد آنگاه

$$MAX(x') \leq MAX(x'')$$

چون که $\boldsymbol{MAX(x'')}$ تهی است. با توجه به رابطه‌ی **(9)** داریم $\boldsymbol{M = \overline{v^*}}$ و $\boldsymbol{x^*}$ در معادله $\boldsymbol{MAX(x^*) = M}$ صدق‌می‌کند اگر و تنها اگر $\boldsymbol{v^* = \langle c, x^* \rangle}$ یعنی اینکه $\boldsymbol{x^* \in X^*}$ به این معنی که مجموعه جواب‌های مسئله‌ی **LP** (۱۱) و مسئله‌ی **FLP (12)** با هم برابر هستند جواب بهینه مسئله‌ی **FLP** تابع مشخصه مقدار بهینه مسئله برنامه ریزی خطی LP است.

1.3 مسئله‌ی FLP با تابع هدف معمولی و ضرایب محدودیت‌ها فازی

این مسئله‌ها با توجه به رابطه‌ی نامساوی معمولی در محدودیت‌ها و تابع هدف معمولی **(5)**، **(6)** و**(7)** بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$max \quad c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n \tag{14}$$
$$s.t \quad \tilde{a}_{i1} x_1 + \cdots + \tilde{a}_{in} x_n \leq \tilde{b}_i \quad i = 1, \ldots, m$$

براحتی دیده می‌شود مسئله‌ی **(14)** برابر است با یک مسئله معمولی **MP**

$$\max \langle c, x \rangle \ ; \text{subject to } x \in X$$

و

$$X = \cap_{i=1}^{m} X_i = \cap_{i=1}^{m} \left\{ x \in \mathbb{R}^n \middle| \ \tilde{a}_{i1} x_1 + \cdots + \tilde{a}_{in} x_n \leq \tilde{b}_i \right\}$$

برای حل این مسائل، مسئله‌ی (۱) را در نظر گرفته وداریم:

$$\max \quad \langle \bar{c}, x \rangle$$
$$s.t \quad \tilde{a}_{i1} x_1 + \cdots + \tilde{a}_{in} x_n \leq \tilde{b}_i \quad i = 1, \ldots, m$$

و رابطه‌ی نامساوی تعریف شده است:

$$\left(\tilde{a}_{i1} x_1 + \cdots + \tilde{a}_{in} x_n \leq \tilde{b}_i\right)(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } u = v, x \in X_i \\ 0 & o.w \end{cases}$$

آنگاه

$$\mu_{MAX(x)}(v) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = \langle c, x\rangle, x \in X \\ 0 & o.w \end{cases}$$

و جواب بهینه با توجه به روش بیان شده حاصل می‌شود.

۴. مثال

مسئله‌ی **FLP** زیر را درنظر می‌گیریم:

$$\begin{array}{ll} \max & \tilde{c}x \\ \text{subject to} & \tilde{a}x \precsim \tilde{a}\ , 0 \le x \le 4 \end{array}$$

بطوریکه $\tilde{\boldsymbol{c}} = (\mathbf{1}, \mathbf{1})$ یک عدد فازی مثلثی متقارن **[3]** ویک عدد فازی با تابع عضویت:

$$\tilde{a}(u) = \begin{cases} 1 - u/4 & \text{if } 0 \le u \le 4 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

و رابطه‌ی نامساوی تعریف می‌شود:

$$(\tilde{a}x \precsim \tilde{a})(u, v) = \min\{\tilde{a}x(u), \tilde{a}(v)\} \qquad (۱۵)$$

با توجه به رابطه‌ی **(15)** برای مسئله‌ی فوق و **(8)** داریم:

Antecedent	$\tilde{a}x \precsim \tilde{a}$
Fact	$\tilde{c}x$
Consequense	MAX(x)

براحتی برای $\mathbf{0} \le \boldsymbol{x} \le \mathbf{4}$ بدست می‌آید:

$$\mu_{MAX(x)}(v) = \begin{cases} 4/5 & \text{if } 0 \le v \le 4/5 \\ 1 - v/4 & \text{if } 4/5 \le v \le 4 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

و اگر $\mathbf{0} \le \boldsymbol{x'} \le \boldsymbol{x''}$ آنگاه بنا به **(۴)**:

$$MAX(x') = MAX(x'') = MAX(4)$$

و با توجه به تعریف رابطه روی کمیت‌های فازی تابع هدف داریم:

$$M = MAX(4) = \begin{cases} 4/5 & \text{if } 0 \le v \le 4/5 \\ 1 - v/4 & \text{if } 4/5 \le v \le 4 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

بنابراین $\boldsymbol{x}^* = \{\boldsymbol{x} \mid \mathbf{0} \le \boldsymbol{x} \le \mathbf{4}\ , \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}\}$ و مقدار بهینه تابع هدف برابر است با $\boldsymbol{M}$.

اما اگر بجای **(15)** از عملگر استلزام **Gödel** و برای مقایسه کمیت‌های فازی تابع هدف از رابطه‌ی **(4)** استفاده کنیم آنگاه جواب $\boldsymbol{x}^* = \mathbf{4}$ است و مقدار بهینه تابع هدف برابر است با عدد فازی $\boldsymbol{MAX(4)} = \mathbf{1}_{\mathbb{R}}$. بنابراین با تغیر این رابطه ها به نتایج گوناگونی رسیدیم.

۵. نتیجه گیری

بنابراین می‌توان با استفاده از رابطه های گوناگون برای هر مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی فازی به جواب‌های متفاوتی دست‌یافت و با انتخاب یک رابطه‌ی فازی مناسب به نتیجه بهتری رسید. لذا با انجام مطالعات وتحقیقات بیشترمی‌توان به راه حل مناسبی برای انتخاب این روابط رسید.

تشکر وقدردانی: از قطب فازی وکاربردهای آن در دانشگاه شهید باهنر کرمان بخاطر پرداخت قسمتی ازهزینه‌ها تشکرمی‌شود.

مراجع

[1] E. Canestrelli and S. Giove, *Optimization aquadratic function with fuzzy linear cofficientsg*, Control and Cybernetics, **20** (1991), 25-36
[2] E. Canestrelli and S.Giove, *Bidimensional approach to fuzzy linear goal programming,* in: M. Delgado, J. Cacprzyk, J.L. Vrdegay and M.A. Vila eds., Fuzzy Optimization (1994) 234-245
[3] R.Fuller , *fuzzy Reasoning and fuzzy optimization*,turku centre coputer science (1998)
[4] R.Fuller, H.-J. Zimmermann*, fuzzy reasoning for solving fuzzy mathematical programming problems*, Fuzzy Set and Systems, 60(1993) 121-133
[5] H.-J. Zimmermann, *Description and Optimization of fuzzy systems,* Internat,j.General Systems ,2(1975) 209-215
[6] H.-J. Zimmermann, *Fuzzy mathematical Programming,* in: Stuart C. Shapiro ed., Encyclopedia of Artificial Intelligence, John wily Sons, Inc., Vol. ۱, 1992 521-528

اسفندیار اسلامی، دانشکده ریاضی وکامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان
آدرس پست الکترونیکی: ***E-mail address:*** **eeslami@mail.uk.ac.ir.com**

مهین اسماعیلی*، دانشکده ریاضی وکامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان
آدرس پست الکترونیکی: ***E-mail address:*** **mahin_esmaili@yahoo.com**

* سخنران

انتگرال فازی سوگنو

حاتم وحدتی، هاشم پروانه مسیحا

چکیده. انتگرال فازی عملگری غیر خطی از توابع وابسته به اندازه ی فازی می باشد. در این مقاله ما به بحث و بررسی در مورد انتگرال فازی سوگنو[1] خواهیم پرداخت. نشان خواهیم داد که قضایای معروف آنالیز کلاسیک، از قبیل لم فاتو، قضیه همگرایی یکنوا در مورد انتگرال فازی سوگنو نیز برقرار می باشند. ولی قضیه همگرایی مغلوب لبگ در مبحث انتگرال فازی سوگنو برقرار نمی‌باشد.

۱. مقدمه

انتگرال فازی بر اساس اندازه‌ی فازی به وسیله سوگنو در سال ۱۹۷۴ میلادی معرفی شد. این انتگرال ویژگیهای قابل توجهی دارد که توسط افراد زیادی همچون رالسکو[2]، آدامز[3]، رومن[4]، فلورس[5]، وانگ[6] و کلییر[7] مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. در این مقاله، ابتدا با ارائه‌ی چند مثال نشان خواهیم داد که انتگرال فازی از ویژگی خطی بودن برخوردار نیست، اما تحت شرایطی اضافی درستی قضیه‌ی همگرایی مغلوب را دراین نوع انتگرال خواهیم داشت. در انتها، به ارائه و اثبات تعدادی از نامساویها و کاربرد آنها در بررسی قضایای مربوط به انتگرال فازی سوگنو می‌پردازیم.

۲. نتایج اصلی

فرض کنید Xیک مجموعه غیر تهی، G یک σ- جبر از زیر مجموعه‌های X و $\mu:G \to [0,\infty]$ یک تابع مجموعه‌ای گسترش یافته است.

۱.۲ تعریف. ([۳] و [۵]) μ را روی (X, G) یک اندازهٔ فازی گوییم در صورتی که شرایط زیر برقرار باشد

$\mu(\emptyset)=0$ (FM_1)

اگر $E,F \in G$ و $E \subseteq F$، آنگاه $\mu(E) \le \mu(F)$ (خاصیت یکنوایی). (FM_2)

اگر $\{E_n\} \subseteq G$ و $E_1 \subset E_2 \subset \ldots$، آنگاه (FM_3)

$\lim_{n\to\infty} \mu(E_n)= \mu(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n)$. (خاصیت پیوستگی از پایین)

اگر $\{E_n\} \subseteq G$ و $E_1 \supset E_2 \supset \ldots$ و $\mu(F_1) < \infty$ ، آنگاه (FM_4)

$\lim_{n\to\infty} \mu(E_n)= \mu(\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n)$. (خاصیت پیوستگی از بالا).

فرض می‌کنیم M مجموعهٔ تمام توابع اندازه پذیر مثبت فازی متناهی روی فضای (X,G) باشد. α- برش تابع f را با F_α و α- برش اکید تابع f را با $F_\alpha+$ نشان می‌دهیم و آن‌ها را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$F_\alpha+ = \{ x : f(x) > \alpha\}, F_\alpha = \{ x : f(x) \ge \alpha\}.$$

۲.۲ تعریف. فرض کنید $A \in G$ و $f \in M$. در این صورت انتگرال فازی تابع f روی مجموعهٔ A، نسبت به اندازه μ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$(S)\int_A f\,d\mu= \sup_{\alpha\in[0,\infty)}[\alpha \wedge \mu(A\cap F_\alpha)].$$

۱.۲ قضیه. فرض کنید f یک تابع اندازه پذیر و μ نیز اندازه ی فازی باشد. آنگاه

$$(S)\int_A f\,d\mu= \sup_{\alpha\in[0,\infty)}[\alpha \wedge \mu(A\cap F_\alpha)]$$

---

[1]-Sugeno
[2]- Ralescu
[3]- Adams
[4]- Roman
[5]- Flores
[6]- Wang
[7]- Klir

$$= \sup_{\alpha\in[0,\infty]}[\alpha\wedge \mu(A\cap F_\alpha^{+})]$$
$$= \sup_{\alpha\in[0,\infty)}[\alpha\wedge \mu(A\cap F_\alpha^{+})]$$
$$= \sup_{E\in G}\,[\inf_{X\in E} f(x)\wedge \mu(A\cap E)]$$
$$= \sup_{E\in G}\,[\inf_{X\in E} f(x)\wedge \mu(A\cap E)].$$

اثبات. (ر.ک. [۵])

۱.۲مثال. فرض کنید $x = [0,1]$ و $\mu = m$ که در آن m اندازهٔ لبگ است. تابع g را نیز به صورت زیر در نظر می‌گیریم $g(x) = x^2$. اکنون به محاسبه انتگرال سوگنو تابع g می‌پردازیم. مطابق تعریف داریم

$$(S)\int_0^1 g\,dx= \sup_{\alpha\in[0,1]}[\alpha\wedge \mu(F_\alpha)] = \sup_{\alpha\in[0,1)}[\alpha\wedge (1-\sqrt{\alpha})].$$

بیشترین مقدار $[\alpha\wedge (1-\sqrt{\alpha})]$ زمانی حاصل می‌شود که $\alpha= 1-\sqrt{\alpha}$ یا $\alpha=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. بنابراین

$$(S)\int_0^1 g\,dx = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

۲.۲ مثال. تابع g را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$g(x) = \sqrt{x}$$

حال به محاسبهٔ انتگرال فازی تابع g در بازه $[0,2]$ می‌پردازیم

$$(S)\int_0^2 g\,dx= \sup_{\alpha\in[0,\infty)}[\alpha\wedge \mu(F_\alpha)] = \sup_{\alpha\in[0,\infty)}[\alpha\wedge (1-\alpha^2)].$$

در این مثال بیشترین مقدار $[\alpha\wedge (1-\alpha^2)]$ وقتی به دست می‌آید که $\alpha = 1-\alpha^2$ یا $\alpha=1$ بنابراین

$$(S)\int_0^2 g\,dx = 1$$

قبل از این که به بیان ویژگیهای انتگرال فازی سوگنو بپردازیم، ابتدا یک نامساوی مهم، که در آنالیز کلاسیک برقرار بوده را بیان کرده و نشان می‌دهیم که این نامساوی در نظریهٔ انتگرال فازی سوگنو برقرار نیست.

۲.۲ قضیهٔ([۱]) نامساوی یانگ[8]. فرض کنید $c > 0$ و $f : [0,c] \to R$ یک تابع پیوستهٔ نزولی باشد، به طوری که $f(0) = 0$. در این صورت خواهیم داشت

$$ab \le \int_0^a f(x)\,dx + \int_0^b f^{-1}(x)\,dx$$

۳.۲ قضیه. نامساوی یانگ برای انتگرال فازی سوگنو برقرار نمی‌باشد.

۱.۲ توضیح. با توجه به دو مثال قبل دیده می‌شود که این نامساوی برای انتگرال فازی سوگنو برقرار نیست.

۳.۲ تعریف. فرض کنید (X,G,μ) یک فضای اندازه ی فازی و $f \in M$ باشد. تابع f را انتگرال پذیر فازی گوییم در صورتی که $(S)\int f\,d\mu < \infty$.

۴.۲ قضیه. ([۴]) فرض کنید μ یک اندازهٔ فازی زیر جمعی، f و g نیز توابع اندازه پذیر فازی باشند. در این صورت نشان می‌دهیم

الف) $(S)\int_A f\,d\mu \;-\; (S)\int_A g\,d\mu \;\le (S)\int_A |f-g|\,d\mu$

ب) $\left|(S)\int_A f\,d\mu \;-\; (S)\int_A g\,d\mu\right| \le (S)\int_A |f-g|\,d\mu \le (S)\int_A (f+g)\,d\mu$

اثبات (ر. ک. [۴])

اکنون به کاربردهای قضیهٔ بالا در اثبات قضایای دیگر، از جمله قضیهٔ هم – انتگرال پذیری می‌پردازیم.

۵.۲ قضیه. ([۳]) فرض کنید μ یک اندازه فازی زیر جمعی و $f \in L^1(\mu)$ باشد. در این صورت به ازای $\epsilon > 0$ داده شده $\delta > 0$ وجود دارد به طوری که اگر $\mu(E) < \delta$، آنگاه $(S)\int_E f\,d\mu < \infty$.

[8]- Young's inequality

اثبات. تعریف می‌کنیم $f_n = f \wedge n$ بنابراین $f_n \to f$ و $f_{n+1} \geq f_n$. حال با استفاده از قضیهٔ همگرایی یکنوا داریم $\lim_{n\to\infty} \int_E f_n \, d\mu = \int_E f \, d\mu$ و در نتیجه عدد طبیعی N وجود دارد به طوری که $(S)\int_E |f - f_N| \, d\mu < \frac{\delta}{2}$.

اکنون با توجه به قضیهٔ (۴.۲) داریم

$$\begin{aligned}(S)\int_E f \, d\mu &\leq (S)\int_E |f - f_N| \, d\mu + (S)\int_E f_N \, d\mu \\ &\leq \frac{\epsilon}{2} + (S)\int_E N \, d\mu = \frac{\epsilon}{2} + N \wedge \mu(E) \\ &\leq \frac{\epsilon}{2} + N \wedge \delta\end{aligned}$$

با در نظر گرفتن $\frac{\epsilon}{2} < N$ $= \delta$ نتیجه می‌گیریم که

$$(S)\int_E f \, d\mu < \frac{\epsilon}{2} + N \wedge \delta < \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \varepsilon.$$

۶.۲ قضیه. فرض کنید μ یک اندازه فازی زیر جمعی باشد، در این صورت نشان می‌دهیم که

$$(S)\int_{(AUB)} f \, d\mu \leq (S)\int_A f \, d\mu + (S)\int_B f \, d\mu.$$

اثبات. اگر G یک σ- جبر روی مجموعه X باشد، آنگاه به ازای $A \in G$ داریم

$$(S)\int f \, d\mu = \sup_{A\in G}[\mu(A) \wedge \inf f(x)]$$

بنابراین با استفاده از رابطه بالا داریم

$$(S)\int_{(AUB)} f \, d\mu = \sup_{(AUB)\in G}[\mu(AUB) \wedge \inf f(x)]$$

چون μ زیر جمعی است، با قرار دادن $\alpha = \inf f(x)$ داریم

$$\mu(AUB) \wedge \alpha \leq (\mu(A) + \mu(B)) \wedge \alpha$$

اگر $a,b,c \geq 0$ آنگاه $(a+b) \wedge c \leq a \wedge c + b \wedge c$ لذا داریم:

$$\mu(AUB) \wedge \alpha \leq \mu(A) \wedge \alpha + \mu(B) \wedge \alpha$$

حال با سوپریمم از طرفین رابطهٔ بالا داریم

$$\sup[\mu(AUB) \wedge \alpha] \leq \sup[\mu(A) \wedge \alpha] + \sup[\mu(B) \wedge \alpha]$$

بنابراین

$$(S)\int_{(AUB)} f \, d\mu \leq (S)\int_A f \, d\mu \leq (S)\int_B f \, d\mu$$

مراجع

[۱] H. Roman, A. Flores-Franulic, and Y. Chalco-cano, *The fuzzy integral For monotono functions*, Appl. Math. Comput. 185(2007), 492-498.

[۲] M. Sugeno, *Theory of fuzzy integrals and its applications*, Ph.D Thesis,Tokyo Institute of Technology , 1974.

[۳] H. Vahdati and H.P. Masiha, Equi- *integrable fuzzy monotono measurable*, In prepration.

[۴] H. Vahdati, *Fuzzy measure and fuzzy integral(Sugeno)*, M.S.C. Thesis. K.N.Toosi University of Technology, 2008.

[۵] Z. Wang and G. Klir, *Fuzzy measur theory*, Plenum, New York, 1992.

[۶] Zh. Wang, *The autocontinuitl of set function and fuzzy integral*, J. Math. Aal. APPL. 99 (1984), 195-218.

حاتم وحدتی*، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی دانشکده علوم

آدرس پست الکترونیکی: **hatam84analysis@yahoo.com**

هاشم پروانه مسیحا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی دانشکده علوم

آدرس پست الکترونیکی: **masiha@kntu.ac.ir**

* سخنران

اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریسهای فازی

لیلا زینال‌زاده اهرنجانی ، میرکمال میرنیا ، محرم نیکوئی

چکیده. اگر بخواهیم اعمال سطری مقدماتی را که بر روی ماتریسهای قطعی انجام می‌شود، بر روی ماتریس‌های فازی اعمال کنیم با مشکلاتی مواجه می‌شویم. در این مقاله، روشی برای انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس‌هایی که شامل اعداد فازی هستند ارائه شده است که مشکلات موجود را رفع می‌کند.

۱. مقدمه

اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس در شاخه‌های مختلف علوم ریاضی اهمیت ویژه‌ای دارد. مهمترین کاربرد اعمال سطری مقدماتی در حل دستگاه معادلات خطی است[3,4]. در این مقاله ، اعمال سطری مقدماتی که بر روی ماتریس‌های قطعی انجام می‌گردد را توسعه داده و آنها را بر روی ماتریسهای فازی پیاده سازی می‌کنیم.

بخش دوم ، شامل برخی تعاریف مقدماتی درباره اعداد فازی و اعمال سطری مقدماتی است. در بخش سوم با شرح مشکلات اعمال سطری مقدماتی در حل دستگاه معادلات خطی فازی منفرد روشی برای انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریسهای فازی با رفع مشکلات موجود ارائه نموده‌ایم. با یک مثال عددی در بخش چهارم موارد اشاره شده در بخش‌های قبل شرح داده شده‌است.

۲ . تعاریف و قضایای مقدماتی

این بخش ، شامل برخی تعاریف مقدماتی است.

تعریف ۱.۲ [4] اعمال سطری مقدماتی بر روی یک ماتریس $m\times n$ ، مانند A بصورت زیر می‌باشد.

۱. ضرب یک سطر A در یک اسکالر غیر صفر

۲. گذاشتن به‌جای سطر r م A سطر r بعلاوه c برابر سطر s ، که در آن c یک اسکالر است و $r\neq s$

۳. تعویض دو سطر A

تعریف 2.2 [3] فرم پارامتری هر عدد فازی دلخواه u بصورت زوج مرتب $\left(\underline{u}(r),\ \overline{u}(r)\right)$ است. اعداد فازی دلخواه $x=\left(\underline{x}(r),\ \overline{x}(r)\right)$ ، $y=\left(\underline{y}(r),\ \overline{y}(r)\right)$ و عدد حقیقی k را در نظر بگیرید. جمع دو عدد فازی و ضرب اسکالر در یک عدد فازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود

۱. $$x+y=\left(\underline{x}(r)+\underline{y}(r),\ \overline{x}(r)+\overline{y}(r)\right)$$

۲. $$kx=\begin{cases}\left(k\underline{x},\ k\overline{x}\right), & k\geq 0\\ \left(k\overline{x},\ k\underline{x}\right), & k<0\end{cases}$$

۳. مشکلات اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس‌های فازی و ارائه راه حل برای رفع این مشکلات

۱.۳ مشکلات انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس‌های فازی. دستگاه معادلات خطی زیر را که در آن ماتریس ضرائب یک ماتریس منفرد و بردار سمت راست شامل اعداد فازی است را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}3x_1+4x_2&=(4+2r,9-3r)\\ 6x_1+8x_2&=(8+4r,18-6r)\end{aligned}\qquad(۱)$$

واضح است که دستگاه (۱) با دستگاه زیر هم ارز است.

$$3x_1+4x_2=(4+2r,9-3r)\qquad(۲)$$

اگر بخواهیم با انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی دستگاه (۱) ، دستگاه (۲) را بدست آوریم با توجه به خواص ضرب اسکالر منفی در اعداد فازی خواهیم داشت

واژه های کلیدی : اعمال سطری مقدماتی ، ماتریسهای فازی ، دستگاه معادلات خطی فازی منفرد ، اعداد فازی

$$\begin{matrix} R_1 \\ (-2)R_1+R_2 \to R_2 \end{matrix}\begin{bmatrix} 3 & 4 & (4+2r,9-3r) \\ 0 & 0 & (-10+10r,10-10r)\neq 0 \end{bmatrix}$$

این مشکل یک مانع اساسی در حل دستگاه معادلات خطی فازی است. دستگاه معادلات خطی فازی در علوم مختلف دارای اهمیت است[1,2]. با وجود این مشکل ، بحث درباره سازگاری و ناسازگاری دستگاه معادلات خطی فازی و ارائه تعریف درباره ، رتبه ماتریس‌های فازی ممکن نیست. در زیر یک روش برای رفع این مشکل ارائه شده‌است.

2.3 اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریس‌های فازی. ماتریس فازی A به‌صورت زیر را در نظر بگیرید.

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

که در آن $A=(x_{ij}),1\le i\le m,1\le j\le n$ یک ماتریس $m\times n$ است و درایه‌های آن اعداد فازی هستند. بنابراین داریم $x_{ij}=\left(\underline{x}_{ij}(r),\ \overline{x}_{ij}(r)\right)$. ماتریس (۳) را بفرم زیر می‌نویسیم.

$$X^1=\begin{bmatrix} \overline{x}_{11} & \overline{x}_{12} & \cdots & \overline{x}_{1n} \\ \overline{x}_{21} & \overline{x}_{22} & \cdots & \overline{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{x}_{m1} & \overline{x}_{m2} & \cdots & \overline{x}_{mn} \end{bmatrix},\qquad X^2=\begin{bmatrix} x_{11} & \underline{x}_{12} & \cdots & \underline{x}_{1n} \\ \underline{x}_{21} & \underline{x}_{22} & \cdots & \underline{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{x}_{m1} & \underline{x}_{m2} & \cdots & \underline{x}_{mn} \end{bmatrix}$$

فرض کنید می‌خواهیم $(-k)$ برابر سطر اول را به سطر دوم اضافه کنیم در اینصورت اعمال سطری مقدماتی را همانگونه که در تعریف ۱.۲ بیان شد بر روی ماتریسهای X^1 , X^2 که شامل اعداد قطعی هستند اعمال می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت

$$\hat{X}^1=\begin{bmatrix} \overline{x}_{11} & \overline{x}_{12} & \cdots & \overline{x}_{1n} \\ (-k)\overline{x}_{11}+\overline{x}_{21} & (-k)\overline{x}_{12}+\overline{x}_{22} & \cdots & (-k)\overline{x}_{1n}+\overline{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{x}_{m1} & \overline{x}_{m2} & \cdots & \overline{x}_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}^2=\begin{bmatrix} \underline{x}_{11} & \underline{x}_{12} & \cdots & \underline{x}_{1n} \\ (-k)\underline{x}_{11}+\underline{x}_{21} & (-k)\underline{x}_{12}+\underline{x}_{22} & \cdots & (-k)\underline{x}_{1n}+\underline{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{x}_{m1} & \underline{x}_{m2} & \cdots & \underline{x}_{mn} \end{bmatrix}$$

ماتریس (۳) پس از انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی آن بفرم زیر خواهد بود.

$$\hat{X}=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ \hat{x}_{21} & \hat{x}_{22} & \cdots & \hat{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

با به‌کار بردن این روش مشکلات ناشی از ضرب اسکالر منفی در یک عدد فازی برطرف می‌گردد.

باید توجه داشت هر عمل سطری مقدماتی را که بخواهیم بر روی ماتریس (۳) اعمال کنیم باید همان عمل را هم بر روی ماتریس X^1 و هم بر روی ماتریس X^2 اعمال کنیم تا به نتیجه مطلوب برسیم.

۴. نتایج عددی

با ارائه مثال زیر به شرح روش ارائه شده درباره اعمال سطری مقدماتی ماتریسهای فازی می‌پردازیم.

مثال. ماتریس فازی زیر را در نظر بگیرید.

$$X=\begin{bmatrix}(4+2r\,,9-3r) & (3r+1,6-2r)\\ (8+4r\,,18-6r) & (6r+2\,,12-4r)\end{bmatrix} \qquad (۴)$$

می‌خواهیم (۲-) برابر سطر اول را به سطر دوم در ماتریس (۴) اضافه کنیم با توجه به روش ارائه شده در بخش۳ داریم

$$X^1=\begin{bmatrix}4+2r & 3r+1\\ 8+4r & 6r+2\end{bmatrix} \quad و \quad X^2=\begin{bmatrix}9-3r & 6-2r\\ 18-6r & 12-4r\end{bmatrix}$$

با انجام عمل سطری مقدماتی مذکور بر روی ماتریسهای X^1 , X^2 داریم

$$\hat{X}^1=\begin{bmatrix}4+2r & 3r+1\\ 0 & 0\end{bmatrix} \quad و \quad \hat{X}^2=\begin{bmatrix}9-3r & 6-2r\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

بنابراین ماتریس (۴) با انجام عمل سطری مقدماتی فوق به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\hat{X}=\begin{bmatrix}(4+2r\,,9-3r) & (3r+1,6-2r)\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله ، یک روش برای انجام اعمال سطری مقدماتی بر روی ماتریسهای فازی ارائه شده است. ارائه این روش گامی مهم در حل دستگاه معادلات خطی فازی منفرد است.

سپاسگزاری

این مقاله نتیجه حاصل از طرح پژوهشی با عنوان " حل دستگاه معادلات خطی فازی منفرد با استفاده از معکوس درازین" است که با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی - واحد سلماس به انجام رسیده است. نویسندگان از دانشگاه آزاد اسلامی - واحد سلماس به خاطر حمایتش از طرح پژوهشی مذکور و پروفسور سعید عباس‌بندی از دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) به خاطر پیشنهادات ارزنده‌اش در اجرای طرح ممنون و سپاسگزارند.

مراجع

[1] S.Abbasbandy, M. Otadi and M.Mosleh , *Minimal solution of general dual fuzzy linear system*, Chaos Solution and Fractals , **37**(2008) , 1113-1124 .

[2] C.P. Huang, *Stability analysis of singular fuzzy systems*, Fuzzy Sets Syst, **151** (2005) , 155-165 .

[3] M.Ming , M.Friedman and A.Kandel , *A new fuzzy airthmetic*, Fuzzy Sets Syst, **108** (1999) , 83-90 .

[4] K.Hoffman and R.Kunze, *Linear algebra*, Prentice-Hall, 1971.

لیلا زینال‌زاده اهرنجانی* ، (عضو هیات علمی) ، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد سلماس
آدرس پست الکترونیکی : **l_zeynalzadeh@iausalmas.ac.ir**

میرکمال میرنیا ، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تبریز
آدرس پست الکترونیکی : **mirnia-kam@tabrizu.ac.ir**

محرم نیکوئی ، عضو باشگاه پژوهشگران جوان ، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تبریز
آدرس پست الکترونیکی : **nikoie_m@yahoo.com**

* سخنران

روش Topsis فازی برمبنای مجموعه های فازی نوع- ۲ بازه ای

بهرام عاقلی، مبینا کاردوست و مجید مهدی زاده آلاشتی

چکیده. در این مقاله روش Topsis فازی نوع- ۲ بازه ای را در مسائل تصمیم گیری چندمعیاره برمبنای مجموعه های فازی نوع ۲ بازه ای بررسی می‌کنیم. در ادامه عملی بودن روش بیان شده را با مثالی بیان می کنیم.

۱. مقدمه

تصمیم گیری چندمعیاره (MCDM) جهت ارزیابی گزینه ها و انتخاب بهترین گزینه پیشنهاد شده است. در سال های اخیر برخی از روش های تصمیم گیری چندمعیاره بر مبنای مجموعه های فازی نوع-۱ را پیشنهاد کرده اند[۲,۱]. وانگ و یان روش Topsis را برای مسائل تصمیم گیری چندمعیاره پیشنهاد کردند[۲]. و چن روش Topsis پیشنهادی در مسائل تصمیم گیری را در محیط فازی گسترش داد[۱]، که هر یک از این روش ها بر مبنای اعداد فازی نوع-۱ در مسائل تصمیم گیری به کار گرفته شده اند[۵]. مجموعه های فازی نوع-۲در ابتدا در سال ۲۰۰۶ بیان شد[۴]. در این مقاله روش Topsis پیشنهاد شده به وسیله وانگ و یان با مجموعه های فازی نوع-۱ را با اعداد فازی نوع-۲ بازه ای مورد ارزیابی قرار می دهیم.

۲. مجموعه های فازی نوع-۲ بازه ای

تعریف ۱.۲: یک مجموعه فازی نوع-۲، $\tilde{\tilde{A}}$ در X با یک تابع عضویت $\mu_{\tilde{\tilde{A}}}$ به صورت زیر نشان داده می شود[۴]:

$$\tilde{\tilde{A}} = \{((x,u), \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x,u)) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_X \subseteq [0,1], 0 \le \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x,u) \le 1\}$$

که J_X در فاصله $[0,1]$ قرار دارد. بنابراین مجموعه فازی نوع۲- $\tilde{\tilde{A}}$ را می توان به صورت زیر نمایش داد:

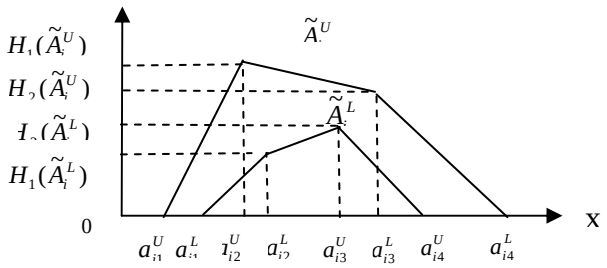
$$\tilde{\tilde{A}} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_X} \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x,u) / (x,u)$$

که $J_X \subseteq [0,1]$.

تعریف ۲.۲: تابع عضویت بالایی و تابع عضویت پایینی از مجموعه فازی نوع-۲ به ترتیب همان توابه عضویت مجموعه های فازی نوع-۱ هستند. شکل ۱ مجموعه های فازی ذوزنقه ای نوع-۲، $\tilde{\tilde{A}}$ را نشان می‌دهد[۴]:

$$\tilde{\tilde{A}}_i = (\tilde{A}_i^U, \tilde{A}_i^L) = ((a_{i1}^U, a_{i2}^U, a_{i3}^U, a_{i4}^U; H_1(\tilde{A}_i^U), H_2(\tilde{A}_i^U)), (a_{i1}^L, a_{i2}^L, a_{i3}^L, a_{i4}^L; H_1(\tilde{A}_i^L), H_2(\tilde{A}_i^L)))$$

که $\tilde{A}_i^U$ و $\tilde{A}_i^L$ مجموعه های فازی نوع۱- هستند. $H_j(\tilde{A}_i^U)$ نشان دهنده مقدار عضویت عضو $a_{i(j+1)}^U$ در تابع عضویت ذوزنقه ای بالایی در $\tilde{A}_i^U$ است و $H_j(\tilde{A}_i^L)$ نشان دهنده مقدار عضویت عضو $a_{i(j+1)}^L$ در تابع عضویت ذوزنقه ای پایینی در $\tilde{A}_i^L$ است، $1 \le j \le 2$، $H_1(\tilde{A}_i^U) \in [0,1]$، $H_2(\tilde{A}_i^U) \in [0,1]$، $H_1(\tilde{A}_i^L) \in [0,1]$، $H_2(\tilde{A}_i^L) \in [0,1]$ و $1 \le i \le n$.



شکل ۱: تابع عضویت ذوزنقه‌ای بالایی A_i^U و تابع عضویت ذوزنقه‌ای پایینی $\tilde{A}_i^L$ مجموعه فازی نوع-۲

واژه های کلیدی: تصمیم گیری چند معیاره، اعداد فازی نوع -۲.

۳. روش جدید برای تصمیم گیری چند معیاره بر مبنای مجموعه های فازی نوع-۲ بازه ای

لی و چن مفهوم مقایسه پذیری مقادیر مجموعه های فازی ذوزنقه ای نوع-۲ بازه ای را بیان کردند[۳]. فرض کنید $\tilde{\tilde{A}}_i$ یک مجموعه فازی نوع-۲ بازه ای نشان داده شده در شکل۱ باشد که:

$$\tilde{\tilde{A}}_i = (\tilde{A}_i^U, \tilde{A}_i^L) = ((a_{i1}^U, a_{i2}^U, a_{i3}^U, a_{i4}^U; H_1(\tilde{A}_i^U), H_2(\tilde{A}_i^U)), (a_{i1}^L, a_{i2}^L, a_{i3}^L, a_{i4}^L; H_1(\tilde{A}_i^L), H_2(\tilde{A}_i^L)))$$

مقدار مقایسه $Rank(\tilde{\tilde{A}}_i)$ برای مجموعه های فازی ذوزنقه ای نوع-۲ بازه ای $\tilde{\tilde{A}}_i$ به صورت زیر بیان می شود[۳]:

$$Rank(\tilde{\tilde{A}}_i) = M_1(\tilde{A}_i^U) + M_1(\tilde{A}_i^L) + M_2(\tilde{A}_i^U) + M_2(\tilde{A}_i^L) + M_3(\tilde{A}_i^U) + M_3(\tilde{A}_i^L)$$
$$-\frac{1}{4}(S_1(\tilde{A}_i^U) + S_1(\tilde{A}_i^L) + S_2(\tilde{A}_i^U) + S_2(\tilde{A}_i^L) + S_3(\tilde{A}_i^U) + S_3(\tilde{A}_i^L) + S_4(\tilde{A}_i^U) + S_4(\tilde{A}_i^L)) + H_1(\tilde{A}_i^U)$$
$$+ H_1(\tilde{A}_i^L) + H_2(\tilde{A}_i^U) + H_2(\tilde{A}_i^L)$$

که $M_p(\tilde{A}_i^j)$ نشان دهنده میانگین اعضای a_{ip}^j و $a_{i(p+1)}^j$است، $S_q(\tilde{A}_i^j)$ نشان دهنده انحراف معیار اعضای a_{ip}^j و $a_{i(p+1)}^j$است که $S_q(\tilde{A}_i^j) = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{k=q}^{q+1}(a_{ik}^j - \frac{1}{2}\sum_{k=q}^{q+1}a_{ik}^j)^2},\ 1 \le q \le 3$ و $H_p(\tilde{A}_i^j)$ نشان دهنده مقدار عضویت عضو $a_{i(p+1)}^j$ در تابع عضویت عدد فازی ذوزنقه ای $\tilde{A}_i^j$ است، $1 \le p \le 2$ ، $j \in \{U, L\}$ و $1 \le i \le n$.

۳-۱ روش Topsis فازی برمبنای مجموعه های فازی نوع- ۲ بازه ای

در این بخش، روش Topsis را برمبنای مجموعه های فازی نوع- ۲ بازه ای مورد بررسی قرار می دهیم. فرض کنید X مجموعه ای از گزینه های $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$، F مجموعه ای از معیارهای $\{f_1, f_2, ..., f_m\}$ و $D_1, D_2, ..., D_k$، k تصمیم گیرنده باشند. معیارهای F می توانند به دو دسته سود (F_1) و هزینه (F_2) طبقه بندی شوند. روش پیشنهاد شده می تواند به صورت گام های زیر دسته بندی شود:

گام۱: محاسبه ماتریس تصمیم $Y_p = (\tilde{\tilde{f}}_{ij}^p)_{m\times n}$ از p −امین تصمیم گیرنده و ماتریس تصمیم میانگین گیری شده $\overline{Y} = (\tilde{\tilde{f}}_{ij})_{m\times n}$.

گام۲: محاسبه ماتریس وزنی W_p از معیارها و محاسبه ماتریس وزنی میانگین گیری شده $\overline{W} = (\tilde{\tilde{w}}_i)_{1\times m}$.

گام۳: محاسبه ماتریس وزنی $\overline{Y}_w = (\tilde{\tilde{v}}_{ij})_{m\times n}$ که $\tilde{\tilde{v}}_{ij} = \tilde{\tilde{w}}_i \otimes \tilde{\tilde{f}}_{ij}$.

گام۴: طبق فرمول۴، مقدار مقایسه شده $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij})$ از مجموعه فازی نوع- ۲ بازه ای $\tilde{\tilde{v}}_{ij}$ را محاسبه می کنیم که $1 \le j \le n$.
ماتریس مقایسه شده تصمیم فازی $\overline{Y}_w^*$ را محاسبه می کنیم:

$$\overline{Y}_w^* = (Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij}))_{m\times n}$$

گام۵: محاسبه ایده آل مثبت $x^+ = (v_1^+, v_2^+, ..., v_m^+)$ و ایده آل منفی $x^- = (v_1^-, v_2^-, ..., v_m^-)$ که

$$v_i^+ = \begin{cases} \max\limits_{1\le j\le n}\{Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij})\}, & if\ \ f_i \in F_1 \\ \min\limits_{1\le j\le n}\{Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij})\}, & if\ \ f_i \in F_2 \end{cases} \quad , \quad v_i^- = \begin{cases} \min\limits_{1\le j\le n}\{Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij})\}, & if\ \ f_i \in F_1 \\ \max\limits_{1\le j\le n}\{Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij})\}, & if\ \ f_i \in F_2 \end{cases}$$

گام۶: محاسبه فاصله $d^+(x_j)$ میان هر گزینه x_j و ایده آل مثبت موثر x^+ که به صورت زیر نشان داده شده است:

$$d^+(x_j) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij}) - v_i^+)^2},\ 1 \le j \le n$$

و محاسبه فاصله $d^-(x_j)$ میان هر گزینه x_j و ایده آل منفی موثر x^- که به صورت زیر نشان داده شده است:

$$d^-(x_j) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{ij}) - v_i^-)^2},\ 1 \le j \le n$$

گام۷: محاسبه رابطه درجه نسبی نزدیکی $C(x_j)$ از گزینه x_j:

$$C(x_j) = \frac{d^-(x_j)}{d^-(x_j) + d^+(x_j)},\ 1 \le j \le n$$

۴. مثال عددی

فرض کنید سه تصمیم گیرنده D_1، D_2 و D_3، مسئول ارزیابی اتومبیل ها ی X_1، X_2 و X_3 در برابر مجموعه معیارهای {قیمت، ظاهر، کارایی، راحتی F }= باشند. جدول ۱ اصطلاحات زبانی و مجموعه های فازی نوع- ۲ بازه ای متناظرشان را نشان می دهد. فرض کنید که سه تصمیم گیرنده D_1، D_2 و D_3 از اصطلاحات زبانی نشان داده شده در جدول۱ نسبت به اوزان چهار معیار به ترتیب نشان داده شده در جدول ۲ استفاده کنند. جدول ۲ از سه معیار سود شامل راحتی (f_1)، ظاهر (f_3)، و کارایی(f_4) و یک معیار هزینه قیمت (f_2) تشکیل شده است. همچنین فرض می کنیم که سه تصمیم گیرنده D_1، D_2 و D_3 از اصطلاحات زبانی نشان داده شده در جدول۱ نسبت به ارزیابی ارزش های گزینه ها در رابطه با معیارهای مختلف به ترتیب نشان داده شده در جدول ۳ استفاده کنند.

گام۱: براساس جدول و گام۱ ، می توان ماتریس تصمیم Y_1، Y_2 و Y_3 به ترتیب از گزینه های X_1، X_2 و X_3 ایجاد کرد.

$$Y_1=\begin{array}{c} \\ f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3\end{array}\\ \begin{bmatrix} MH & H & VH\\ H & MH & VH\\ VH & H & M\\ VH & H & H\end{bmatrix}\end{array},\quad Y_2=\begin{array}{c} \\ f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3\end{array}\\ \begin{bmatrix} H & MH & H\\ VH & H & VH\\ H & VH & MH\\ H & VH & VH\end{bmatrix}\end{array},\quad Y_3=\begin{array}{c} \\ f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3\end{array}\\ \begin{bmatrix} MH & H & MH\\ H & VH & H\\ H & VH & MH\\ H & H & VH\end{bmatrix}\end{array}.$$

براساس گام۱ماتریس تصمیم میانگین $\overline{Y}$ را به صورت زیر داریم:

$\tilde{\tilde{f}}_{11}=((۰/۵۷,۰/۷۷,۰/۷۷,۰/۹۳;۱,۱),(۰/۶۷,۰/۷۷,۰/۷۷,۰/۸۵;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{12}=((۰/۶۳,۰/۸۳,۰/۸۳,۰/۹۷;۱,۱),(۰/۷۳,۰/۸۳,۰/۸۳,۰/۹;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{f}}_{13}=((۰/۷,۰/۸۷,۰/۸۷,۰/۹۷;۱,۱),(۰/۷۸,۰/۸۷,۰/۸۷,۰/۹۲;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{21}=((۰/۷۷,۰/۹۳,۰/۹۳,۱;۱,۱),(۰/۸۵,۰/۹۳,۰/۹۳,۰/۹۷;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{f}}_{22}=((۰/۷,۰/۸۷,۰/۸۷,۰/۹۷;۱,۱),(۰/۷۸,۰/۸۷,۰/۸۷,۰/۹۲;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{23}=((۰/۸۳,۰/۹۷,۰/۹۷,۱;۱,۱),(۰/۹,۰/۹۷,۰/۹۷,۰/۹۸;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{f}}_{31}=((۰/۷۷,۰/۹۳,۰/۹۳,۱;۱,۱),(۰/۸۵,۰/۹۳,۰/۹۳,۰/۹۷;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{32}=((۰/۸۳,۰/۹۷,۰/۹۷,۱;۱,۱),(۰/۹,۰/۹۷,۰/۹۷,۰/۹۸;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{f}}_{33}=((۰/۴۳,۰/۶۳,۰/۶۳,۰/۸۳;۱,۱),(۰/۵۳,۰/۶۳,۰/۶۳,۰/۷۳;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{41}=((۰/۷۷,۰/۹۳,۰/۹۳,۱;۱,۱),(۰/۸۵,۰/۹۳,۰/۹۳,۰/۹۷;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{f}}_{42}=((۰/۸۳,۰/۹۷,۰/۹۷,۱;۱,۱),(۰/۹,۰/۹۷,۰/۹۷,۰/۹۸;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{f}}_{43}=((۰/۷۷,۰/۹۳,۰/۹۳,۱;۱,۱),(۰/۸۵,۰/۹۳,۰/۹۳,۰/۹۷;۰/۹,۰/۹))$.

براساس گام۲، می توان به ترتیب ماتریس وزن دار W_1، W_2، W_3 را ارائه داد که:

$$W_1=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4\end{array}\\ \begin{bmatrix} VH & H & M & VH\end{bmatrix}\end{array},\quad W_2=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4\end{array}\\ \begin{bmatrix} H & VH & MH & H\end{bmatrix}\end{array},\quad W_2=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4\end{array}\\ \begin{bmatrix} VH & VH & MH & H\end{bmatrix}\end{array},$$

همچنین ماتریس وزن دار میانگین $\overline{W}$ را به صورت زیر داریم:

$$\overline{W}=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4\end{array}\\ \begin{bmatrix}\tilde{\tilde{w}}_1 & \tilde{\tilde{w}}_2 & \tilde{\tilde{w}}_3 & \tilde{\tilde{w}}_4\end{bmatrix}\end{array},$$

$\tilde{\tilde{w}}_1=((۰/۸۳,۰/۹۷,۰/۹۷,۱;۱,۱),(۰/۹,۰/۹۷,۰/۹۷,۰/۹۸;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{w}}_2=((۰/۸۳,۰/۹۷,۰/۹۷,۱;۱,۱),(۰/۹,۰/۹۷,۰/۹۷,۰/۹۸;۰/۹,۰/۹))$,

$\tilde{\tilde{w}}_3=((۰/۴۳,۰/۶۳,۰/۶۳,۰/۸۳;۱,۱),(۰/۵۳,۰/۶۳,۰/۶۳,۰/۷۳;۰/۹,۰/۹)),\ \tilde{\tilde{w}}_4=((۰/۷۷,۰/۹۳,۰/۹۳,۱;۱,۱),(۰/۸۵,۰/۹۳,۰/۹۳,۰/۹۷;۰/۹,۰/۹))$

براساس گام۳ ماتریس تصمیم وزن دار میانگین $\overline{Y}_w=(\tilde{v}_{ij})_{m\times n}$ که $\tilde{v}_{ij}=\tilde{\tilde{w}}_i\otimes\tilde{\tilde{f}}_{ij}$ است، را به صورت زیر داریم:

$\tilde{\tilde{v}}_{11} = ((0/47, 0/74, 0/74, 0/93; 1, 1), (0/6, 0/74, 0/74, 0/84; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{12} = ((0/53, 0/81, 0/81, 0/97; 1, 1), (0/66, 0/81, 0/81, 0/89; 0/9, 0/9))$,
$\tilde{\tilde{v}}_{13} = ((0/58, 0/84, 0/84, 0/97; 1, 1), (0/71, 0/84, 0/84, 0/9; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{21} = ((0/64, 0/9, 0/9, 1; 1, 1), (0/77, 0/9, 0/9, 0/95; 0/9, 0/9))$,
$\tilde{\tilde{v}}_{22} = ((0/58, 0/84, 0/84, 0/97; 1, 1), (0/71, 0/84, 0/84, 0/9; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{23} = ((0/69, 0/93, 0/93, 1; 1, 1), (0/81, 0/93, 0/93, 0/97; 0/9, 0/9))$,
$\tilde{\tilde{v}}_{31} = ((0/33, 0/59, 0/59, 0/83; 1, 1), (0/45, 0/59, 0/59, 0/71; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{32} = ((0/36, 0/61, 0/61, 0/83; 1, 1), (0/48, 0/61, 0/61, 0/72; 0/9, 0/9))$,
$\tilde{\tilde{v}}_{33} = ((0/19, 0/4, 0/4, 0/69; 1, 1), (0/28, 0/4, 0/4, 0/54; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{41} = ((0/59, 0/87, 0/87, 1; 1, 1), (0/72, 0/87, 0/87, 0/93; 0/9, 0/9))$,
$\tilde{\tilde{v}}_{42} = ((0/59, 0/87, 0/87, 1; 1, 1), (0/72, 0/87, 0/87, 0/93; 0/9, 0/9))$, $\tilde{\tilde{v}}_{43} = ((0/64, 0/9, 0/9, 1; 1, 1), (0/77, 0/9, 0/9, 0/95; 0/9, 0/9))$.

و رتبه بندی مقادیر $(\tilde{\tilde{v}}_{ij})$ مجموعه فازی نوع-۲ بازه‌ای که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Rank(\tilde{\tilde{v}}_{11}) = M_1(\tilde{v}_{11}^U) + M_1(\tilde{v}_{11}^L) + M_2(\tilde{v}_{11}^U) + M_2(\tilde{v}_{11}^L) + M_3(\tilde{v}_{11}^U) + M_3(\tilde{v}_{11}^L) - \frac{1}{4}(S_1(\tilde{v}_{11}^U) + S_1(\tilde{v}_{11}^L) + S_2(\tilde{v}_{11}^U) + S_2(\tilde{v}_{11}^L)$$
$$+ S_3(\tilde{v}_{11}^U) + S_3(\tilde{v}_{11}^L) + S_4(\tilde{v}_{11}^U) + S_4(\tilde{v}_{11}^L)) + H_1(\tilde{v}_{11}^U) + H_1(\tilde{v}_{11}^L) + H_2(\tilde{v}_{11}^U) + H_2(\tilde{v}_{11}^L) =$$
$$0/61 + 0.67 + 0/74 + 0/74 + 0/84 + 0/79 - \frac{1}{4}(0/13 + 0/07 + 0 + 0 + 0/1 + 0/05 + 0/16 + 0/08) + 1 + 0/9 + 1 + 0/9 = 8/04$$

روش مشابه، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{12}) = 8/40$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{13}) = 8/60$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{21}) = 8/97$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{22}) = 8/60$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{23}) = 9/17$،
$Rank(\tilde{\tilde{v}}_{31}) = 7/17$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{32}) = 7/29$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{33}) = 6/09$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{41}) = 8/77$، $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{42}) = 8/77$ و $Rank(\tilde{\tilde{v}}_{43}) = 8/97$.

براساس گام ۴، ماتریس تصمیم وزن دار رتبه بندی $\overline{Y}_w^*$ را تشکیل می دهیم:

$$\overline{Y}_w^* = \begin{matrix} \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{matrix} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} Rank(\tilde{\tilde{v}}_{11}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{12}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{13}) \\ Rank(\tilde{\tilde{v}}_{21}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{22}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{23}) \\ Rank(\tilde{\tilde{v}}_{31}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{32}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{33}) \\ Rank(\tilde{\tilde{v}}_{41}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{42}) & Rank(\tilde{\tilde{v}}_{43}) \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{matrix} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 8/04 & 8/40 & 8/60 \\ 8/97 & 8/60 & 9/17 \\ 7/17 & 7/29 & 6/09 \\ 8/77 & 8/77 & 8/97 \end{bmatrix}$$

براساس گام۵ می توان به ترتیب راه حل ایده آل مثبت x^+ و راه حل ایده آل منفی x^- را تشکیل داد که:

$$x^+ = (v_1^+, v_2^+, ..., v_m^+) = (8/60, 8/60, 7/29, 8/97),$$
$$x^- = (v_1^-, v_2^-, ..., v_m^-) = (8/04, 9/17, 6/09, 8/77)$$

براساس تساوی گام۶ می توان به ترتیب فاصله $d^+(x_j)$ میان هر گزینه x_j و راه حل ایده آل مثبت x^+ و فاصله $d^-(x_j)$ میان هر گزینه x_j و راه حل ایده آل منفی x^- را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$d^+(x_1) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i1}) - v_i^+)^2} = 0/69, \quad d^-(x_1) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i1}) - v_i^-)^2} = 1/09,$$
$$d^+(x_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i2}) - v_i^+)^2} = 0/20, \quad d^-(x_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i2}) - v_i^-)^2} = 1/38,$$
$$d^+(x_3) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i3}) - v_i^+)^2} = 1/34, \quad d^-(x_3) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(Rank(\tilde{\tilde{v}}_{i3}) - v_i^-)^2} = 0/60$$

براساس گام۷ می توان درجه نسبی نزدیکی $C(x_j)$ هر گزینه x_j نسبت به راه حل ایده آل مثبت x^+ که $1 \le j \le 3$ است را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$C(x_1) = \frac{d^-(x_1)}{d^-(x_1) + d^+(x_1)} = \frac{0/69}{0/69 + 1/09} = 0/61$$

به همین ترتیب $C(x_2) = 0/87$ و $C(x_3) = 0/31$

و چون $C(x_2) > C(x_1) > C(x_3)$، ترتیب برتری گزینه های x_1، x_2 و x_3 به صورت $x_2 > x_1 > x_3$ است. درنتیجه بهترین گزینه از میان x_1، x_2 و x_3 ، گزینه x_2 است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش مجموعه های فازی نوع-۲ بازه ای را برای مسائل تصمیم گیری چند معیاره مورد بررسی قرار داده‌ایم که از توابع عضویت بالایی و پایینی مجموعه های فازی نوع-۲ استفاده شده است. در پایان عملی بودن روش بیان شده را با مثالی بیان می کنیم.

منابع

[1] C. T. Chen, *Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment*, Fuzzy Sets and Systems, 114(1), (2000), 1–9.

[2] C. L. Hwang and K. Yoon, *Multiple attributes decision making methods and applications*, Berlin, Heidelberg: Springer(1981).

[3] L. W. Lee and S. M. Chen, *Fuzzy multiple attributes group decision-making based on the extension of TOPSIS method and interval type-2 fuzzy sets*, In Proceedings of the 2008 international conference on machine learning and cybernetic (2008), 3260–3265, Kunming, China.

[4] J. M. Mendel, R. I. John and F. L. Liu, *Interval type-2 fuzzy logical systems made simple*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 14(6), (2006) 808–821.

[5] L. A. Zadeh, *Fuzzy sets*, 8, (1965). 338–353.

جدول۱ اصطلاحات زبانی و مجموعه های فازی فاصله ای نوع- ۲ متناظرشان

اصطلاحات زبانی	مجموعه های فازی نوع-۲ بازه ای
Very low (VL)	((۰,۰,۰,۰/۱;۱,۱),(۰,۰,۰,۰/۰۵;۰/۹,۰/۹))
Low (L)	((۰,۰/۱,۰/۱,۰/۳;۱,۱),(۰/۰۵,۰/۱,۰/۱,۰/۲;۰/۹,۰/۹))
Medium low (ML)	((۰/۱,۰/۳,۰/۳,۰/۵;۱,۱),(۰/۲,۰/۳,۰/۳,۰/۴;۰/۹,۰/۹))
Medium (M)	((۰/۳,۰/۵,۰/۵,۰/۷;۱,۱),(۰/۴,۰/۵,۰/۵,۰/۶;۰/۹,۰/۹))
Medium high (MH)	((۰/۵,۰/۷,۰/۷,۰/۹;۱,۱),(۰/۶,۰/۷,۰/۷,۰/۸;۰/۹,۰/۹))
High (H)	((۰/۷,۰/۹,۰/۹,۱;۱,۱),(۰.۸,۰/۹,۰/۹,۰/۹۵;۰/۹,۰/۹))
Very high (VH)	((۰/۹,۱,۱,۱;۱,۱),(۰/۹۵,۱,۱,۱;۰/۹,۰/۹))

جدول ۲ اوزان معیارها ارزیابی شده توسط تصمیم گیرندگان

معیارها	تصمیم‌گیرندگان		
	D_1	D_2	D_3
راحتی	VH	H	VH
قیمت	H	VH	VH
ظاهر	M	MH	MH
کارایی	VH	H	H

جدول۳ مقادیر ارزیابی شده گزینه ها به وسیله تصمیم گیرندگان نسبت به معیارهای مختلف

معیارها	گزینه‌ها	تصمیم‌گیرندگان		
		D_1	D_2	D_3
C_1	X_1	MH	H	MH
	X_2	H	MH	H
	X_3	VH	H	MH
C_2	X_1	H	VH	H
	X_2	MH	H	VH
	X_3	VH	VH	H
C_3	X_1	VH	H	H
	X_2	H	VH	VH
	X_3	M	MH	MH
C_4	X_1	VH	H	H
	X_2	H	VH	H
	X_3	H	VH	VH

بهرام عاقلی، عضو هیات علمی دانشگاه آزاد واحد قائم‌شهر
آدرس پست الکترونیکی: **agheli_142@yahoo.com**

مبینا کاردوست، عضو باشگاه پژوهشگران جوان دانشگاه آزاد واحد قائم شهر
آدرس پست الکترونیکی: **m_kardoost@yahoo.com**

مجید مهدی زاده آلاشتی*، عضو باشگاه پژوهشگران جوان دانشگاه آزاد واحد قائم شهر
آدرس پست الکترونیکی (عهده دار مکاتبات): **mehdizadeh_77216@yahoo.com**

*سخنران

مسئله مکانیابی تک وسیله ای آرمانی با پارامتر های فازی و کاربرد های آن

فاطمه کشاورزکوهجردی، عبدالله آل هوز

چکیده. در این مقاله به مطالعه مدل مسئله توسعه یافته مکانیابی تک وسیله ای آرمانی می پردازیم و برای آن ثابت می-کنیم که جواب بهینه در پوسته محدب نقاط تقاضا است. همچنین یک روش تکراری شبه وایزفیلد برای حل مسئله ارائه می-دهیم و ثابت می‌کنیم که به نقطه بهینه همگرا است. در ادامه، مسئله را در حالتی که پارامتر های آن فازی باشند بررسی می-کنیم زیرا در این صورت مسئله به ساختارهای واقعی نزدیکتر است و کاربرد های بسیار بیشتری برای آن نسبت به حالت قطعی، متصور است. در پایان با ارائه مثالی به مقایسه نتایج حاصل از آن در حالت‌های قطعی و فازی می‌پردازیم.

۱. مقدمه

مسائل مکانیابی یکی از پر کاربردترین مسائل زندگی واقعی هستند که در حوزه تحقیق در عملیات مورد بررسی قرار می‌گیرند. یکی از مسائل بنیادی این شاخه مسئله تک وسیله‌ای و چند وسیله‌ای است. در این مسئله فرض بر این است که n نقطه در صفحه R^2 وجود دارند و هر کدام دارای یک مقدار تقاضای مشخص می‌باشند. در مسئله تک وسیله‌ای هدف، تعیین مکان یک سرویس دهنده جدید است بگونه ای که مجموع وزنی فاصله آن تا نقاط تقاضا کمینه گردد. اگر نقاط تقاضا را به صورت $p_i = (a_i, b_i)$ در نظر بگیریم، مسئله بصورت زیر فرمولبندی می‌شود:

$$MIN \quad F(X) = \sum_{i=1}^{n} w_i d(X, p_i)$$

در این مدل w_i ها مثبت و نشان‌دهنده میزان تقاضای نقطه p_i می‌باشند. این مسئله اولین بار توسط وبر در سال 1909 مطرح گردید و تا بحال روش‌های متفاوتی برای حل آن پیشنهاد شده که بهترین آنها روش وایزفیلد است. این روش در سال ۱۹۳۷ ارائه شده است [1].
در سال ۲۰۰۸، فتحعلی و همکاران، مسئله را در حالت خاصی که کاربرد بیشتری دارد مورد بررسی قرار دادند[2]. آنها برای هر یک از نقاط تقاضا شعاعی را در نظر می‌گیرند و مطلوب اینست که فاصله سرویس‌دهنده جدید تا این نقطه، دقیقا به اندازه آن شعاع باشد. در حقیقت به دنبال مکان سرویس‌دهنده جدیدی هستیم بگونه‌ای که مجموع وزنی خطای فاصله آن تا شعاع‌های مذکور کمینه باشد. با توجه به اینکه در کاربردهای عملی نمی‌توان شعاع مربوط به هر نقطه تقاضا را به صورت قطعی (معین) مشخص کرد، ما در این مقاله شعاع هر نقطه را به صورت یک عدد فازی مثلثی در نظر می‌گیریم، برای اینکه در عمل بیشتر با این نوع مسائل روبرو هستیم. همچنین وزن هر نقطه در مدل‌هایی که تا کنون مورد بررسی قرار داده اند، به صورت قطعی در نظر گرفته‌اند ولی در عمل تقاضای هر نقطه ماهیت فازی دارد و ما شرایط فازی بودن تقاضاها را اعمال کرده و در پایان روش حلی برای مدل پیشنهاد می‌کنیم.

۲. مسئله مکانیابی آرمانی وبر

در مسئله تک وسیله ای به دنبال تعیین مکان سرویس دهنده جدیدی هستیم که مجموع وزنی فاصله آن تا نقاط تقاضا کمینه باشد. فتحعلی و همکاران مسئله تک وسیله‌ای خاصی را بررسی کرده‌اند که در آن متناظر با هر نقطه p_i یک شعاع r_i مفروض است و این فاصله ایده‌آل و آرمانی بین سرویس دهنده تا نقطه p_i ها است. برای مثال اگر $r_i = r$ برای $i = 1,\dots,n$ و تمام نقاط روی محیط یک دایره به شعاع باشند، آنگاه مرکز دایره جواب بهینه است. قابل ذکر است که در حالت کلی نمی‌توان مکان سرویس دهنده‌ها را طوری تعیین کرد که فاصله آن تا هر نقطه p_i دقیقا برابر r_i باشد. لذا سعی در مینیمم کردن مجموع وزنی مربعات خطا داریم. توجه داریم که این مسئله با مسئله پوشش (covering) تفاوت دارد. در مسئله پوشش سعی بر آن است که کمترین تعداد سرویس دهندگان را بگونه‌ای مشخص کنیم که فاصله هر نقطه p_i تا نزدیکترین سرویس دهنده کمتر یا مساوی با r_i باشد.

۱.۲ فرمولبندی

$$MIN \quad F(X) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left(d(X, p_i) - r_i\right)^2 \qquad (1)$$

واژه‌های کلیدی: مکانیابی آرمانی، مکانیابی تک وسیله ای، مکانیابی فازی، اعداد فازی مثلثی، روش وایزفیلد.

که در آن $d\left(X,p_i\right)=\sqrt{\left(x-a_i\right)^{۲}+\left(y-b_i\right)^{۲}}$، r_i شعاع مورد نظر برای نقطه p_i و w_i وزن آن است. تابع هدف مدل (۱) محدب نیست و در ادامه ثابت می کنیم که جواب بهینه آن در پوسته محدب نقاط p_i ها قرار دارد. برای این منظور داریم:

$$\frac{\partial F}{\partial X}=۲\sum_{i=۱}^{n}w_i\left(۱-\frac{r_i}{d\left(X,p_i\right)}\right)\left(X-p_i\right) \qquad (۲)$$

اگر قرار دهیم $\frac{\partial F}{\partial X}=۰$، نتیجه می‌شود:

$$X=\frac{\sum_{i=۱}^{n}w_i\left(۱-\frac{r_i}{d\left(X,p_i\right)}\right)p_i}{\sum_{i=۱}^{n}w_i\left(۱-\frac{r_i}{d\left(X,p_i\right)}\right)} \qquad (۳)$$

با تبدیل رابطه (۳) به رابطه تکراری زیر داریم:

$$X_{k+۱}=X_k-\frac{۱}{\alpha_i}\left[\sum_{i=۱}^{n}\beta_i\left(X_k-p_i\right)\right] \qquad (۴)$$

که در آن β_i,α_i بصورت زیر هستند:

$$\alpha_i=\frac{۱}{\sum_{i=۱}^{n}w_i\left(۱-\frac{r_i}{d\left(X_k,p_i\right)}\right)} \qquad (۵)$$

$$\beta_i=w_i\left(۱-\frac{r_i}{d\left(X_k,p_i\right)}\right) \qquad (۶)$$

با قرار دادن $d_k=-\frac{۱}{۲}\sum_{i=۱}^{n}\beta_i\left(X_k-p_i\right)$، بوضوح d_k یک جهت کاهشی است. زیرا $d_k{}^{T}.\nabla F\left(X_k\right)<۰$ و بنابراین دنباله $\left\{X_k\right\}$ به مینمم تابع $F\left(X\right)$ همگرا است.

گزاره. دنباله $\left\{X_k\right\}$ حاصل از روش تکراری (۴) در پوسته محدب نقاط تقاضا قرار دارد.

اثبات. در هر تکرار از رابطه (۴) داریم :

$X_{k+۱}=\frac{\sum_{i=۱}^{n}\alpha_i p_i}{\sum_{i=۱}^{n}\alpha_i}$ پس با قرار دادن $\gamma_i=\frac{\alpha_i}{\sum_{i=۱}^{n}\alpha_i}$ بدست می‌آوریم $\sum_{i=۱}^{n}\gamma_i=۱$ و $\gamma_i\in\left[۰,۱\right]$. یعنی در هر تکرار از روش فوق، نقاط تولید شده ترکیب محدبی از p_i ها هستند. پس $\left\{X_k\right\}$ها و $\lim_{k\to\infty}X_k$ نیز در پوسته محدب p_i ها قرار دارند.

۳. منطق فازی

تئوری مجموعه‌های فازی و منطق فازی را اولین بار پرفسور لطفی زاده در مقاله ای به نام «مجموعه های فازی» [3]، در سال ۱۹۶۵ معرفی نمود. هدف اولیه او در آن زمان، توسعه مدلی کارآمد تر برای توصیف فرآیند پردازش زبان‌های طبیعی بود. او مفاهیم و اطلاعاتی

همچون مجموعه‌های فازی، رویدادهای فازی، اعداد فازی و فازی‌سازی را وارد علوم ریاضیات و مهندسی نمود.
ریاضیات فازی یک فرا مجموعه از منطق دودویی است که بر مفهوم درستی نسبی، دلالت می‌کند. منطق کلاسیک هر چیزی را بر اساس یک سیستم دو تایی نشان می‌دهد (درست یا غلط، ۰ یا ۱، سیاه یا سفید) ولی منطق فازی درستی هر چیزی را با یک عدد که مقدار آن بین صفر و یک است نشان می دهد. مثلا اگر رنگ سیاه را عدد صفر و رنگ سفید را با عدد یک نشان دهیم، آنگاه رنگ خاکستری عددی بین صفر و یک خواهد بود. منطق فازی معتقد است که ابهام در ماهیت علم است، بر خلاف دیگران که معتقد بودند که باید تقریب ها را دقیقتر کرد تا بهره‌وری افزایش یابد، دکتر لطفی زاده معتقد بود که باید به دنبال ساختن مدل‌هایی بود که ابهام را به عنوان بخشی از سیستم مدل کند.

۱.۳ اعداد فازی

اعداد فازی مجموعه‌های فازی هستند که با راهبردهای خاص به منظور ساده سازی محاسبات استفاده می‌شوند. اگر مجموعه فازی A بر روی مجموعه مرجع R از اعداد حقیقی، در شرایط زیر صدق نماید آن را عدد فازی می‌نامیم.
الف) A یک مجموعه فازی محدب باشد، ب) یک x_0 موجود باشد که به ازای آن $\mu(x_0)=1$، ج) μ پیوسته باشد.

۲.۳. رتبه بندی اعداد فازی

فرض کنید X مجموعه جواب‌های شدنی مساله ماکزیمم سازی $cx=\sum c_j x_j$ باشد و g یک نگاشت از مجموعه جواب‌های شدنی به مجموعه اعداد فازی باشد بطوری که:

$$g(x)=\tilde{c}x=\sum \tilde{c}_j x_j, g: X \to F(R) \,\&\, \tilde{c}_j \in F(R).$$

با توجه به اصل توسیع در مجموعه‌های فازی داریم: $\sum \tilde{c}_j x_j \in F(R)$، بنابراین کافی است مجموعه اعداد فازی زیر را برای بدست آوردن جواب بهینه بررسی کنیم.

$$A=\{g(x) \mid x \in X\}$$

بنابراین $x^* \in X$ یک جواب بهینه است اگر عدد فازی $g(x^*)$ بزرگترین عدد در مجموعه فازی A باشد. پس هدف ما پیدا کردن بزرگترین عدد در مجموعه فازی A می‌باشد. حال با استفاده از روش رتبه بندی اعداد فازی (FNRM) جواب بهینه را بدست می‌آوریم.
روش‌های رتبه بندی زیادی برای بدست آوردن بزرگترین عدد فازی مجموعه A وجود دارد. ما از روش‌هایی استفاده می‌کنیم که تابع رتبه بندی آنها خطی (LRF) است.
فرض کنید $A,B \in F(R)$، آنگاه برای مقایسه دو عدد کافی است تابعی خطی مانند $f: F(R) \to R$ تعریف کنیم، اگر $f(A)>f(B)$ و $f(A)<f(B)$ و $f(A)=f(B)$ آنگاه به ترتیب $A>B$، $A<B$ و $A=B$ می‌باشد.
تابع f تابع رتبه بندی خطی است اگر

$$\forall A,B \in F(R),\quad \forall r \in R,\quad r>0$$
$$f(A+B)=f(A)+f(B)$$
$$f(rA)=rf(A).$$

فرض کنید از اعداد فازی مثلثی استفاده می‌کنیم، هر عدد فازی مثلثی را بصورت $\tilde{c}_j=(r_j,c_j,R_j)$ نمایش می‌دهیم و تابع عضویت آنها را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\forall u \in R,\quad j \in R$$

$$\mu_{c_j}(u)=\begin{cases}\left(u-r_j\right)/\left(c_j-r_j\right) & r_j\le u\le c_j\\ \left(R_j-u\right)/\left(R_j-c_j\right) & c_j\le u\le R_j\\ ۰ & o.w.\end{cases}$$

حال فرض می‌کنیم $\tilde{y}=\sum \tilde{c}_j x_j$ باشد بطوری که $\tilde{c}_j$ ها اعداد فازی مثلثی و $\forall \mathrm{j}\in \mathrm{R},\ \mathrm{x_j}\ge 0$. آنگاه تابع عضویت اعداد فازی $\tilde{y}$ بصورت زیر مشخص می‌شود:

$$\mu(z)=\begin{cases}h_j(z)=\dfrac{(z-rx)}{(cx-rx)} & x>۰,\ \ rx\le z\le cx\\ g_j(z)=\dfrac{(Rx-z)}{(Rx-cx)} & x>۰,\ \ cx\le z\le Rx\\ ۰ & o.w.\end{cases}$$

بطوری که $R=(R_۱,...,R_n)$، $c=(c_۱,...,c_n)$ و $r=(r_۱,...,r_n)$. اگر $d=R-c$ و $d'=c-r$ آنگاه dx و $d'x$ اختلاف راست و چپ عدد فازی $\tilde{c}x$ را نشان می‌دهند. حال یک نگاشت رتبه بندی از هر مجموعه فازی به مجموعه اعداد حقیقی در نظر می‌گیریم.

$$f: A\to R$$

بنابراین جواب بهینه از $\max f(\tilde{c}x)$ بدست می‌آید. با استفاده از اندیس‌های اول و سوم یاگر بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} f(\tilde{c}x)&=\left(c+\frac{d-d'}{۳}\right)x\\ f(\tilde{c}x)&=\left(c+\frac{d-d'}{۴}\right)x\end{aligned}\qquad (7)$$

۴. منطق فازی

ما در این بخش به تحلیل مدل مکانیابی آرمانی وبر با پارامترهای فازی می‌پردازیم و در پایان با ارائه یک مثال به مقایسه جواب‌ها در حالت‌های قطعی و فازی می‌پردازیم. کاربردهای فراوان این مدل در دنیای واقعی و از طرفی ناکارایی مدل قطعی آن در تحلیل و بررسی هر چه نزدیکتر به واقعیت مسئله، سبب شد تا مسئله را با یک دید فازی مورد بررسی قرار دهیم تا مدل‌سازی بهتری از مسئله ایجاد گردد. از کاربردهای این مسئله می توان به احداث نیروگاه‌ها، فرودگاه‌ها و نیز تعیین مکان دفن زباله اشاره کرد.

فرض کنید در نظر داریم یک نیروگاه برق اتمی احداث کنیم. با در نظر گرفتن شهرها و یا مراکز توزیع به عنوان نقاط تقاضا و میزان انرژی مصرفی به عنوان وزن هر نقطه می‌توان آن را در قالب این مسئله فرمولبندی کرد. چون میزان انرژی مصرفی هر نقطه را نمی‌توان به صورت قطعی مشخص کرد، آن را بصورت یک عدد فازی مثلثی نشان می‌دهیم. در عدد (w_i-L_i, w_i, w_i+R_i)، w_i+R_i نشان دهنده بیشترین میزان مصرف (تقاضا) برای نقطه i ام و w_i-L_i نیز بیانگر کمترین میزان مصرف است. با توجه به تعریف مساله نیروگاه برای $i=۱,...,n$ در فاصله r_i از نقطه i ام احداث شود ولی در عمل اینگونه نیست و احداث چنین مکانی با این شرط قطعی امکان پذیر نمی باشد بنابراین با فازی در نظر گرفتن شعاع یعنی در نظر گرفتن یک حد بالا و پائین برای آن، r_i به صورت (r_i-L_i, r_i, r_i+R_i) نوشته می‌شود و این امر در عمل بیانگر آن است که نباید مکان نیروگاه از حد مجاز پایین به نقطه i نزدیکتر باشد. در صورت بروز اتفاقات غیر مترقبه و ناگوار، برای نقطه p_i، متحمل ضررهای جبران ناپذیر می‌شویم و تجاوز از حد بالایی سبب افزایش هزینه و دیگر مشکلات خواهد شد.

مثال ۱. پنج نقطه با مختصات و وزن‌ها و فاصله‌های آرمانی ذکر شده در جدول۱ را در نظر بگیرید. برای حل مدل این مسئله، ما با استفاده از شاخص‌های اول و سوم یاگر استفاده کرده و آنرا با روش شبه وایزفیلد ارائه شده در رابطه (4) حل کرده، در نهایت جواب‌های بدست آمده را با حالت قطعی مقایسه می‌کنیم. نتایج در جدول۲ آمده است.

جدول۱. داده‌های مربوط به مثال ۱

i	p_i	$\tilde{w}_i$	$\tilde{r}_i$
1	(۱,۵۴)	(۱/۵,۲,۳)	(۳,۴,۵)
2	(۳,۳۹)	(۲,۳,۴)	(۵,۶,۸)
3	(۶,۱۲)	(۲,۲/۵,۵)	(۴/۵,۵,۶)
4	(۵,۲۰)	(۳,۳/۵,۳)	(۷,۱۰,۱۳)
5	(۸,۴۱)	(۱,۲,۴)	(۳/۵,۴,۷)

جدول۲. نتایج حاصل از حل مدل به روش وایزفیلد برای حالت‌های قطعی و فازی

	قطعی	اندیس اول	اندیس سوم
x^*	(۳۴/۲۹,۲/۹۹)	(۳/۵۴,۳۲/۱۱)	(۲/۹۷,۳۳/۹۵)
f^*	۱۳۴۹/۸	۱۴۸۰/۱	۱۴۹۵/۵

نتیجه‌گیری

ما در این مقاله به مطالعه مسئله تک وسیله‌ای آرمانی پرداخته و با ارائه یک روش تکراری شبه وایزفیلد، نتایج بدست آمده قبلی را بهبود بخشیدیم. ثابت کردیم که جواب بهینه در پوسته محدب نقاط تقاضا قرار دارد که ناحیه بهتری نسبت به نتایج ارائه شده قبلی است. و همچنین ثابت کردیم که این روش تکراری به نقطه مینیمم همگرا است. سپس با تحلیل مسئله با یک رویکرد کاربردی و مطابق با واقعیت، مسئله را بصورتی که پارامترهای آن اعداد فازی مثلثی باشند مدل کردیم و در نهایت با استفاده از شاخص‌ای اول و سوم یاگر مسئله را به حالت قطعی تبدیل نموده و با روش تکراری، جواب مسئله را بدست می‌آوریم. با فازی در نظر گرفتن پارامترها، تصمیم گیرنده اختیارات بیشتری دارد و این باعث افزایش انعطاف پذیری مدل می‌شود زیرا در کاربردهای عملی مقدار قطعی و دقیق پارامترهایی نظیر میزان تقاضا و یا فاصله آرمانی برای نقاط تقاضا را نمی‌توان مشخص کرد ولی بدلیل متغیر با زمان و شرایط بودن، می‌توان یک حداقل و حداکثری برای این مقادیر مشخص کرد. نتایج حاصل از مثال عددی نشان می‌دهند که مقدار مطلوب تابع هدف در حالت فازی از مقدار بهینه تابع هدف در حالت قطعی بیشتر است زیرا با بهره گیری از شاخصه‌های اول و سوم یاگر، مقدار قطعی شده پارامترها، کاهش نمی-یابد و این امر بدلیل پوشش دادن میزان تقاضای بیشتر در فاصله های آرمانی بزرگتر باعث افزایش مقدار تابع هدف نسبت به حالت قطعی می شود.

در تحقیقات آینده در نظر است که به بررسی مدل فازی مسئله و تحلیل جواب آن با استفاده از α - برش‌ها پرداخت و یک جواب کلی برای مسئله ارائه گردد.

مراجع

[1] R.F. Love and J. G. Morris and G.O. Wesolowsky, *Facility Location Models and Methods*, Elsevier Science Publishing Co., Inc (1998).
[2] J. Fathali and M. Zaferanieh and A. Nezakati, *A BSSS algorithm for the location problem with minimal square error*, Submited, August (2008).
[3] L.A. Zadeh, *Fuzzy Set,* Information and control, VOL 8, (1965) 338-353.

فاطمه کشاورز کوهجردی، دانشکده فنی مهندسی، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال
آدرس پست الکترونیکی: **fatemeh.keshavarz.2003@gmail.com**

عبدالله آل هوز*، دانشکده علوم ریاضی، گروه ریاضی محض، دانشگاه تربیت مدرس تهران
آدرس پست الکترونیکی: **a.alhevaz@modares.ac.ir**

*سخنران

حل معادلات دیفرانسیل تأخیری با ضرایب فازی

عظیم ریواز، مرتضی کارگر، هادی مین باشیان، ماشاالله ماشین چی

چکیده. معادلات دیفرانسیل تأخیری از پر کاربرد ترین انواع معادلات دیفرانسیل در مسائل واقعی است و در بسیاری از حالات خصوصاً در پزشکی و الکترونیک پارامترهای معادلات دیفرانسیل تأخیری بصورت نادقیق هستند. در مقدمه این مقاله به بحثی کلی درباره معادلات دیفرانسیل تأخیری می پردازیم و حالت های فازی بودن آن نیز بیان می گردد . در بخش دوم مفاهیم فازی مورد نیاز در این مقاله بصورت خیلی خلاصه طی چند تعریف بیان می شود. سپس بحث کوتاهی پیرامون معادلات دیفرانسیل فازی را مطرح می کنیم. در بخش سوم پس لز مطرح کردن یک فرم از انواع معادلات دیفرانسیل تأخیری در یکی از روش های حل آن همراه با یک مثال ارائه می گردد . در بخش سوم در قسمت دوم نیز یک روش حل برای بدست آوردن یک جواب کلاسیک برای حالت فازی معادله دیفرانسیل تأخیری همراه با شرایط وجود این جواب ارائه می شود و در پایان این بخش یک مثال ارائه می گردد. در بخش آخر هم بحثی پیرامون سایر حالات فازی به همراه نتایج کارها مطرح می گردد.

۱- مقدمه

در یک معادله دیفرانسیل معمولی چنانچه برخی از پارامتر های دارای تأخیر باشند به آن یک معادله دیفرانسیل تأخیری می گویند که در ادامه به معرفی این دسته از معادلات دیفرانسیل ها خواهیم پرداخت [۱]. روش های متفاوتی برای حل معادلات دیفرانسیل تأخیری ارائه شده است که از آن جمله میتوان روش های مرحله ای ، روش تبدیلات لاپلاس و روش کمترین مربعات را نام برد[۲]. در این مقاله روش مرحله ای که یکی از روش های ابتدایی برای حل این دسته از معادلات دیفرانسیل ها است، به کار گرفته شده است. این روش که برای معادلات دیفرانسیل تأخیری با مقادیر اولیه ساده به کار می رود در حل معادلات دیفرانسیل تأخیری که مقادیر اولیه آن توابع پیچیده ای هستند کارایی مناسبی ندارد. دربسیاری از مسائل واقعی، پارامترهای مسئله، مقادیر نادقیق هستند [۳]. مثلاً در پزشکی یا الکترونیک ، معادلات دیفرانسیل تأخیری با ضرایب نادقیق یافت می شود. به کمک نظریه مجموعه های فازی به هر یک از این ضرایب نادقیق یک عدد فازی نسبت می دهیم و به حل این مسائل می پردازیم. حالت های گوناگونی برای فازی بودن یک معادله دیفرانسیل فازی وجود دارد. یک حالت اینکه همه یا برخی از ضرایب فازی باشند، حالت دیگر اینکه همه یا برخی از تأخیرها فازی باشند، حالت دیگر اینکه مقدار اولیه فازی باشد و دست آخر حالتی است که همه این سه حالت با هم اتفاق بیفتند. در این مقاله یک روش برای بدست آوردن یک جواب کلاسیک برای معادلات دیفرانسیل تأخیری بر مبنای روش مرحله ای ارائه می شود. روش ارائه شده برای حل معادله دیفرانسیل تاخیری فازی با الگو برداری از روش حل معادلات دیفرانسیل معمولی می باشد.

۲- مفاهیم اولیه

۲-۱- مفاهیم نظریه مجموعه های فازی

۲-۱-۱ تعریف: زیر مجموعه فازی A در X را محدب گوییم هرگاه:

$$\mu_A(\lambda x+(1-\lambda)y)\geq \min\{\mu_A(x),\mu_A(y)\}$$

۲-۱-۲ تعریف: هسته زیرمجموعه فازی A مجموعه نقاطی از X است که $\mu_A(x)=1$.

۲-۱-۳ تعریف: زیر مجموعه فازی A نرمال نامیده می شود هرگاه هسته آن ناتهی باشد.

۲-۱-۴ تعریف: عدد فازی $\tilde{A}$ ، یک زیر مجموعه فازی بر روی مجموعه اعداد حقیقی است بطوریکه $\tilde{A}$ نرمال و محدب باشد.

۲-۱-۵ تعریف: $\tilde{A}$ را یک عدد فازی مثلثی می گوییم هرگاه با تابع عضویت زیر تعریف شود:

واژه‌های کلیدی: معادلات دیفرانسیل تأخیری، معادلات دیفرانسیل تأخیری فازی، مشتق فازی، روش حل مرحله ای

$$\mu_A(x)=\begin{cases}0 & if \quad x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a} & if \quad a\le x\le b\\ \dfrac{x-c}{b-c} & if \quad b\le x\le c\\ 0 & if \quad x>c\end{cases}$$

۶-۱-۲ تبصره: عدد فازی مثلثی $\tilde{A}$ را بصورت سه تایی (a , b , c) نیز نمایش می دهند.

۷-۱-۲ تبصره: α- برش عدد مثلثی $\tilde{A}$ را بصورت $\tilde{A}_\alpha=[(b-a)\alpha+a,(b-c)\alpha+c]$ نیز می توان نمایش داد.

۲-۲- معادلات دیفرانسیل فازی

هنگام بحث پیرامون معادلات دیفرانسیل فازی به دو نوع معادله دیفرانسیل فازی برمیخوریم. نوع اول معادلات دیفرانسیل معمولی هستند که ضرایب آنها فازی است که معمولاً از آنها به عنوان معادلات دیفرانسیل با ضرایب فازی یاد می شود [۷,۶]. دسته دوم معادلاتی هستند که از مفهوم مشتق فازی و دیفرانسیل گیری فازی بهره می برند. این دسته از معادلات به دلیل تعاریف متفاوتی که از مشتق فازی وجود دارد، خود به دسته های متفاوتی تقسیم می شوند. بطور مثال Kaleva [۸] بر پایه H-مشتق (H-derivative) به توسعه نظریه معادلات دیفرانسیل فازی پرداخت. پس از وی افراد زیادی هم به لحاظ نظری و هم از جنبه کاربردی به بررسی معادلات دیفرانسیل فازی بر پایه H-مشتق پرداختند که می توان در این مورد به منابع[۱۷- ۹] رجوع کنید. اما به دلایل تکنیکی که در مراجع [۱۰,۱۹,۱۸,۱۵] به آن اشاره شده است، در بسیاری از این موارد در استفاده از این مشتق فازی از نظر مفهومی با حالت دقیق(Crisp) فاصله زیادی پدید می آید که تفسیر جواب معادلات را در کاربردهای عملی مشکل می سازد. در عوض افرادی چون Bede در [۲۰] و Chalco در [۲۱] به معرفی تعمیم دیگری برای مشتق فازی پرداخته اند که منجر به تولید دسته بزرگتری از معادلات دیفرانسیل فازی شد. یکی دیگر از روش های تولید معادله دیفرانسیل فازی بر اساس اصل توسیع زاده است که در مرجع [۲۲] به آن اشاره شده است.

۳-۲- وجود و منحصر به فردی جواب

در حالتی که منظور از معادلات دیفرانسیل فازی ، استفاده از مشتق فازی در تولید معادله دیفرانسیل فازی است، بحث پیرامون وجود ومنحصر به فردی قدری پیچیده است. مثلاً Diamond در مرجع [۲۳] نشان داد که فرمول بندی معادلات دیفرانسیل فازی بر مبنای معادلات دیفرانسیل معمولی در فضاهای مجرد خواص ناخوشایندی دارد و در واقع یک دستگاه با رفتار پسندیده ای را بازتاب نمی کند. او همچنین به فرمول بندی مسائل مقدار اولیه فازی (FIVP) بر پایه خانواده ای از شمول های دیفرانسیلی (Differential Inclusions) پرداخت. مثالی از این مورد را نیز می توان در مرجع [۲۴] که در مدلهای بیولوژیک پدید می آید یافت. بطور کلی، بحث پیرامون وجود ومنحصر به فردی جواب معادلات دیفرانسیل با مفهوم مشتق فازی در ارتباط تنگاتنگ با خانواده هایی از این شمول های دیفرانسیلی است جز در حالاتی خاص که می توان از شرط لیپ شیتز فازی بهره برد. برای این منظور می توان به [۲۶،۲۵] مراجعه کرد. از آنجا که ما در این مقاله به معادلات دیفرانسیل تأخیری با ضرایب فازی می پردازیم. لذا بحثی مختصر پیرامون معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرایب فازی ارائه می دهیم.

۴-۲- معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرایب فازی

معادله دیفرانسیل معمولی به فرم (۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید a و b اعداد فازی باشند در این صورت اگر در این حالت مسئله را حل کنیم یک جواب کلاسیک بدست می آوریم که این جواب را با $\tilde{Y_c}(t)$ نشان می دهیم و این جواب باید در شرایط مربوط به وجود جواب کلاسیک صدق کند. اگر ابتدا حالت غیر فازی این معادله دیفرانسیل را حل کنیم و سپس جواب غیر فازی را فازی کنیم یک جواب بر اساس اصل توسیع بدست می آید که آنرا با $\tilde{Y_e}(t)$ نشان می دهیم که روش بدست آوردن این دو جواب در[۵] بحث شده است.

$$\begin{cases}y''+ay'+by=g(x) & x\in[0,T],T>0\ ,a>0\ ,b>0\\ y(0)=\gamma_0\ ,\quad y'(0)=\gamma_1\end{cases}\qquad(1)$$

۳- حل معادله دیفرانسیل تأخیری در حالت های غیر فازی و فازی

مطالعه معادلات دیفرانسیل به فرم زیر مد نظر است:

$$\begin{cases} y'(t) = a^1 y(t-\tau_1) + \ldots + a^m y(t-\tau_m) & t \in [a,b] \\ y(t) = \varphi(t) & -\underset{i}{Min}(\tau_i) \le t \le a \end{cases} \qquad (2)$$

معادله دیفرانسیل (۲) را در نظر بگیرید که در آن همه مقادیر τ_i و a^i ها مقادیری $(i = 1,2,\ldots,m)$ ثابت و مثبت هستند. این فرم معادلات در دسته معادلات دیفرانسیل تأخیری جای دارند. به مقادیر τ_i $(i = 1,2,\ldots,m)$ مقادیر تأخیر می گویند. مثلا [۳] به مدلی از رفتار ویروس HIV می پردازد که در آن به یک دستگاه معادله **دیفرانسیل تأخیری** با τ فازی برمی خورد و به دلیل نبودن روشی برای حل، آنرا از حالت فازی خارج کرده و به حل آن پرداخته است.

۱-۳- روش مرحله ای برای حل معادلات دیفرانسیل تأخیری

همانطور که قبلا گفته شد روش های مختلفی برای حل معادلات دیفرانسیل تأخیری وجود دارد که در این مقاله روش مرحله ای مورد توجه ما است که بطور خلاصه شرح داده می شود :

معادله دیفرانسیل تاخیری به فرم (۱) و همچنین $h = \underset{i}{Min}(\tau_i)$ را در نظر بگیرید، در این صورت مقدار $y(t)$ در بازه $[a, a+h]$ به صورت زیر محاسبه می شود :

$$y(t) = \int_a^t (a^1 y(x-\tau_1) + \ldots + a^m y(x-\tau_m))dx + y(a) \qquad (3)$$

در بازه های $[a+h, a+2h]$, $[a+2h, a+3h]$,... نیز به همین روش مقادیر را بدست می آوریم و این کار را تا رسیدن به نقطه b ادامه می دهیم .

مثال:

معادله دیفرانسیل تأخیری زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} y'(t) = 2y(t-3) & t \in [0,6] \\ y(t) = 1 & t \le 0 \end{cases} \qquad (4)$$

با توجه به بازه $[0,6]$ و مقدار تاخیر τ، این معادله دیفرانسیل در دو مرحله حل می شود :

اگر $t \in [0,3]$

$$y(t) = 2\int_0^t 1dx + 1 = 2t + 1 \qquad (5)$$

اگر $t \in [3,6]$

$$y(t) = 2\int_3^t (2(x-3)+1)dx + 2(3) + 1 = 2\int_3^t (2x-5)dx + 7$$

$$= 2(x^2 - 5x)\Big|_3^t + 7 = 2t^2 - 10t + 19 \qquad (6)$$

بنابراین مقدار $y(t)$ دربازه $[0,6]$ بصورت زیر بدست می آید:

$$y(t) = \begin{cases} 2t+1 & 0 \le t \le 3 \\ 2t^2 - 10t + 19 & 3 \le t \le 6 \end{cases} \qquad (7)$$

۲-۳- روش حل معادلات دیفرانسیل تاخیری فازی بر مبنای روش مرحله ای

حال حالتی را در نظر بگیرید که در معادله دیفرانسیل تأخیری همه ضرایب اعداد فازی مثلثی باشند. در این صورت معادله (۱) به فرم زیر در خواهد آمد :

$$\begin{cases} y'(t)=\tilde{a}^1\, y(t-\tau_1)+\ldots+\tilde{a}^m\, y(t-\tau_m) & t\in[a,b] \\ y(t)=\varphi(t) & -\underset{i}{Min}(\tau_i)\le t\le a \end{cases} \qquad (8)$$

در این صورت می خواهیم یک جواب کلاسیک بر مبنای روش فوق برای این معادله ارائه دهیم. $\tilde{Y_c}(t)$ را یک جواب کلاسیک برای معادله (۶) در نظر بگیرید که به ازای هر t یک عدد فازی است. حال قرار دهید :

$$\tilde{Y_c}(t,\alpha)=[y_1(t,\alpha),y_2(t,\alpha)] \quad t\in[a,b]\ ,\ \alpha\in[0,1] \qquad (9)$$

فرض کنید برای هر $i=1,2$ $y_i(t,\alpha)$ها نسبت به t مشتق مرتبه اول دارند، در این صورت مشتق آنها را با عبارت $y_i'(t,\alpha)\quad i=1,2$ نمایش می دهیم . حال به جای $\tilde{Y_c}(t)$ در معادله (۶) α- برش های آنرا قرار می دهیم. در این صورت معادله زیر را خواهیم داشت :

$$\begin{cases} [y_1'(t,\alpha),y_2'(t,\alpha)]=[a_1^1(\alpha),a_2^1(\alpha)][y_1(t-\tau_1,\alpha),y_2(t-\tau_1,\alpha)] \\ \qquad +\ldots+[a_1^m(\alpha),a_2^m(\alpha)][y_1(t-\tau_m,\alpha),y_2(t-\tau_m,\alpha)] \quad t\in[a,b] \\ [y_1(t,\alpha),y_2(t,\alpha)]=[\varphi_1(t,\alpha),\varphi_2(t,\alpha)] \qquad \underset{i}{Min}(\tau_i)\le t\le a \end{cases} \qquad (10)$$

حال بوسیله انجام عملیات حساب بازه ای[1] دو معادله دیفرانسیل را بصورت زیر بدست می آوریم :

$$\begin{cases} y_i'(t,\alpha)=a_i^1(\alpha)y_i(t-\tau_1,\alpha)+\ldots+a_i^m(\alpha)y_i(t-\tau_m,\alpha) & t\in[a,b] \\ & i=1,2 \\ y_i(t,\alpha)=\varphi_i(t,\alpha) & -\underset{i}{Min}(\tau_i)\le t\le a \end{cases} \qquad (11)$$

اکنون دو معادله دیفرانسیل تاخیری در حالت دقیق در اختیار داریم که میتوانیم به روش مرحله ای آنها را حل کنیم و $\tilde{Y_c}(t,\alpha)=[y_1(t,\alpha),y_2(t,\alpha)]$ را بدست آوریم. اگر جواب هایی که بوسیله $y_2(t,\alpha)$ و $y_1(t,\alpha)$ بدست می آیند، برای هر $t\in[a,b]$ یک عدد فازی باشند آنگاه جواب کلاسیک موجود است و برابر با $\tilde{Y_c}(t)=[y_1(t,\alpha),y_2(t,\alpha)]$ است. دقت کنید برای هر $t\in[a,b]$ ثابت، هرکدام از $y_2(t,\alpha)$ و $y_1(t,\alpha)$ یک تابع بر حسب α هستند .

اگر دو تابع $y_1(t,\alpha)$ و $y_2(t,\alpha)$ نسبت به مشتق پذیر باشند و $\frac{\partial y_1(t,\alpha)}{\partial\alpha}\ge 0$ و $\frac{\partial y_2(t,\alpha)}{\partial\alpha}\le 0$ و $y_1(t,1)=y_2(t,1)$ در این صورت $\tilde{Y_c}(t)$ یک عدد فازی است. در هر مرحله اگر شرایط وجود جواب کلاسیک برقرار بود، به مرحله بعد می رویم و اگر این شرایط برقرار نبود بدست آوردن جواب کلاسیک در همان مرحله متوقف می شود.

مثال:

مثال قبل را در نظر بگیرید ، فرض کنید به جای ضریب ۲ عدد فازی مثلثی (۱,۲,۳) را داشته باشیم. این عدد را A بنامید. α- برش A را میتوان بصورت $A_\alpha=[1+\alpha,3-\alpha]$ نوشت. حال بنا بر معادلات (۸) و (۹) دو معادله دیفرانسیل تاخیری زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y_1'(t)=(\alpha+1)\,y_1(t-3,\alpha) & t\in[0,6] \\ y_1(t,\alpha)=1 & t\le 0 \end{cases} \qquad (12)$$

[1] Interval arithmetic

$$\begin{cases} y_2'(t) = (3-\alpha)\, y_2(t-3,\alpha) & t \in [0,6] \\ y_2(t,\alpha) = 1 & t \le 0 \end{cases} \qquad (13)$$

باز در دو مرحله اقدام به حل این معادله دیفرانسیل می کنیم :

زمانی که $t \in [0,3]$

$$y_1(t,\alpha) = (1+\alpha)\int_0^t 1dx + 1 = (1+\alpha)t + 1 \qquad (14)$$

$$y_2(t,\alpha) = (3-\alpha)\int_0^t 1dx + y_2(0,\alpha) = (3-\alpha)t + 1 \qquad (15)$$

حال شرایط وجود جواب کلاسیک را برای مرحله اول بررسی می کنیم:

$$\frac{\partial y_1(t,\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial((1+\alpha)t+1)}{\partial \alpha} = t \ge 0 \qquad (16)$$

$$\frac{\partial y_2(t,\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial((3-\alpha)t+1)}{\partial \alpha} = -t \le 0 \qquad (17)$$

$$y_1(t,1) = y_2(t,1) \qquad (18)$$

بنابراین مقدار $y(t)$ درباره $[0,3]$ بصورت زیربدست می آید:

$$\tilde{Y}(t,\alpha) = [(1+\alpha)t+1, (3-\alpha)t+1] \quad \forall \alpha \in [0,1] \qquad (19)$$

زمانی که $t \in [3,6]$

$$y_1(t,\alpha) = (\alpha+1)\int_3^t ((\alpha+1)(x-3)+1)dx + (\alpha+1)(3)+1 = (\alpha+1)^2\frac{(t-3)^2}{2} + (\alpha+1)(t-3) + (\alpha+1)(3)+1 \qquad (20)$$

$$y_2(t,\alpha) = (3-\alpha)\int_3^t ((3-\alpha)(x-3)+1)dx + (3-\alpha)(3)+1 = (3-\alpha)^2\frac{(t-3)^2}{2} + (3-\alpha)(t-3) + (3-\alpha)(3)+1 \qquad (21)$$

به راحتی دیده می شود که شرایط وجود جواب کلاسیک برای این مرحله نیز برقرار است:

$$\frac{\partial y_2(t,\alpha)}{\partial \alpha} = -2(3-\alpha)(t-3)^2 - (t-3) - 3 \le 0 \qquad (22)$$

$$\frac{\partial y_1(t,\alpha)}{\partial \alpha} = 2(\alpha+1)\frac{(t-3)^2}{2} + (t-3) + 3 \ge 0 \qquad (23)$$

$$y_1(t,1) = y_2(t,1) \qquad (24)$$

بنابراین مقدار $y(t)$ درباره $[0,3]$ بصورت زیر بدست می آید:

$$\tilde{Y}(t,\alpha) = [(\alpha+1)^2\frac{(t-3)^2}{2} + (\alpha+1)(t-3) + 3(\alpha+1), (3-\alpha)^2\frac{(t-3)^2}{2} + (3-\alpha)(t-3) + 3(3-\alpha)+1]$$
$$\forall \alpha \in [0,1] \qquad (25)$$

۴- نتیجه گیری

در این مقاله به مطالعه جواب معادلات دیفرانسیل تأخیری فازی در حالتی که ضرایب فازی بودند پرداختیم و یک جواب کلاسیک بر مبنای روش حل مرحله ای ارائه نمودیم و شرایط وجود این جواب را نیز بازگو کردیم. بوسیله این روش در هر مرحله تنها با حل دو معادله دیفرانسیل تاخیری می توانیم به ازای هر جواب متناظر با آن را مشخص کنیم. در این معادله دیفرانسیل تأخیری، ضرایب اعداد فازی مثلثی بودند که البته سایر اعداد فازی نیز می توانند باشند و تنها شرایط وجود جواب با این حالت متفاوت می شود. در حالتی که تأخیر ها اعداد فازی باشند به دلیل اینکه در هر مرحله جواب بدست آمده پیچیده تر می شود مثلاً در حالتی که مقدار اولیه چند جمله ای باشد، درجه چند جمله ای در هر مرحله افزایش می یابد و از آنجا که تأخیر نیز وابسته به این پیچیدگی ها است برقراری شرایط وجود جواب با مشکل مواجه می شود و در عمل نیز در مراحل بالاتر شرایط وجود جواب برقرار نیست حتی اگر در مراحل اول ودوم برقرار باشد. لذا در این حالت بدست آوردن جواب کلاسیک با استفاده از این روش بسیار مشکل است.

تشکر و قدردانی

* نویسندگان دوم و سوم از کمک مالی جزئی قطب سیستم های فازی و کاربرد های آن در دانشگاه شهید با هنر تشکر می کنند.

منابع

[1] O. Arino and M.L. Hbid and E. Ait Dads, ***Delay Differential Equations and Applications*** , NATO Science Series,1999 .
[2] J. Heffeman and R. Corless , ***solving some delay differential equation with computer algebra*** , Applied Probability Trust ,2005.
[3] R.M. Jafelice and L. C. Barros and R.C. Bassanezi , ***A Fuzzy Delay Differential Equation Model for HIV Dynamics*** , Proceedings of the IFSA-EUSFLAT 2009.
[4] J.J. Buckley and E. Eslami and Th. Feuring, ***Fuzzy Mathematics in Economics and Engineering*** , Fuzzy set and Systems,112,2000
[5] R.E. Bellman and L.A. zadeh , ***decision making in a fuzzy environment*** , management Science , 17, 141-164,1970
[6] M. Oberguggenberger, S. Pittschmann, ***Differential equations with fuzzy parameters***, Math. Mod. Systems 5 (1999) 181–202.
[7] M. Misukoshi, Y. Chalco-Cano, H. Román-Flores, R.C. Bassanezi, ***Fuzzy differential equations and the extension principle***, Inform. Sci. 177 (2007) 3627–3635.
[8] O. Kaleva, Fuzzy ***differential equations***, Fuzzy Sets and Systems 24 (1987) 301–317.
[9] Y.J. Cho, H.Y. Lan, ***The existence of solutions for the nonlinear first order fuzzy differential equations with discontinuous conditions***, Dynamics Continuous Discrete Impulsive Systems Ser. A Math. Anal. 14 (2007) 873–884.
[10] P. Diamond, P. Kloeden, ***Metric Space of Fuzzy Sets: Theory and Application***, World Scientific, Singapore, 1994.
[11] P. Diamond, ***Brief note on the variation of constants formula for fuzzy differential equations***, Fuzzy Sets and Systems 129 (2002) 65–71.
[12] O. Kaleva, ***A note on fuzzy differential equations***, Nonlinear Anal. 64 (2006) 895–900.
[13] V. Lakshmikantham, R.N. Mohapatra, ***Theory of Fuzzy Differential Equation and Inclusions***, Taylor & Francis, London, 2003.
[14] J.J. Nieto, R. Rodríguez-López, ***Bounded solutions for fuzzy differential and integral equations***, Chaos Solitons Fractals 27 (2006) 1376–1386.
[15] J.J. Nieto, R. Rodríguez-López, ***Euler polygonal method for metric dynamical systems***, Inform. Sci. 177 (2007) 587–600.
[16] J.J. Nieto, R. Rodríguez-López, ***Fuzzy differential systems under generalized metric space approach***, Dynamic Systems Appl. 17 (2008) 1–24.
[17] J.J. Nieto, R. Rodríguez-López, D. Franco, ***Linear first-order fuzzy differential equation***, Internat. J. Uncertainty Fuzziness Knowledge-Based Systems 14 (2006) 687–709.
[18] P. Diamond, ***Time-dependent differential inclusions, cocycle attractors and fuzzy differential equations***, IEEE Trans. Fuzzy System 7 (1999) 734–740.
[19] T. Gnana Bhaskar, V. Lakshmikantham, V. Devi, ***Revisiting fuzzy differential equation***, Nonlinear Anal. 58 (2004) 351–358.
[20] B. Bede, S.G. Gal, ***Generalizations of the differentiability of fuzzy number valued functions with applications to fuzzy differential equation***, Fuzzy Sets and Systems 151 (2005) 581–599.
[21] Y. Chalco-Cano, H. Román-Flores, ***On the new solution of fuzzy differential equations***, Chaos Solitons Fractals 38 (2006) 112–119.
[22] Y.Chalco-Canoa, H.Román-Floresb, ***Comparison between some approaches to solve fuzzy differential equations***, Fuzzy Sets and Systems 160 (2009) 1517–1527.
[23] P. Diamond, ***Time-dependent differential inclusion, cocycle attractors and fuzzy differential equation***, IEEE Trans. Fuzzy Sets and Systems. 7 (6), 734-740, (1999).
[24] G. Mengshu, X. Xiaoping and L. Ronglu, ***Impulsive functional differential inclusion and fuzzy population models***, Fuzzy Sets and Systems.
[25] J.P. Aubin and A. Cellina, ***Differential Inclusions***, Springer-Verlag, Berlin, (1984).
[26] N.S. Papageogiou, ***Random differential inclusions in Banach spaces***, J. Differential Equations 65 (2), 287-303,(1986).

عظیم ریواز
آدرس پست الکترونیکی: **arivaz@mail.uk.ac.ir**

مرتضی کارگر
آدرس پست الکترونیکی: **m_kargar2007@yahoo.com**

هادی مین باشیان*
آدرس پست الکترونیکی: **h_minbashian@yahoo.com**

ماشاالله ماشین چی
آدرس پست الکترونیکی: **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

*سخنران

نقش منطق فازی در طراحی آمیخته بازاریابی

احمد لطیفیان

چکیده. امروزه مشکلات و پیچیدگیها در حوزه بازاریابی گسترش یافته اند. بررسی ادبیات بازاریابی بیانگر ضرورت وجود یک چارچوب جامع برای پیش بینی شرایط بازار است. همیشه درک اینکه مشتریان چه نیازهایی دارند و چه چیزهایی می خواهند ساده نیست و این پیش بینی بازاررا دروضعیت عدم اطمینان قرار می دهد. پیش بینی صحیح وضعیت بازار در آینده این امکان را به بنگاه های تولیدی میدهد که چگونگی حجم فعالیت خود را تنظیم کرده و از این طریق بقا و اعتلای عملیات اقتصادی موسسه خود را تنظیم کنند.در این راستا منطق فازی توانسته است در شاخه های مختلف علوم مشکل پیش بینی و تصمیم گیری را در شرایط عدم اطمینان و مخاطره آمیز مرتفع نماید.به همین دلیل شاید مهم ترین کاربردمنطق فازی در حوزه بازاریابی باشد منطق فازی به مدیران بازار یابی کمک می نماید تا در شرایط پویا، مبهم، نامطمئن و تهدیدکننده محیطی، بهتر تصمیم گیری نمایند .سیستم‌های فازی، سیستم‌های مبتنی بر دانش یا قواعد هستند.در بطن یک سیستم فازی یک پایگاه دانش است که از قواعد اگر ـ آنگاه فازی تشکیل شده است.. در فرایندآمیخته بازاریابی فروش محصول به مشتری نمایان‌گر فعالیتهای اساسی مدیران بازاریابی است. پس از انتخاب یک بازار هدف، مدیران بازاریابی باید یک برنامه سیستماتیک برای فروش به مشتریان و ایجاد روابط بلندمدت تدوین کنند. بدین منظور در این مقاله یک سیستم جامع و پویا برای تعیین آمیخته بازاریابی مطرح خواهد شد. این نظام بر مبنای سیستم‌های تصمیم گیری فازی با هدف سر و کار داشتن با ماهیت پویا، مبهم، نامطمئن، ذهنی و تهدیدکننده متغیرهای ورودی و الگوسازی روابط غیرخطی درگیر در مشکلات بازاریابی قرار دارد. هدف اصلی این بحث تشریح این امر است که چگونه روش فازی می تواند ماهرانه به حل مشکلات بازاریابی کمک کند.

۱. مقدمه

منطق فازی که در فرهنگ لغت "شرایط عدم قطعیت و نامعلوم" تعریف شده است، معتقد است ابهام در ماهیت علم است منطق فازی از یک برنامه غیر دقیق بسیار توصیفی استفاده می کند تا با اطلاعات ورودی بیشتر، شبیه یک کاربر انسان رفتار کند و همچنان پس از خطای کاربر به کار خود در پردازش اطلاعات ورودی و خروجی بپردازد و در آغاز با اندک تنظیمی و یا حتی بدون نیاز به این امر شروع به کار می کند. منطق فازی نیازی به ورودیهای دقیق ندارد و به‌طور ماندگار به کارش ادامه می دهد و می تواند هر تعداد معقولی از ورودیها را پردازش کند. اما پیچیدگی سیستم با ورودیها و خروجیهای بیشتر به‌سرعت افزایش مییابد و پردازشگرهای توزیع شده باعث آسان شدن عملیات می شوند. (اصغرپور،۱۳۸۳) در واقع بیشترین مزیت منطق فازی که باعث به‌کار رفتن آن در حوزه بازار شده انعطاف آن در تحلیل داده ها و تصمیم گیریها است. در واقع منطق فازی روش دقیق فکر کردن در امور مبهم، غیر دقیق است. هنگامی که با پدیده های فازی ارتباط برقرار می کنیم لازم است که با فازی بودن تطبیق یابیم و از تعاریف مطلق بپرهیزیم. بازار، مولفه های بازار و ادراکات مدیریتی آن نیز پویا هستند و ترکیب بازار به تبع خواسته های تک تک مشتریان تغییر می کند. پس باید ادراکات مدیران بازار نیز تغییر کند.

۲. پیدایش منطق فازی

منطق فازی (fuzzy) گونه ای بسیار مهم از منطق است که توسط پروفسور دکتر لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ مطرح شد پروفسور لطفی زاده اینطور استدلال کرد که بشر به ورودیهای اطلاعاتی دقیق نیازی ندارد بلکه قادر است تا کنترل تطبیقی را به صورت بالایی انجام دهد.پس اگر ماکنترل کننده های فیدبک را در سیستم ها طوری طراحی کنیم که بتواند داده های مبهم را دریافت کند، این داده ها میتوانند به طور ساده تر و موثرتری در اجرا به کار برده شوند در واقع .منطق فازی به‌طور جدی در مقابل منطق دودویی ارسطویی قرار گرفت و این منطق نه تنها در حوزه تئوری بلکه در صنعت نیز به‌کار رفته است و پژوهشگران زیادی را مشغول به تحقیق در این زمینه کرده است.منطق فازی در ابتدا به‌عنوان روشی برای پردازش اطلاعات معرفی شد که عضوهای یک مجموعه علاوه بر دو حالت قطعی عضو بودن و نبودن حالت بین این دو را نیز تعریف می کردند منطق فازی به جای پرداختن به صفر و یک، از صفر تا یک را مورد بررسی و تحلیل قرار می دهد. به بیان دیگر مجموعه ای که در منطق ارسطویی دارای دو عضو صفر ویک است در منطق فازی به مجموعه ای با بی نهایت عضو که دارای مقادیری از صفر تا یک هستند تبدیل می‌شود و بدین صورت منطق فازی به اعمال و طرز فکر آدمیان بیشتر نزدیک می شود.(T.Jackson,۲۰۰۲) منطق فازی، حلال مسائل است و قابلیت این را دارد که هم در سیستم های میکروکنترلرهای کوچک و

واژه‌های کلیدی: منطق فازی- آمیخته بازاریابی-فروش- طراحی.

ساده و هم در کامپیوترهای چند کاناله، شبکه عظیم و یا در سیستم های کنترلی پیاده شود. منطق فازی نیز در نرم افـزار، سـخت افـزار و یا ترکیبی از آن دو می تواند کاربرد داشته باشد. منطق فازی روشی آسان برای رسیدن به نتایج معین بر پایه اطلاعات ورودی مبهم و غیر دقیق است. مدل منطق فازی بر پایه و اساس تجربه بوده و بر تجربه کاربر تا فهمیدن تکنیکی سیستم تکیه دارد. به‌عنوان مثال فرض مـی شود فردی در اتاق خود مشغول مطالعه است و از آنجا که هوا گرم بوده، پنجره را کاملاً گشوده است. اگـر بعـد از نـیم سـاعت آن شـخص اندکی احساس سرما نماید، چه خواهد کرد؟ در حالت طبیعی، «بلافاصله پنجره را کاملاً» خواهد بست یا «اندک اندک و بـه مـرور زمـان» آن‌را خواهد بست و بعد از رسیدن به دمای مطلوب آن‌را (درحالت نیمه باز و یا کاملاً بسته) رها خواهد کرد. فرض دوم محتمل تر است اما منطق دو ارزشی فقط یک پنجره را کاملاً باز می بیند یا کاملاً بسـته. منطـق فـازی از تئـوری مجموعـه اعـداد فـازی(منطـق بـی نهایـت مقداره)مشتق میشود که نسبت به منطق کلاسیک(منطق ۰و۱-)به اندازه های تقریبی استدلال میکند(مثلا نه دقیقـاً درسـت و نـه دقیقـاً غلط,نه کاملاً درست و نه کاملاً غلط,نه فقط ۰ یا نه فقط ۱).این تئوری به این دلیل به بعدی از منطق بی نهایت مقداره مـی اندیشـد کـه بتواندبه ارزیابی های فنی دنیای واقعی دقیق و برنامه ریزی شده,برای حل یک مشکل پیچیده دلالت میکندیعنی بـرای حـل یـک مشـکل پیچیده از استدلالهای تقریبی دنیای واقعی و استدلالهای تقریبی بشری اما با تقریبهای بسیار دقیق و تعریف شـده الگـو بـرداری میکنـد- درجات درستی اغلب با احتمالات اشتباه گرفته میشوند(به این معنا که میزان درستی کـه مـا از یـک چیـز میپـذیریم و بـه عنـوان مثـال میگویند علی خوب است و شما نسبت به مفهومی که از خوب بودن برای خود تعریف کرده اید میگویید ۰.۸ خـوب اسـت و دوسـت شـما معتقد است که او ۰.۳ خوب است. با احتمال درست بودن چیزی مثل زمانی که بگویند علی خوب است و چون شما شناخت دقیقی از وی ندارید میگویید احتمالا ۰.۸ خوب است،متفاوت است.اما مفهوم آن اشتباه شده است در حالت اول با اطمینان میگوییم که علی ۰.۸ خـوب است و دوست شما ۰.۳ را قبول دارد.میزان خوب بودن برای دو نفر راجع به موضوعی یکسان متفاوت است و بر عکس حالت احتمال برای هر دو این میزان آشکار است- اگر چه هر دو از طریق ادراک تشخیص داده میشوند اما عضویت درست بودن در منطـق فـازی بـه معنـای عضویت در مجموعه ای از اعداد تعریف شده ی گنگ است(میزان درست بودن عضوی از مجموعه ی اعـداد حقیقیسـت کـه بـین ۰ و ۱ و خـود آنهـا وجـود دارد مـثلا تعریـف میشـود کـه علـی اگـر بـه کسـی کمـک کنـد ۰.۵ خـوب اسـت) نـه احتمـال بعضـی رویـدادها یـا شرایط.(Charles Elkan۱۹۹۳)

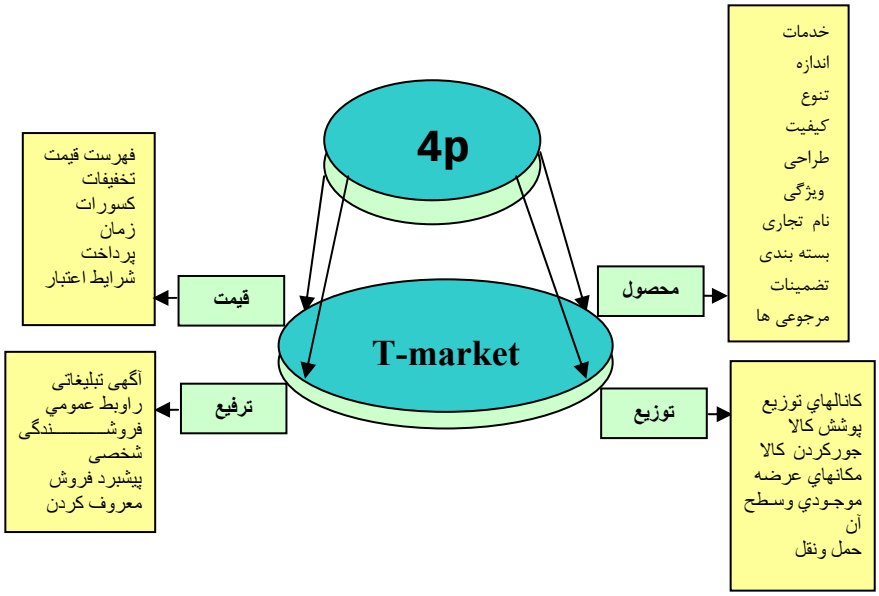
۳. مفهوم آمیخته بازاریابی

بازار[1] مجموعه ای از فروشندگان و خریداران بالقوه و بالفعل یک کالا یا خدمت اند که محل مبادله را تشکیل مـی دهنـدو بازاریـابی ارایـه محصول یا خدمت مناسب در بازار مناسب با قیمـت مناسـب اسـت (عـادلی، افشـین، ۱۳۸۷)در مباحـث بازاریـابی، چهارعنصـر محصـول (product)، قیمت (price)، ترفیع (promotion) و مکان (place) آمیخته بازاریابی نام دارند و این مفهوم برای اولین بار در دهـه ۱۹۵۰ به‌وسیله نیل بوردن معرفی شد و به ۴p معروف گشت. (گرانروس، ۱۹۹۷). آمیخته بازاریابی ، مشخص می کند که مـدیران چگونـه این چهار متغیر قابل کنترل در بازاریابی را برای تدوین یک برنامه ی جامع بازاریابی با یکدیگر تلفیق کنند تا پاسخگوی بازار هدف باشـند. برای کسب موفقیت در برنامه ریزی بازاریابی ، آمیخته بازاریابی باید بازتاب خواسته ها و نیازهای مشتریان در بازار هدف باشـد. بنـابراین ، کارشناسان بازاریابی برای ارزیابی خواسته های مصرف کنندگان و شناسایی محصولاتی که مصـرف کننـدگان حاضـرند بـرای آن هـا پـول بپردازند ، نیازمند تحقیقات بازاریابی هستند. آمیخته بازاریابی بر مدل‌ها و روشهای سنتی مدیریت بـازار ماننـد روش کـارکردگرای پویـای آلدرسون در کنار سایر روشهای سیستمی و نیز تئوری پارامتر که توسط دانشگاه کپنهاگ در اروپا توسعه یافت، غلبه کرد و روشهای جدید مانند دیدگاه محصولی، دیدگاه وظیفه‌ای و دیدگاه جغرافیایی نیز با چنـین سرنوشـتی مواجـه شـدند. تنهـا تعـداد کمـی از ایـن مـدل‌هـا توانسته‌اند بقای خود را در مقابل ۴p حفظ کنند (گرانروس، ۱۹۹۷).یک برنامه بازاریابی از تصمیماتی راجع به محصـول، قیمـت، ترفیـع و توزیع تشکیل می‌شود. اینها مهمترین نوع بخشهایی هستند که مدیران بازاریابی برای رسیدن به اهداف فروش و سودآوری، منـابع شـرکت را به آنها تخصیص می‌دهند (، ۱۹۹۹، .Goldsmith, Ronald).

۴. عناصر آمیخته بازاریابی

ترکیب عناصر آمیخته بازاریابی (4p) به شکل (۱) می باشد.

[1] .Market



شکل۱ : چهار پی (p) ترکیب آمیخته بازاریابی (کاتلر ، ۱۳۸۵ ، ۸۷)

تعاریف عناصر آمیخته بازاریابی (متغیر های مستقل) بشرح ذیل می باشد :

۱- قیمت: مبلغی که در مقابل کالا پرداخت می گردد.

۲- محصول : چیزی که در بازار عرضه می شودکه شامل طرح ، کیفیت ، مشخصات ، نام تجاری و بسته بندی است.

۳- توزیع: کلیه فعالیت هایی که برای رساندن کالا به دست مشتری انجام می گیرد.

۴ - ترفیع: فعالیتهایی که برای ایجاد ارتباط با مشتریان به کار می رود. (روستا وهمکاران، ۱۳۷۸،)

۵. نقش منطق فازی در طراحی آمیخته بازاریابی

یکی از مهمترین تصمیمات در مدیریت بازاریابی، تعیین ارزشهای آمیخته بازاریابی و انتخاب و به کارگیری استراتژی است که به طور ادواری آمیخته بازاریابی مربوط را در واکنش به تغییرات محیط کسب و کار تغییر می دهد. مشکل آمیخته بازاریابی، تعیین ارزشهای متغیرهای تصمیم بازاریابی است؛ چهارپی (p۴) یعنی محصول (کیفیت آن)، قیمت، مکان (توزیع و هزینه های نیروی فروش) و ارتقا (تبلیغات، فروش). توسعه یک آمیخته بازاریابی مؤثر برای برنامه ریزان و طراحان محصول جهت کسب مزیت رقابتی در بازارهای صنعتی اهمیت دارد.

تصمیم مربوط به تعیین و مشخص کردن آمیخته بازاریابی، بستگی به نوع متغیرها، میزان تصادفی بودن، پویایی، ابهام یا نادقیق بودن و کیفی یا ناملموس بودن آنها دارد؛ نظیر قیمت رقیب، کیفیت محصول رقیب، سطح رقابت، فروش پیش بینی شده و غیره. این نوع متغیرها، اتخاذ رویکردهای مناسبی را که می توانند با ماهیت چنین متغیرهایی سر و کار داشته باشند، می طلبند. الگوی مورد بررسی در اینجا عموما برای هر بخش کسب و کار یا صنعتی کاربرد دارد و بویژه در موقعیتی که متغیرهای تصادفی، کیفی و مبهم در ورودیها یا داده های مربوط به مسئله به طور بالقوه وجود دارند، سودمند است.

۶. الگوی فازی آمیخته بازاریابی

مقوله آمیخته بازاریابی یک مسئله نوعا درگیر ابهام وعدم اطمینان از متغیرهای ورودی واطلاعات می باشد. متغیرهای ورودی برای آمیخته بازاریابی ممکن است به شکل(۲) لیست شوند:

_ اهداف و مقاصد فعلی

- فروش هدف؛
- سود و مزیت هدف و نظایر آن.

_ توسعه اخیر (فعلی) و عملکرد

- فروش و سود قبلی؛
- فروش و سود قبلی رقیب؛

- تلاش بازاریابی قبلی و فعلی؛
- موقعیت رقابتی یا نقطه قوت شرکت و نظایر آن.

_ تغییر شرایط محیطی بازار

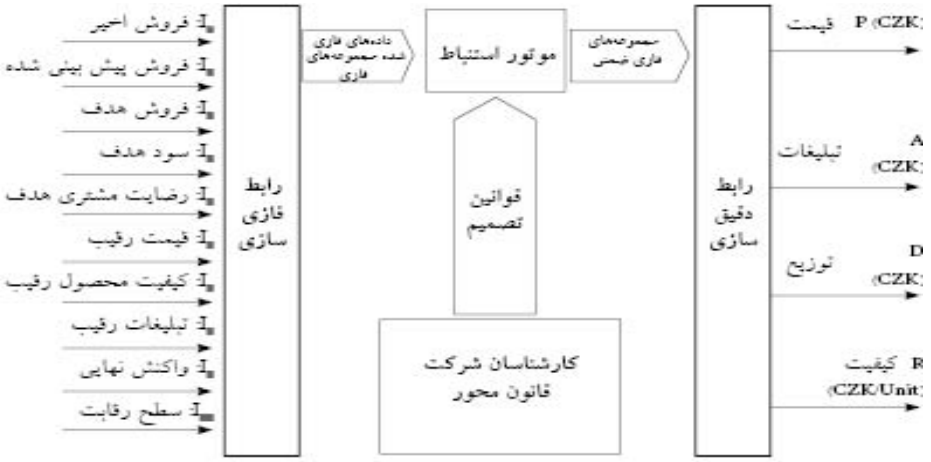
- پیش بینیها (فروش مورد انتظار، واکنش نهایی مورد انتظار بازار، نوسانات اقتصادی و غیره)؛
- سطح رقابت؛
- فرصتهای جدید؛
- تهدیدات جدید و نظایر آن.

_ توانایی مالی شرکت

- بودجه در دسترس

با بررسی چنین متغیرهای ورودی مشاهده می شود که برخی از آنها بویژه پیش بینی فروش، متغیرهایی هستند که ارزش آن نامطمئن است. فروش رقیب، هزینه های تبلیغات و توزیع متغیرهایی هستند که ارزش آنها نمی تواند کامل شناخته شود، ولی می توانند با توجه به ارزش محوری یا اصلی شان به شکل با درجه "بالا" یا "پایین" بیان شوند. متغیری نظیر واکنش نهایی بازار که ارزش آن مبهم است و نمی تواند به طور کامل تعیین شود، یا اطمینانی به تثبیت آن نیست، بر مبنای تخمین یا پیش بینی داده های بی اعتبار قرار دارد. عوامل یا فاکتورهای ذهنی نظیر سطوح رقابت و موقعیتهای رقابتی شرکت که کمی سازی آن بر مبنای قضاوت صرف کارشناسان شرکت و قضاوت انسانی قراردارد، به ناچار به شکلی نامعین مشاهده می شوند. رابطه میان اهداف، شرایط اقتصادی، پیشرفتها و سایر متغیرهای ورودی دیگر از یک طرف و تعیین آمیخته بازاریابی از سوی دیگر، غیرخطی و دشوار است یا تا وقتی که در قالب قوانین تصمیم اگر- پس بیان شود، نمی تواند به طور کامل تعریف شود. اکنون واضح و آشکار است که تنها راه مدیریت همه این ابعاد مقوله آمیخته بازاریابی، به کارگیری مجموعه های منطق فازی است که به گونه ای مؤثر چنین داده‌ها یا ورودیهای ذهنی نامعین و نامطمئن را هدایت کرده و روابط غیرخطی میان داده ها یا

ورودیهای مسئله و خروجیهای آن را شکل می دهند.در واقع پارادایم حاکم بر یک کنترلر فازی به این ترتیب است که متغیرهای دنیای واقعی به عنوان ورودی دریافت می‌شوند. قوانین فازی آن‌ها را به متغیرهای معنایی تبدیل می‌کند. فرآیند فازی این ورودی را می‌گیرد و خروجی معنایی تولید می‌کند و سرانجام خروجی‌ها به زبان دنیای واقعی ترجمه می‌شوند. مبنای قانون (Rule-base) دربرگیرنده قوانین تصمیم کارشناسانی است که ترجمه و تبدیل متغیرهای ورودی به تنظیمات آمیخته بازاریابی را مدیریت می کند.



شکل ۲ – الگوی فازی آمیخته بازاریابی

بنابر این در این مقاله نتیجه گرفته می شود، منطق فازی به مدیران کمک می کند تا در شرایط پویا، مبهم، نامطمئن و تهدیدکننده محیطی، بهتر تصمیم گیری نمایند. نظام منطق فازی ارزشهای مفاهیم و متغیرهای ورودی نامطمئن نظیر پیش فرضها، پیش بینیها ،بایست ها و شا یست ها رادر آمیخته بازاریابی تعیین می کند. فرصتها و تهدید ها ،نقاط قوت ، نقاط ضعف وشرایط محیطی بازار را در آمیخته بازاریابی ارزیابی کرده و به کار می گیرد . یک مدیر بازاریاب باید آنقدر انعطاف‌پذیر باشد که زمانی که پدیده های فازی رخ می دهند، بتواند با آنها تطبیق یابد، یعنی قادر به ایجاد ادراک و پاسخ انطباقی به بازار باشد، اگرچه ممکن است تصور شود که ارائه پاسخ ثابت

کارآمدتر باشد.بنابراین در نظر آوردن تعریف ثابتی از بازار بسیار مطلق گرایانه است، اگر چه در این حوزه نیازمند تعاریف مشخص هستیم،اما باید دیدگاهی انعطاف پذیر از درک و پاسخ بازار وجود داشته باشد.

مراجع

[۱] اصغرپور، محمدجواد "تصمیم گیریهای چندمعیاره"، نشر دانشگاه تهران، چاپ سوم ۱۳۸۳،

[۲] بودجاریف، جرج و ماریا بوجادزیف "منطق فازی و کاربردهای آن در مدیریت"، سیدمحمد حسینی، نشر ایشیق، تهران، چاپ اول، ۱۳۸۱

[۳] روستا، احمد، داور ونوس و عبدالحمید ابراهیمی ، مدیریت بازاریابی، چهارم، انتشارات سمت، تهران. ۸ ۱۳۷

[۴] عادلی، افشین، "اصول بازاریابی و بسته بندی آبزیان" ، نشر بی نهایت، تهران، ص۱۳۸۷،۹،

[۵] کاتلر، فیلیپ و گری آرمسترانگ، ۱۹۹۱، اصول بازاریابی، ترجمهٔ بهمن فروزنده، چاپ هفتم، نشر آتروپات، اصفهان،۱۳۸۵،

[6] Petr Hájek, ***Metamathematics of fuzzy logic*** (1998)

[7] George Klir and Tina Folger, ***Fuzzy Sets***, Uncertainty, and Information¬ (1988)

[8] Kotler , Philip , Gary Armstrong (2001), London & Inc. John Saunders & Veronica Wong , Prentice Hall

[9] Goldsmith, Ronald. , ***The personalized marketplace: beyond the 4p,s*** , Marketing Intelligence & and Planning , volume 17 . number 4, pp 179-185۱۹۹۹) ,

[10] Gronroos, Christian. , ***From marketing mix to relationship marketing***, Mnagement Decision, volume 35. number 4 , pp 322-339 , 1997

[11] William - William T.Jackson, ***Fuzzy Marketing: Implications for small Business***, The university of Texas of the permain Basin, 2002 " ,

احمد لطیفیان *، عضو هیات علمی دانشکده علوم ادرای و اقتصادی دانشگاه فردوسی

آدرس پست الکترونیکی: **Lat876@yahoo.com**

* سخنران

مقایسه اقتصادی پروژه ها با استفاده از تکنیک ارزش فعلی خالص تحت شرایط فازی با در نظر گرفتن نرخ مالیات و تورم فازی

سید رضا حجازی، سید مهران حسینی، علی ارکان، سید جواد صالح‌زاده

چکیده. تکنیک‌های مختلفی برای ارزیابی اقتصادی پروژه‌ها موجود می‌باشد که از پرکاربردترین این تکنیک‌ها، تکنیک ارزش فعلی خالص[۱] و نرخ بازگشت سرمایه[۲] می‌باشد. به منظور ارزیابی اقتصادی پروژه‌ها از پارامترهایی مانند جریان نقدی، نرخ بهره، نرخ مالیات و غیره استفاده می‌شود. اگرچه در اکثر موارد مقداری قطعی برای این پارامترها در نظرگرفته می‌شود، ولی عملا در دنیای واقعی مقداری ابهام در این پیش بینی‌ها وجود دارد و لذا ممکن است دقیقاً این پیش بینی‌ها اتفاق نیفتد. در این مقاله، در راستای رفع این مشکل، از جریان نقدی فازی برای مقایسه اقتصادی پروژه‌ها با استفاده از تکنیک ارزش فعلی خالص فازی، پشنهاد شده‌است. با بکارگیری اعداد فازی مثلثی، ارزش فعلی خالص طرح‌های مختلف به صورت یک عدد فازی مثلثی محاسبه شده است. در نهایت با استفاده از رتبه بندی اعداد فازی به مرتب کردن ارزش فعلی خالص فازی پروژه ها پرداخته و اولویت آنها تعیین شده‌است.

۱. مقدمه

تحلیل و ارزیابی اقتصادی پروژه‌ها ، تکنیک‌های مقایسه و تصمیم‌گیری و انتخاب از میان راه حل‌ها بر اساس شرایط مطلوب پولی یا اقتصادی را شامل می‌شود. این امر بوسیله اطلاعاتی مانند جریان نقدی ، نرخ بهره ، نرخ مالیات و غیره صورت می‌گیرد. باید خاطرنشان نمود که بودجه‌بندی سرمایه از ابزارهای ریاضی در رتبه‌بندی سرمایه‌گذاری‌ها بهره می‌گیرد[۱]. از تکنیک های ارزیابی می توان به ارزش فعلی خالص، نرخ بازگشت سرمایه و غیره اشاره کرد.

یکی از مشهورترین راه‌های ارزیابی و رتبه‌بندی پروژه‌ها و سرمایه‌گذاری‌ها، استفاده از روش ارزش فعلی خالص می‌باشد. جاگی و همکاران [۲] سیاست بهینه سفارش‌دهی اقلام فرسایشی را تحت شرایط تورم، با بکارگیری روش مبلغ تنزیل شده پرداختها و هزینه‌های آتی (DCF)[۳] (ارزش فعلی خالص) در طول یک افق برنامه‌ریزی محدود، بررسی نموده‌اند. جیمنز و پاسکال [۱] آنالیز ریسک پروژه، مقداربازگشت و ارزش را فرموله نموده‌اند. فرمول‌بندی آنها ترکیب اولویت‌ها و سلایق را در مورد معیاری خاص برای هر یک از اجزاء جریان نقدی امکان‌پذیر می‌سازد. بارگانوو و پساتی [۳]، به تحلیل حساسیت در پروژه‌های سرمایه‌گذاری با استفاده از چندین معیار رتبه-بندی نظیر نرخ بازگشت سرمایه و ارزش فعلی خالص پرداخته‌اند؛ اما به نظر می‌رسد روش ارزش فعلی خالص تا به حال بیشترین کاربرد را در بررسی‌های سرمایه‌گذاری داشته‌است و در این زمینه تحقیقات فراوانی انجام شده است [۴،۵،۶،۷،۸،۹،۱۰،۱۱،۱۲].

جریان نقدی پروژه ها می تواند تحت تاثیر عوامل گوناگون مانند تورم و غیره قرار گیرد و به طبع ارزیابی اقتصادی پروژه ها را تحت تاثیر قرار خواهد داد. از آنجائی که در جهان واقعی بیشتر این عوامل حالت مبهم و غیردقیق دارند، که این مسأله از شرایط حاکم بر محیط‌های واقعی نتیجه می‌شود، بکارگیری اعداد قطعی به جای پارامترهای مربوطه ، تصویر صحیحی از محیط واقعی را در اختیار ما قرار نمی‌دهد. لذا، بکارگیری مفاهیم فازی و استفاده از اعداد فازی می‌تواند راه‌حلی برای تطبیق دقیقتر با محیط واقعی شود. کاربرد علوم فازی در تحقیقات ده‌های اخیر و در علوم مختلف بسیار مشهود می‌باشد. به عنوان نمونه می‌توان به [۱۳،۱۴] اشاره نمود. به همین دلیل در این مقاله با استفاده از تکنیک ارزش فعلی خالص و با درنظر گرفتن مالیات و تورم تحت شرایط فازی، رتبه‌بندی اقتصادی پروژه‌ها انجام گرفته است . در ادامه در بخش ۲ کلیلات مورد استفاده به طور مختصر توضیح داده‌شده‌است. بخش ۳، به توضیح مفاهیم فازی می‌پردازد.

درادامه، با ارائه یک مثال، روش ارائه‌شده به منظور مقایسه اقتصادی پروژه ها با در نظر گرفتن نرخ تورم و استهلاک فازی تشریح می‌گردد و در نهایت نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات آتی در انتها آمده است.

---

۱ NPV
۲ ROR
۳ Discounted Cash Flow

واژه های کلیدی: ارزیابی اقتصادی پروژه‌ها، اعداد فازی مثلثی، ارزش فعلی خالص فازی، نرخ تورم، مالیات.

۲. کلیات

۱.۲. استهلاک [۱۳]

استهلاک یک کاهش (تخفیف مخصوص) برای فرسایش و دمده شدن تکنیکی کارخانه و تجهیزات است. به طور تئوریک ، هزینه یک دارایی باید طی تعداد سال هایی که استفاده خواهد شد طبق کاهش ارزش طبیعی که دارایی هر سال تحمل خواهد کرد، کسر شود. برای محاسبه استهلاک از روش‌های متفاوتی مانند خط مستقیم، بالانس نزولی و جمع‌ارقام سالیان استفاده می‌شود.

۲.۲. تورم

افزایش قیمت‌ها و کاهش قدرت خرید با گذشت زمان را تورم گویند. زمانی که نرخ تورم کم و بین ۲ تا ۴ درصد در سال باشد، در محاسبات اقتصادی وارد نمی شود، اما با افزایش نرخ تورم ، اثر آن بر فرصت های سرمایه گذاری و بررسی های اقتصادی مشهود است و باید به‌عنوان یک عامل مهم و تعیین‌کننده درنظر گرفته شود. بدین منظور از دو مدل اصلی استفاده می‌شود : ۱ – حذف اثر تورم با تبدیل فرآیندهای مالی متورم به فرآیند مالی واقعی. ۲- تجزیه و تحلیل پروژه با فرآیند های مالی متورم شده[۱۵]. در این مقاله از مدل دوم استفاده شده است.

۱.۲.۲. تجزیه و تحلیل پروژه با فرآیند های مالی متورم شده

در این روش کلیه ارقام مربوط به جریان وجوه نقدی به قیمت‌های جاری آن ها و بدون هیچگونه تعدیلی مورد توجه قرار می گیرد. سپس با توجه به نرخ بهره اسمی که در حقیقت دربردارنده نرخ تورم نیز می باشد، ارزش فعلی جریان وجوه نقدی را محاسبه نموده و همانند گذشته با استفاده از معیار ارزش فعلی خالص ، طرح یا طرح های مورد نظر را ارزیابی می کنیم. در این روش کلیه ارقام و نرخ تنزیل ، همه به قیمت های جاری در نظر گرفته می شوند.

۳. فازی سازی

آنالیز اقتصادی طرح‌ها مستلزم پیش‌بینی جریان نقدی، نرخ بهره، نرخ مالیت و نرخ تورم سالیانه مربوط به آن‌ها می‌باشد. در محیط واقعی معمولاً این پیش بینی ها با ابهام همراه هستند. به منظور رفع این ابهام، می‌توان از اعداد فازی استفاده نمود. انواع مختلف اعداد فازی در ادبیات موضوع اشاره شده است. در این مقاله از اعداد فازی مثلثی برای نمایش پارامترهای مورد نیاز استفاده می‌شود. با بکارگیری اعداد فازی، ارزش فعلی خالص طرح‌های مختلف به صورت یک عدد فازی مثلثی محاسبه شده و در نهایت با استفاده از رتبه بندی اعداد فازی به مرتب کردن ارزش فعلی خالص فازی پروژه ها پرداخته و اولویت آنها تعیین شد.

۱.۳. مرتب کردن اعداد فازی

در این مقاله برای مرتب نمودن اعداد فازی ارائه شده توسط روش چن و چن [۱۴] استفاده شده‌است. این روش به صورت زیر است:

عدد فازی ذوزنقه‌ای $\widetilde{A} = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}; w_{\widetilde{A}_i})$ را درنظر بگیرید.

گام ۱ : مطابق زیر هر یک از اعداد فازی عمومی $\widetilde{A}_i$ را به اعداد فازی استاندارد تبدیل کنید و با $\widetilde{A}_{i^*}$ نمایش دهید:

$$\widetilde{A}_{i^*} = (\frac{a_{i1}}{K}, \frac{a_{i2}}{K}, \frac{a_{i3}}{K}, \frac{a_{i4}}{K}; w_{A_i}) = (a^*_{i1}, a^*_{i2}, a^*_{i3}, a^*_{i4}; w_{A_i}) \quad (۱)$$

$$K = \max_{ij}\left(\left|a_{ij}\right|\right) \quad (۲)$$

که $\left|\left|a_{ij}\right|\right|$ حد بالای $\left|a_{ij}\right|$ به ازای $1 \le i \le n$ و $1 \le j \le n$ می باشد.

گام ۲ : مقدار دفازی شده هر عدد فازی استاندارد را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$x_{\widetilde{A}_{i^*}} = \frac{a^*_{i1} + a^*_{i2} + a^*_{i3} + a^*_{i4}}{4} \quad (۳)$$

که مقدار آن بین ۱- تا ۱ می باشد.

گام ۳ : گسترش هر یک از اعداد فازی استاندارد شده را به شکل محاسبه کنید :

$$STD_{\tilde{A}_{i^*}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{4}\left(a_{ij}^{*} - x_{\tilde{A}_{i^*}}\right)^2}{4-1}} \qquad (۴)$$

که $STD_{\tilde{A}_{i^*}} \in [0,1.1547]$ است.

گام ۴ : نهایتاً نمره مربوط به هر عدد فازی استاندارد شده را مطابق فرمول زیر محاسبه می کنیم :

$$Score\left(\tilde{A}_{i^*}\right) = \frac{x_{\tilde{A}_{i^*}} \times w_{\tilde{A}_i}}{1 + STD_{\tilde{A}_{i^*}}} \qquad (۵)$$

که $Score\left(\tilde{A}_{i^*}\right) \in [-1,1]$ می باشد و هرچه این مقدار بزرگتر رتبه عدد فازی مربوطه بالاتر(بزرگتر) است.

۴. مقایسه اقتصادی پروژه ها با در نظر گرفتن نرخ تورم و استهلاک فازی

ارزیابی‌اقتصادی‌پروژه‌ها به‌عنوان‌تکنیک‌های‌مقایسه‌و تصمیم‌گیری‌و انتخاب‌از میان‌راه‌کارها براساس‌شرایط‌مطلوب‌اقتصادی‌تلقی‌می‌شود. در این میان یکی از پرکاربردترین تکنیک های ارزیابی پروژه ها تکنیک ارزش فعلی خالص می باشد. در این قسمت، ارزیابی اقتصادی پروژه-ها با بکارگیری تکنیک و با درنظر گرفتن استهلاک و تورم در حالت قطعی و فازی بررسی می شود. برای شرح تحلیل انجام‌شده، یک مثالا ساده آورده‌شده‌است. همچنین در انجام محاسبات، از روش استهلاک خط مستقیم و به‌منظور ملاحظه تورم از تجزیه و تحلیل پروژه با فرآیند های مالی متورم شده استفاده شده است.

مثال : سه طرح A و B و C را با عمر ۵ ساله و با جریان نقدی زیر درنظر بگیرید. جریان نقدی منفی نشان‌دهنده پرداخت و جریان نقدی مثبت بیانگر دریافت می‌باشد.

جریان نقدی و سایر اطلاعات فازی به صورت اعداد فازی مثلثی در جدول زیر نمایش داده شده اند.

سال	جريان نقدي فازيA		
0	-16200	-18000	-19800
1	6123.6	6930	7761.6
2	8503.056	9801	11176.704
3	11224.03392	13176.9	15299.66592
4	14325.94875	17129.97	20251.19416
5	21902.33613	26241.885	31120.774

سال	جريان نقدي فازيB		
0	-18000	-20000	-22000
1	6804	7700	8624
2	9447.84	10890	12418.56
3	12471.1488	14641	16999.6288
4	15917.72083	19033.3	22501.32685
5	24335.92904	29157.65	34578.63777

سال	جريان نقدي فازيC		
0	-19800	-22000	-24200
1	7484.4	8470	9486.4
2	10392.624	11979	13660.416
3	13718.26368	16105.1	18699.59168
4	17509.49292	20936.63	24751.45953
5	26769.52194	32073.415	38036.50155

برای ارزیابی این سه پروژه از حداقل نرخ جذاب فازی (۰.۱۹, ۰.۱۷, ۰.۱۵) و نرخ مالیات فازی (۰.۳۲, ۰.۳, ۰.۲۸) و نرخ تورم فازی (۰.۱۲, ۰.۱, ۰.۰۸) و جریان نقدی فازی در جداول بالا استفاده شده است. برای مقایسه از تکنیک ارزش فعلی خالص استفاده شده است ، به صورت زیر:

$$NPV = \sum_{n=0}^{5} \frac{cf_n}{(1+i)^n} \qquad (۶)$$

که پارامترهای آن به صورت اعداد فازی مثلثی هستند، با استفاده از ۴ عملگر اصلی اعداد فازی [۱۴]، عملیات ریاضی موجود در فرمول (۶) را می‌توان انجام داد و ارزش فعلی خالص فازی را برای هر پروژه بدست آورد.

اگر نرخ بهره اسمی را با i نشان دهیم و نرخ بهره واقعی را با i' و نرخ تورم را با π رابطه بین نرخ بهره اسمی و واقعی به صورت زیر است:

$$i = (1+i^*)*(1+\pi)-1 = (0.242, 0.287, 0.3328)$$

با استفاده از این نرخ ارزش فعلی فازی را برای هر پروژه بدست آورده می‌شود که برابر (۰.۳۳۲۸, ۰.۲۸۷, ۰.۲۴۲) می باشد.
بعد از کسر مالیات و بدست آوردن جریان نقدی متورم شده فازی بعد از مالیات و محاسبه فاکتورهای فازی ارزش فعلی خالص برای هر پروژه به صورت جداول زیر بدست می‌آید:

پروژه A

سال	جریان نقدي بعد از کسر مالیات			ارزش فعلي جریان نقدي		
0	-16200	-18000	-19800	-16200	-18000	-19800
1	4417.488	5661	6878.592	3314.442	4398.601	5538.319
2	5704.111	7670.7	9627.448	3211.131	4631.033	6241.199
3	7105.741	10033.83	12988.54	3001.335	4706.858	6779.465
4	8623.167	12800.98	17071.53	2732.794	4665.831	7174.407
5	12721.29	19179.32	25819.72	3024.866	5431.759	8736.622
ارزش فعلي جریان نقدي				-915.433	5834.082	14670.01

پروژه B

سال	جریان نقدي بعد از کسر مالیات			ارزش فعلي جریان نقدي		
0	-18000	-20000	-22000	-18000	-20000	-22000
1	4908.32	6290	7642.88	3682.713	4887.335	6153.688
2	6337.901	8523	10697.16	3567.923	5145.593	6934.665
3	7895.268	11148.7	14431.71	3334.816	5229.842	7532.739
4	9581.296	14223.31	18968.37	3036.437	5184.257	7971.564
5	14134.76	21310.36	28688.58	3360.963	6035.287	9707.358
ارزش فعلي جریان نقدي				-1017.15	6482.314	16300.01

پروژه C

سال	جریان نقدي بعد از کسر مالیات			ارزش فعلي جریان نقدي		
0	-19800	-22000	-24200	-19800	-22000	-24200
1	5399.152	6919	8407.168	4050.984	5376.068	6769.056
2	6971.691	9375.3	11766.88	3924.715	5660.152	7628.132
3	8684.794	12263.57	15874.88	3668.298	5752.826	8286.013
4	10539.43	15645.64	20865.2	3340.081	5702.682	8768.72
5	15548.24	23441.39	31557.44	3697.059	6638.816	10678.09
ارزش فعلي جریان نقدي				-1118.86	7130.545	17930.01

همان طور که از جداول بالا فهمیده می شود برخلاف حالت قطعی که همه پروژه ها اقتصادی بودند با در نظر گرفتن کمی ابهام در پارامترها احتمال منفی شدن ارزش فعلی خالص و غیراقتصادی بودن پروژه ها وجود دارد که نتیجه قابل توجهی است. حال باید بعد از بدست آوردن ارزش فعلی فازی هر پروژه بوسیله یکی از روش های مرتب کردن اعداد فازی، اولویت هریک از پروژه ها را نسبت به هم مشخص کنیم. بدین منظور از روش چن و چن [۱۴] استفاده شده‌است.

$$NPV_A = (-915.433, 5834.082, 14670.01; 1)$$
$$NPV_B = (-1017.15, 6482.314, 16300.01; 1)$$
$$NPV_C = (-1118.86, 7130.545, 17930.01; 1)$$

با استفاده از فرمول (۵) نمره هر پروژه مشخص شده و در جدول زیر آمده است که اولویت پروژه ها را نشان می دهد.

پروژه	A	B	C
Score	0.364114	0.364116	0.364117

همان طور که می بینید نتیجه در حالت فازی مانند حالت قطعی است ،یعنی ابتدا پروژه C و B و بعد A، این به این خاطر است که میزان فازی سازی برای هر سه پروژه یکسان درنظر گرفته شده است و اگر ابهام پروژه ها متفاوت می بود، امکان تفاوت در نتیجه فوق وجود داشت.

۵. خلاصه و نتیجه گیری

در این تحقیق از تکنیک ارزش فعلی خالص با پارامترهای فازی برای مقایسه پروژه ها با جریان نقدی فازی ،که تمامی پارامترها به صورت اعداد مثلثی فازی نشان داده شده اند، با درنظر گرفتن استهلاک و تورم فازی به طور همزمان استفاده گردید و برای این کار از جریان نقدی متورم شده بعد از کسر مالیات استفاده شد که به واقعیت نزدیکتر است و استهلاک و ارزش اسقاط جزء هزینه هایی درنظر گرفته شد، که مشمول تورم قرار نگرفتند.

در جهان واقعی که پیش بینی پارامترها به طور قطعی امکان پذیر نیست، مقایسه پروژه ها در حالت فازی دقیقتر و نزدیکتر به واقعیت است و اگر کمی ابهام در جریان نقدی وجود داشته باشد، امکان منفی شدن ارزش فعلی و غیر اقتصادی بودن پروژه وجود خواهد داشت. پس باید با دقت بیشتری به پیش بینی جریان نقدی آتی و پارامتر هایی نظیر نرخ بهره و نرخ مالیات و تورم پرداخت. دراین خصوص استفاده از مفاهیم فازی در مقایسه ارزش فعلی خالص پروژه ها دارای اهمیت بالایی می‌باشد.

استفاده از نرخ‌های متفاوت فازی‌سازی، تاثیر اخذ وام در تامین مقداری از سرمایه گذاری اولیه واستفاده از اعداد فازی ذوزنقه‌ای در تخمین پارامترها، می‌تواند زمینه‌هایی برای تحقیقات آتی باشد.

منابع

[1]. L.G. Jimenez, L. B. Pascual, *Multicriteria cash-flow modeling and project value multiples for two-stage project valuation,* International Journal of Project Management 26 (2008), 185–194.

[2] C. K. Jaggi, K.K. Aggarwal, S.K. Goel, *Optimal order policy for deteriorating items with inflation induced demand*, International Journal of Production Economics, 103(2006), 707-714.

[3] E. Borgonovo, L. Peccati, *Uncertainty and global sensitivity analysis in the evaluation of investment projects,* Int. J. Production Economics 104 (2006), 62–73.

[4] N. Al-Saleh, R. Mills, *Capital budgeting practices in medium and small British companies,* Henley Management College (UK) working paper HWP 9625(1996).

[5] L. Gitman, J. Forrester, *A survey of capital budgeting techniques used by major US firms*, Financial Manage, 6(1977), 66–71.

[6] M. Harris, A. Raviv, *The capital budgeting process: incentives and information,* J Finance, 51(4),(1996), 1139–74.

[7] JCT. Mao, *Survey of capital budgeting: theory and practice*, J Finance, 25(1970), 349–60.

[8] M. Mekonnen, *The process of investment appraisal: the experience of 10 large British and Dutch companies*, Int J Project Manage 21(2003), 355–62.

[9] L. Remmers, *International financial management: 35 years later-what has changed?,* Int Business Rev, 13(2004), 155–80.

[10] R. Slagmulder, W. Bruggeman, L.V. Wassenhove, *An empirical study of capital budgeting practices for strategic investments in CIM technologies,* Int J Prod Economic, 40(1995), 121–52.

[11] E.A. Trahan, LJ. Gitman, *Bridging the theory–practice gap in corporate finance: A survey of chief financial officers,* Quart Rev Econom Finance, 35(1995), 73–87.

[12] M.G. Danielson, J.A. Scott, *The capital budgeting decision of small business*. Working paper presented at the FMA 2005 annual meeting.

[13]- C. Kahraman, I. Kaya, *Depreciation and Income Tax Considerations under Fuzziness,* Fuzzy Engineering Economics with Appl., STUDFUZZ 233(2008), 159–171.

[14]- S. M. Chen, J. H. Chen, *Fuzzy risk analysis based on ranking generalized fuzzy numbers with different heights and different spread,* Expert systems with applications, 36(2009), 6833-6842.

[۱۵]- جعفری صمیمی. احمد،حسینی. سید محسن، احسانفر. محمد حسین، مبانی اقتصاد مهندسی (ارزیابی طرح های اقتصادی)، چاپ اول، انتشارات موسسه آموزش عالی صنعتی مازندران، بابل، ۱۳۸۷.

سید رضا حجازی، اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و برنامه‌ریزی سیستم‌ها.
آدرس پست الکترونیک: **rehejazi@cc.iut.ac.ir**

سید مهران حسینی ، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و برنامه‌ریزی سیستم‌ها.
آدرس پست الکترونیک: **sm.hoseini@in.iut.ac.ir**

علی ارکان*، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و برنامه‌ریزی سیستم‌ها.
آدرس پست الکترونیک: **aliarkan@in.iut.ac.ir**

سید جواد صالح‌زاده، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی صنایع و برنامه‌ریزی سیستم‌ها.
آدرس پست الکترونیک: **j.salehzadeh@in.iut.ac.ir**

*سخنران

رویکردفازی در تعیین و تبیین شاخص‌های مهم اولویت بندی مصرف گازطبیعی

غلامرضا ابوالحسنی، علی محقر

چکیده. اولین‌گام در راستای اصلاح الگوی‌مصرف گازطبیعی اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف است. ازاین‌رو درمقاله حاضر سعی‌شده درحوزه علمی پژوهش‌عملیاتی ابتدا بخشهای مختلف‌مصرف گازطبیعی و شاخص‌های‌مطرح برای اولویت‌بندی بخشهای یادشده طی یکسری مطالعات کتابخانه‌ای و مصاحبه‌های منظم با خبرگان صنعت نفت و گاز شناسایی شوند. سپس با رویکردفازی به مدد دو گروه پرسشنامه کیفی اهمیت شاخص‌های مطرح و ارزش کمی شاخص‌های مهم برای اولویت‌بندی بخشهای مختلف‌مصرف به روش میانگین‌گیری از منظر خبرگان و کارشناسان مجرب صنعت نفت وگاز تعیین شوند تا بابکارگیری روش و آنتروپی وزن شاخص‌های مهم بدست‌آید. مطابق نتایج حاصله، شاخص امنیت انرژی مهمترین شاخص و به ترتیب شاخص کارایی مصرف انرژی، ارزش افزوده، امنیت ملی در سطح بین‌الملل و تاثیرات توسعه‌ای در سطح کشور دومین تا پنجمین شاخص مهم برای اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف تعیین و تبیین شدند.

۱. مقدمه

روند فزاینده تقاضای جهانی حاملهای انرژی، محدودیت در تولید و عرضه نفت و الزام جایگزینی حاملهای انرژی پاک به جای آن افق گسترده‌ای برای ایفای نقش حامل انرژی گازطبیعی و مشتقات آن بعنوان سوختی پاک در سطح جهان بازکرده‌است. درحالیکه، شدت مصرف‌نهائی انرژی کشور درسال۱۳۸۶ بیش از ۴/۵برابر متوسط شدت مصرف نهائی انرژی در جهان بوده و نرخ رشد مصرف انرژی ایران طی سالهای۱۹۸۰ تا ۲۰۰۶ بیش از ۳برابر نرخ رشد مصرف انرژی جهان است(بهینه سازی مصرف سوخت، ۱۳۸۸). لذا به لحاظ فرصتهای پیش روی ایران به عنوان دومین دارنده ذخایر گازطبیعی جهان ضرورت دارد جهت اعتلای کشور نگران اسراف در بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی بود. ازطرفی، پیچیدگی تولید و عرضه گازطبیعی و فرآورده های آن، عدم وجود الگوی بهینه مصرف انرژی ازجمله چالشهای مهم تصمیم‌گیران انرژی کشور است. ازاین‌رو باتوجه به محدودبودن منابع گازطبیعی دردسترس یکی از گامهای موثر جهت پاسخگویی به بخشهای مختلف مصرف کشور، بدست‌آوردن رویه‌ای مناسب برای اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی می باشد. بدین‌منظور در مقاله حاضر سعی‌شده در حوزه علمی پژوهش‌عملیاتی ابتدا با رویکردفازی شاخص‌های مهم اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی بهمراه وزن نسبی آنها به مدد روشهای میانگین‌گیری و آنتروپی تعیین و تبیین می‌شوند.

۲. ادبیات و پیشنه تحقیق

تصمیم‌گیری همواره یک فرآیند پیچیده با قضاوت های نادقیق می‌باشد و بیشتر تصمیمات در محیطی اتخاذ می‌گردد که محدودیتها و پیامد اقدامات کاملاً شناخته شده نیستند. ازاین‌رو برای مدلسازی عدم اطمینان در تحلیل تصمیم‌گیری، تئوری فازی پیشنهاد شده چراکه تئوری فازی ذهنیت رفتار انسان را نشان‌می دهد(چن و همکاران[1]، ۱۹۹۲) و راه حلی ریاضی برای غلبه بر عدم اطمینان مربوط به فرآیندهای شناختی انسان فراهم می کند(خورشید و همکاران، ۱۳۸۳). محقر و امین‌ناصری(۱۳۸۰) با ارائه مقاله‌ای از روش میانگین‌گیری بارویکردفازی جهت تعیین و تبیین شاخص‌های مهم ارزیابی تصمیمات مجلس شورای اسلامی استفاده‌کردند به‌نحوی که مطابق نمودار(۱) ابتدا پاسخهای کیفی اخذشده براساس توابع عضویت اعدادفازی(در طیف هفت گزینه‌ای) به اعداد فازی و آنگاه مطابق جدول(۱) اعداد فازی حاصله به روش فازی‌زدایی مینکووسکی[2] به اعداد کمی تبدیل شده تا اهمیت شاخص‌های مهم در ارزیابی گزینه‌های تصمیم‌گیری بدست‌آید.

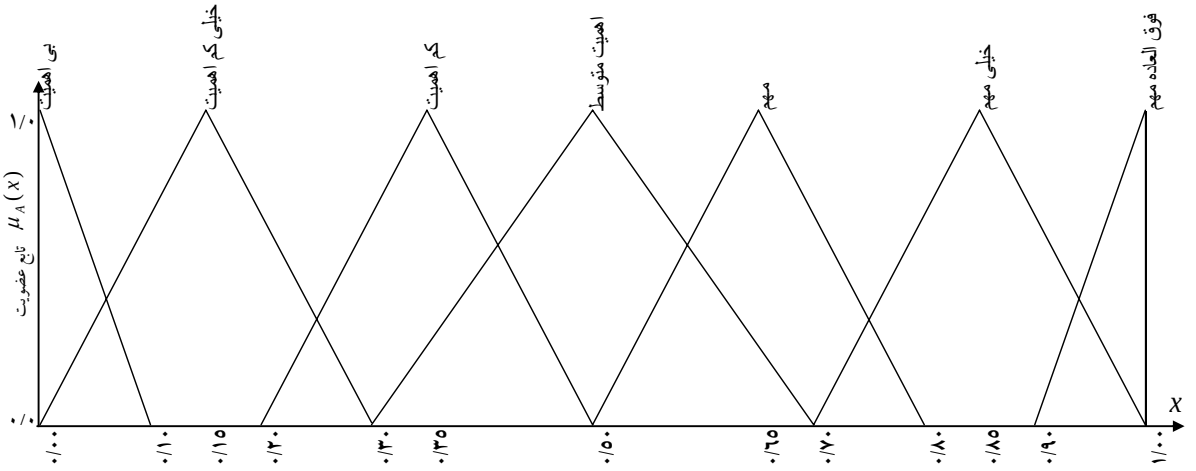
طبق بررسی های بعمل‌آمده ، در حوزه علمی پژوهش‌عملیاتی، برای اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی ایران تحقیق مستندی انجام نپذیرفته است. شهانقی و یزدان(۲۰۰۹) در مقاله‌ای با ارائه رویه‌ای، از تئوری فازی با توابع عضویت اعداد ذوذنقه‌ای استفاده‌کرده تا بتواند با مشارکت گروه مدیران‌ارشد و دیگرسرمایه‌گذاران در فرآیند تصمیم‌گیری مقادیر کمی وزن شاخص‌های مهم و ارزش کمی آنها را برای تامین‌کنندگان مختلف قطعات بدست آورند. سپس با بکارگیری تکنیک تصمیم‌گیری چندشاخصه TOPSIS[3] گزینه‌های تصمیم‌گیری اولویت‌بندی و انتخاب شدند.

1 - Chen et al

2 -Minkowsky, $\chi = m + \frac{\beta - \alpha}{4}$ or $\chi = \frac{a_1 + 2a_2 + a_3}{4}$

3 - TOPSIS: Technique for Order Preference by Similarly to the Ideal Solution

واژه های کلیدی: تئوری فازی، شاخص، آنتروپی، گازطبیعی



نمودار(۱)-نمودارتوابع عضویت اعداد فازی مثلثی به‌همراه مقادیرآنها با واژه‌های زبانی متناظر در طیف هفت گزینه‌ای (محقر؛ امین‌ناصری، ۱۳۸۰)

جدول(۱)- جدول تبدیل اعداد فازی مثلثی (m,α,β) به اعدا قطعی (محقر؛ امین‌ناصری، ۱۳۸۰)

گزینه	عدد کیفی	عدد فازی مثلثی	عدد فازی قطعی شده
۱	فوق العاده مهم	(۱/۰,۰/۱,۰/۰)	۰/۹۷۵
۲	خیلی مهم	(۰/۸۵,۰/۱۵,۰/۱۵)	۰/۸۵
۳	نسبتاً مهم	(۰/۶۵,۰/۱۵,۰/۱۵)	۰/۶۵
۴	اهمیت متوسط	(۰/۵,۰/۲,۰/۲)	۰/۵
۵	نسبتاً کم اهمیت	(۰/۳۵,۰/۱۵,۰/۱۵)	۰/۳۵
۶	خیلی کم اهمیت	(۰/۱۵,۰/۱۵,۰/۱۵)	۰/۱۵
۷	فوق العاده کم اهمیت	(۰/۰,۰/۰,۰/۱)	۰/۰۲۵

۳. مراحل انجام تحقیق

تحقیق منجر به مقاله حاضر، تحقیقی کاربردی و موردی می‌باشد به‌نحوی‌که ابتدا طی مطالعات و بررسی های اولیه بعمل آمده در کتب، پایان نامه‌ها، مقالات، گزارشات و پایگاههای اطلاع رسانی و اطلاعات موجود در ترازنامه‌های انرژی و هیدروکربوری سال۱۳۸۶؛ بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی و شاخص‌های مطرح شناسایی اولیه شدند. سپس طی مصاحبه‌هایی منظم با تعدای از خبرگان صنعت نفت و گاز (که هریک دارای تجربه تحقیقاتی و اجرایی بالا و به نوعی صاحب نسق بودند) بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی مطابق جدول شماره(۲) در سه گروه بخشهای صادرات، مصارف داخلی گازطبیعی و تزریق در میادین نفتی تعریف و شاخص‌های مطرح برای اولویت‌بندی بخشهای یادشده مطابق جدول شماره(۳) تقسیم بندی، اصلاح و یا تلفیق شدند تا در پرسشنامه‌های کیفی از پرسش‌شوندگان نظرخواهی شود.

جهت تعیین اهمیت شاخص‌های مطرح و ارزش کمی شاخص‌های مهم اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف از منظر خبرگان و کارشناسان مجرب نفت و گاز ابتدا طبق رویه ارائه شده توسط محقر و امین ناصری(۱۳۸۰) پرسشنامه‌ای کیفی باساختار هفت گزینه‌ای به منظور تعیین اهمیت شاخص‌های مطرح تهیه، تنظیم و میان ۴۱ نفر از خبرگان وکارشناسان مجرب صنعت نفت و گاز توزیع شد به نحوی‌که در انتهای پرسشنامه یادشده از پرسش‌شونده درخواست‌شده‌بود درصورتی‌که شاخص‌های مطرح دیگری به غیر از آنچه استخراج شده به نظرمی‌رسد به‌همراه میزان اهمیت آنها ذکرنماید. درضمن جدول بخشهای مختلف مصرف جهت اظهار نظر به‌همراه پرسشنامه مذکور توزیع‌شد آنگاه ۳۹پرسشنامه پاسخ داده‌شده جمع‌آوری گردید.

جدول(۲)-بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی

ردیف	بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی		توصیف بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی	مرجع
۱	صادرات گازطبیعی	صادراتNG بوسیله خط لوله	گازطبیعی پالایش شده ای می باشد که بوسیله خط لوله تحت فشار بالا صادر می شود.	(ترازنامه انرژی، ۱۳۸۶)، (ترازنامه هیدروکربوری، ۱۳۸۶)، (چشم‌انداز صنعت گاز، ۱۳۸۷) و مصاحبه با چندنفر از خبرگان و کارشناسان مجرب صنعت نفت و گاز
۲		صادراتLNG بوسیله تانکر	گازطبیعی مایع شده(LNG)؛ گازطبیعی با دمای منفی۱۶۲درجه سانتیگراد و فشار یک اتمسفری می باشد و حجم اشغالی آن یک ششصدم گازطبیعی درشرایط گازی است که با تانکرهای مخصوص غالباً سوار بر کشتی به اقصی نقاط جهان حمل و صادر می شود.	
۳	مصارف داخلی گازطبیعی	خانگی/ تجاری و عمومی	شامل زیربخشهای خانگی، تجاری عادی(کسب وخدمات)، تجاری ویژه(نانوایی ها و گرمابه ها)، ورزشی، آموزشی، مذهبی، خیریه، بخش عمومی یعنی اماکن(مساجد، حسینه‌ها، تکایا و ساختمانهایی که به امور خیریه می‌پردازد) و تاسیسات دولتی می شوند.	
۴		صنایع گازبر	شامل صنایع عمده و انرژی‌بر می‌شوند. گازطبیعی در این بخش بعنوان سوخت بیشتر برای تامین انرژی مورد نیاز کوره ها و بویلرها استفاده می شوند(صنایع سیمان، آجر، شیشه، گچ و آهک، کاشی و سرامیک، آهن و فولا، صنایع غذایی، صنایع شیمیایی، صنایع تجهیزات ازجمله صنایع گازبر می باشند)	
۵		صنایع پتروشیمی	شامل صنایع پتروشیمی و استحصال اتان می باشند که گازطبیعی را بعنوان ماده اولیهٔ یا خوراک تولید انواع محصولات شیمیایی وسوخت جهت تامین انرژی حرارتی مورد نیاز مورد استفاده قرار می‌دهد.	
۶		نیروگاههای برق	شامل کلیه نیروگاههای تحت پوشش وزارت نیرو، بخش خصوصی و مولدهای برق صنایع بزرگ می‌شود. گازطبیعی در انواع نیروگاههای بخاری، توربین گازی و سیکل ترکیبی برای تولید برق استفاده می گردد.	
۷		حمل و نقل	این بخش شامل خودروهای سواری عمومی، اتوبوسها و مینی بوسهای شهری می باشند و حامل انرژی گازطبیعی فشرده(CNG) بعنوان مهمترین حامل انرژی جایگزین برای کشورمان مطرح می باشد.	
۸		مصارف عملیاتی	شامل گازطبیعی مصرفی در پالایشگاهها گاز، ایستگاهها تقویت فشار، افت گازطبیعی در پالایشگاهها گاز، گازهای طبیعی سوزانده و خود مصرفی شرکت ملی نفت می‌شود.	
۹	تزریق در میادین نفتی		عملیات تزریق گازطبیعی به منظور جلوگیری از افت فشار میادین، جلوگیری از هرزرفت نفت، حفظ توان تولید نفت خام و صیانت از ذخایر نفتی انجام می‌پذیرد و درحال حاضر پنجاه میدان نفتی نیازمند تزریق شناسایی شده اند.	

جدول(۳)- شاخص‌های مطرح در اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی

ردیف	شاخص	توصیف شاخص ها	مرجع
۱	ارزش افزوده	عبارتست‌از؛ ارزش افزوده شده به ارزش گازطبیعی دراثر مصرف آن در هریک از بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی جهت تولید کالا، خدمات یا انرژی دیگری همانند برق و گرما. بعبارت دیگر؛ سود باقیمانده پس از کسر هزینه های سرمایه گذاری	(ترازنامه هیدروکربوری، ۱۳۸۶)
۲	امنیت انرژی	عبارتست از؛ دسترسی به منابع بیشتر و غنی تر نفت و گاز باتوجه به ناگزیر بودن به مصرف گاز طبیعی در بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی، بعبارت دیگر؛ امنیت انرژی یعنی تامین امنیت تقاضا، عرضه، سرمایه گذاری، تکنولوژی و اطلاعات	(خالقی، ۱۳۸۵)، (ترازنامه هیدروکربوری، ۱۳۸۶)
۳	امنیت ملی در سطح بین الملل	عبارتست از؛ حفظ استقلال و تمامیت ارضی، تحقق رفاه مردم و ثبات سیاسی کشور، حفظ و اشاعه ارزشهای ملی و اقتصادی و فراهم‌کردن امکان فراغت خاطر نسبت به تهدیدهای احتمالی.	(میزگرد خبرگان صنعت گاز، ۱۳۸۸)، (خالقی، ۱۳۸۵)
۴	بازار مناسب	منظور مناسب بودن تقاضای داخلی و خارجی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی، بعبارت دیگر؛ مناسب بودن بازار خرید، واردات یا مصرف گازطبیعی باتوجه به وضعیت گازطبیعی در سبد مصرف انرژی حال و آینده کشور و جهان می‌باشد.	(زبیری، ۲۰۰۶)، (ترازنامه هیدروکربوری، ۱۳۸۶)
۵	تاثیرات زیست محیطی	همانا میزان اثرات زیست محیطی حادث در مراحل انتقال و مصرف گازطبیعی در بخشهای مختلف مصرف می‌باشد.	(ترازنامه انرژی، ۱۳۸۴)، (سیفی، ۱۳۸۷)
۶	تاثیرات توسعه ای در سطح کشور	عبارتست از تاثیرات توسعه ای ناشی از مصرف گازطبیعی درهریک از بخشهای مختلف مصرف از جمله اشتغال‌آفرینی و عمران حاصله در سطح کشور.	(زبیری، ۲۰۰۶)
۷	هزینه تمام شده	عبارتست از هزینه ای که پس از تولید و پالایش گازطبیعی محاسبه می گردد تا گازطبیعی به بخشهای مختلف مصرف برسد و محصول آن بخش بدست آید.	(حق شناس و همکاران، ۱۳۸۲)
۸	کارایی مصرف انرژی	عبارتست از؛ میزان مصرف انرژی به ازاء تولید هر واحد محصول یا هر واحد انرژی دیگری همانند برق یا گرما در هریک از بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی می باشد.	(ماهنامه تدبیر ۱۳۰، ۱۳۸۱)

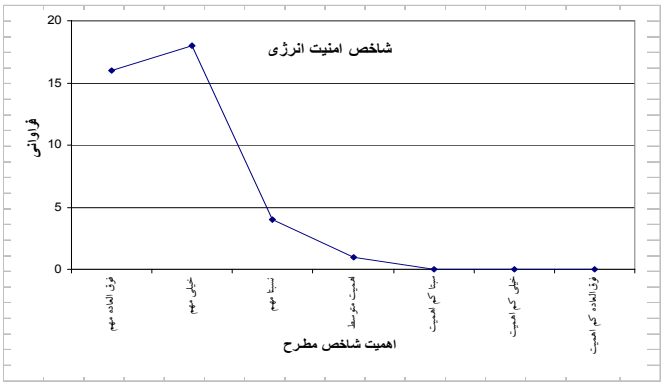
خبرگان و کارشناسان مجرب صنعت نفت و گاز ضمن تائید جدول بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی در پاسخ به پرسش بعمل‌آمده در مجموع به شاخص مطرح و مهم دیگری اشاره نکردند. سرانجام اهمیت شاخص‌های مطرح به روش میانگین‌گیری با رویکردفازی مطابق جدول(۴) تعیین‌گردید به نحوی که تمامی شاخص‌های مطرح با اهمیتی درحدود خیلی مهم بعنوان شاخص‌های مهم اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی تبیین شدند.

جدول(۴)-اهمیت شاخص‌های مطرح و وزن نسبی آنها از منظر پرسش‌شوندگان به مدد روش میانگین‌گیری با رویکرد فازی

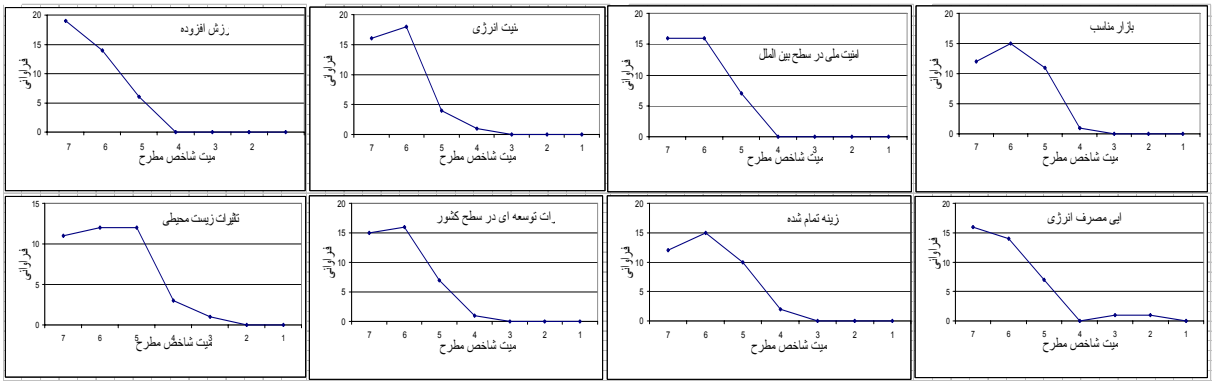
ردیف	معیارهای مطرح	متوسط عدد قطعی شاخص ها	میانگین گیری با رویکرد فازی	رتبه وزنی شاخص ها
۱	ارزش افزوده (۱)	۰/۸۸	۰/۱۳۱	۱
۲	امنیت انرژی (۲)	۰/۸۷	۰/۱۳۰	۲
۳	امنیت ملی در سطح بین الملل (۳)	۰/۸۷	۰/۱۲۹	۳
۴	بازار مناسب (۴)	۰/۸۲	۰/۱۲۲	۶
۵	تاثیرات زیست محیطی (۵)	۰/۷۸	۰/۱۱۶	۸
۶	تاثیرات توسعه ای در سطح کشور (۶)	۰/۸۵	۰/۱۲۷	۴
۷	هزینه تمام شده (۷)	۰/۸۲	۰/۱۲۲	۷
۸	کارایی مصرف انرژی (۸)	۰/۸۳	۰/۱۲۴	۵

شایان ذکراست ضریب آلفای کرونباخ پرسشنامه یادشده بعنوان معیار بررسی پایایی پرسشنامه‌ها(با استفاده از نرم‌افزار SPSS[4] برابر ۰/۷۶۷ بدست‌آمد که نمایانگر پایایی آن می‌باشد(مومنی؛ قیومی، ۱۳۸۶). در مورد روایی پرسشنامه یادشده نیز مطابق نمودار(۲) باتوجه به همگرایی مشهود در نمودارهای فراوانی میزان اهمیت شاخص‌های مطرح از منظر پرسش‌شوندگان به نظرمی‌رسد؛ پرسشنامه کیفی طراحی‌شده توانسته به خوبی موضوع درخواستی را به پرسش‌شوندگان انتقال دهد و ازطرفی خبرگان و کارشناسان مجرب انتخاب‌شده در صنعت نفت و گاز از دانش و بینش مطلوبی برخوردار‌بودند. لذا پرسشنامه‌های کیفی مذکور از اعتبار و روایی قابل قبولی برخوردار بوده و ابزار علمی مناسبی برای شناسایی شاخص‌های مهم در اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی می‌باشند.

دراین مرحله برای محاسبه وزن شاخص‌های مهم از روش آنتروپی بعنوان قویترین و کاربردی‌ترین روشهای ارزیابی وزن نسبی شاخص‌های مهم استفاده شده است. باتوجه به‌اینکه این روش نیاز به عناصر ماتریس تصمیم‌گیری یعنی ارزش کمی شاخص‌های مهم برای بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی دارد پرسشنامه کیفی دیگری که بیانگر ارزش کیفی شاخص‌های مهم اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف یادشده باشد تهیه، تنظیم و میان ۴۱نفر از خبرگان و کارشناسان مجرب صنعت نفت و گاز توزیع گردید. سپس ۳۹پرسشنامه پاسخ داده شده جمع آوری شد آنگاه مقادیرکیفی حاصله به روش میانگین‌گیری با رویکردفازی به مقادیرکمی تبدیل‌شدند تا مقدار عناصر ماتریس تصمیم‌گیری مطابق جدول(۵) بدست‌آید. سپس وزن شاخص‌های مهم بالحاظ‌کردن نظر پرسش‌شوندگان به روش آنتروپی مطابق جدول(۶) محاسبه‌گردید. باتوجه به‌اینکه ساختار پرسشنامه مذکور منطبق بر پرسشنامه قبلی می‌باشد لذا به‌لحاظ پایایی و روایی پرسشنامه‌یادشده از اعتبار بالایی برخورداراست.



4 -SPSS: Statistical Package for Social Sciences



نمودار(۲)- نمودارهای فراوانی اهمیت شاخص‌های مطرح از منظر پرسش‌شوندگان

جدول(۵)-مقدارکمی عناصر ماتریس تصمیم‌گیری اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی از منظر پرسش‌شوندگان با رویکردفازی

شاخص ها اولویت بندی / گزینه‌های تصمیم گیری	ارزش افزوده (۱)	امنیت انرژی (۲)	امنیت ملی در سطح بین الملل (۳)	بازار مناسب (٤)	تاثیرات زیست محیطی (٥)	تاثیرات توسعه ای در سطح کشور (٦)	هزینه تمام شده (۷)	کارایی مصرف انرژی (۸)
صادرات NG بوسیله خط لوله (۱)	۰/۷۴۹	۰/۲۷۹	۰/۸۸۴	۰/۸۵۴	۰/۷۵۴	۰/۷۱۳	۰/۶۶۸	۰/۷۴۰
صادرات LNG بوسیله تانکر (۲)	۰/۷۷۹	۰/۳۲۲	۰/۸۳۱	۰/۸۸۶	۰/۷۴۷	۰/۷۳۱	۰/۶۵۱	۰/۷۳۳
خانگی/تجاری و عمومی (۳)	۰/۴۵۸	۰/۶۴۷	۰/۵۲۹	۰/۷۲۷	۰/۶۰۰	۰/۵۱۳	۰/۵۵۰	۰/۳۱۰
صنایع گازبر (٤)	۰/۶۸۰	۰/۶۸۵	۰/۶۳۰	۰/۶۹۱	۰/۷۵۱	۰/۸۰۲	۰/۶۵۸	۰/۵۲۰
صنایع پتروشیمی (٥)	۰/۷۶۱	۰/۲۸۰	۰/۶۴۹	۰/۷۷۰	۰/۶۹۸	۰/۸۱۳	۰/۶۸۴	۰/۵۹۸
نیروگاههای برق (٦)	۰/۶۵۸	۰/۷۴۲	۰/۶۹۴	۰/۷۲۹	۰/۷۲۲	۰/۷۷۱	۰/۶۷۴	۰/۳۵۴
حمل و نقل (۷)	۰/۵۹۹	۰/۷۰۵	۰/۵۵۳	۰/۶۴۹	۰/۶۹۴	۰/۶۷۳	۰/۵۳۴	۰/۴۷۶
تزریق در میادین نفتی (۸)	۰/۸۸۹	۰/۸۷۹	۰/۷۲۹	۰/۸۱۱	۰/۸۰۵	۰/۷۳۲	۰/۸۳۱	۰/۷۸۲

جدول(۶)- وزن نسبی شاخص‌های مهم به مدد روش آنتروپی بالحاظ کردن نظر پرسش‌شوندگان

ردیف	شاخص های مهم	وزن نسبی شاخص ها (درصد)	*رتبه وزنی شاخص ها*
۱	ارزش افزوده (۱)	۸/۹۴۸	۳
۲	امنیت انرژی (۲)	۴۵/۶۱۲	۱
۳	امنیت ملی در سطح بین الملل (۳)	۷/۸۶۲	۴
۴	بازار مناسب (۴)	۲/۵۸۵	۷
۵	تاثیرات زیست محیطی (۵)	۱/۵۶۹	۸
۶	تاثیرات توسعه ای در سطح کشور (۶)	۴/۴۴۳	۵
۷	هزینه تمام شده (۷)	۴/۳۳۲	۶
۸	کارایی مصرف انرژی (۸)	۲۴/۶۴۹	۲

۴. نتایج و پیشنهادها

۴-۱- نتیجه گیری

- شاخص امنیت انرژی بعنوان مهمترین شاخص و به ترتیب شاخص کارایی‌مصرف انرژی، ارزش افزوده، امنیت در سطح بین الملل، تاثیرات توسعه‌ای درسطح کشور، هزینه تمام‌شده، بازار مناسب و تاثیرات زیست محیطی دومین تا هشتمین شاخص مهم در اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی شناسایی شدند.

- شاخص کارایی‌مصرف انرژی یعنی دومین شاخص مهم در اولویت‌بندی مصرف؛ مهمترین شاخص عملیاتی به منظور اصلاح‌الگوی مصرف در بخشهای مختلف مصرف گازطبیعی است.

۴-۲- پیشنهادها

-باعنایت به اینکه شاخص کارایی مصرف انرژی؛ دومین و مهمترین شاخص عملیاتی اولویت‌بندی بخشهای مختلف مصرف است، پیشنهاد می گردد در راستای اصلاح الگوی مصرف انرژی مقوله ارتقای کارایی مصرف انرژی در بخشهای مختلف مصرف بعنوان امری واجب و ضروری بطور مستمر پیگیری شود.

مراجع

[1]- CHEN S. J., HWANG C.L., HWANG F.P., *FUZZY MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION MAKING: METHODS AND APPLICATIONS*, SPRING-VERLAG, BERLIN, HEIDELBERG, 1992

[2]-HWANG C.L.; YOON K, *MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION MAKING*, SPRINGER-VERLAG, 1981

[3]- SHAHANAGHI K.; YAZDIAN SA, *VENDOR SELECTION USING A NEW FUZZY GROUP TOPSIS APPROACH*, JURNAL OF UNCERTAIN SYSTEMS، VOL3، NO3، PP.221-231، 2009

[۴]- آذر عادل؛ رجب زاده علی، "تصمیم‌گیری کاربردی(رویکردMADM)"، انتشارات نگاه دانش، تهران، ویرایش ۱۳۸۱

[۵]- اصغرپور محمدجواد، "تصمیم گیریهای چندمعیاره"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ چهارم، ۱۳۸۵

[۶] - بهینه سازی مصرف سوخت، "راهبرد؛ پیش درآمدی بر اصلاح الگوی مصرف انرژی" ، انتشارات شرکت بهینه‌سازی سوخت، ۱۳۸۸

[۷]- مهرگان محمدرضا، "پژوهش‌عملیاتی پیشرفته"، انتشارات نشرکتاب دانشگاهی، تهران،۱۳۸۳

[۸] - مومنی منصور، "مباحث نوین تحقیق در عملیات"، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۵

[۹]- مومنی منصور، فعال قیومی علی، "تحلیل های آماری با استفاده از SPSS"، انتشارات کتاب نو، تهران، ۱۳۸۶

[۱۰] - وزارت نفت، "سند چشم انداز صنعت گاز"، معاونت برنامه ریزی وزارت نفت، ۱۳۸۷

[۱۱] - وزارت نفت، "ترازنامه هیدروکربوری۱۳۸۶"، انتشارات موسسه مطالعات بین المللی انرژی،۱۳۸۷

[۱۲]- وزارت نیرو، "ترازنامه انرژی۱۳۸۶"، انتشارات وزارت نیرو، ۱۳۸۸

غلامرضا ابوالحسنی*، کارشناس ارشد مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

آدرس پست الکترونیکی: **rezataliya@gmail.com**

علی محقر، دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

آدرس پست الکترونیکی: **amohaghar@ut.ac.ir**

*سخنران

ارائهٔ روش جدیدی برای ساخت هستان نگار فازی با دو درجهٔ عدم قطعیت و ارزیابی عملکرد آن

مریم حورعلی، غلامعلی منتظر

چکیده. در سالهای اخیر مطالعات زیادی در زمینه سیستمهای بازیابی هوشمند و سریع انجام شده، اما مشکل بازیابی کارآمد اطلاعات هنوز کاملاً برطرف نشده است و بهبود کارآمدی آن یکی از اهداف مهم تحقیق در زمینه سیستمهای بازیابی اطلاعات است. سیستمهای بازیابی اطلاعات مبتنی بر کلید واژه، عموماً پاسخهای مفید و مشخصی به کاربرانی که واژگان کلی در پرسمان خود وارد می کند، نمی دهند. از سوی دیگر، این سیستمها، اغلب مشکلاتی را در زمینه دقت و یادآوری دارند. اخیراً تحقیقاتی در زمینه یکپارچه سازی هستان نگار و بازیابی اطلاعات در وب معنایی انجام شده است. هستان نگارهای قطعی به دلیل فقدان وجود مرزهای مشخص بین مفاهیم یک حوزه، توانایی کافی برای نمایش و بازیابی اطلاعات غیر دقیق را ندارند. به منظور مواجهه با اطلاعات مبهم، یک راه حل ممکن، ترکیب دانش فازی در هستان نگار است. به منظور بازیابی کارآمد و موثر اطلاعات غیر دقیق و برطرف سازی مشکلات فوق، در این مقاله رویکرد نوینی برای ساخت هستان نگار فازی با دو درجهٔ عدم قطعیت ارائه شده است. در این رویکرد، با در نظر گرفتن دو درجهٔ عدم قطعیت، مدل ترکیبی جدیدی بر اساس نظریهٔ فازی و اعداد فازی ذوزنقه‌ای ارائه شده است و در نهایت هستان نگار جدیدی همراه با درجهٔ تعلق واحد برای هر رابطه حاصل شده است. بررسی نتایج حاصل از پیاده سازی این هستان نگار با استفاده از رویکرد بسط پرسمان در اسناد مرتبط با حوزه مهندسی نگهداری نرم افزار، نشان دهندهٔ دقت بالاتر این هستان نگار در بازیابی اطلاعات است.

۱. مقدمه

مسأله ذخیره و بازیابی اطلاعات[1] توجه زیادی را از سال ۱۹۴۰ در بین محققین این حوزه به خود معطوف داشته و بیانگر این است که حجم زیادی از اطلاعات وجود دارند که باید ذخیره و با دقت و کارایی بالا بازیابی شوند. در سالهای اخیر مطالعات زیادی در زمینه سیستمهای بازیابی هوشمند و سریع انجام شده است. مشکل بازیابی کارآمد اطلاعات هنوز کاملاً برطرف نشده است و بهبود کارآمدی آن یکی از اهداف مهم تحقیق در زمینه سیستمهای بازیابی اطلاعات است. مشکلترین مسأله در جستجوی اسناد مرتبط از حجم وسیعی از اطلاعات، مشخص کردن مفاهیم مورد نیاز کاربر است و سیستمهای بازیابی اطلاعات موجود مبتنی بر کلید واژه، عموماً پاسخهای مفید و مشخصی به کاربرانی که واژگان کلی در پرسمان[2] خود وارد می کند، نمی دهند. به منظور برطرف کردن این مشکل، یک راه حل ممکن یکپارچه سازی هستان نگار[3] در بازیابی اطلاعات است[۱]. استفاده از هستان نگارها به منظور غلبه بر محدودیتهای جستجوی مبتنی بر کلید واژه، به عنوان یکی از محرکهای وب معنایی مطرح است[۲]. هستان نگارها ابزار بیان رسمی مفاهیم و روابط موجود در یک حوزه به شکلی هستند که توسط انسان قابل فهم و توسط کامپیوتر قابل خواندن باشد و شامل مفاهیم، ویژگیها، روابط و اصول بدیهی بوده[۳] و به عنوان استاندارد نمایش دانش وب معنایی مطرح می باشند[۴]. سیستم بازیابی اطلاعات مبتنی بر هستان نگار، سیستمی بر مبنای دانش حوزه خاص است. استفاده از هستان نگار در بازیابی اطلاعات، بهره گیری از ساختارهای دانش به منظور فیلتر و جستجو کردن اطلاعات مرتبط مورد نیاز کاربر است. اگر اطلاعات مورد جستجو مفاهیم حوزه دانش را پوشش دهند، احتمال بازیابی اطلاعات مرتبط و با کارایی بازیابی افزایش خواهد یافت. مطالعات انجام شده در زمینه سیستمهای بازیابی اطلاعات مبتنی بر هستان نگار، به دو جنبه متفاوت تقسیم بندی می شوند[۱]. اولین جنبه، ارتقای عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات با بهره گیری از هستان نگار ساخته شده دستی است. در این سیستمها از پرسمان برای بازیابی مفاهیم معنایی از هستان نگار موجود یا هستان نگار ساخته شده دستی استفاده می شود و مفاهیم مرتبط با نگاشت کلمات کلیدی به مفاهیم موجود در هستان نگار یافت می شوند[۵]. دومین جنبه کارهای انجام شده، ساخت خودکار هستان نگار در حوزه خاص است. در این جنبه از تحقیقات، از مفاهیم موجود در هستان نگار برای استخراج نمایه های معنایی و از نمایه های معنایی به منظور نمایش محتوای معنایی اسناد استفاده می شود[۱]. هستان نگارهای قطعی به دلیل فقدان وجود مرزهای صریح بین مفاهیم یک حوزه، توانایی کافی را برای نمایش اطلاعات غیر قطعی را ندارند. به عنوان مثال یک سند می تواند "بسیار مرتبط"، "مرتبط" یا "نامرتبط" به یک حوزه تحقیقاتی باشد که یافتن میزان ارتباط آن با جستجو در هستان نگار قطعی امکانپذیر نیست. به منظور مواجهه با دانش و اطلاعات مبهم، یک راه حل ممکن، ترکیب دانش فازی در هستان نگار است[۶]. هستان نگار فازی[4] ترکیبی از منطق فازی و دانش نمایش هستان نگار است. هستان نگار فازی با تغییر هستان نگار قطعی ایجاد می شود و مقادیر عضویت فازی را به روابط موجود هستان نگار اضافه کرده و حتی ممکن است روابط جدید در

[1] Information retrieval
[2] Query
[3] Ontology
[4] Fuzzy ontology

واژه های کلیدی- هستان نگار، عدم‌قطعیّت، نظریهٔ فازی، بازیابی اطلاعات، بسط پرسمان، مهندسی نگهداری نرم افزار

آن ایجاد کند[۷]. دانش فازی نقش مهمی در بسیاری از حوزه ها نظیر متن کاوی، سیستمهای اطلاعات چند رسانه، یادگیری ماشین و پردازش زبان طبیعی، که با حجم وسیعی از دانش و اطلاعات مبهم و غیر دقیق مواجه هستند، ایفا
می کند. هستان نگارهای فازی قابلیت مواجهه با دانش فازی را دارا بوده و در بازیابی و نمایش اشیای چند رسانه ای و متنی کارایی بالایی دارند. از جمله مطالعات انجام شده در زمینه استفاده از هستان نگارهای فازی در بازیابی اطلاعات می توان به [۸] اشاره کرد که یک هستان نگار فازی برای بازیابی اسناد درمانی ارائه داده است. این هستان نگار دارای مقادیر فازی در روابط خود می باشد. در [۷] یک هستان نگار فازی برای بازیابی اطلاعات معنایی در حوزه تجارت الکترونیک ارائه شده و به منظور بازیابی اطلاعات معنایی این حوزه، از روش بسط پرسمان معنایی استفاده شده است. این هستان نگار دارای مفاهیم، ویژگیهای مفاهیم و مقادیر ویژگیها است که مقادیر ویژگیها، مقادیر داده ای استاندارد یا مقادیر زبانی فازی هستند. در مراجع [۹،۱۰] . کاری مشابه مرجع [۷] انجام شده، با این تفاوت که از هستان نگار فازی برای بازیابی اطلاعات معنایی حوزه های مدیریت زنجیرهٔ تأمین و سیستمهای حمل و نقل هوشمند استفاده شده است. در [۱۱] از هستان نگارهای فازی جغرافیایی به منظور بازیابی اسناد این حوزه استفاده شده است. این هستان نگارها نیز دارای مقادیر عدم قطعیت در روابط خود هستند.

با مروری بر مطالعات انجام شده در زمینه هستان نگارهای فازی، مشاهده می شود که این هستان نگارها در بیان عدم قطعیت توانایی کافی را دارا نبوده و بر روابط معنایی ذاتی بین مفاهیم هستان نگار توجه ندارند و این مسأله باعث بروز مشکل در جستجوی اطلاعات معنایی فازی می شود. از سوی دیگر هستان نگارهای ارائه شده تا کنون به فازی کردن مفاهیم یا روابط هستان نگار پرداخته اند و ایده فازی کردن روابط و مفاهیم را به صورت توأمان مد نظر قرار نداده اند. از آنجائیکه مفاهیم با درجهٔ تعلق مشخص به حوزه مورد نظر تعلق دارند و هر یک از روابط نیز با درجهٔ تعلق مشخصی، به مفاهیم حوزه متعلقند، در این مقاله، روش جدیدی بر اساس نظریهٔ فازی برای تولید هستان نگار ارائه شده که دربرگیرندهٔ دو درجهٔ عدم قطعیت (هم در نمایش مفاهیم و هم در نمایش روابط) است. در این مدل با بکارگیری متغیرهای زبانی، ابتدا میزان عدم قطعیت در حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار مدل شده، سپس روابط موجود در هستان نگار به کمک نظریهٔ فازی مدلسازی شده اند، آنگاه با ترکیب این دو مدل عدم قطعیت، هستان نگار جدید فازی در این حوزه حاصل شده است. در پایان به ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات در حالتهای عدم وجود هستان نگار، استفاده از هستان نگار قطعی و هستان نگار فازی در حوزه مهندسی نگهداری نرم افزار پرداخته‌ایم.

۲. مبانی مورد نیاز مجموعه های فازی

انجام محاسبات با اعداد فازی به دلیل ساختار خاص آنها بسیار زمانبر و پیچیده است. برای تسهیل و کاربردی کردن اعداد فازی، اعداد فازی ویژه‌ای در محاسبات به کار گرفته می شوند. در این مقاله از اعداد فازی ذوزنقه‌ای و ترکیب فازی استفاده شده که در ادامه جزئیات آنها مطرح می شود.

۱.۲ اعداد فازی ذوزنقه‌ای

تابع عضویت عدد فازی ذوزنقه‌ای $\widetilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ (با شرط $a_1 \le a_2 \le a_3 \le a_4$) به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{\widetilde{A}}(x)=\begin{cases}0, & x<a_1,\\ (x-a_1)/(a_2-a_1), & a_1\le x\le a_2,\\ 1, & a_2\le x\le a_3,\\ (x-a_4)/(a_3-a_4), & a_3\le x\le a_4,\\ 0, & x>a_4.\end{cases} \qquad (۱)$$

بدیهی است در صورتی که $a_2=a_3$، عدد فازی ذوزنقه‌ای به عدد فازی مثلثی تبدیل می شود. چنانچه $\widetilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ و $\widetilde{B}=(b_1,b_2,b_3,b_4)$ دو عدد فازی ذوزنقه‌ای باشند، عملیات حسابی $\{+,-,\times,/\}$ آنها مطابق زیر تعریف می شود[۱۲]:

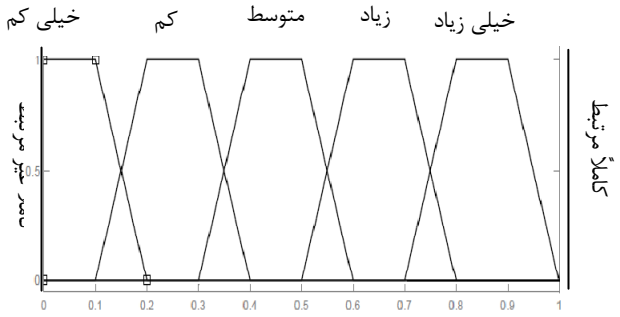
$$\begin{aligned}
\tilde{A}(+)\tilde{B}&=(a_1,a_2,a_3,a_4)+(b_1,b_2,b_3,b_4)=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3,a_4+b_4)\\
\tilde{A}(-)\tilde{B}&=(a_1,a_2,a_3,a_4)-(b_1,b_2,b_3,b_4)=(a_1-b_4,a_2-b_3,a_3-b_2,a_4-b_1)\\
\tilde{A}(\times)\tilde{B}&=(a_1,a_2,a_3,a_4)\times(b_1,b_2,b_3,b_4)=(a_1b_1,a_2b_2,a_3b_3,a_4b_4)\\
\tilde{A}(\div)\tilde{B}&=(a_1,a_2,a_3,a_4)\div(b_1,b_2,b_3,b_4)=(a_1/b_4,a_2/b_3,a_3/b_2,a_4/b_1)
\end{aligned} \qquad (۲)$$

همچنین نافازیگر متغیر ذوزنقه ای مطابق رابطه ۳ بیان می شود [۱۳]:

$$C=\frac{a+b+c+d}{4} \qquad (۳)$$

۲.۲ انتخاب تابع عضویت فازی و متغیرهای زبانی

به منظور تعیین میزان ارتباط عناصر هستان نگار در حوزهٔ خاص خود (میزان ارتباط مفاهیم به حوزهٔ اصلی و میزان ارتباط روابط به مفاهیم) از هفت متغیر زبانی "کاملاً غیر مرتبط"،" خیلی کم"، "کم"، "متوسط"، "زیاد" ، "خیلی زیاد" و "کاملاً مرتبط" استفاده شده است. تابع عضویت این متغیرهای زبانی مطابق شکل۱ است. شایان ذکر است این توابع بر اساس مدلسازی نظریات خبرگان در طیف هفت درجه ای لیکرت تعریف شده است.



شکل۱. تابع عضویت متغیرهای زبانی

۳.۲ ترکیب فازی

دو رابطهٔ فازی $R_1(x,y),(x,y)\in X*Y$ و $R_2(y,z),(y,z)\in Y*Z$ مفروضند. در این صورت ترکیب بیش - کم[۵] این دو با رابطهٔ زیر محاسبه

می شود:

$$R_1 O R_2=\{((x,z),\max_y\{\min\{\mu_{R1}(x,y),\mu_{R2}(y,z)\}\})/x\in X,y\in Y,z\in Z\} \qquad (٤)$$

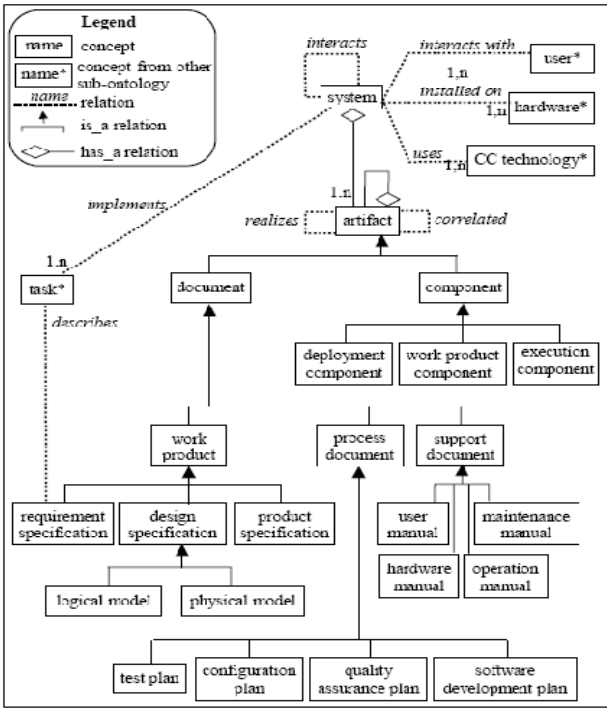
ترکیب بیش- ضرب[۶] آنها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R_1 \overset{\bullet}{O} R_2=\{((x,y),\max_y\{\mu_{R1}(x,y),\mu_{R2}(y,z)\})/x\in X,y\in Y,z\in Z\} \qquad (٥)$$

ترکیب بیش- متوسط[۷] آنها مطابق رابطه زیر می باشد[۱۳]:

$$R_1 \overset{avg}{O} R_2=\{(x,z),(1/2)\max_y\{\mu_{R1}(x,y)+\mu_{R2}(y,z)\})/x\in X,y\in Y,z\in Z\} \qquad (٦)$$

[5] Max-min composition
[6] Max-product composition
[7] Max-average composition



شکل۲. هستان نگار سیستم نرم افزار

۳. فازی کردن هستان نگار سیستم نرم افزار

هستان نگار اولیهٔ سیستم نرم افزاری در حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار که توسط دیاس[8] ارائه شده، در شکل۲ نشان داده شده است[۱۴]. در ادامه مراحل فازی کردن این هستان نگار تشریح شده است.

۱.۳ فازی کردن مفاهیم هستان نگار سیستم نرم افزار

در مقالاتی که در زمینهٔ هستان نگار فازی مرور شد، اغلب آنها فازی کردن روابط هستان نگار را مد نظر قرار داده بودند و رویکرد فازی کردن مفاهیم در مقالات اندکی مطرح شده بود. فازی کردن مفاهیم هستان نگار رویکردی است که در این کار تحقیقاتی مدّ نظر قرار گرفته شده است. ایده ای که فازی کردن مفاهیم را پشتیبانی می‌کند، این است که ممکن است مفاهیم موجود در هستان نگار با قاطعیت کامل متعلق به حوزهٔ در نظر گرفته شده (مهندسی نگهداری نرم افزار) نباشند و هر کدام از آنها با درجهٔ تعلق مشخصی به آن حوزه تعلق داشته باشند. به منظور فازی کردن مفاهیم هستان نگار پرسشنامه ای طراحی و در آن از خبرگان خواسته شد میزان تعلق مفاهیم هستان نگار سیستم نرم افزاری را به حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار با مقادیر : "کاملاً غیر مرتبط"،" خیلی کم"، "کم"، "متوسط"، "زیاد" ، "خیلی زیاد" و "کاملاً مرتبط" مشخص کنند. این مقادیر، با تابع عضویت نشان داده شده در شکل۱ با استفاده از اعداد ذوزنقه ای، مدلسازی شد.

۲.۳ گسترش روابط هستان نگار سیستم نرم افزار

بین مفاهیم روابطی وجود دارد که به دو نوع روابط رده بندی[9] و روابط غیر رده بندی[10] تقسیم بندی می شوند. در روابط رده بندی، هر کلاس زیر کلاسی از کلاس دیگر معرفی می شود (روابط "هست[11]"). در این روابط ویژگی مهم ارث بری وجود دارد و بر دو دستهٔ روابط زیر کلاسی[12] و روابط نمونه ای[13] هستند. هر رابطهٔ دیگری به جز رابطهٔ "هست" در دستهٔ روابط غیر رده بندی قرار می گیرد. برخی از این

[8] Dias
[9] Taxonomic relations
[10] Non-Taxonomic relations
[11] Is a
[12] Sub class of
[13] Instance of

روابط نظیر "بخشی از[14] "، "ترادف[15] " و "تضاد[16] " است. همچنانکه در شکل۲ دیده می شود، روابط هستان نگار محدود بوده و شامل روابط رده بندی "is_a"، "has_a" و تعدادی روابط غیر رده بندی است. بنابراین برای فازی کردن روابط هستان نگار، ابتدا لازم است روابط آن را گسترش دهیم. به منظور گسترش روابط هستان نگار شکل۲، پرسشنامه ای تهیه شد که در آن از خبرگان خواسته شد روابط موجود بین مفاهیم هستان نگار را بر اساس روابط رده بندی و غیر رده بندی مشخص کنند. پس از تکمیل این پرسشنامه و در نظر گرفتن نظرات خبرگان، روابط هستان نگار سیستم نرم افزار گسترش یافت. هستان نگار جدید در شکل۳ نشان داده شده است.

۳.۳ فازی کردن روابط هستان نگار مهندسی سیستم

مشابه فرایندی که در بخش ۳-۱ انجام شد، به منظور فازی کردن روابط هستان نگار ارائه شده در شکل۳، پرسشنامهٔ دیگری تهیه شد که در آن از خبرگان خواسته شد میزان ارتباط هر رابطه را به مفاهیم موجود با مقادیر"کاملاً غیر مرتبط"،" خیلی کم"، "کم"، "متوسط"، "زیاد" ، "خیلی زیاد" و "کاملاً مرتبط" مشخص کنند. مقادیر متغیرها با تابع عضویت نشان داده شده در شکل۱ فازی شدند.

۴.۳ ارائهٔ مدل ترکیبی جدید بر اساس نظریهٔ فازی

هدف از این مرحله ادغام درجه‌های عضویت مفاهیم و روابط و ارائهٔ درجه عضویت یکتا برای روابط هستان نگار است. از آنجا که روابط هستان نگار در رابطه با مفاهیم فازی شدند و مفاهیم در حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار فازی شده اند، می توانیم درجهٔ عضویت روابط در حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار را با استفاده از ترکیب های فازی محاسبه کنیم. پیاده سازی هستان نگار فازی مربوطه نشان داد که ترکیب فازی بیش ضرب (رابطهٔ ۵)، نتایج مطلوبتری نسبت به سایر ترکیبها ارائه می‌دهد. به این ترتیب با استفاده از این ترکیب فازی، اعداد فازی مربوط به روابط را در حوزهٔ نگهداری نرم افزار به دست آوردیم، آنگاه به منظور ارائهٔ عددی واحد برای میزان تعلق روابط به حوزهٔ مهندسی نگهداری نرم افزار، از نافازیگر متغیر ذوزنقه ای مطابق رابطهٔ ۳ استفاده کردیم. بدین ترتیب هستان نگار جدید به دست آمد که روابط میان اجزای آن با در نظر گرفتن هر دو درجهٔ عدم قطعیت (یکی با انتساب در مفاهیم و دیگری در انتساب روابط بین مفاهیم) حاصل شده است. هستان نگار نهایی در شکل ۳ نشان داده شده است.

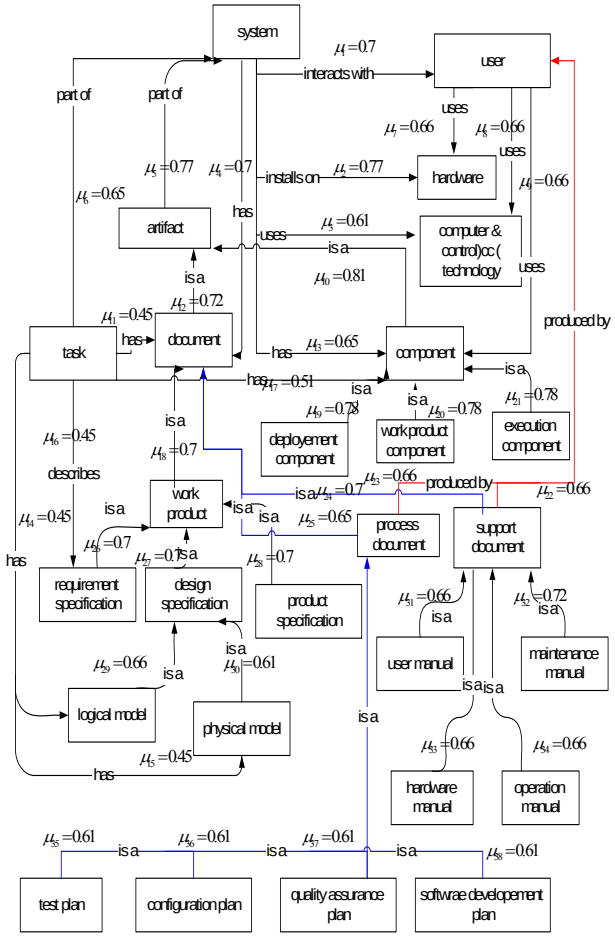
۴. ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات در حالتهای عدم وجود هستان نگار، استفاده از هستان نگار قطعی و استفاده ازهستان نگار فازی

به منظور ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات، از رویکرد بسط پرسمان استفاده شد. به این منظور، ابتدا الگوریتم پیشنهادی بسط پرسمان مبتنی بر هستان نگار ارائه شده و در ادامه نتایج سیستم بازیابی اطلاعات آورده شده اند.

۱.۴ الگوریتم پیشنهادی بسط پرسمان مبتنی بر هستان نگار قطعی و فازی

الگوریتم پیشنهادی بسط پرسمان بر مبنای هستان نگار قطعی و فازی در ادامه تشریح شده است. در این الگوریتم فرض شده واژگانی که در پرسمان کاربر وارد شده اند، در هستان نگار سیستم نرم افزار موجود هستند. در مواردی که واژگان وارد شده در پرسمان در هستان نگار خاص آن حوزه موجود نباشند، رویکردی که در اکثر پژوهشها مورد نظر قرار گرفته شده، استفاده از مترادفهای واژگان بر اساس فرهنگ لغات (عموماً هستان نگار جامع زبان انگلیسی WordNet) است و با توجه به اینکه فرهنگ لغات عمومی هستند و در دامنهٔ خاصی قرار ندارند، استفاده از این روش، به دقت خوبی منجر نشده است[۱۵]. به این منظور در الگوریتم پیشنهادی، حالتهایی در نظر گرفته شده که واژگان وارد شده در پرسمان، در هستان نگار سیستم نرم افزار موجود باشند. بر اساس اینکه واژگان وارد شده در پرسمان، در هستان نگار سیستم نرم افزار با هم ارتباط داشته باشند یا خیر، رویکردهای متفاوتی برای بسط پرسمان در نظر گرفته شده که در ادامه تشریح شده است:

[14] Part of
[15] Synonymy
[16] Antonym



شکل۳. گسترش روابط هستان نگار شکل ۲ و هستان نگار نهایی همراه با درجه تعلق واحد برای هر رابطه

الف- بسط پرسمان بر اساس هستان نگار قطعی

بر اساس اینکه واژگان وارد شده در پرسمان، در هستان نگار سیستم نرم افزار موجود باشند و با هم دارای رابطه معنایی باشند یا نباشند، حالتهای (i) و (ii) حاصل می شود:

(i) . واژگان وارد شده در هستان نگار سیستم نرم افزار موجود بوده وبا هم رابطه معنایی داشته باشند.

در این حالت برای واژگان وارد شده در پرسمان، رابطه آنها در هستان نگار پیدا می شود (مثلاً ممکن است یک واژه، فرزند یا پدر واژهٔ دیگر باشد). برای واژه پدر، تمام پدرهای دیگر آن و برای واژه فرزند، تمام فرزندهای دیگر آن به جای واژگان پرسمان اولیه وارد و جستجو انجام می شود. به عنوان مثال پرسمان Query=(" user" " component") را در نظر می گیریم. در این حالت، واژگان user و component دارای رابطه user>component در هستان نگار هستند. بنابراین به جای واژه user، همهٔ پدرهای آن (واژگانی که رابطه عام[17] با آن دارند) نظیر support document، process document و به جای واژه component، همهٔ فرزندهای آن (واژگانی که رابطه خاص[18] با آن دارند) نظیر artifact در پرسمان افزوده می شوند.

(ii) . واژگان وارد شده در هستان نگار سیستم نرم افزار موجود است ولی با هم رابطه ندارند.

در این حالت به جای هر واژه، تمامی پدر و فرزندهای آن در پرسمان وارد می شود. اگر تنها یک واژه در پرسمان وارد شود، به جای آن واژه نیز تمامی پدر و فرزندهای آن در پرسمان وارد می شوند.

به عنوان مثال پرسمان Query=(" artifact" " task") را در نظر می گیریم. چون بین واژگان وارد شدهٔ پرسمان، در هستان نگار رابطه‌ای وجود ندارد، برای هر یک از واژگان، تمامی پدر و فرزندهای آن در پرسمان وارد می شوند. بنابراین، به جای واژه task ، واژگان

[17] Generalization (hypernym)
[18] Specialization(hyponym)

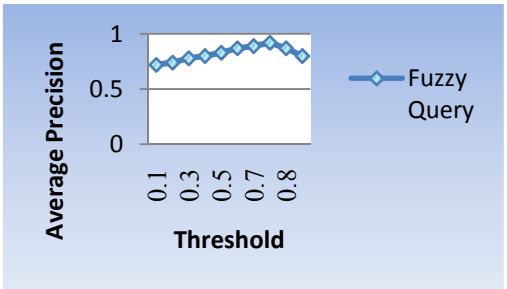
، artifact و به جای واژه requirement specification ،physical model ،logical model ،document ، system واژگان document، system و component در پرسمان وارد می شوند.

ب- بسط پرسمان بر اساس هستان نگار فازی

این حالت بسیار مشابه حالت الف است، با این تفاوت که واژگانی در پرسمان افزوده می شوند که درجهٔ عضویت آنها از یک حد آستانهٔ[19] مشخص بیشتر باشد.

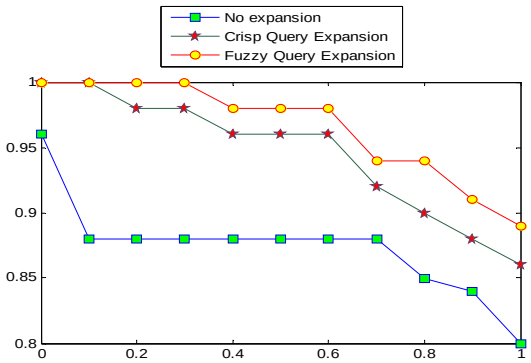
۲.۴ ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات

به منظور ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات، برای انجام جستجوهای محلی، از جویشگر Google Desktop [20] استفاد شده و در آن اسناد مرتبط با حوزه مهندسی نگهداری نرم افزار قرار داده شده است. به منظور تعیین حد آستانهٔ مناسب برای هستان نگار فازی، مقادیر مختلف آستانه از ۰ تا ۰/۹ با ضریب افزایش ۰/۱ در نظر گرفته شده و پرسمانهای مختلف اعم از تک واژه‌ای و چند واژه‌ای در جویشگر مربوطه اجرا شده اند. در شکل۴ نتایج میانگین دقت هستان نگار فازی برای حد آستانه‌های مختلف آورده شده است. همچنان که در این شکل مشخص است برای حد آستانهٔ ۰/۷۳ بیشترین میانگین دقت حاصل شده است.



شکل۴. میانگین دقت در برابر حد آستانه های مختلف پرسمان فازی

بنابراین در الگوریتم پیشنهادی بسط پرسمان بر اساس هستان نگار فازی ، حد آستانهٔ ۰/۷۳ در نظر گرفته می شود. در شکل ۵ نمودار میانگین دقت در برابر یادآوری برای پرسمانهای مختلف در حالتهای مبتنی بر کلید واژه، استفاده از هستان نگار قطعی و هستان نگار فازی آورده شده است.



شکل۵. نمودار میانگین دقت در برابر یادآوری در حالتهای پرسمان مبتنی بر کلید واژه، بسط پرسمان قطعی و بسط پرسمان فازی

همانگونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود ، میانگین دقت نمودار بسط پرسمان فازی نسبت به نمودارهای میانگین دقت پرسمان مبتنی بر کلید واژه و بسط پرسمان قطعی بهبود داشته است.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله رویکرد جدیدی برای ایجاد هستان نگار فازی با در نظر گرفتن دو درجهٔ عدم قطعیت مطرح شد. در مقایسه با هستان نگار قطعی قبلی، هستان نگار فازی دارای درجه‌های های عدم قطعیت در روابط خود است که بدین ترتیب امکان یافتن اطلاعات غیر قطعی با جستجو در آن حاصل خواهد شد. در ادامه به ارزیابی عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات در حالتهای عدم وجود هستان نگار، استفاده از هستان نگار قطعی و هستان فازی پرداختیم و آنها را از نظر معیار میانگین دقت در برابر یادآوری مورد ارزیابی قرار دادیم. همانگونه که مشاهده می شود، میانگین دقت پرسمان در حالت استفاده از هستان نگار فازی نسبت به حالتهای عدم وجود هستان و استفاده از هستان

[19] Threshold
[20] Search engine

نگار قطعی بهبود چشمگیری داشته و بیانگر این است که استفاده از هستان نگار فازی توانسته عملکرد سیستم بازیابی اطلاعات را به طور چشمگیری بهبود دهد.

مراجع

[1] B-CH. Chien and CH-H. Hu and M-Y. Ju, ***Intelligent information retrieval applying automatic constructed fuzzy ontology*** ,Proceedings of the Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2007.
[2] J. Li and J. Y. Song and H. Zhong, ***Ontology-based query division and reformulation for heterogeneous information integration,*** Journal of Software, 18 (2007) 2495-2506.
[3] N. Guarino and P. Giaretta, ***Ontologies and Knowledge Bases:Towards a terminological clarification***, IOS Press, 1995.
[4] T. Berners-Lee and J. Hendler and O. Lassila, ***The Semantic Web, Scientific Am,*** http://www.sciam.com/2001/0501issue/0501berners-lee.html, 2001.
[5] P.Varga and T.Meszaros and CS. Dezsenyi and T.P. Dobrowiecki, ***An ontology based information retrieval system***, 16th international conference on industrial and engineering applications of artificial intelligence and expert systems, 2003.
[6] Q.T.Tho and S.CH. Hui, ***Automatic Fuzzy Ontology Generation for Semantic Web,*** IEEE Transactions on Knowledge And Data Engineering, 18 (2006).
[7]- J.Zhai and Y.Liang and Y.Yu and J.Jiang, ***Semantic Information Retrieval Based on Fuzzy Ontology for Electronic Commerce,*** Journal of software, 3(2008).
[8] D. Parry, ***A fuzzy ontology for medical document retrieval,*** The Australasian Worhhop on Data Mining and Web Intelligence, 32 (2004).
[9]- J. Zhai and Q.Wang and M.Lv, ***Application of Fuzzy Ontology Framework to Information Retrieval for SCM,*** International Symposiums on Information Processing, 2008.
[10]- J.Zhai and Y.Cao and Y.Chen, ***Semantic Information Retrieval Based on Fuzzy Ontology for Intelligent Transportation Systems***, IEEE 1-4244-2384-2/08, 2008 .
[11]- M. A. A. Leite and I. L. M. Ricarte, ***Document Retrieval Using Fuzzy Related Geographic Ontologies***, 11th Ibero-American Conference on Artificial Intelligence, Springer-Verlag, 2008.
[12] Ch-H. Cheng, and Y. Lin, ***Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation***, European Journal of Operational Research, 142(2002) 174–186.
[13] A-A. Molai and E. Khorram, ***An algorithm for solving fuzzy relation equations with Max-T composition operator,*** *Information Sciences*, 178(2008) 1293–1308.
[14] M. Dias, ***Organizing the Knowledge Used in Software Maintenance***, Journal of Universal Computer Science, 9(2003) 641-658.
[15] G.Miller and R.Beckwidth and C. Fellbaum and D. Gross and K. Miller, ***Wordnet: an on-line lexical database,*** International Journal of Lexicography: Special Issue, 3(1990), 235-244.

مریم حورعلی*، دانشجوی دکتری مهندسی فنّاوری اطلاعات، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی فنّاوری اطلاعات،
آدرس پست الکترونیکی: **Hourali@modares.ac.ir**

غلامعلی منتظر، دانشیار مهندسی فنّاوری اطلاعات، دانشگاه تربیت مدرّس، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی فنّاوری اطلاعات.
آدرس پست الکترونیکی : **Montazer@modares.ac.ir**

* سخنران

طراحی کنترل‌کننده میراگر فازی TCSC برای بهبود پایداری دینامیکی سیستم‌های قدرت

حسین شایقی، امین صفری، حیدر علی شایانفر

چکیده. نوسانات الکترومکانیکی فرکانس پایین از مشخصه‌های اجتناب‌ناپذیر سیستم‌های قدرت هستند و به طور عمده‌ای روی ظرفیت توان انتقالی و پایداری دینامیکی سیستم تأثیر می‌گذارند. در این مقاله پایداری دینامیکی و افزایش میرایی نوسانات الکترومکانیکی با کنترل‌کننده میرایی فازی جبران ساز خازن سری با کنترل تریستوری (TCSC) بررسی شده است. کنترل‌کننده میرایی فازی TCSC با استفاده از روش های جدول ارجاع و کنترل فازی تحت نظارت در سیستم قدرت تک ماشینه با شین بی نهایت طراحی شده است. با اعمال اغتشاشات کوچک و بزرگ، کارایی کنترل‌کننده‌های فازی طراحی شده از طریق شبیه‌سازی غیرخطی زمانی و شاخص عملکرد مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده طراحی شده با روش نظارتی عملکرد بهتری در میرا سازی نوسانات فرکانس پایین در مقایسه با کنترل کننده طراحی شده با استفاده از روش جدول ارجاع دارد.

۱. مقدمه

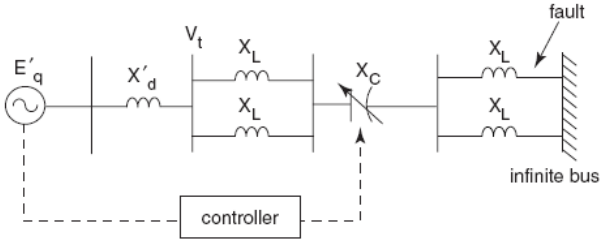
با توسعه سیستم‌های قدرت و اتصال ژنراتورهای سنکرون به هم باعث ایجاد نوساناتی با فرکانس خیلی پایین در محدوده ۰/۲ تا ۳ هرتز می‌شود. این نوسانات به مدت طولانی در سیستم ادامه داشته و در بسیاری از موارد اگر میرایی کافی ایجاد نشود دامنه آنها افزایش یافته و باعث جداسازی و ناپایداری سیستم می‌شوند [۱]. در سال‌های اخیر استفاده از سیستم‌های انتقال جریان متناوب انعطاف‌پذیر روشی موثر در بهره‌برداری کامل از ظرفیت سیستم‌های انتقال موجود شده است. ادوات FACTS در سیستم‌های قدرت مجموعه‌ای از وظایف اصلی را عهده‌دار می‌باشند. استفاده بهینه از قابلیت میراسازی این ادوات و پیدا کردن راه‌کارهای مناسب در جهت افزایش قابلیت اطمینان از مسایل مهمی در سیستم‌های قدرت به حساب می‌آید [۲].

خازن سری کنترل شده با تریستور بعنوان یکی از ادوات FACTS بوده و به صورت سری به شبکه وصل می‌شود. این وسیله می‌تواند با تنظیم امپدانس موثر خط ظرفیت توان انتقالی را افزایش دهد بدون آنکه در سطح جریان خطای شبکه، افزایشی رخ دهد. جبران‌گر TCSC می‌تواند در شرایط وقوع خطا یا حادثه پیش بینی نشده راکتانس خود را به سرعت و با دقت بالا تغییر دهد، امپدانس سیستم را تنظیم نماید و امنیت سیستم را تا حد زیادی افزایش دهد [۳-۶].

در این مقاله طراحی کنترل‌کننده میرایی فازی TCSC با استفاده از استراتژی های کنترل فازی جدول ارجاع و کنترل تحت نظارت طراحی و مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. کارایی روش پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی زمانی و شاخص عملکرد در دو نوع اغتشاش مختلف مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

۲. سیستم مورد مطالعه

شکل- ۱ یک سیستم قدرت تک‌ماشینه با شین بی‌نهایت مجهز به TCSC را نشان می‌دهد. اطلاعات سیستم و پارامترهای شبکه در بخش پیوست داده شده است. ژنراتور مجهز به PSS بوده و توان الکتریکی را از طریق خط انتقال دو مداره به باس بی‌نهایت تحویل می‌دهد [۳].



شکل- ۱ سیستم قدرت مجهز به TCSC

واژه های کلیدی- خازن سری با کنترل تریستوری، کنترل فازی تحت نظارت، جدول ارجاع و پایداری دینامیکی

در این بخش ماشین سنکرون با مدل مرتبه سه که شامل معادله نوسان الکترومکانیکی و معادله ولتاژ داخلی ژنراتور است، مدلسازی شده است. مدل غیرخطی سیستم بصورت زیر توصیف می شود [۹]:

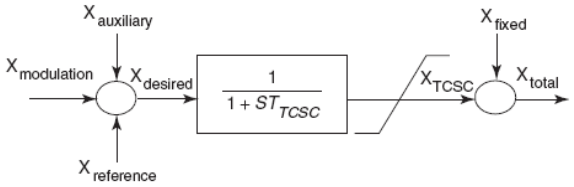
$$\dot{\delta} = \omega_0(\omega - 1) \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = (P_m - P_e - D\Delta\omega)/M \quad (2)$$

$$E'_q = (-E_q + E_{fd})/T'_{do} \quad (3)$$

سیستم تحریک مورد استفاده در این مقاله از نوع $IEEE\ Type-ST1$ مطابق با مرجع [۳] است. جبرانگر TCSC شامل یک القاگر سری شده با یک جفت تریستورهای پشت به پشت است که مجموعه آنها با یک خازن ثابت به صورت موازی نصب شده است. مقدار راکتانس خالص TCSC با کنترل زاویه تنظیم شده و با توجه به مقدار زاویه آتش α در شاخه شامل القاگر و تریستورها در مد القایی یا خازنی عمل می‌کند.

دیاگرام بلوکی برای مطالعات پایداری دینامیکی TCSC در شکل- ۲ نشان داده شده است. این بلوک دارای سه ورودی برای اهداف های مختلف می باشد. ورودی $X_{auxiliary}$ یک سیگنال کمکی از خروجی کنترل کننده پخش بار خارجی، $X_{reference}$ مقدار راکتانس در نقطه کار اولیه و $X_{modulation}$ سیگنال مدوله شده از طریق کنترل کننده میرایی به منظور پایداری سازی سیستم می باشند. سیگنال خروجی TCSC، X_{total} ، نشان دهنده سطح جبران سازی القایی یا خازنی مطلوب برای سیستم است [۳].



شکل- ۲ بلوک دیاگرام TCSC برای مطالعات پایداری

۳- طرح های کنترلی فازی

مزیت عمده کنترل کننده های فازی این است که این کنترل‌کننده‌های هوشمند مبتنی بر دانش افراد خبره هستند [۷]. همچنین کنترل‌کننده فازی یک کنترل‌کننده غیرخطی بوده و برخلاف کنترل‌کننده‌های کلاسیک حساس به توپولوژی سیستم، پارامترها و تغییرات نقاط کار نمی باشد. این مشخصه ها باعث می شود که کنترل‌کننده‌های فازی مناسب برای کاربردهای سیستم قدرت باشند.

۳-۱ روش جدول ارجاع

در ابتدا یک کنترل‌کننده کلاسیک با استفاده از روش جبران سازی فاز براساس مدل خطی شده سیستم در یک نقطه کار طراحی می‌شود [۷]. سپس یک اغتشاش به سیستم اصلی مجهز به کنترل‌کننده اعمال می‌گردد. از طریق شبیه‌سازی زمانی تعدادی از جفت‌های ورودی- خروجی برای آموزش کنترل‌کننده فازی جمع آوری می‌شود. فرض کنید سیگنال‌های ورودی برای کنترل‌کننده فازی x_1 , x_2 و سیگنال خروجی x_3 باشد و جفت‌های ورودی – خروجی جمع‌آوری شده از شبیه‌سازی زمانی $((x_1^p, x_2^p); x_3^p)$ باشد که p برابر تعداد جفت ورودی- خروجی و (α_i, β_i) فضای مورد بحث سیگنال‌های مربوطه می‌باشند.

مراحل طراحی کنترل‌کننده فازی با روش جدول ارجاع به صورت زیر می‌باشد[۷]:

گام اول- تعریف N_i تا مجموعه فازی کامل A_i^j در فضای مورد بحث (α_i, β_i)

گام دوم- ایجاد یک قاعده فازی برای یک جفت ورودی- خروجی

گام سوم- تعیین یک درجه برای هر قاعده تولید شده در گام دوم

برای اینکه تعداد جفت ورودی- خروجی معمولاً زیاد است پس تعداد قواعد تولید شده نیز بیشتر خواهد بود. از طرفی ممکن است قواعدی با قسمت IFهای یکسان و قسمت THENهای متفاوت تولید شود که باعث سردرگمی در قواعد می‌شود. برای حل این مشکل یک درجه D برای قواعد تولید شده در گام دوم به صورت زیر تعریف می‌شود:

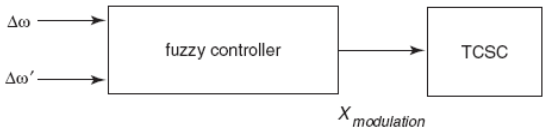
$$D(rule)=\prod_{i=1}^{3}\mu_{A_i^{j*}}(x_i^p)$$

(4)

گام چهارم- تکمیل پایگاه قواعد فازی

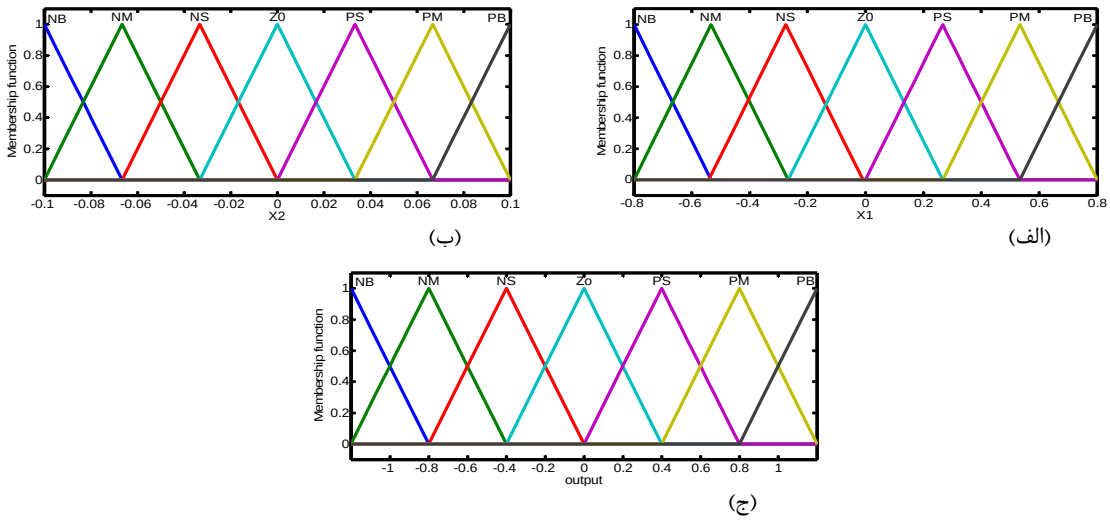
گام پنجم- ساختن سیستم کنترل فازی از روی پایگاه قواعد فازی

در این مقاله برای طراحی کنترل‌کننده فازی از فازی‌گر تکین، موتور استنتاج ضرب و فازی‌زدای میانگین مرکز و توابع عضویت مثلثی استفاده شده است. ساختار کنترل فازی استفاده شده در شکل- ۳ نشان داده شده است. ورودی های کنترل‌کننده فازی انحراف سرعت ژنراتور $\Delta\omega(t)=\omega(t)-\omega_{ref}(t)$ و نرخ تغییرات آن با زمان $\Delta\omega'(t)=\Delta\omega(t)-\Delta\omega(t-\Delta t)$ بوده و خروجی آن سیگنال مکمل طرح کنترلی TCSC ، $X_{\mathrm{modulation}}$ می باشد [۴].



شکل- ۳ ساختار کنترل فازی

هفت مجموعه فازی یا متغیرهای زبانی برای هر کدام از ورودی ها و خروجی مورد نظر با توابع عضویت مثلثی در شکل- ۴ نشان داده شده است. با طراحی مناسب کنترل‌کننده کلاسیک با روش جبران سازی فازی جفت های ورودی- خروجی از شبیه سازی زمانی در دسترس می‌باشند.



شکل- ۴ توابع عضویت برای سیگنال های ورودی و خروجی کنترلر فازی الف) تابع عضویت برای $\Delta\omega(t)$ ب) تابع عضویت برای $\Delta\omega'(t)$ ج) تابع عضویت برای خروجی

بعد از گام های دوم تا چهارم پایگاه قواعد حاصل شده و در جدول- ۱ داده شده است. بعد از انتخاب فازی‌گر تکین، موتور استنتاج ضرب و فازی زدای میانگین مرکز کنترل‌کننده میرایی فازی TCSC با پایگاه قواعد داده شده در جدول- ۱ طراحی می شود.

۳-۲ روش کنترل فازی تحت نظارت

کنترل کننده PI (تناسبی- انتگرالی) از نوع کنترل کننده‌های کلاسیک است که بیشتر در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد و با توجه به ساختار کنترلی ساده‌اش با هزینه پایین به راحتی طراحی می‌شود. با وجود این کنترل‌کننده نوع PI زمانی که سیستم کنترل شده درجه غیرخطی و عدم قطعیت بالاتری دارد، به خوبی عمل نمی کند. بنابراین بهتر است که مزایای کنترل‌کننده نوع PI را با طراحی یک کنترل‌کننده فازی حفظ کنیم. کنترل‌کننده PI سیگنال کنترلی را با ترکیب عبارت های تناسبی و انتگرالی به فرم زیر فراهم می کند [۵]:

$$u(t)=K_p.e(t)+K_i.\int e(t).dt$$

(5)

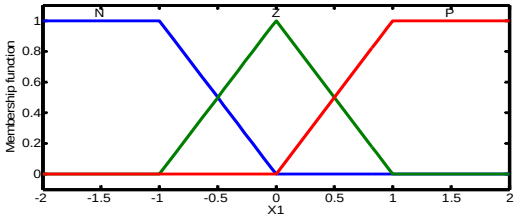
ثابت‌های K_p و K_i پارامترهای کنترل‌کننده هستند. ساختار کنترلی استفاده شده برای طراحی کنترل‌کننده میرایی در مرجع [۶]داده شده است. این ساختار کنترلی از یک کنترل‌کننده فازی به جای عبارت تناسبی استفاده شده است در حالی که عبارت انتگرالی آن بدون تغییر مانده است. خروجی کنترل‌کننده به صورت زیر می‌باشد:

$$K_p.\Delta u_f + K_i.\int e\,dt \qquad (6)$$

K_p و K_i همان پارامترهای کنترل‌کننده PI هستند و Δu_f خروجی کنترل فازی می باشد. در فرایند طراحی ابتدا ورودی های کنترل-کننده فازی به عبارات فازی تبدیل می‌شوند. ورودی ها و خروجی کنترل‌کننده فازی که با استفاده از سه مجموعه فازی N (منفی)، Z (صفر) و P (مثبت) فازی می‌شوند در شکل -۵ نشان داده شده است. پایگاه قواعد فازی برای طراحی کنترل‌کننده فازی با استفاده از توابع عضویت تعریف شده در جدول- ۲ داده شده است.

جدول- ۱ پایگاه قواعد برای سیگنال خروجی

dΔw / w	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB



شکل- ۵ توابع عضویت برای سیگنال های ورودی و خروجی

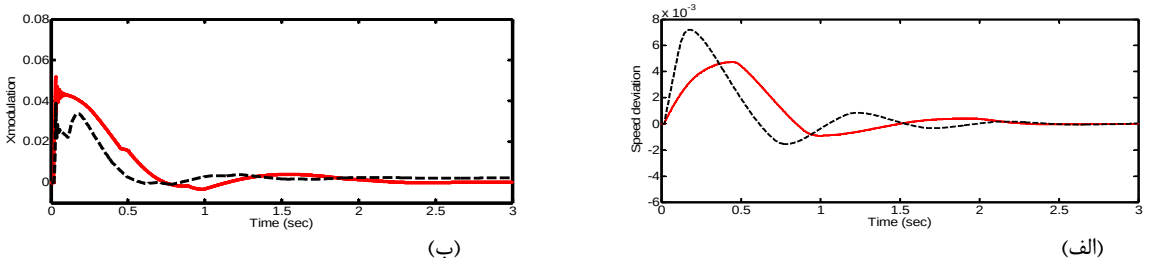
جدول- ۲ پایگاه قواعد فازی

dΔw / Δw	N	Z	P
N	N	N	Z
Z	N	Z	P
P	Z	P	P

۴- نتایج شبیه سازی

۴-۱ سناریوی اول

در این سناریو به منظور ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، یک اغتشاش۰/۲ پریونیتی در گشتاور ورودی ($T_m = 0.2$) در لحظه $t = 0.02\,(\text{sec})$ برای ماشین سنکرون اعمال شده است. نتایج شبیه‌سازی هر کدام از روش‌ها در نقطه کار نامی در شکل- ۶ نشان داده شده است.



(ب) (الف)

شکل- ۶ پاسخ دینامیکی سیستم با کنترل‌کننده‌های میرایی فازی TCSC در سناریوی اول: جدول ارجاع (خط توپر)، کنترل فازی تحت نظارت (خط تیره)

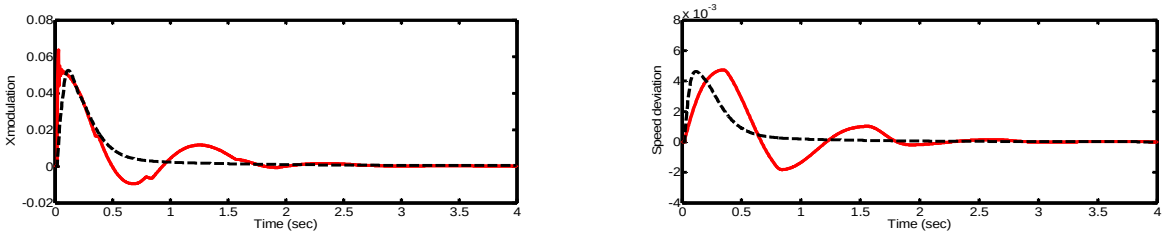
۴-۲ سناریوی دوم

در این سناریو، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در شرایط گذرا با اعمال خطای سه فاز شش سیکل در لحظه $t = 0.02\,(\sec)$ در وسط یکی از خطوط انتقال بررسی شده است. خطا با قطع کردن خط معیوب رفع شده است. پاسخ سیستم به این اغتشاش در شکل- **۹** نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده میرایی فازی طراحی شده با PSO عملکرد مقاومی در مقابل اغتشاشات داشته و میرایی کافی در مقایسه باسایر روش های اعمالی فراهم می‌کند.

برای تشریح عملکرد روش های اعمال شده از شاخص عملکرد ITAE با رابطه زیر استفاده شده است [۹]:

$$ITAE = \int_0^{tsim} (|\Delta\omega|) \cdot t dt \quad (7)$$

در معادله (۷)، ($\Delta\omega$) انحراف زاویه روتور ماشین سنکرون و t_{sim} برای ارزیابی ITAE در نظر گرفته شده است. نتایج عددی شاخص عملکرد برای نقطه عملکرد نامی در جدول- ۳ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مقادیر شاخص عملکرد با کنترل‌کننده‌های میرایی تنظیم شده با کنترل تحت نظارت در مقایسه با روش جدول ارجاع در هر دو سناریو کوچک هستند.



(ب) (الف)

شکل- ۹ پاسخ دینامیکی سیستم با کنترل کننده های میرایی فازی TCSC در سناریوی دوم: جدول ارجاع (خط توپر)، کنترل فازی تحت نظارت (خط تیره)

جدول- ۳ مقادیر شاخص عملکرد ITAE

نوع سناریو	طرح های کنترل فازی	
	جدول ارجاع	کنترل نظارتی
سناریو اول	۰/۰۰۱۸۰۴	۰/۰۰۱۶۰۵
سناریو دوم	۰/۰۰۲۲۷۲	۰/۰۰۲۰۶۷

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، افزایش پایداری سیستم و میراسازی نوسانات فرکانس پایین با کنترل کننده میرایی با TCSC برای سیستم قدرت تک-ماشینه با شین بی نهایت بحث و بررسی شد. برای این منظور کنترل‌کننده میرایی فازی با دو روش کنترل فازی از جمله روش جدول ارجاع و کنترل فازی تحت نظارت در سیستم قدرت مورد مطالعه، طراحی شد. کارایی و عملکرد روش‌های اعمالی در طراحی کنترل‌کننده از طریق شبیه‌سازی زمانی و شاخص عملکرد در دو نوع اغتشاش مختلف مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده فازی کنترل فازی تحت نظارت در مقایسه با روش جدول ارجاع در میراکردن نوسانات فرکانس پایین عملکرد بهتری داشته و پایداری دینامیکی سیستم را افزایش می‌دهد.

مراجع

[1] P. W. Sauer and M. A. Pai, *Power system dynamics and stability*, Prentic Hall, 1998.
[2] N. G. Hingorani and L. Gyugyi, *Understanding FACTS- concepts and technology of flexible AC Transmission Systems*, IEEE Press, 2000.
[3] C. F. Lu and C. F. Juang, *Evolutionary fuzzy control of flexible AC transmission system*, IEE Proc. Gener. Transm. Distrib, Vol. 152, No. 4, pp. 441-448, 2005.
[4] S. Hameed, B. Das and V. Pant, *A self tuning fuzzy PI controller for TCSC to improve power system stability*, Electric power systems research, Vol. 78. pp. 1726- 1735, 2008.
[5] P. K. Dash, S. Mishra and G. Panda, *Damping multimodal power system oscillation using a hybrid fuzzy controller for series connected facts devices*, IEEE Transaction on Power Systems. Vol. 15, No. 4; pp. 1360-1366, 2000.
[6] A. Kazemi and M. Vakili Sohrforouzani, *Power system damping controlled facts devices*, Electrical Power and Energy System. Vol. 28, pp. 349-357, 2006.
[7] L. X. Wang, *A course in fuzzy systems and control*, Prentic Hall PTR, 1997.

[8] L. O. Mak, Y. X. Ni and C. M. Shen, ***STATCOM with fuzzy controllers for interconnected power systems***, Electric power systems research, Vol. 55. pp. 87-95, 2000.
[9] H. Shayeghi , H.A. Shayanfar, S. Jalilzadeh, and A. Safari, ***A PSO based unified power flow controller for damping of power system oscillations, Energy Conver***. Manage, Vol. 50, pp. 2583-2592, 2009.
[10] T.K. Mok, H. Liu, Y. Ni, F. F. Wu, and R. Hui, ***Tuning the fuzzy damping controller for UPFC through genetic algorithm with comparison to the gradient descent training***, Electrical Power Energy System.Vol. 27: pp. 275-283, 2005.

حسین شایقی*، دانشکده فنی دانشگاه محقق اردبیلی
آدرس پست الکترونیکی: **hshayegh@gmail.com**

امین صفری، دانشکده فنی دانشگاه علم و صنعت ایران
آدرس پست الکترونیکی: **asafari1650@yahoo.com**

حیدر علی شایانفر، دانشکده فنی دانشگاه علم و صنعت ایران
آدرس پست الکترونیکی: **hashayanfar@yahoo.com**

* سخنران

طراحی یک سیستم طبقه بندی فازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و اتوماتاهای یادگیر

محمد جواد فتاحی حسن آباد ، محمد رضا میبدی

چکیده. در این مقاله یک روش جدید برای طراحی یک سیستم طبقه بندی فازی با دقت قابل تنظیم پیشنهاد می گردد. در این طراحی در ابتدا با ساده ترین روش، و بوسیله یک الگوریتم دلخواه مثل الگوریتم ژنتیک توابع عضویت و قوانین فازی مورد نظر تولید شده و در مرحله بعد با استفاده از اتوماتاهای یادگیر، سعی در بهینه نمودن پارامترهای توابع عضویت انتخاب شده خواهیم نمود. و بطور کلی اتوماتاهای یادگیر مورد استفاده، وظیفه مستقر کردن هر تابع عضویت را در بهترین محل ممکن از فضای ورودی به عهده خواهند داشت. در پایان از پایگاه داده استاندارد گل زنبق(Iris) برای انجام آزمایشات استفاده شده و نتایج مقایسه سیستم طبقه بندی پیشنهادی با الگوریتم های مشابه گزارش شده است.

۱. مقدمه

در یک مسئله طبقه بندی، به منظور ایجاد قوانین فازی با استفاده از داده های آموزشی، عموما از تقسیم فضای ورودی جهت مشخص نمودن قسمت شرط قوانین استفاده می شود. بنابراین کارایی یک سیستم طبقه بندی فازی به نحوه انتخاب این تقسیم بندی بستگی دارد. اخیرا بیشتر تحقیقات موجود در این زمینه، بر روی روشهای تولید اتوماتیک قوانین و توابع عضویت و یا بطور کلی بر روی تقسیم خودکار فضای ورودی متمرکز شده است.فضای ورودی فازی را می توان بصورت شبکه ای[5,6,7] یا بصورت نامنظم و پراکنده [8,9]تقسیم نمود. در [10] یک تقسیم بندی دینامیک معرفی شده است. بدین صورت که در ابتدا فضای ورودی را بصورت شبکه ای تقسیم بندی می کنند، سپس با استفاده از تقسیم بندی صورت گرفته، مرکز توابع عضویت را بدست آورده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک یک زیر مجموعه از مجموعه مراکز بدست آمده در مرحله قبل را، بعنوان مراکز توابع عضویت انتخاب می کنند و در نهایت از روی توابع عضویت بدست آمده مجموعه قوانین فازی را تشکیل می دهند. در [1] از الگوریتم PSO برای ایجاد قوانین فازی استفاده شده است. این روش نسبت به الگوریتم ژنتیک دارای سرعت بالاتری می باشد ولی مشکل همگرایی زودرس را دارد و به مقداردهی مناسب پارامترها بسیار حساس است. در [5] سیستم طبقه کننده ANFIS معرفی شده است. در این سیستم بصورت تطبیقی فضایی از ورودی که توابع عضویت در آن قرار دارند تنظیم می شود.

در این مقاله یک روش جدید برای طراحی یک سیستم طبقه بندی فازی پیشنهاد می گردد. در این طراحی در ابتدا با ساده ترین روش و بوسیله یک الگوریتم دلخواه مثل الگوریتم ژنتیک توابع عضویت و قوانین فازی مورد نظر تولید شده و در مرحله بعد با استفاده از اتوماتاهای یادگیر، سعی در بهینه نمودن پارامترهای توابع عضویت انتخاب شده خواهیم نمود. برای طراحی این سیستم ما اهدافی نظیر ماکزیمم کردن تعداد داده هایی که صحیح طبقه بندی می شوند و مینیمم کردن تعداد قواعد فازی را مد نظر خواهیم داشت.

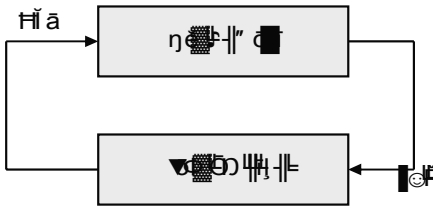
۲. الگوریتم ژنتیک

الگوریتمهای ژنتیکی که برمبنای ایده تکامل در طبیعت عمل می نمایند ، برروی جمعیتی از راه حلهای بالقوه به جستجوی راه حل نهایی می پردازند. در هر نسل، بهترین های آن نسل انتخاب می شوند، و پس از زاد و ولد، مجموعهٔ جدیدی از فرزندان را تولید می کنند. در این فرآیند افراد مناسبتر با احتمال بیشتری در نسلهای بعد باقی خواهند ماند. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد الگوریتم های ژنتیکی می توان به[11,12]مراجعه کرد.

۳. اتوماتای یادگیر

یک اتوماتای یادگیر در حقیقیت یک ماشین با حالات محدود است که میتواند تعداد محدودی عمل را انجام دهد. هر عمل انتخاب شده توسط محیطی احتمالی ارزیابی می گردد و پاسخی به اتوماتای یادگیر داده می شود. اتوماتای یادگیر از این پاسخ استفاده نموده و عمل بعدی خود را انتخاب می کند. در طی این فرایند، اتوماتای یادگیر یاد می گیرد که چگونه بهترین عمل را از بین اعمال مجاز خود انتخاب نماید. تصویر ۱ ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: سیستم طبقه بندی فازی، قوانین فازی، توابع عضویت فازی، الگوریتم ژنتیک، اتوماتای یادگیر



شکل ۱: ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط

اتوماتاهای یادگیر به دو گروه اتوماتاهای یادگیر با ساختار ثابت و اتوماتاهای یادگیر با ساختار متغیر تقسیم می شوند. در این مقاله از اتوماتاهای یادگیر با ساختار متغیر استفاده شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد اتوماتاهای یادگیر می توان به [13,14,15] مراجعه کرد.

۴. ساختار سیستم طبقه بندی کننده مورد استفاده

ساختار سیستم طبقه بندی کننده مورد استفاده مطابق با الگوریتم ارائه شده در [3] می باشد. فرض کنید مسئله مورد نظر ما دارای M کلاس باشد و ما نیز n نمونه آموزشی داشته باشیم. نمونه آموزشی t ام را بصورت $X_t=\{X_{t1}, X_{t2,...}, X_{tm}\}$ نمایش می دهیم که X_{ti} ها ویژگی های نمونه آموزشی t ام می باشند. در این صورت متناظر با هر داده آموزشی یک کلاس وجود دارد و آن را بصورت $\{x_t,y_t\}$ نمایش می دهیم. بطوریکه : $y_t \in \{1,2,...,M\}$.در این صورت فرم کلی یک قانون در یک سیستم فازی می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$R_{(j_1,j_2,...,j_m)}: IF\ x_1\ is\ A_{(1,j_1)}\ and\ x_2\ is\ A_{(2,j_2)}\ and\ ....and\ x_m\ is\ A_{(m,j_m)}$$
$$Then\ X\ belongs\ to\ class\ y_{(j_1,j_2,...,j_m)}\quad with\ CF = CF_{(j_1,j_2,...,j_m)} \qquad (۱)$$

که : $i \in \{1,2,....,m\}$, $j_i \in \{1,2,...,d_i\}$ و d_i تعداد توابع عضویت متناظر با ویژگی x_i می باشد، و $y_{(j,j,...j_{m_1})} \in \{1,2,...,M\}$. در این صورت میزان تعلق ویژگی x_i به مجموعه فازی $A_{(i,j_i)}$ را می توان بصورت زیر محاسبه نمود.

$$A_{(i,j_i)}(x_i) = \begin{cases} \exp\left(-\left(\dfrac{x_i - c_{(i,j_i)}}{W^l_{(i,j_i)}}\right)^2\right) & if\ x_i \le c_{(i.j_i)} \\ \exp\left(-\left(\dfrac{x_i - c_{(i,j_i)}}{W^r_{(i,j_i)}}\right)^2\right) & if\ x_i > c_{(i.j_i)} \end{cases} \qquad (۲)$$

که c مرکز تابع عضویت مذکور، w^l پهنای قسمت چپ و w^r پهنای قسمت راست آن می باشد. بنابراین شکل تابع عضویت با این سه پارامتر تنظیم می شود. اگر $X_t = \{x_{t1}, x_{t2}, ..., x_{tm}\}$ نمونه ورودی t ام باشد، آنگاه قدرت شلیک قانون $R_{(j_1,j_2,...j_m)}$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\mu^t_{(j_1,j_2,...j_m)} = \prod_{i=1}^{m} A_{(i,j_i)}(x_{ti}) \qquad (۳)$$

اگر متناظر با هر ویژگی d_i تا تابع عضویت در نظر بگیریم، در نتیجه سیستم ما دارای $\prod_{i=1}^{m} d_i$ تا قانون خواهد بود. پارامترهای $y_{(j_1,j_2,...,j_m)}$ و $CF_{(j_1,j_2,...,j_m)}$ در قسمت تالی قوانین را می توان با دنبال کردن دو رویه زیر بدست آورد:

رویه ۱: تولید قواعد فازی

الف) فرض کنید M کلاس داشته باشیم و $T \in \{1,2,...,M\}$. مقدار β_{CT} را برای هر کلاس بصورت زیر محاسبه می کنیم:

$$\beta_{CT} = \sum_{X_t \in CT} \prod_{i=1}^{m} A_{(i,j_i)}(x_{ti}) = \sum_{X_t \in CT} \mu^t_{(j_1,j_2,...j_m)} \qquad (۴)$$

ب) حال:

$$\beta_{Cy_{(j1,j2,...jm)}} = \max\{\beta_{C1}, \beta_{C2}, ...\beta_{CM}\} \qquad (۵)$$

ج) ضریب اطمینان قانون مورد نظر را بصورت زیر تعیین کنید:

$$CF_{(j_1,j_2,...j_m)} = \frac{(\beta_{Cy_{(j_1,j_2,...j_m)}} - \beta)}{\sum_{T=1}^{M} \beta_{CT}} \qquad (٦)$$

بطوریکه:

$$\beta = \sum_{T=1}^{M} \frac{\beta_{CT}}{M-1} \qquad (٧)$$

رویه ۲: کلاس بندی یک الگوی جدید

الف) برای هر کلاس T که $T \in \{1,2,...,M\}$ مقدار α_{CT} را بصورت زیر محاسبه کنید:

$$\alpha_{CT} = \max\{\mu^{t}_{(j_1,j_2,...j_m)}, CF_{(j_1,j_2,...j_m)} \mid y_{(j_1,j_2,...j_m)} = T \text{ and } R_{(j_1,j_2,...j_m)} \in S\} \qquad (٨)$$

ب) حال داده متعلق به کلاس γ می باشد بطوریکه:

$$\alpha_{C\gamma} = \max\{\alpha_{C1}, \alpha_{C2}, ... \alpha_{CM}\} \qquad (٩)$$

۵. نحوه انتخاب یک سیستم طبقه بندی فازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

نحوه استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بدست آوردن قوانین فازی به گونه های متفاوتی مطرح است. در اینجا برای استفاده از الگوریتم ژنتیک از روش مطرح شده در [3] استفاده خواهیم نمود، که بصورت زیر می باشد:

فرض کنید که جمعیت ما مجموعه ای از L کروموزوم باشد. یعنی: $P = \{p^1, p^2, ... p^L\}$ بطوریکه:

$$P^K = \{p^k_{11}, p^k_{12}, ... p^k_{1b_1}, p^k_{21}, p^k_{22}, ... p^k_{2b_2}, ... p^k_{m1}, p^k_{m2}, ... p^k_{mb_m}\} \ , \ k \in \{1,2,..,L\}$$

بصورتیکه p^k_{ij} ها صفر یا یک می باشند و متناظر با یک تابع عضویت هستند. در صورتیکه یک p^k_{ij} یک باشد تابع عضویت متناظر با آن انتخاب می شود و در غیر این صورت انتخاب نمی شود. همچنین بطور مثال $p^k_{11}, p^k_{12}, ... p^k_{1b_1}$ نشان دهنده توابع عضویت متناظر با ویژگی اول می باشد. همانطور که می دانیم مقادیر هر یک از ویژگی ها دارای یک بازه ای است. مثلا بازه ویژگی x_i بصورت $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$ می باشد. حال اگر بخواهیم مرکز یک تابع عضویت مورد نظر را بدست آوریم می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$C_{(i.j_i)} = x_i^{\min} + (I_{(i,j_i)} - 1).\frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{b_i - 1} \qquad (١٠)$$

که $C_{(i,j_i)}$ مرکز j امین تابع عضویت از ویژگی i ام می باشد. و $I_{(i,j_i)} \in \{1,2,...b_i\}$ نشان دهنده شماره ایندکس عدد یک مورد نظر می باشد که می خواهیم مرکز تابع عضویت متناظر با آن را بدست آوریم. و b_i هم نشان دهنده تعداد توابع عضویت در نظر گرفته شده برای هر ویژگی می باشد. پس حال از روی رشته بیت های صفر و یک می توانیم مراکز تابع عضویت را تعیین نماییم. اکنون به نحوه محاسبه عرض سمت چپ و راست توابع عضویت می پردازیم. مجموعه فازی $A_{(i,j)}$ را در نظر بگیرید. یک عدد ثابت α بطوریکه $\alpha \in [0,1]$ را طوری تعریف می کنیم که:

$$A_{(i,j_i)}(c_{(i,j_i-1)}) = \exp\left(-\left(\frac{c_{(i,j_i-1)} - c_{(i,j_i)}}{w^{l}_{(i,j_i)}}\right)^2\right) = \alpha \ , \ A_{(i,j_i)}(c_{(i,j_i+1)}) = \exp\left(-\left(\frac{c_{(i,j_i+1)} - c_{(i,j_i)}}{w^{r}_{(i,j_i)}}\right)^2\right) = \alpha \qquad (١١)$$

بنابراین مقادیر عرض سمت چپ و راست هر تابع از ویژگی iام را می توانیم با روابط زیر محاسبه کنیم:

$$w^{\,l}_{(i,j_i)} = \sqrt{\frac{(c_{(i,j_i-1)} - c_{(i,j_i)})^2}{-\ln(\alpha)}} \quad , \quad w^{\,r}_{(i,j_i)} = \sqrt{\frac{(c_{(i,j_i+1)} - c_{(i,j_i)})^2}{-\ln(\alpha)}} \qquad (١٢)$$

همانطور که گفتیم می خواهیم سیستمی طراحی کنیم که تعداد دسته بندی صحیح در آن ماکزیمم و در عین حال دارای مینیمم قوانین نیز باشد. پس می توانیم تابع شایستگی را بصورت زیر تعریف نماییم:

$$F(P^k) = W_{NCP}.\, NCP(S(P^k)) - W_S.|S(P^k)| \qquad (١٣)$$

که در آن $S(p^k)$ ، مجموعه قوانین متناظر با کروموزوم p^k ، $NCP(S(p^k))$ ، تعداد الگوهایی که با $S(p^k)$ بطور صحیح طبقه بندی شده اند، $|S(p^k)|$ ، تعداد قوانین موجود در $S(p^k)$ و W_{NCP} و W_S میزان اهمیتی است که برای تعداد قوانین و تعداد الگوهایی که بطور صحیح طبقه بندی شده اند در نظر می گیریم و معمولا بصورت $0 < W_S << W_{NCP}$ در نظر گرفته می شوند. با توجه به مطالب بیان شده می توان رویه کلی ایجاد یک سیستم طبقه بندی را با استفاده از الگوریتم ژنتیک بصورت زیر بیان نمود:

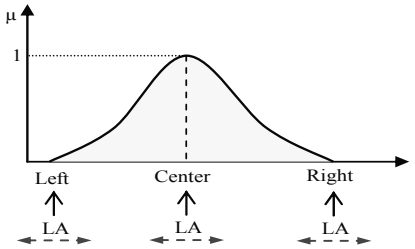
۱- مقدار دهی اولیه: تعیین تعداد افراد(L)، تعداد بیت های در نظر گرفته شده برای هر ویژگی(b_i) ، احتمال بازترکیبی(p_c) ، احتمال جهش(p_m)، تعیین میزان همپوشانی(α) ، تعیین تعداد نسل(N) و وزن های W_{NCP} و W_S.
۲- ساخت جمعیت اولیه
۳- k=1 قرار بده. (انتخاب اولین کروموزوم)
۴- تعیین قسمت اول سیستم فازی و سپس تعیین قسمت دوم با اعمال رویه های ۱ و ۲ از بخش ۴.
۵- محاسبه شایستگی کروموزوم
۶- اگر k=L برو به ۷ وگرنه k=k+1 و برو به ۴.
۷- اگر G=N برو به ۹ وگرنه G=G+1 و برو به ۸.
۸- ساخت جمعیت جدید با استفاده از بازترکیبی و جهش و برو به ۳.
۹- بهترین کروموزوم را انتخاب کن. این کروموزوم معادل با یک سیستم طبقه بندی فازی می باشد.

۶. الگوریتم پیشنهادی و نحوه بکارگیری اتوماتاهای یادگیر برای بهینه نمودن توابع عضویت

در اکثر روش های طبقه بندی فازی، مشکل اصلی که ما در ابتدا با آن مواجه هستیم، چگونگی تقسیم بندی فضای ورودی می باشد. که این مشکل باز می تواند به نوبه خود مشکلات دیگری را بوجود آورد. و بطور کلی هر چه ما بخواهیم این تقسیم بندی فضای ورودی و قرار دادن توابع عضویت در مکان مناسب، بصورت بهتری صورت بگیرد، مستلزم پرداخت هزینه های اضافی از جمله افزایش پیچیدگی مسئله، کاهش قابلیت فهم موضوع و زمانبر بودن مسئله ، خواهیم بود. برای حل این مشکل در این مقاله یک راهکار جدید در طی دو مرحله پیشنهاد می شود. بدین صورت که :

مرحله اول : در مرحله اول ما برای تقسیم بندی ابتدایی در فضای ورودی حساسیت چندانی ایجاد نمی کنیم و سعی کنیم فضای ورودی را با ساده ترین روش ممکن تقسیم بندی نموده و سپس با توجه به الگوریتم مورد استفاده مثل الگوریتم ژنتیک ، توابع عضویت فازی مورد نیاز و قوانین فازی را بدست می آوریم.

مرحله دوم: در اینجا برای بهینه نمودن پارامترهای هر تابع عضویت و مستقر نمودن هر تابع در بهترین محل ممکن از فضای ورودی، از اتوماتاهای یادگیر استفاده می کنیم. بدین صورت که هر یک از توابع عضویت بدست آمده به سه عدد اتوماتای یادگیر مجهز خواهند شد، که این اتوماتاها به ترتیب طول قسمت چپ تابع عضویت، طول قسمت راست و مرکز یک تابع عضویت را با توجه به دقت از پیش تعیین شده تنظیم می نمایند و بطور کلی وظیفه مستقر کردن یک تابع عضویت را در بهترین محل ممکن از فضای ورودی به عهده خواهند داشت. نحوه تخصیص اتوماتاهای یادگیر به هر تابع عضویت را در شکل ۲ مشاهده می نمایید.



شکل ۲ :نحوه تخصیص اتوماتاهای یادگیر به یک تابع عضویت

مجموعه اعمال هر اتوماتای یادگیر را بصورت زیر تعریف می نماییم:

$$\text{Action Set} = \{\text{move to left , move to right , no change}\}$$

یعنی یک اتوماتای یادگیر در هر مرحله می تواند یکی از اعمال جابجایی نقطه مورد نظر به سمت چپ، جابجایی به سمت راست و یا بدون تغییر را انتخاب کند. عمل انجام شده بوسیله اتوماتا توسط محیط ارزیابی شده و نتیجه آن در قالب یک سیگنال جریمه یا پاداش به اتوماتا اعمال می گردد. اتوماتا با توجه به این نتیجه، احتمال انتخاب هر یک از اعمال خود را بروز رسانی می کند. این کار تا زمانی تکرار می شود که اتوماتا در N_F دوره متوالی عمل "تغییر ندادن" نقطه مورد نظر را انتخاب کند(N_F از پارامترهای الگوریتم پیشنهادی است).

با توجه به موارد گفته شده الگوریتم کلی سیستم طبقه بندی فازی پیشنهادی را می توان بصورت زیر بیان نمود:

۱- با استفاده از الگوریتم ژنتیک توضیح داده شده در بخش ۵ و یا هر الگوریتم دلخواه دیگر توابع عضویت فازی با ساده ترین روش ممکن تولید می شوند.

۲- گام جابجایی برای جابجا شدن نقاط سمت چپ و راست و مرکز توابع عضویت در هر مرحله را با توجه به دقتی که نیاز داریم تعیین نموده وهمچنین میزان جریمه یا پاداش برای اتوماتاها مشخص می شود.

۳- یکی از توابع عضویت را در نظر گرفته و سه عدد اتوماتای یادگیر مطابق شکل ۲ به آن متصل می شوند. و بردار احتمال انتخاب اعمال اتوماتا بصورت (۱/۳و۱/۳و۱/۳) مقدار دهی اولیه می شود.

۴- اتوماتای مربوط به سمت چپ یکی از اعمال خود را انتخاب کرده و جابجای مورد نظر را برای نقطه مربوط به خودش انجام می دهد. با توجه به شکل جدید تابع عضویت، قوانین فازی سیستم، با استفاده از رویه ۱و رویه ۲ بخش ۴ ،بروز رسانی شده و با استفاده از تابع شایستگی(تابع ۱۳) درصد درستی طبقه بندی داده ها تعیین می شود. چنانچه نتیجه طبقه بندی از نتیجه قبلی بهتر بود، اتوماتا پاداش مثبت و وگرنه پاداش منفی دریافت می کند.

۵- اتوماتای سمت راست با انجام عملیاتی مشابه با مرحله ۴ طول قسمت راست تابع عضویت را مشخص می نماید.

۶- اتوماتای مربوط به مرکز تابع عضویت ، با انجام عملیاتی مشابه با مرحله ۴ شکل تابع عضویت(موقعیت مرکز) را تعیین می نماید.

۷- اگر هنوز تابع عضویتی باقی مانده که پارامترهای آن بهینه نشده است، آن را انتخاب کرده و به مرحله ۳ بازمی گردیم.

۷. نتایج آزمایشات

ما در اینجا از پایگاه داده زنبق[16] برای انجام آزمایشات استفاده نموده ایم. همچنین تعداد جمعیت برابر ۵۰،ماکزیمم تعداد نسل برابر ۱۰۰۰، احتمال بازترکیبی ۰.۷ ، احتمال جهش ۰.۰۱ ، تعداد بیت های در نظر گرفته شده برای هر ویژگی(b_i) ۷ تا ،میزان همپوشانی(α) برابر ۰.۵ و وزن های $W_{NCP}=0.5$ و $W_S=0.1$، در نظر گرفته شده است. نرخ یادگیری اتوماتاهای مورد استفاده ۰.۰۰۱ و مقدار پارامتر N_F هم برابر ۵ می باشد. نتیجه عملکرد الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آن با روش های مشابه در جدول ۱ نشان داده شده است.

همانگونه که در جدول ۱ مشاهده می شود این الگوریتم توانسته نتایج بسیار خوبی از خود نشان دهد. صرفا الگوریتم سیستم طبقه بندی بر مبنای PSO در مقایسه با این الگوریتم تعداد قوانین کمتری ایجاد نموده است. ولی کارایی این روش از روش مبتنی بر PSO نیز بالاتر است. مشاهده می شود که تعداد قوانین در روش پیشنهادی با روش مبتنی بر ژنتیک یکسان می باشد. زیرا مرحله دوم الگوریتم پیشنهادی صرفا کار بهینه سازی توابع تولید شده در مرحله اول را به عهده دارد. مثلا ما می توانیم برای کاهش تعداد قوانین در روش پیشنهادی به جای الگوریتم ژنتیک از PSO استفاده نماییم و در نتیجه توابع عضویت بدست آمده با استفاده از PSO را بهینه نماییم. بدین ترتیب ما می توانیم نتایجی حتی بهتر از روش مبتنی بر PSO را نیز داشته باشیم. ولی هدف ما از استفاده از الگوریتم ژنتیک در این مقاله ، ایجاد یک سیستم طبقه بندی فازی ساده و با حداکثر راندمان ممکن می باشد، همچنین در حالت کلی میتوان روش پیشنهادی را در اکثر سیستم هایی که از قوانین فازی استفاده می نمایند (سیستم های مبتنی بر قاعده فازی) ، بعنوان یک ابزاری جهت بهینه سازی توابع عضویت بکار برد.

۸. نتیجه گیری

در این مقاله یک روش جدید برای بهینه سازی پارامترهای توابع عضویت موجود در سیستم های طبقه بندی فازی پیشنهاد گردید. در این طراحی در ابتدا با ساده ترین روش، و بوسیله دلخواه مثل الگوریتم ژنتیک توابع عضویت و قوانین فازی مورد نظر تولید شده و در مرحله بعد با استفاده از اتوماتاهای یادگیر، پارامترهای توابع عضویت انتخاب شده را تا جای ممکن بهینه می نماییم. و بطور کلی اتوماتاهای یادگیر، وظیفه مستقر کردن یک تابع عضویت را در بهترین محل ممکن از فضای ورودی به عهده خواهند داشت. نتایج آزمایشات بر روی پایگاه داده زنبق، معرف برتری کارایی این روش نسبت به روش های مشابه می باشد.

جدول ۱: مقایسه سیستم طبقه بندی پیشنهادی با دیگر روش های ایجاد اتوماتیک سیستم های طبقه بندی فازی

الگوریتم مورد استفاده	تعداد قانون	بازدهی
ANFIS	۸۱	٪۹۹.۵
Pruning	۲۸	٪۹۳.۳
Multi-rule-table	۵۹۷.۵	٪۹۴.۳
Pso-based	۴.۷۵	٪۹۶.۸
GA-based	۱۰	٪۹۰.۶۷
LA-based	۱۱	٪۹۳.۶۳
روش پیشنهادی	۱۰	٪۹۶.۹۳

مراجع

[1] C. C. Chen, ***Design of PSO-based Fuzzy Classification Systems***, Tamkang Journal of Science and Engineering, vol. 9, no. 1, pp. 63-70, 2006.

[2] Hamidi, M. and Meybodi, M. R., ***A Fuzzy Classifier based on Learning Automata***, Technical Report, Computer Engineering Department, Azad University, Ghazvin, Iran, 2007.

[3] Ching-Chang Wong, Chia-Chong Chen, and Bo-Chen Lin, ***Design of Fuzzy Classification System Using Genetic Algorithms***, IEEE 2000.

[4] Hisao Ishibuchi, Ken Nozaki, ***Selecting Fuzzy If-Then Rules for Classification***, Problems Using Genetic Algorithms, IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS, VOL. 3, NO. 3, AUGUST 1995.

[5] Jang, J. S., ***ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference systems,*** IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 23, pp. 665−685, 1993.

[6] Nozaki, K., Ishibuchi, H. and Tanaka, H., ***Adaptive Fuzzy Rule-Based Classification Systems***, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 3, Aug., pp. 238−250, 1996.

[7] Wong, C. C. and Chen, C. C., ***A GA-Based Method for Constructing Fuzzy Systems Directly from Numerical Data***,IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics- Part B:Cybernetics, Vol. 30, pp. 904:_911, 2000.

[8] Wong, C. C. and Chen, C. C., ***A Hybrid Clustering and Gradient Descent Approach for Fuzzy Modeling***, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics,Vol. 29, pp. 686−693, 1999.

[9] Simpson, P. K., ***Fuzzy Min-Max Neural Networks- Part 1:Classification***, IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, Sep.,pp. 7760−786 1992.

[10] C-C. Wong, C-C. Chen, ***A GA-based method for construction fuzzy systems directly from numerical data***, IEEE Trans. On System, Man and Cybernetics,Part B, vol.30,pp.904-911,2000.

[11] William M. Spears, ***An Overview of Evolutionary Computation***. proceedings of the 1993 European Conference on Machine Learning.

[12] A.E.Eiben J.E.Smith ,***Introduction to Evolutionary Computing*** (Springer2003)

[13] Narendra, K. S. and Thathachar, M. A. L. ***Learning Automata: An introduction***, Prentice Hall, 1989.

[14] Najim, K. and Poznyak, A. S., editors, ***Learning automata: theory and application***, Tarrytown, New York: Elsevier Science Publishing Ltd., 1994.

[15] Meybodi, M. R., Beigy, H. and Taherkhani, M. ***Cellular Learning Automata***", Proceedings of 6th Annual International Computer Society of Iran Computer Conference CSICC2001, Isfahan, Iran, pp. 153-163, 2001.

[16] Blake, C., Keogh, E. and Merz, C. J., ***UCI Repositoryof Machine Learning Database***, Univ. California, Irvine, 1998. http://www.ics.uci.edu/~mlearn/

محمد جواد فتاحی حسن آباد*، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، دانشکده برق، رایانه و فناوری اطلاعات

آدرس پست الکترونیکی: **mjfattahi@gmail.com**

محمد رضا میبدی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

آدرس پست الکترونیکی: **mmeybodi@aut.ac.ir**

* سخنران

الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای خوشه‌بندی مورچه- فازی داده‌ها

امیر اسمعیل‌زاده ، محمدرضا میبدی

چکیده. امروزه خوشه‌بندی یکی از مسائل مهم و پر کاربرد در زمینه‌های گوناگون می‌باشد. اکثر الگوریتم‌های موجود از روشهای سنتی استفاده می‌کنند که در برخی موارد از دقت و کارایی لازم برخوردار نمی‌باشند.
این مقاله به بررسی و ارائه راهکاری مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر در خوشه‌بندی مورچه-فازی داده‌ها، جهت کاهش خطا و افزایش کارایی می‌پردازد. در این قسمت الگوریتم جدیدی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر برای خوشه‌بندی بهتر داده‌ها و یافتن مقادیر مناسب معیارهای خوشه‌بندی مورچه-فاری ارائه می‌گردد. برای این منظور مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر با همدیگر همکاری می‌نمایند. در این مجموعه در هر مرحله اتوماتاهای یادگیر فعال شده و سپس هر یک از آنها یکی از اعمال خود را انتخاب می‌کنند که همان مقادیر معیارهای خوشه‌بندی مورچه-فازی می باشند. اعمال انتخاب شده اجرا و با توجه به نتیجه اعمال آنها پاداش یا جریمه به آنها تعلق می‌گیرد. الگوریتم پیشنهاد شده سعی می‌کند تا مناسب ترین مقدار را برای معیارهای خوشه‌بندی مورچه- فازی که دارای حداقل خطا در خوشه‌بندی می‌باشند را پیدا کند تا خوشه‌بندی با دقت بالاتر و خطای کمتری انجام گیرد. روش پیشنهادی با الگوریتم‌های خوشه‌بندی فازی مقایسه شده است و نتایج حاصل بیانگر افزایش دقت و کاهش خطا در خوشه‌بندی می‌باشد.

۱. مقدمه

خوشه‌بندی یکی از موارد مهمی است که در علوم مختلف بسیار کاربرد دارد و کاربرد متعدد آن سبب گسترش خوشه‌بندی به عنوان شاخه‌ای مهم از علم گردیده است. خوشه‌بندی‌های فازی و مورچه‌فازی[a] نیز، از خوشه‌بندی‌های مهم در این زمینه می‌باشند. خوشه‌بندی مورچه-فازی داده‌ها ترکیبی از الگوریتم مورچه‌ها و خوشه‌بندی فازی می‌باشد[1]. در خوشه‌بندی مورچه- فازی داده‌ها روش کار بدین صورت است که در ابتدا n داده بر روی یک صفحه $m * m$ به طوری که $m = 4 * n$ می‌باشد، به صورت تصادفی پراکنده می‌شوند و داده‌های پراکنده شده توسط عامل‌ها(مورچه‌ها) جابجا شده و توده‌ها را تشکیل می‌دهند. لازم به ذکر می‌باشد که تعداد عامل‌ها نیز برابر $\frac{n}{3}$ می‌باشد. در تشکیل توده‌ها معیارها و پارامترهای مختلفی تاثیر گذار می‌باشند که عبارتند از :

حد آستانه تشکیل توده[b]

حد آستانه جدا کردن یک داده از یک توده توسط عامل[c]

احتمال از بین بردن یک توده توسط عامل[d]

احتمال برداشتن داده توسط عامل[e]

احتمال انداختن داده توسط عامل[f]

در روش ذکر شده انتخاب یک مقدار مناسب برای شاخص‌ها و معیارهای ذکر شده فوق در خوشه‌بندی با دقت بالا و با خطای حداقل اهمیت زیادی دارد. لذا مقادیر شاخص‌ها و پارامترهای ذکر شده تاثیر مستقیمی در کاهش خطا و افزایش دقت خوشه‌بندی داشته و می‌توان با تعریف اتوماتاهای یادگیر بر روی پارامترهای فوق، به یک خوشه‌بندی مناسب با حداقل خطاها دست یافت.

در این مقاله، با استفاده از روش مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر، روشی برای خوشه‌بندی مورچه-فازی داده‌ها ارائه شده‌است. در این مقاله، الگوریتم پیشنهاد شده مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر سعی می‌کند تا مناسب ترین مقدار را برای معیارهای خوشه‌بندی مورچه- فازی که دارای حداقل خطا در خوشه‌بندی می‌باشند را پیدا کند تا خوشه‌بندی با دقت بالاتر و خطای کمتری انجام گیرد. به منظور بررسی کارایی، الگوریتم پیشنهاد شده بر روی داده‌های تستی مختلفی آزمایش و نتایج با روش‌های قبلی مقایسه و نشان داده می‌شود. ادامه این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. ابتدا در بخش ۲ مروری بر فعالیت‌های انجام شده در این زمینه صورت می‌پذیرد. در بخش ۳ اتوماتای یادگیر به عنوان ابزار یادگیری مورد استفاده در این مقاله معرفی می‌گردد. در بخش ۴، روشی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر به منظور خوشه‌بندی مورچه-فاری با تعداد خطاهای کمتر ارائه خواهد شد. در نهایت در بخش ۵ به ارزیابی و مقایسه‌ی روش ارائه شده و روش‌های موجود و نیز نتایج حاصل از استفاده از روش مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر پرداخته می‌شود. در نهایت در بخش ۶، نتیجه‌گیری مقاله ارائه خواهد شد.

۲. مرور فعالیت های گذشته

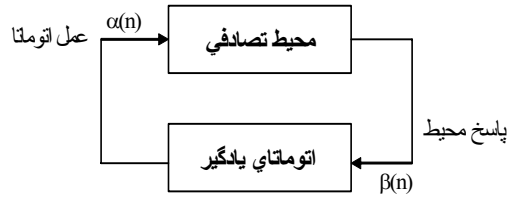
واژه های کلیدی: کلید واژه- خوشه‌بندی فازی، تابع C-میانگین فازی، اتوماتای یادگیر، خوشه‌بندی مورچه- فازی.

خواهیم پرداخت که به حل مسائلی از این دست پرداخته‌اند. در بررسی که برای خوشه‌بندی فازی داده‌ها ارائه شده است با استفاده از تابع C-میانگین فازی داده‌ها خوشه‌بندی شده‌اند. در این روش تعداد خطاهای موجود پس از اعمال تابع مذکور، ارائه شده است. نتایج آن بیانگر این مطلب است که تعداد خطاها قابل توجه می‌باشد[2]. روش دیگری که در این زمینه ارائه شده است روش خوشه‌بندی مورچه-فازی می‌باشد. عملکرد کلی الگوریتم بدین صورت می باشد که در ابتدا مورچه ها هر کدام اشیاء را برای شکل دهی یک توده حمل می‌کنند. مرکز این توده‌ها، به عنوان یک مقدار اولیه مرکز خوشه در نظر گرفته شده و بوسیله الگوریتم C-میانگین فازی این خوشه‌ها پالایش می‌گردند. در مرحله بعد، اشیائی که از پالایش الگوریتم میانگین فازی بدست آورده‌اند، به عنوان یک عضو که بیشترین معیار تعلق را دارا می‌باشد، برای شکل دهی توده‌های جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. این توده های جدید شکل یافته توسط مورچه ها گاهی اوقات حمل و ادغام می گردند و در نهایت خوشه‌های نهایی هم به وسیله الگوریتم C-میانگین فازی پالایش می‌گردند[3][4].

در تحقیقات گذشته از الگوریتم K-میانگین برای پالایش مرکز خوشه‌های بدست آمده از الگوریتم مورچه ها مورد استفاده قرار می گرفت. در الگوریتم K-میانگین برای پالایش خوشه‌هایی که توسط مورچه ها یافت می شوند مورد استفاده قرار می گیرد و سیستم مورچه ها و الگوریتم K-میانگین معمولا برای خوشه‌بندی اسناد مورد استفاده قرار می گیرد. حالت عمومی الگوریتم مورچه ها در اینجا پیشنهاد می گردد. در روش دیگری که در همین زمینه در مرجع [5] ارائه شده است الگوریتم خوشه‌بندی مورچه-فازی به دو صورت ارائه شده است. در روش اول ارائه شده که به صورت دو مرحله‌ای می‌باشد در مرحله اول ابتدا عامل‌ها در هر گام تعداد مشخصی حرکت کرده و توده‌ها را می‌سازند و در مرحله بعد مراکز این توده‌ها محاسبه و به عنوان یک شی در نظر گرفته می‌شوند و الگوریتم تا تشکیل خوشه‌های نهایی ادامه می‌یابد. در روش دوم ارائه شده خوشه‌بندی مورچه-فازی با مرکز ثقل است. در مواردی که معیارهای خوشه‌بندی از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشند از این روش استفاده می‌گردد که این الگوریتم نسبت به الگوریتم قبلی، دارای خطای کمتری می‌باشد[6][7][8].

۳. اتوماتای یادگیر

اتوماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که به طور تصادفی یک عمل از مجموعه‌ی متناهی عمل‌های خود را انتخاب کرده و بر محیط اعمال می‌کند. محیط عمل انتخاب شده توسط اتوماتا را ارزیابی کرده و نتیجه ارزیابی خود را توسط سیگنال تقویتی به اتوماتای یادگیر اعلام می‌کند. اتوماتا با استفاده از عمل انتخاب شده و سیگنال تقویتی وضعیت داخلی خود را تغییر داده و سپس عمل بعدی خود را انتخاب می‌کند [9]. در این مقاله از اتوماتای یادگیر به عنوان ابزار استفاده شده جهت بهبود انتخاب مقادیر مناسب پارامترهای خوشه‌بندی استفاده شده است. هدف نهایی آن است که اتوماتا یاد بگیرد تا از بین عمل‌های خود بهترین عمل را انتخاب کند. بهترین عمل، عملی است که احتمال دریافت پاداش از محیط را به حداکثر برساند. کارکرد اتوماتای یادگیر در تعامل با محیط، در شکل ۱ مشاهده می‌شود.



شکل ۱ ارتباط بین اتوماتای یادگیر و محیط

محیط را می‌توان توسط سه‌تایی $E \equiv \{\alpha, \beta, c\}$ نشان داد که در آن $\alpha \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_r\}$ مجموعه ورودی‌ها، $\beta \equiv \{\beta_1, \beta_2, ..., \beta_m\}$ مجموعه خروجی ها و $c \equiv \{c_1, c_2, ..., c_r\}$ مجموعه احتمال‌های جریمه می‌باشد. هرگاه β مجموعه‌ی دو عضوی باشد، محیط از نوع P می‌باشد. در چنین محیطی $\beta_1 = 1$ به عنوان جریمه و $\beta_2 = 0$ به عنوان پاداش در نظر گرفته می‌شود. در محیط از نوع Q، $\beta(n)$ می‌تواند به طور گسسته یک مقدار از مقادیر محدود در فاصله‌ی [۰،۱] و در محیط از نوع S، $\beta(n)$ متغیر تصادفی در فاصله [۰،۱] است. c_i احتمال اینکه عمل α_i نتیجه نامطلوب داشته باشد می‌باشد. در محیط ایستا مقادیر c_i بدون تغییر می‌مانند، حال آنکه در محیط غیر ایستا این مقادیر در طی زمان تغییر می‌کنند. اتوماتاهای یادگیر به دو گروه با ساختار ثابت و با ساختار متغیر تقسیم‌بندی می‌گردند. در ادامه اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر معرفی می‌شود.اتوماتای یادگیر با ساختار متغیر را می‌توان توسط چهارتایی $\{\alpha, \beta, p, T\}$ نشان داد که $\alpha = \{\alpha_1, ..., \alpha_r\}$ مجموعه عملهای اتوماتا، $\beta = \{\beta_1, ..., \beta_m\}$ مجموعه ورودیهای اتوماتا، $p = \{p_1, .., p_r\}$ بردار احتمال انتخاب هریک از عملها و $p(n+1) = T[\alpha(n), \beta(n), p(n)]$

الگوریتم یادگیری می‌باشد. نحوهٔ فعالیت این اتوماتا به صورت زیر است. اتوماتا یک عمل از مجموعه عمل‌های خود را به صورت تصادفی و مطابق بردارهای احتمال P_i انتخاب کرده و بر محیط اعمال می‌کند. اگر عمل انتخاب شده α_i باشد، پس از دریافت پاسخ محیط، اتوماتا بردار احتمال عمل‌های خود را در صورت دریافت پاسخ مطلوب بر اساس رابطهٔ (۱) و در صورت دریافت پاسخ نامطلوب طبق رابطهٔ (۲) بِروز می‌کند.

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= p_i(n) + a[1 - p_i(n)] \\ p_j(n+1) &= (1-a)\,p_j(n) \qquad \forall j \quad j \neq i \end{aligned} \tag{۱}$$

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= (1-b)p_i(n) \\ p_j(n+1) &= (b/r-1)+(1-b)p_j(n) \quad \forall j \ \ j \neq i \end{aligned} \tag{۲}$$

در روابط فوق a پارامتر پاداش و b پارامتر جریمه می‌باشد. با توجه به مقادیر a و b سه حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت. زمانیکه a و b با هم برابر باشند، الگوریتم را L_{RP} می‌نامیم، زمانیکه b از a خیلی کوچکتر باشد، تحت عنوان الگوریتم یادگیری $L_{R\varepsilon P}$ شناخته می‌شود و زمانیکه b مساوی صفر باشد الگوریتم L_{RI} نامیده می‌شود[10][11].

۴. الگوریتم پیشنهادی

در این قسمت الگوریتم پیشنهادی برای یافتن مقدار مناسب پارامتر برای شاخص‌ها و معیارهای خوشه‌بندی مورچه – فازی که دارای حداقل خطا در دسته‌بندی می‌باشد، ارائه می‌گردد. این الگوریتم ابتدا مجموعه‌ای از اتوماتاهای یادگیر متناظر با پارامترها را ایجاد می‌کند و سپس در هر مرحله از الگوریتم و در هر مرحله از الگوریتم اتوماتاهای یادگیر فعال شده و هر یک از آنها یکی از اعمال خود را انتخاب می‌کند و اعمال انتخاب شده در محیط اجرا و با توجه به نتیجه عمل به آنها پاداش یا جریمه تعلق می‌گیرد. در این روش الگوریتم پیشنهادی سعی می‌کند با بررسی مقادیر مختلف برای داده‌های تستی مقدار بهینه برای آن داده تستی را پیدا کند تا خوشه‌بندی داده‌ها با دقت بالا و خطای کمتری صورت پذیرد. الگوریتم پیشنهادی را gLA-FAC می‌نامیم. مراحل الگوریتم به شرح زیر است:

مرحله اول: در ابتدا یک اتوماتای یادگیر ایجاد می‌گردد. این اتوماتای یادگیر از الگوریتم یادگیری $L_{R\varepsilon P}$ استفاده می‌کند. اقدامهای اتوماتای یادگیر بازه‌های مختلف مقادیر پارامترها می‌باشند که اتوماتای یادگیر می‌تواند انتخاب کند. در اینجا $tc = \{tc_1, tc_2, ..., tc_r\}$ اعمال اتوماتای یادگیر می‌باشند که r تعداد اعمال قابل انتخاب توسط اتوماتا می‌باشند. لذا بردار احتمال به صورت $PV^j = \left(PV_1{}^j, PV_2{}^j, ..., PV`_r{}^j\right)$ تعریف می‌گردد. در ابتدا بردار احتمال $\frac{1}{r}$ بوده و اعمال به صورت تصادفی انتخاب می گردند و ورودی محیط یکی از r عمل انتخاب شده توسط اتوماتا می‌باشد. پاسخ محیط به عمل iام نیز توسط β_i مشخص می‌گردد. اگر $\beta_i(n) = 1$ باشد آن به صورت یک پاسخ نامطلوب یا شکست در نظر گرفته می‌شود و در غیر این صورت اگر $\beta_i(n) = 0$ باشد آن به عنوان یک پاسخ مطلوب یا موفقیت محسوب می‌گردد.

مرحله دوم: در این مرحله یکی از اقدام‌ها انتخاب می‌گردد و با توجه مقادیر انتخاب شده الگوریتم خوشه‌بندی مورچه- فازی اجرا می‌گردد. در این الگوریتم عامل‌ها(مورچه‌ها) و داده‌های تستی مورد به صورت تصادفی در یک صفحه دو بعدی پراکنده می‌گردند. روند این الگوریتم بدین صورت است که عامل‌ها در این صفحه حرکت می‌کنند زمانی که یک عامل به یک داده‌ای رسیدند در صورتی که خود عامل داده یا توده‌ای را حمل نمی‌کند آن داده یا توده را با احتمالی که P_{pickup} نامیده می‌شود آن را بر می‌دارد و در غیر این صورت اگر داده یا توده‌ای را حمل می‌کند آن را با احتمال P_{drop} آن را می‌اندازد. در ادامه الگوریتم خوشه‌های تشکیل شده به عنوان یک شی تنها در نظر گرفته می‌شوند و الگوریتم به تعداد لازم بر روی آنها اجرا می‌گردد و در پایان تابع C-میانگین فازی بر روی خوشه‌ها اجرا می‌گردد و تعداد خطاهای خوشه‌بندی به برنامه فراخوانی کننده برگردانده می‌شود.

مرحله سوم: در این مرحله خطای برگشتی توسط تابع خوشه‌بندی مورچه- فازی با خطای قبلی مقایسه و ارزیابی می‌گردد و در صورتی که تعداد خطاها کمتر شده باشد به آن عمل انتخاب شده اتوماتا پاداش داده می‌شود و در غیر این صورت جریمه به آن تعلق خواهد گرفت.

مرحله چهارم: مراحل دوم تا چهارم بسته به نوع داده‌های تستی به تعداد لازم تکرار می‌گردند تا اتوماتاهای یادگیر مقادیر مناسب را جهت خوشه-بندی مورچه- فازی استخراج کنند. شبه کد الگوریتم‌های ذکر شده وتابع C-میانگین فازی در شکل ۲ و **Error! Reference source not found.** نشان داده شده‌اند.

```
Procedure LA-FAC
  Procedure FAC
  Begin FAC
    Repeat
      Scatter objects randomly on the board
      Initialize the ants with random position and random direction
      For N_iteration Do
        Begin
          For each ant Do
          Begin
            Move_Ant()
            If Ant_Carry_Object = True then
                Call Drop()
            Else
                Call Pickup()
            End if
          End
          Use cluster centers obtained in the last step to initialize new objects
        End
      Call Fuzzy_C_Means()
    Until each heap as a single object
  End FAC
Begin LA-FAC
  Construct the learning automata
  Initialize PV_i(n) = 1/r , for 1 ≤ i ≤ r for all probabilistic vectors
  Initialize all fuzzy ant parameters
  While N_iteration Do
   Begin
      Select randomly PV_i(n) for T_Create
      NewErrorCount = Call FAC()
      If iteration count <>first iteration then
        If NewErrorCount<LastErrorCount then
          Reward the action selected by the Active LA according to the L_RP learning Algorithm
        Else
          penalize the action selected by the Active LA according to the L_RP learning Algorithm
        End if
        LastErrorCount=NewErrorCount
      End if
      Present the best PV_i, for 1 ≤ i ≤ r`
   End
End LA-FAC
```

شکل ۲ الگوریتم پیشنهادی LA-FAC

```
Procedure Fuzzy_C_Means()
Begin FCM
    Initialize the cluster centers and calculate the U = [u_ij] matrix U^(0)
    Repeat
        At k-step: calculate the centers vectors C^(k) = [c_j] with U^(k) :
        c_j = (Σ_{i=1}^{N} u_ij^m . x_i) / (Σ_{i=1}^{N} u_ij^m)
        Update U^(k) ,U^(k+1)
        u_ij = 1 / Σ_{k=1}^{c} ( (||x_i - c_j||) / (||x_i - c_k||) )^(2/(m-1))
    Until ||U^(k+1) - U^(k)|| < ε  then STOP.
End FCM
```

شکل ۳ الگوریتم Fuzzy C-Means

۵. ارزیابی و شبیه‌سازی

الگوریتم مطرح شده در بخش قبلی بر روی داده‌های تستی ایریس[h] اعمال گردیده است که نتایج آن با روش خوشه‌بندی مورچه- فازی مقایسه و ارزیابی شده است[12]. با توجه به این نکته که هر کدام از داده‌های تستی دارای ویژگیها و ابعاد مختلفی می‌باشند، لذا مقادیر این ویژگیها را می توان با استفاده از روشهای مختلف نرمال نمود تا از آنها نتایج مطلوب را بدست آید. یکی از روشهای معمول استفاده از روش مینکوفسکی[i] و استفاده از روش اقلیدسی[j] می‌باشد. در خوشه‌بندی مورچه-فازی داده‌ها پارامترها و معیارهای مختلفی دخالت دارند که از جمله مهمترین و تاثیر گذارترین آنها معیار ساخت توده می‌باشد. در آزمایشاتی که توسط آقای M.Kanade به صورت تجربی بر روی داده‌های تستی ایریس و واین انجام

گردیده بهترین مقدار برای ساخت توده برابر ۰.۵ پیشنهاد شده است که خود این مقدار نیز، با خطای نسبتا زیادی همراه می‌باشد ولی در صورتی که از الگوریتم پیشنهادی بخش قبل استفاده گردد، نتیجه بهتری حاصل می‌گردد. در این بخش روش ارائه شده توسط آقای M.Kanade را با روش پیشنهادی در این بخش مقایسه و ارزیابی می‌گردد.

۵.۱. بررسی و اعمال الگوریتم پیشنهادی بر روی داده‌های تستی ایریس

در این قسمت از ارزیابی، روش پیشنهاد شده توسط آقای M.Kanad و روش C-میانگین فازی را با روش پیشنهادی در این بخش(LA-FAC) که از اتوماتاهای یادگیر استفاده می‌کند بر روی داده‌های تستی ایریس، مقایسه و ارزیابی می‌گردد.

برای پیدا کردن مناسب‌ترین مقدار برای معیار ساخت توده(T_Create) از اتوماتاهای یادگیر استفاده می‌گردد. در این روش بازه بین صفر و یک را به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم می‌گردد و به عنوان اقدامهای اتوماتا در نظر گرفته می‌شود و با توجه به اینکه بازه به ۲۰ قسمت تقسیم شده، مقدار بردار احتمال هرکدام نیز در ابتدا برابر ۰.۰۵ قرار داده می‌شود و در چند مرحله که هر کدام در میانگین تعداد اجراها متفاوت هستند، مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرند. در ابتدا الگوریتم پیشنهادی را با تعداد میانگین‌های مختلف اجرا کرده و میانگین تعداد خطای آن به عنوان معیار مقایسه خطا در نظر گرفته می‌شود. در هر بار اجرای الگوریتم اقدامهای اتوماتا به صورت تصادفی انتخاب شده و در صورتی که بهبودی در نتیجه حاصل گردد به آن پاداش تعلق می‌گیرد و در غیر ان صورت قانون جریمه اعمال خواهد شد. نتایج حاصل از میانگین اجراهای مختلف را در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱ میانگین اجراهای الگوریتم با استفاده از الگوریتم پیشنهادی (LA-FAC)

Iteration / T_Create	1000	2000	5000	10000
0.05	38.3	33.95	40.15	37.8
0.1	25.95	27.9	29.1	27.55
0.15	28.35	32	32.1	26.9
0.2	35.85	33.1	30.9	29.95
0.25	40.6	33.8	29.65	27.85
0.3	46.1	43.45	36.3	31.35
0.35	50.25	48.7	41.95	36.5
0.4	60.75	57.1	52.35	46.9
0.45	65.15	56.4	50.8	59
0.5	72.3	61.15	64.05	53.3
0.55	77.65	71.5	58.8	59.75
0.6	84.45	71.9	69.15	60.9
0.65	88.35	77.6	66.95	68.65
0.7	86.7	84.15	71.9	64.85
0.75	93	85.2	74.85	71.85
0.8	92.7	88.9	71.2	83.8
0.85	90.25	86.05	78.45	78.6
0.9	93.3	85.7	82	79.6
0.95	94.8	84.4	82.85	79.2
1	100.4	96.55	84.6	86.4

با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌گردد که در اجراهای مختلف الگوریتم مقادیر ۰.۱، ۰.۱۵و۰.۲ برای شاخص تشکیل توده دارای کمترین تعداد خطا در خروجی می‌باشد. بررسی و آزمایشات با تعداد تکرارهای مختلف نشانگر این می‌باشد که تعداد خطاهای روش پیشنهادی نیز همانند دو خوشه‌بندی مورچه-فازی و C-میانگین فازی در تکرارهای بالا کمتر می‌باشد در

جدول ۲ میانگین تعداد اجراهای مختلف نیز بیانگر همین موضوع می‌باشد.

جدول ۲ مقایسه الگوریتم FAC و LA-FAC برای شاخص ساخت توده با مقدار ۰.۵

الگوریتم	تعداد تکرار	تعداد خطای خوشه‌بندی
FCM	---	34
FAC	1000	70.02
LA-FAC	1000	25.92
FAC	2000	61.76
LA-FAC	2000	27.9
FAC	5000	64.32
LA-FAC	5000	29.1
FAC	10000	66.56
LA-FAC	10000	26.9

در روشC-میانگین فازی و الگوریتمی که توسط آقای Kanade. ارائه شده با افزایش تعداد تکرارها کاهش می‌یابد. در الگوریتم پیشنهادی قبل نیز، روند به همین ترتیب می‌باشد و با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌گردد که کمترین تعداد خطا در میانگین اجراهای بالا می‌باشند. الگوریتم مذکور بر روی داده‌های تستی واین نیز، اعمال گردید که نتایج آن در جدول ۳ ارائه شده است. همان طوری که مشاهده می‌گردد نتایج حاصل بر روی داده‌های تستی واین نیز از روش‌های قبلی بهتر عمل می‌کند.

جدول ۳ نتایج الگوریتم پیشنهادی بر روی داده‌های تستی مختلف

الگوریتم	تعداد تکرار	تعداد خطای خوشه‌بندی
FCM	---	77
FAC	1000	95.9
LAFAC	1000	67.14
FAC	2000	96.26
LAFAC	2000	69.34
FAC	5000	93.46
LAFAC	5000	69.2
FAC	10000	98.4
LAFAC	10000	70.14

۶. نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر اتوماتاهای یادگیر که برای خوشه‌بندی فازی داده مورد استفاده قرار می‌گیرد، معرفی گردید. این الگوریتم مساله را در شرایطی که نوع کلاس و تعداد داده‌ها از قبل مشخص نیست، حل می‌کند به نحوی که مناسب‌ترین مقدار را برای پارامترهای مورد نظر که دارای حداقل خطا باشند انتخاب می‌کند با توجه به ارزیابی‌های انجام شده بر روی داده‌های تستی مختلف و همچنین نتایج بردارهای احتمال برای اقدام‌های مختلف اتوماتاها ین نتیجه بدست می‌آید که الگوریتم پیشنهادی دارای خروجی بهتر و خطای کمتری نسبت به روش‌های ارائه شده قبلی می‌باشد.

مراجع

[1] Ling and Xiaohua, *A Novel Ant Clustering Algorithm Based on Cellular Automata*, Proceedings of the Intelligent Agent Technology IEEE/WIC/ACM International Conference, Volume 5, Pages: 148-154, January, 2004.

[2] ۲M. Sato and L. C. Jain, *Innovations in Fuzzy Clusterin*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Volume 205, 2006.

[3] P. Sarkar, *A Brief History of Cellular Automata* , ACM Computing Surveys, Volume 32,Issue 1, Pages: 80-107, March, 2000.

[4] Parag and M. Kanade, *Fuzzy Ants as a Clustering Concept*, Proceedings of 22nd International Conference, Pages: 227-232 , July, 2003.

[5] V. Rozin and M. Margaliot, *The Fuzzy Ants*, IEEE Computational Intelligence Magazine, Volume 8, Pages: 18-28, 2006.

[6] M. Kanade and L.Hall, *Fuzzy Ants and Clustering*, Proceedings of Systems Man and Cybernetics IEEE International Conference, Volume 37, Pages: 758-769, September, 2007.

[7] S. Srinoyl and W. Kurutach, *An Integrated Fuzzy Ants and Artificial Immune Recognition System for Anomaly Detection*, Proceedings of IEEE International Joint Conference, Pages: 5464-5469, October, 2006.

[8] M. Kanade and L. Hail, *Fuzzy Ants Clustering by Centroid Positioning*, Proceedings of Fuzzy Systems IEEE International Conference, Volume 1, Pages: 371-376, July, 2004.
[9] J. Handl and B. Meyer, *Ant-Based and Swarm-Based Clustering*, Swarm Intelligence, No. 1 , pp. 95–113, November, 2007.
[10] A. V. Moere and J. J. Clayden, *Cellular Ants: Combining Ant-based Clustering with Cellular Automata*, 17th IEEE international conference on tools with artificial intelligence, ICTAI 2005, pp. 177–184, 2005.
[11] A. Moere and J.Clayden, *Cellular Ants: Combining Ant-Based Clustering with Cellular Automata* , Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, Volume 3409/2005, Issue 1, November, 2005.
[۱۲] برنا جعفر پور، محمدرضا میبدی، "بهبود روش خوشه‌بندی مورچه ای به روش اتوماتای یادگیر"، سیزدهمین کنفرانس ملی انجمن کامپیوتر ایران، جزیره کیش، خلیج فارس، ایران ۱۹ الی ۲۱ اسفند ۱۳۸۶.

امیر اسمعیل‌زاده *، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین
آدرس پست الکترونیکی: **amir.esmaeilzadeh@qazviniau.ac.ir**

محمدرضا میبدی، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
آدرس پست الکترونیکی: **mmeybodi@aut.ac.ir**

* سخنران

---

[a] Fuzzy Ant Clustering
[2] Threshold for Create Heap
[c] Threshold for Remove Data from Heap
[d] Probability of Destroy Heap
[e] Probability of Pickup
[f] Probability of Drop
[g] Learning Automata Fuzzy Ant Clustering
[h] Iris
[i] Minkowski distance
[j] Euclidean distance

آشکارسازی لبه ها در تصاویر رنگی با استفاده از آشکارساز لبه فازی رقابتی

محمدرضا حسن زاده و غلامرضا اردشیر

چکیده. در چند سال اخیر مطالعات وسیعی در مورد استفاده از منطق فازی در پردازش تصاویر انجام شده است. یکی از مهمترین مباحث در پردازش تصاویر، بحث آشکار سازی لبه ها می باشد. در مقاله حاضر روشی جدید مبتنی بر منطق فازی جهت آشکارسازی لبه ها ارائه شده است. روش ارائه شده بر روی تعداد زیادی تصویر رنگی و تصاویر سیاه و سفید متناظر آن اعمال شده است. نتایج شبیه سازیها نشان می دهد که کارایی این روش برای تصاویر سیاه و سفید بهتر از روشهای فازی قبلی است. همچنین اعمال این روش بر روی تصاویر رنگی به نتایج بهتری در مقایسه با تصاویر سیاه و سفید منجر شده است.

۱. مقدمه

لبه ها در تصاویر مکانهایی هستند که یک تغییر ناگهانی در سطح خاکستری یا سطح روشنایی رنگهای پیکسل ها در یک راستای خاص بوجود می آید. [4] پیکسل های موجود در لبه ها یک منحنی یا خط راست را تشکیل می دهند. لبه ها یکی از مهمترین ویژگیهای بصری در تصاویر می باشند [5] آشکارسازی لبه ها در تصاویر با توجه به تغییرات محسوس در سطح خاکستری پیکسل ها در تصاویر امکان پذیر است. فرآیند آشکارسازی لبه ها تصویر کامل را به جزئیات لبه های آن تبدیل می کند. این جزئیات در استخراج خصوصیات و شناسایی اشیاء در تصاویر نقش مهمی ایفا می کند. در پردازشهای بر خط، با توجه به وجود نویز در تصاویر، حرکت اشیاء و سایر عوامل، آشکارسازی لبه ها با مشکلاتی همراه خواهد بود.

در سالهای اخیر روشهای مختلفی مبتنی بر منطق فازی برای آشکارسازی لبه ها پیشنهاد شده است. روش پیشنهاد شده توسط Lily Rui Liang، Ernesto Basallo و Carl G. Looney [3] به خطوط بسیار ضخیم سیاه در پس زمینه سفید منجر می شود. Lily Rui Liang وCarl G. Looney [1] یک آشکارساز لبه جدید را معرفی کرده اند که ضخامت لبه های آشکار شده را با استفاده از قوانین فازی رقابتی کاهش می دهد.

در مقاله حاضر یک روش جدید برای آشکارسازی لبه ها مبتنی بر منطق فازی ارائه شده است. هر پیکسل مربوط به لبه به یکی از کلاسهای لبه تخصیص داده شده و قوانین فازی برای آشکارسازی لبه ها اعمال می شود.

نتایج روش پیشنهادی حاکی از بهبود آشکارسازی لبه ها در مقایسه با سایر روشهای فازی می باشد. همچنین این روش بر روی تصاویر رنگی با توجه به روش ارائه شده در مقاله حاضر اعمال شده و نتایج بدست آمده حاکی از افزایش دقت در آشکارسازی لبه های تصاویر رنگی نسبت به تصویر سیاه و سفید متناظر است.

در بخش بعدی روش پیشنهادی و الگوریتم استفاده شده به طور مفصل توضیح داده خواهد شد. در بخش ۳ نتایج اعمال روش پیشنهادی بر روی چند تصویر ارائه می شود و بخش ۴ شامل نتیجه گیری و جمع بندی می باشد.

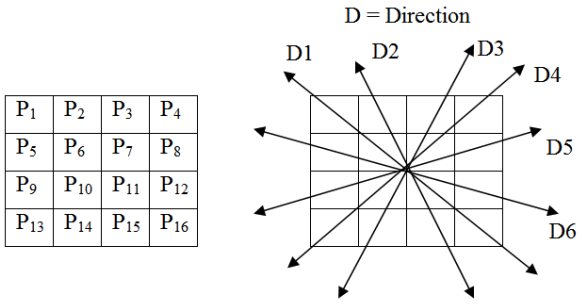
۲. روش پیشنهادی

برای مشخص کردن کلاس مربوط به هر پیکسل نیاز به برداری از خصوصیات هر پیکسل و یک تابع عضویت فازی برای آن پیکسل است که باید محاسبه شود. در این بخش نحوه استخراج تصویر خروجی از تصویر اصلی سیاه و سفید توضیح داده می شود. برای تصاویر رنگی، آشکار سازی لبه ها در مورد هر یک از سه ماتریس قرمز، سبز و آبی(R-G-B) به صورت مجزا انجام شده و نتایج به دست آمده با هم ادغام می شوند.

۲. ۱. بردار خصوصیات هر پیکسل

در آشکارسازی لبه ها باید به گونه ای عمل شود که لبه ها در تمامی جهت ها استخراج شوند. در مرجع [1] چهار جهت برای آشکارسازی لبه ها در نظر گرفته شده است. در روش جدید، شش جهتی که در شکل ۱ نشان داده شده است، در نظر گرفته می شود.

واژه های کلیدی: آشکارسازی لبه ها، آشکارساز لبه فازی رقابتی، تصاویر رنگی



شکل ۱ – پیکسل ها و جهت های شش گانه در نظر گرفته شده برای لبه ها

در این تصویر یک ماتریس ۴*۴ از پیکسل ها و شش جهت برای لبه ها مشخص شده است. یک جمع دو جهته از اختلاف سطح خاکستری بین P_{11} و پیکسل های اطراف آن در شش جهت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} d_1 &= |P_1 - P_{av}| + |P_{16} - P_{av}| \\ d_2 &= |P_2 - P_{av}| + |P_{15} - P_{av}| \\ d_3 &= |P_3 - P_{av}| + |P_{14} - P_{av}| \\ d_4 &= |P_4 - P_{av}| + |P_{13} - P_{av}| \\ d_5 &= |P_8 - P_{av}| + |P_9 - P_{av}| \\ d_6 &= |P_{12} - P_{av}| + |P_5 - P_{av}| \end{aligned} \quad (۱)$$

در روابط فوق d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 و d_6 به ترتیب برای جهتهای ۱ تا ۶ در نظر گرفته شده اند و P_{av} که متوسط سطح خاکستری پیکسل های P_6, P_7, P_{10}, P_{11} می باشد به صورت زیر تعریف می شود:

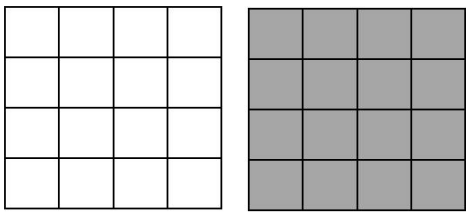
$$P_{av} = \frac{P_6 + P_7 + P_{10} + P_{11}}{4} \quad (۲)$$

برای هر پیکسل که در مرزهای خارجی تصویر قرار ندارد یک بردار ۶ بعدی به صورت $x = (d_1, d_2, ..., d_6)$ محاسبه می شود. این بردار در بخش بعدی برای محاسبه تابع عضویت فازی مورد استفاده قرار می گیرد.

۲.۲. شش کلاس مربوط به پیکسل های لبه

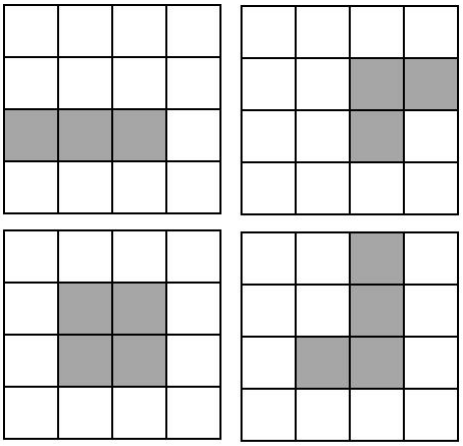
در روش پیشنهادی، برای آشکار کردن لبه ها در جهتهای مختلف، شش کلاس مختلف برای پیکسل هایی که در لبه ها قرار دارند در نظر گرفته شده است که در شکل ۲ نشان داده شده اند. علاوه بر این شش کلاس، یک کلاس برای پس زمینه (شکل۳) و یک کلاس برای لبه های کاذب (پیکسل های دارای نویز) در نظر گرفته می شود. نمونه هایی از لبه های کاذب در شکل ۴ نشان داده شده اند. قابل ذکر است که لبه های دیگری که ممکن است در تصاویر ظاهر شوند، با در نظر گرفتن $^{\circ}$ ۱۸۰ چرخش جزء یکی از این شش کلاس می باشند.

در این الگوریتم هشت بردار اصلی $c_7, c_6, c_5, c_4, c_3, c_2, c_1, c_0$ به عنوان مشخصه هشت کلاس (شش کلاس برای لبه ها، یک کلاس برای پس زمینه و یک کلاس برای لبه های کاذب) استفاده شده است. این بردارها با مقادیر lo و hi مشخص می شوند که بیانگر کم و زیاد در جمع مقادیر اختلاف سطوح خاکستری در جهتهای مختلف می باشند. پارامترهای lo و hi که باید توسط کاربر مقداردهی شوند به شدت روشنایی تصویر و حساسیت موردنظر بستگی دارند. بردارهای مشخصه مربوط به هشت کلاس در جدول ۱ بیان شده اند. تمامی ترکیبهای ممکن دیگر به عنوان پس زمینه شناخته شده و پیکسل مربوط در تصویر نهایی به صورت یک نقطه سفید در نظر گرفته می شود.



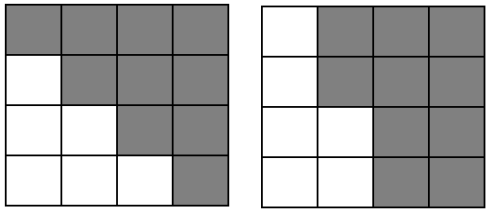
Class0
C0=[lo lo lo lo lo lo]

شکل ۳ – کلاس پس زمینه



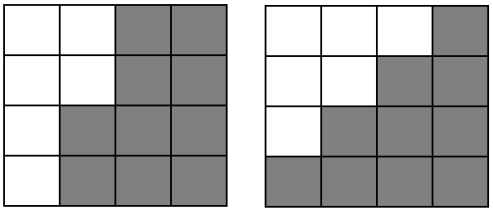
Class7
C7=[hi hi hi hi hi hi]

شکل ۴ – نمونه هایی از لبه های کاذب



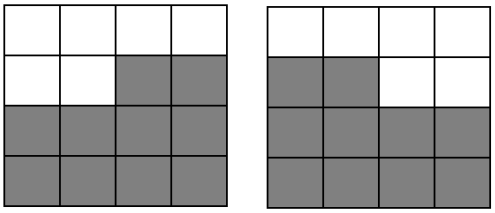
Class1
C1=[lo hi hi hi hi hi]

Class2
C2=[hi lo hi hi hi hi]



Class3
C3=[hi hi lo hi hi hi]

Class4
C4=[hi hi hi lo hi hi]



Class5
C5=[hi hi hi hi lo hi]

Class6
C6=[hi hi hi hi hi lo]

شکل ۲ – کلاسهای در نظر گرفته شده برای لبه ها در الگوریتم ارائه شده

جدول ۱ – کلاسهای در نظر گرفته شده برای پیکسلها و بردارهای مشخصه متناظر

Class 0	(background)	C0 = (lo, lo, lo, lo, lo, lo)
Class 1	(edge)	C1 = (lo, hi, hi, hi, hi, hi)
Class 2	(edge)	C2 = (hi, lo, hi, hi, hi, hi)
Class 3	(edge)	C3 = (hi, hi, lo, hi, hi, hi)
Class 4	(edge)	C4 = (hi, hi, hi, lo, hi, hi)
Class 5	(edge)	C5 = (hi, hi, hi, hi, lo, hi)
Class 6	(edge)	C6 = (hi, hi, hi, hi, hi, lo)
Class 7	(speckle edge)	C7= (hi, hi, hi, hi, hi, hi)

۲ .۳. تابع عضویت فازی برای هشت کلاس

برای هر یک از هشت کلاس بیان شده، یک تابع عضویت فازی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{Class 0 (background)} \quad \mu_0(x) = \max\left\{0, \frac{1-\|x-c_0\|^2}{\omega^2}\right\}$$

$$\text{Class 1 to 6 (edge)} \quad \mu_i(x) = \max\left\{0, \frac{1-\|x-c_i\|^2}{\omega^2}\right\} \quad i = 1,2,...,6 \qquad (۳)$$

$$\text{Class 7 (speckle edge)} \quad \mu_7(x) = \max\left\{0, \frac{1-\|x-c_7\|^2}{\omega^2}\right\}$$

در روابط فوق پارامتر ω که شعاع توابع عضویت فازی است باید توسط کاربر مقداردهی شود (معمولا مقدار ۲۵۵ به آن اختصاص داده می شود). یک پیکسل به کلاسی اختصاص داده می شود که تابع عضویت فازی آن در مقایسه با بقیه کلاسها دارای مقدار بزرگتری باشد.

۴.۲. قوانین فازی رقابتی

قبل از اینکه یک پیکسل مربوط به لبه در تصویر نهایی سفید یا سیاه در نظر گرفته شود، مقایسه ای بین اندازه جمع های دو جهته اختلاف سطوح خاکستری آن پیکسل و پیکسل های مجاور آن انجام می شود. هرگاه پیکسلی به عنوان لبه طبقه بندی شود مقایسه ای بین مشخصه این پیکسل و دو پیکسلی که در دو طرف عرض لبه متناظر قرار دارند، انجام می شود. فقط پیکسل های مربوط به لبه ای که بزرگترین اندازه اختلاف در مقایسه با پیکسل های مجاور را دارند در تصویر نهایی سیاه در نظر گرفته می شوند و بقیه پیکسل ها سفید در نظر گرفته می شوند. با این کار لبه های آشکار شده در مقایسه با روش ارائه شده در مرجع[3] ضخامت کمتری خواهند داشت.

قوانین فازی در نظر گرفته شده برای رقابت و مقایسه به صورت زیر می باشند:

اگر x مربوط به کلاس صفر (پس زمینه) باشد، **آنگاه** پیکسل به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس یک (لبه) باشد، **آنگاه** d_4 با پیکسل های مجاور در جهت ۴ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس دو (لبه) باشد، **آنگاه** d_5 با پیکسل های مجاور در جهت ۵ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس سه (لبه) باشد، **آنگاه** d_6 با پیکسل های مجاور در جهت ۶ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس چهار (لبه) باشد، **آنگاه** d_1 با پیکسل های مجاور در جهت ۱ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

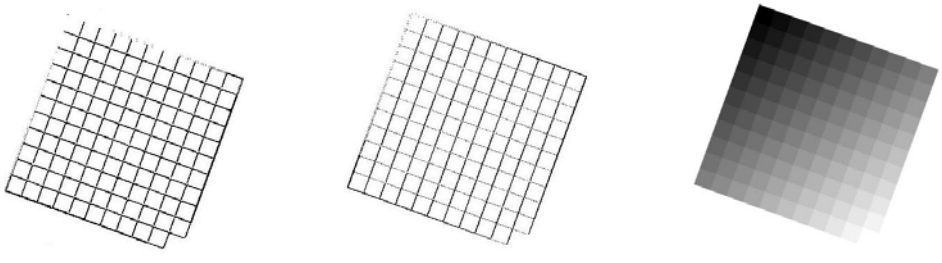
اگر x مربوط به کلاس پنج (لبه) باشد، **آنگاه** d_2 با پیکسل های مجاور در جهت ۲ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس شش (لبه) باشد، **آنگاه** d_3 با پیکسل های مجاور در جهت ۳ مقایسه شود، **اگر** مقدار بزرگتری داشت، **آنگاه** آن پیکسل به سیاه تغییر کند، **در غیر این صورت** به سفید تغییر کند.

اگر x مربوط به کلاس هفت(لبه ی کاذب) باشد، **آنگاه** پیکسل به سفید تغییر کند

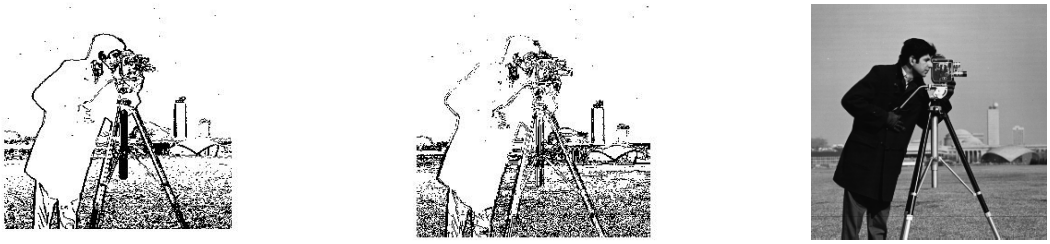
۳. بررسی عملکرد روش پیشنهادی

برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی، این روش و روش ارائه شده در مرجع[1] بر روی تصاویر سیاه وسفید مختلفی اعمال گردید و نتایج به دست آمده که نمونه هایی از آن در شکلهای ۵ و ۶ آورده شده است، نشان دهنده برتری روش پیشنهادی در مقایسه با روش قبلی می باشد. همچنین روش ارائه شده بر روی تصاویر رنگی مختلف و تصاویر سیاه و سفید متناظر آنها اعمال گردید و نتایج به دست آمده نشان داد که با استفاده از این روش لبه ها در تصاویر رنگی بهتر از لبه ها در تصاویر سیاه و سفید متناظر آشکار شده اند. نمونه هایی از این نتایج در شکلهای ۷ و ۸ نشان داده شده است.



الف ب ج

شکل ۵ – الف) تصویر اصلی ب) لبه های آشکار شده با روش ارائه شده در مرجع [1] ج) لبه های آشکار شده با روش پیشنهادی



الف ب ج

شکل ۶ – الف) تصویر اصلی ب) لبه های آشکار شده با روش ارائه شده در مرجع [1] ج) لبه های آشکار شده با روش پیشنهادی



الف



ب



ج



د

شکل ۷ – الف) تصویر اصلی ب)تصویر سیاه و سفید متناظر ج) لبه های آشکار شده تصویر اصلی د) لبه های آشکار شده تصویر سیاه و سفید



ب



الف



د



ج

شکل ۸ – الف) تصویر اصلی ب)تصویر سیاه و سفید متناظر ج) لبه های آشکار شده تصویر اصلی د) لبه های آشکار شده تصویر سیاه و سفید

۴. نتیجه گیری

در این مقاله روش جدیدی برای آشکار سازی لبه ها در تصاویر با استفاده از منطق فازی ارائه گردید. نتایج اعمال این روش بر روی تصاویر مختلف نشان می دهد که با استفاده از این روش، نه تنها لبه های افقی، عمودی و خطوطی که با خط افقی زاویه 45^{o} دارند، به خوبی آشکار می شوند، بلکه بقیه لبه ها در تمام جهت ها با کیفیت قابل قبولی در تصویر نهایی آشکار می شوند. همچنین نتایج، حاکی از بهبود روش ارائه شده در مقایسه با روشهای فازی پیشین می باشد. به علاوه روش ارائه شده برای تصاویر رنگی کارایی بهتری در مقایسه با تصاویر سیاه و سفید متناظر دارد.

مراجع

[1] Lily Rui Liang, Carl G. Looney, *Competitive fuzzy edge detection*, Applied Soft Computing 3 (2003) 123–137

[2] Cao Wanpeng, Che Rensheng, *Ye Dong, An illumination-independent edge detection and fuzzy enhancement algorithm based on wavelet transform for non-uniform weak illumination images*, Pattern Recognition Letters 29 (2008) 192–199

[3] L.R. Liang, E. Basallo, C.G. Looney, *Image edge detection with fuzzy classifier,* in: Proceedings of the ISCA 14th International Conference, Las Vegas, 2001, pp. 279–283.

[4] N. Efford, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley,Reading, MA, 2000, pp.164–173.

[5] E. Gose, R. Johnsonbaug, S. Jost, *Pattern Recognition and Image Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996, p. 298.

[6] Cristiano Jacques Miosso, Adolfo Bauchspiess, *Fuzzy Inference System Applied to Edge Detection in Digital Images*, Proceedings of the V Brazilian Conference on Neural Networks, pp. 481–486, April 2–5, 2001

محمدرضا حسن زاده*، بابل- خیابان شریعتی- دانشگاه صنعتی بابل – دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پست الکترونیکی : m.hasanzadeh@nit.ac.ir

غلامرضا اردشیر، بابل- خیابان شریعتی- دانشگاه صنعتی بابل – دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پست الکترونیکی : g.ardeshir@nit.ac.ir

*سخنران

رمزنگاری تصاویررنگی براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن

معصومه بورجندی

چکیده. رمز نگاری، دانشی است که به بررسی و شناخت اصول و روش های انتقال یا ذخیره اطلاعات به صورت امن می پردازد. امروزه با توجه به کاربرد گسترده تصاویر در زمینه های مختلف، رمزنگاری تصویر به منظور حفظ امنیت جهت انتقال آنها به یکی از موضوعات مهم جهت پژوهش محققان تبدیل شده است. در این مقاله، ما روشی را براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن جهت رمزنگاری تصاویر رنگی ارائه می دهیم. اغلب روشهای ارائه شده در رمزنگاری تصاویر رنگی، منجر به تولید تصاویر تیره تر از تصویر اصلی می گردد که این امر باعث پائین آمدن کیفیت تصویر رمزنگاری شده می گردد. از آنجائیکه هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن به خوبی رنگ دقیق هر پیکسل را تعیین می نماید ما با استفاده از آن، روشی بسیار مناسب را جهت رمزنگاری تصاویر رنگی ارائه نموده ایم بطوریکه در ابتدا با استفاده از آن، رنگ دقیق هر پیکسل شناسایی و جزو یکی از ۱۵ رنگ در نظر گرفته شده دسته بندی می گردد در ادامه با استفاده از میزان اهمیت هر رنگ و در نظرگرفتن قوانین فازی، نگاشتی یکنواخت از هررنگ در تصویر اصلی به هر رنگ در تصویر رمز شده صورت می گیرد. در مرحله رمزگشایی نیز با در نظرگرفتن بردار وزنی هر تصویر و قوانین در نظر گرفته شده، رنگ هر پیکسل از تصویر شناسایی و تصویر، به خوبی تصویر اصلی رمزگشایی می گردد. نتایج آزمایشات حاکی از دقت بالای روش پیشنهادی در رمزنگاری تصاویر رنگی دارد بطوریکه بسیاری از مشکلات روشهای قبلی را همچون تولید تصاویر تیره، نیاز به فضای زیاد برای ذخیره سازی، وابستگی به حدود آستانه مرتفع نموده است.

۱. مقدمه

با توجه به کاربرد روزافزون کامپیوتر حفظ امنیت و تایید صحت تصاویر نیز روز به روز اهمیت بیشتری می یابد. تصاویر مخابره شده ممکن است کاربردهایی چون کاربرد تجاری، نظامی و یا حتی کاربردهای پزشکی داشته باشند که در هر صورت حفظ امنیت آنها و جلوگیری از دسترسی های غیر مجاز به این تصاویر، رمزنگاری آنها را قبل از ارسال روی شبکه ضروری می کند ولی به دلیل ویژگیهای تصاویر، خصوصاً حجم زیاد داده های تصویری و ویدئویی استفاده از الگوریتمهای کلاسیک رمزنگاری متن مانند DES،RSA و... در این موارد ناکارآمد می باشد، چون رمز کردن حجم زیاد داده های تصویری به این طریق بسیار وقتگیر خواهد بود و خصوصاً در کاربردهای بلادرنگ عملی نیست. برای غلبه بر این مشکلات افراد بسیاری به ارائه روشهای نوین در رمزنگاری تصویر پرداخته اند[۳,۲,۱].

در مقالات روشهای جدیدی برای رمزنگاری تصاویر بخصوص تصاویر رنگی ارائه شده است اما تمامی این روشها دارای مشکلاتی از جمله، تولید تصاویر تیره تر از تصویر اصلی و وابستگی شدید به حدود آستانه ای دارند. ما در این مقاله با ارائه روشی براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن عمل رمزنگاری تصاویر رنگی را به خوبی انجام و تمامی این مشکلات را نیز حل می نمائیم[۷,۶,۵,۴]

سازماندهی این مقاله بدین صورت است که در بخش دوم از این مقاله، روش هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن را تشریح، در بخش سوم، الگوریتم رمزنگاری تصویر رنگی براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن ارائه شده، در بخش سوم، نتایج شبیه سازی از الگوریتم پیشنهادی نمایش داده می شود و در بخش چهارم نیز نتیجه گیری کلی از مقاله ارائه می گردد.

۲. هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن

با توجه به اینکه رنگ یکی از مشخصه های مهم هر تصویر رنگی می باشد، اگر بخوبی تعیین شود می تواند بطور موثر برای توصیف تصاویر در کاربردهای مختلفی مانند بازیابی تصویر و رمز نگاری تصاویر مورد استفاده قرار گیرد. روشهای زیادی برای تعیین رنگ پیکسلهای تصویر وجود دارد، اما اکثر این روشها قادر به تعیین رنگ دقیق پیکسلها نمی باشند. بنابراین ما از روش هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن که به خوبی رنگ پیکسل های تصویررا بخصوص در حالت ترکیبی مشخص می کند استفاده می نمائیم.

واژه های کلیدی: رمزنگاری، هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن،رمزگشایی،قوانین فازی

ایجاد هیستوگرام رنگی فازی، دارای ۳ مرحله می باشد.مرحله اول، تعیین فضاهای رنگی،مرحله دوم، تابع عضویت فازی و مرحله آخر تعیین قوانین فازی می باشد.
برای تعیین فضای رنگی و توابع عضویت فازی از روش پیشنهادی Konstantinidis استفاده می نمائیم. بنابراین ، با استفاده از فضای رنگی l*a*b* و توابع عضویت مثلثی مقدار عضویت فازی هر پیکسل به هر رنگ را بدست آورده و در ادامه بر اساس بردار وزنی رنگی و چرخه رنگی ایتن است به صورت هر چه موثرتر قوانین فازی(مرحله سوم) را تعیین می نمائیم[۸].
از آنجائیکه چشم انسان برای تعیین رنگ پیکسلی که رنگی بین سبز و آبی دارد حساس به رنگهای اطراف آن است بطوریکه اگر تعداد پیکسلهایی که دارای رنگ آبی هستند بیشتر از سبز باشد آن پیکسل آبی به نظرمی رسد بنابراین تعداد پیکسلهای مجاور که دارای رنگهای مختلف در تصویر هستند در تعیین رنگ دقیق پیکسلهایی که دارای رنگهای ترکیبی می باشند بسیار موثرند. بنابراین ما بعداز تعیین مقدار عضویت فازی هر رنگ، بردار وزنی هر رنگ را نیز معین می نمائیم. بردار وزنی برای هر رنگ، با توجه به فرمول ۱ از تقسیم تعداد پیکسلهایی که دارای رنگ مورد نظرند بر تعداد کل پیکسلهای تصویر حاصل می شود.

$$w = (w_1, w_2, \ldots, w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{15}) \quad (۱)$$

$$w_n = \frac{n_r}{N} \quad (۲)$$

در فرمول۲، W_n : وزن مربوط به رنگn ام می باشد و n_r: تعداد پیکسلهای رنگ مورد نظر وN: تعداد کل پیکسلها می باشد. تعداد پیکسلها در هر رنگ با توجه به قوانین فازی که در مقاله آمده است تعیین می شوند در این روش، علاوه بر مقدار عضویت فازی هر رنگ ، از بردار وزنی رنگی وچرخه رنگی ایتن در تعیین قوانین فازی مناسب، جهت تشخیص رنگ دقیق هر پیکسل استفاده می شود. اصولاً با دسته بندی رنگها کار با آنها و پی بردن به خصوصیات، روابط و تاثیرات متقابل آنها را ساده تر می کند. هنرمندان و رنگ شناسان عموماً رنگها را به شیوه های مختلفی دسته بندی می نمایند. برخی رنگ شناسان براساس ساختاری کروی، رنگها را میان دو قطب سیاه و سفید جای داده اند. برخی دیگر براساس نتایج حاصل از تجزیه نور به رنگهای اولیه و رنگهایی که از آنها مشتق می شوند، رنگها را در شکل دایره ای دسته بندی کرده اند. در این روش از چرخه ۱۲ رنگ پیشنهادی ایتن که از همه مشهورتر و دارای اعتبار بیشتری است استفاده شده است.
با استفاده ازچرخه رنگی ایتن به راحتی می توان با استفاده از رنگهای اصلی (زرد،آبی،قرمز) و ترکیباتشان، رنگهای درجه دوم(نارنجی،سبز،بنفش ،خاکستری) و درجه سوم (سبززرد، سبزآبی، بنفش آبی ، قرمز بنفش، قرمز نارنجی، زرد نارنجی) را تعیین نمود. با در نظر گرفتن چرخه رنگی ایتن و قوانین ترکیب رنگهای آن و بردار وزنی، مجموعه ای از قوانین برای تعیین رنگ دقیق هر پیکسل در تصویر حاصل شده است این قوانین در مقاله آورده شده است. بنابراین با استفاده از این قوانین هر پیکسل جزو یکی از ۱۵ رنگ که شامل سیاه ،خاکستری ، قرمز، قرمزنارنجی، نارنجی ،زرد نارنجی، زرد، سبززرد، سبز، سبزآبی،آبی،بنفش آبی، بنفش، قرمز بنفش، سفید می باشد دسته بندی می گردد[۹].

۳. الگوریتم رمزنگاری تصویر براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن

روشهای هیستوگرام رنگی که رنگ پیکسلهای هر تصویر را تعیین می نمایند بیشتر برای بازیابی تصاویر مورد استفاده قرار می گیرند در این مقاله ما روشی جدید بر اساس هیستوگرام رنگی فازی ارائه می دهیم که به طور موثر از آن برای رمزنگاری تصویراستفاده نموده ایم.

۳.۱- الگوریتم رمزنگاری

درروش پیشنهادی ابتدا با استفاده از هیستوگرام رنگی فازی ارائه شده در بخش دوم، رنگ دقیق هر پیکسل را تعیین نموده بطوریکه شماره رنگ هر پیکسل تعیین می گردد.
درادامه با توجه به فراوانی هر رنگ در تصویر، ۱۵رنگ را به ترتیب صعودی مرتب نموده وبا استفاده ازبرداروزنی که میزان اهمیت هررنگ رامعین می کند و قوانینی که در جدول ۱دیده می شود، نگاشتی یکنواخت از ۱۵رنگ هیستوگرام فازی به مقادیر سه مولفه رنگ اصلی که شامل سبز، قرمز، آبی می باشد صورت گرفته وعمل رمزنگاری بخوبی انجام می شود.

جدول۱. بازه های رنگی جهت رمزنگاری هررنگ

رنگ ها به ترتیب صعودی	بازه رنگی برای رمزگذاری مولفه های R,G,B مربوط به هر رنگ
رنگ اول	$[0,W_1\times256]$
رنگ دوم	$[W_1\times256,W_2\times256]$
رنگ سوم	$[W_2\times256,W_3\times256]$
رنگ چهارم	$[W_3\times256,W_4\times256]$
رنگ پنجم	$[W_4\times256,W_5\times256]$
رنگ ششم	$[W_5\times256,W_6\times256]$
رنگ هفتم	$[W_6\times256,W_7\times256]$
رنگ هشتم	$[W_{71}\times256,W_8\times256]$
رنگ نهم	$[W_8\times256,W_9\times256]$
رنگ دهم	$[W_9\times256,W_{10}\times256]$
رنگ یازدهم	$[W_{10}\times256,W_{11}\times256]$
رنگ دوازدهم	$[W_{11}\times256,W_{12}\times256]$
رنگ سیزدهم	$[W_{12}\times256,W_{13}\times256]$
رنگ چهاردهم	$[W_{13}\times256,W_{14}\times256]$
رنگ پانزدهم	$[W_{14}\times256,W_{15}\times256]$

طی این فرآیند، نگاشتی یکنواخت از رنگهای تصویر اصلی به رنگهای تصویر رمزشده انجام می گیرد. بنابراین به منظور رمزگذاری هر تصویر رنگی، ابتدارنگ هر پیکسل را براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن تعیین و تنها با ذخیره سازی بردار وزنی فازی برای هر تصویر که میزان اهمیت هررنگ را در تصویر نشان می دهد و قوانین موجود در جدول ۱ عمل رمزگذاری انجام می گیرد. همان طور که واضح است در روش پیشنهادی ما، نیاز به فضای ذخیره سازی کم داشته و هیچگونه وابستگی به پارامترها ندارد.

۳.۲- الگوریتم رمزگشایی

به منظور رمزگشایی تصویر رمز شده، با در اختیار داشتن بردار وزنی هر تصویر و در نظرگرفتن قوانین موجود در جدول۱، رنگ هر پیکسل از تصویر را تعیین و با استفاده از مقادیر سه رنگ اصلی سبز، آبی، قرمز برای هر رنگ تصویر اصلی رمزگشایی می گردد.

جدول۲. مقادیرسه رنگ اصلی برای رمزگشایی هررنگ

مقدار رنگ آبی	مقدار رنگ سبز	مقدار رنگ قرمز	رنگ	مقدار رنگ آبی	مقدار رنگ سبز	مقدار رنگ قرمز	رنگ
۶۰	۱۷۰	۱۷۰	سبززرد	۰	۰	۰	سیاه
۰	۲۴۰	۲۴۰	زرد	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	خاکستری
۷۰	۱۲۰	۱۱۰	سبز	۰	۳۰	۱۰۰	قرمز
۸۰	۱۰۰	۷۰	سبزآبی	۰	۱۰۰	۱۴۰	قرمزنارنجی
۲۰۰	۱۲۰	۶۵	آبی	۶۰	۱۰۰	۲۰۰	نارنجی
۱۶۰	۶۰	۷۰	بنفش آبی	۰	۱۴۵	۲۵۰	زرد نارنجی
۸۰	۴۰	۷۰	بنفش	۰	۲۴۰	۲۴۰	زرد
۸۴	۱۰۰	۱۵۰	قرمزبنفش	۲۵۵	۲۵۵	۲۵۵	سفید

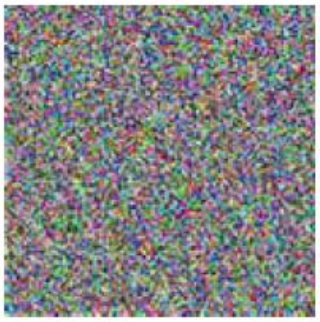
۳.۳- نتایج شبیه سازی

برای شبیه سازی از تصویر رنگی با ابعاد ۱۲۸×۱۲۸ که در شکل ۱ نشان داده شده است استفاده نموده ایم. برای مشخص شدن کیفیت روش پیشنهادیمان از هیستوگرام تصویر در کنار آن استفاده نموده ایم. توزیع نسبتاً یکنواخت هیستوگرام تصویر رمزشده نشان از کیفیت خوب روش پیشنهادیمان دارد.

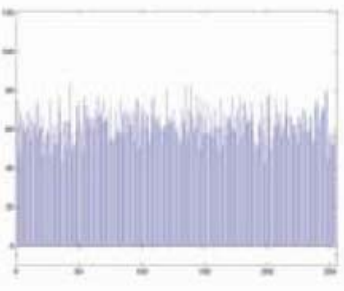
به دلیل حساسیت بسیار بالای روش به هیستوگرام فازی و مقادیر رنگهای اصلی برای هر رنگ از هیستوگرام در نظر گرفته شده، این روش از امنیت بالائی در برابر حملات برخوردار است.



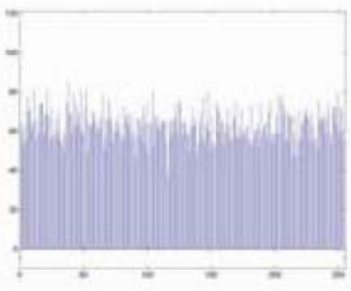
الف



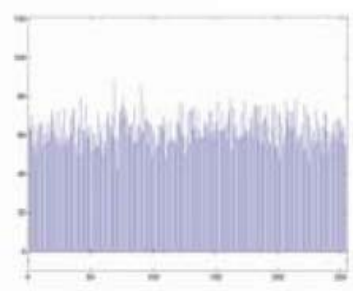
ب



د



ج



ح

شکل ۱.(الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر رمزنگاری شده، (ج،د،ح) هیستوگرام سه صفحه رنگ RGB در حالت رمزنگاری شده



شکل ۲. تصویر رمزگشایی شده

۴- نتیجه گیری

در این مقاله یک روش رمزنگاری جدید برای تصاویررنگی با استفاده از هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن ارائه شد و نشان دادیم که این روش نه تنها بسیار ساده است بلکه نیاز به فضای ذخیره سازی اندک داشته و از امنیت بالایی نیز برخوردار است که این امر ناشی از ویژگی هیستوگرام رنگی فازی استفاده شده دارد. در روش پیشنهادی بدلیل تعیین رنگ دقیق هر پیکسل بخصوص در حالتهای ترکیبی، تصویر رمزگشایی شده به خوبی تصویر اصلی می باشد که تمامی این موارد حاکی از دقت بالای روش پیشنهادی در رمزنگاری تصاویر رنگی دارد.

مراجع

[1] Shujun Li 1 and Xuan Zheng , *On the Security of an Image Encryption Method*, Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP 2002), vol. 2, pp. 925- 928, 2002.

[2] H.S. Kwok, Wallace K.S. Tang, *A fast image encryption system based on chaotic maps with finite precision representation*, Elsevier, Chaos, Solitons and Fractals,2006

[3] Zhi-Hong Guan, Fangjun Huang, Wenjie Guan, *Chaos-based image encryption algorithm*, Elsevier, Physics Letters A Vol 346 pp. 153–157,2005.

[4] C.Blundo,A.De Bonis,A.De Santis, *Improved schemes for visual cryptography*, 24(3) (2001)255-278.

[5] S.Cimato,R.De Prisco,A.De Santis, *Optimal colored threshold visual cryptography schemes*, 35(2)(2005)311-335.

[6] Young-Chang Hou, *Visual cryptography for color images*, Pattern Recognation 36(7) (2003)1619-1629.

[7] A.Adhikari,S.Sikdar, *A new (2,n)-visual threshold scheme for color images*, in:Proceeding of Indocrypt 2003, in:LNCS,vol.2904,Springer-Verlag,2003,pp.148-161.

[8] K.Konstantinidis, A.Gasteratosb, I.Andreadis, *Image retrieval based on fuzzy color histogram processing*, ELSEVIER ,2005.

[۹] معصومه بورجندی, دکتر امیرمسعود افتخاری مقدم، "بازیابی تصویر براساس هیستوگرام فازی چرخه رنگی ایتن"، پانزدهمین کنفرانس انجمن کامپیوتر ایران، سال ۱۳۸۸

معصومه بورجندی*، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علی آباد کتول

آدرس پست الکترونیکی: **m.boorjandi@yahoo.com**

*سخنران

بازشناسی شکل اشیا براساس ویژگی فاصله و انحنای کانتور پیرامونی با استفاده از طبقه‌بندی کننده عصبی-فازی

سارا قره باغی، حسین ابراهیم نژاد

چکیده. در این مقاله روشی جهت بازشناسی تصاویر باینری اشکال دو بعدی بر پایه شبکه عصبی و منطق فازی ارائه گردیده است. با استفاده از این روش، ویژگی هایی که حاصل ترکیب نمایش CSS و فاصله اقلیدسی بین مرکز ثقل و هر نقطه از منحنی شکل می باشد، بدست می آیند و سپس از طبقه بند عصبی- فازی جهت کلاس بندی استفاده می گردد. این روش بر روی داده های موجود در دیتابیس Mpeg7 اعمال شده و در نهایت نتایج طبقه بند عصبی- فازی با نتایج طبقه بند شبکه عصبی PNN مقایسه می گردد. نتایج نشان می دهد که طبقه بند عصبی-فازی برای داده های آموزشی و نیز داده های تست نتیجه بهتری نسبت به طبقه بند شبکه عصبی PNN بدست می دهد.

۱. مقدمه

در سیستم بینایی انسان اطلاعات زیادی جهت آشکار سازی و بازشناسی اشیا استفاده می شود، در بینایی ماشین نیز همواره تلاش جهت یافتن روشهایی برای بدست آوردن این اطلاعات جهت بازشناسی هرچه صحیح تر ادامه دارد. بازشناسی اشکال مختلف در تصاویر کاربردهای متفاوتی دارد. برنامه های بازشناسی معمولا از دو جز اصلی تشکیل یافته شده اند: استخراج ویژگی ها و الگوریتم های تطبیقی. در مطالعات و تحقیقات فراوانی که صورت یافته، ویژگی های و الگوریتم های تطابق مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از ویژگی های مورد استفاده انحنای شکل است. در تحقیق ارفانوداکیس و همکاران[۱] از نمایه مرکزی، زاویه انباشته و نمایش انحنا بعنوان ویژگی و الگوریتم تطابق شبکه عصبی استفاده شده است. از جمله دیگر روشهای مورد استفاده، نمایش فضای مقیاس انحنا (Curvature scale space representaion-CSS) [۲] است که در مقالات متعددی از آن بهره برده شده است. در تحقیقی دیگر ببیس و همکاران[۳]، با استفاده از این شیوه نمایش و الگوریتم تطابقی شبکه عصبی به بازشناسی تصویر دو بعدی اشیا پرداخته اند. در کارهای اخیر دیگر نیز از جمله در مقاله دریو و همکاران[۴]، ویژگی eigen-CSS که از ایجاد تغییراتی در روش نمایش فضای مقیاس انحنا، که از توموگرافی تصویر برداری پزشکی الهام گرفته شده ، ارائه گردیده و الگوریتم تطابق مورد استفاده توسط اندازه گیری فاصله اقلیدسی بوده است.

در این مقاله یک روش ترکیبی جدید جهت استخراج ویژگی ها پیشنهاد می گردد و این ویژگی ها در نهایت با استفاده از یک طبقه بند عصبی- فازی آموزش داده می شوند تا جهت بازشناسی اشکال بکار روند. ویژگی های مذکور با استفاده از نمایش اشکال توسط روش فضای مقیاس انحنا و یافتن فاصله اقلیدسی مرکز ثقل جسم از نقاط منحنی بدست آمده است. نحوه استخراج ویژگی ها و معرفی طبقه بند مورد استفاده، در بخش ۲ بصورت کامل توضیح داده شده است. نتایج استفاده از این ویژگی که نسبت به چرخش 180° و آینه شدن عمودی شکل مقاوم است، در بخش ۳ آمده است و در بخش ۴ نیز یک نتیجه گیری و جمع بندی کلی از روش پیشنهادی ارا ئه گردیده است.

۲. روش پیشنهادی

همانطور که در قسمت پیشین اشاره گردید، روش جدید ارائه شده در این مقاله شامل نمایش CSS شکل شی، یافتن فواصل اقلیدسی از مرکز ثقل جسم و سپس یک میانگین گیری از فواصل و انحنا است تا ابعاد بردار ویژگی کاهش یابد. در نهایت نیز طبقه بند عصبی- فازی جهت کلاس بندی داده ها مورد استفاده قرار گرفته است.

واژه های کلیدی – بازشناسی اشکال، فضای مقیاس انحنا، تابع انحنا، فاصله اقلیدسی از مرکز ثقل، طبقه بند فازی-عصبی، شبکه عصبی PNN.

۱.۲. استخراج ویژگی

در این بخش به بررسی کامل نحوه استخراج ویژگی پیشنهادی برای بازشناسایی شکل و روشهای بکار رفته در آن پرداخته می شود. همانطور که گفته شد ویژگی استخراجی از تصویر باینری شکل، فاصله مرکز ثقل از نقاط منحنی بسته در نمایش CSS شکل و انحنا در آن نقاط می باشد، که در مرحله بعد پس از مرتب کردن بصورت صعودی یک میانگین گیری نیز به آن اعمال می شود.

در واقع نمایش CSS بر روی یک تصویر باینری دو بعدی اعمال می گردد تا شکل منحنی بسته L_0 که توسط t بصورت زیر پارامتری شده است، را نمایش دهد:

$$L_0(t) = L_0\big(x(t), y(t)\big) \qquad (۱)$$

بعد x در تصویر CSS بیانگر طول مسیر پارامتریزه شده منحنی بر حسب t و بعد y بیانگر مقیاس منحنی نرم شده توسط تابع گوسی با انحراف معیار σ می باشد:

$$g(t,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \qquad (۲)$$

تصویر باینری CSS توسط کانولوشن منحنی بسته L_0 و مجموعه ای از توابع گوسی با انحراف معیار های σ بدست می آید:

$$L(t,\sigma) = L_0\big(x(t),y(t)\big) \otimes g(t,\sigma) = \big(X(t,\sigma), Y(t,\sigma)\big) \qquad (۳)$$

که در آن :

$$X(t,\sigma) = x(t) \otimes g(t,\sigma) \qquad (۴)$$

$$Y(t,\sigma) = y(t) \otimes g(t,\sigma) \qquad (۵)$$

می باشد. سپس تابع انحنای $K(t,\sigma)$ برای منحنی نرم شده $L(t,\sigma)$ بصورت زیر محاسبه می گردد[۲]:

$$K(t,\sigma) = \frac{\big(\partial x/\partial t\big)\big(\partial^2 y/\partial t^2\big) - \big(\partial y/\partial t\big)\big(\partial^2 x/\partial t^2\big)}{\Big[\big(\partial x/\partial t\big)^2 + \big(\partial y/\partial t\big)^2\Big]^{\frac{3}{2}}} \qquad (۶)$$

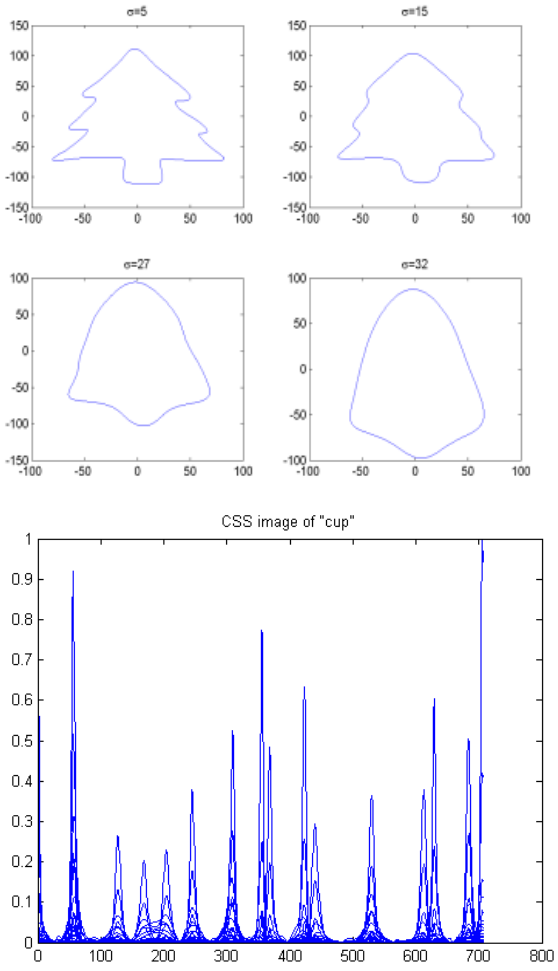
حاصل اعمال این روش برای یک تصویر از شی نمونه در شکل ۱ نشان داده شده است. مرکز ثقل $(\overline{X}, \overline{Y})$ برای تصویر باینری را می توان از طریق محاسبه بصورت زیر بدست آورد:

$$\overline{X} = \frac{\sum_i \overline{x_i} A_i}{A_T} \quad , \quad \overline{Y} = \frac{\sum_i \overline{y_i} A_i}{A_T} \qquad (۷)$$

که x_i, y_i بیانگر زوج مرتب مربوط به شکل موجود در تصویر باینری، A_i مساحت شکل و A_T مساحت کل تصویر است [۵]. همچنین فاصله اقلیدسی بین دو نقطه نیز بصورت زیر تعریف می شود[۶]:

$$d_e\big((i,j),(h,k)\big) = \sqrt{(i-h)^2 + (j-k)^2} \qquad (۸)$$

فاصله اقلیدسی بین مرکز ثقل و هر نقطه روی منحنی نرم شده نیز از این طریق محاسبه می گردد.



شکل ۱. در این شکل برای یک تصویر نمونه، چند منحنی نرم شده با تابع گوسی(با انحراف معیارهایی که مشخص شده در شکل) نشان داده شده است. در تصویر سمت راست نیز نمایش CSS (بصورت نرمالیزه) برای این تصویر نمونه مشاهده می شود.

۲.۲ الگوریتم بازشناسی

در این مقاله برای بازشناسی اشکال اشیای مختلف از روش عصبی- فازی (ANFIS) استفاده شده است. در واقع ANFIS یک سیستم تقابل فازی است که توسط یک ساختار و روند آموزش شبکه های وفقی اجرا می گردد[۷و۸و۹]. شبکه های وفقی مجموعه ای از تمامی انواع شبکه های عصبی پس خور با قابلیت آموزش با نظارت می باشند. ANFIS می تواند توابع عضویت را بهینه کرده و جفت ورودی و خروجی صریحی را آماده سازد و در نتیجه این مزیت را دارد که قوانین "if–then" با توابع عضویت بهینه را ایجاد کند. شکل ۲ ساختار یک شبکه عصبی- فازی را نشان می دهد. لایه اول، لایه ورودی می باشد و هر گره بیانگر یک متغیر از بردار ویژگی ورودی است. لایه دوم، درجه عضویت را برای هر ورودی شبکه عصبی- فازی تعیین می نماید، هر گره بیانگر یک تابع درجه عضویت است، برای مثال در اینجا از تابع گوسی با مرکز c_{ij} و انحراف معیار σ_i بصورت زیر استفاده شده است:

$$\mu_{ij} = \exp\left[-\frac{(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right] \quad i = 1,\ldots,r \quad j = 1,\ldots,u \qquad (۹)$$

لایه سوم، لایه استنباط است و هر گره در این لایه قسمت "اگر" (if) را برای قوانین فازی اجرا میکند. اگر j امین قانون R_j باشد، داریم:

$$R_j = \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_j^2}\right] = \exp\left[\frac{\left\|(x - C_j)^2\right\|}{\sigma_j^2}\right] \qquad j = 1,\ldots,u \qquad (۱۰)$$

در لایه چهارم نرمالیزاسیون بر روی خروجی لایه قبل اعمال می گردد:

$$N_j = \frac{R_j}{\sum_{j=1}^{u} R_j} \quad (۱۱)$$

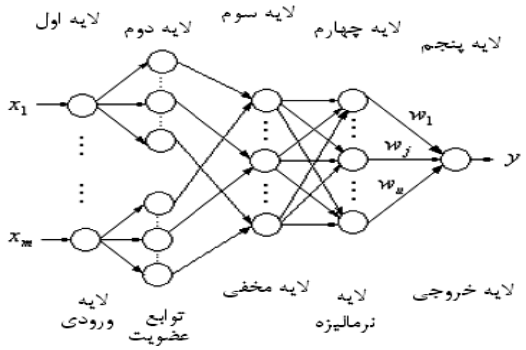
لایه پنجم نیز خروجی را بدست می دهد:

$$y(X) = \sum_{j=1}^{u} w_j N_j \quad (۱۲)$$

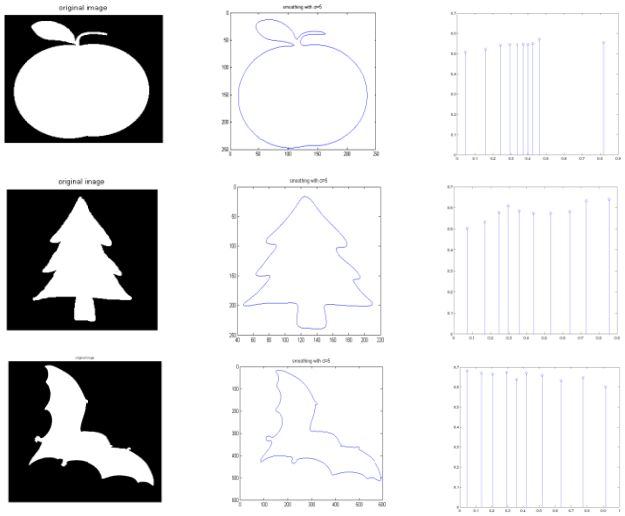
۳. تجارب و نتایج آزمایش

۱.۳. داده های آموزشی

در این روش از دیتابیس استاندارد Mpeg7 جهت آموزش و تست استفاده گردید. بردار ویژگی ها ماتریسی دو سطری است، که سطر اول بیانگر میانگین d_j های با اندازه های تقریبا یکسان (d_j فاصله بین مرکز ثقل شکل و نقطه (x_j, y_j) از منحنی بسته نرم شده شکل است) و سطر دوم نیز میانگین انحنای محاسبه شده توسط فرمول (۴) در نقاط متناظر با فواصل می باشد. در نتیجه بردار ویژگی برای هر شکل و هر مقدار انحراف معیار σ، بصورت ماتریس با ابعاد ۱۰×۲ انتخاب می گردد. برای مثال بردار ویژگی سه تصویر نمونه نرم شده با تابع گوسی مذکور در قسمت ۲-۱، بصورت شکل ۳ می باشد. همچنین پس از استخراج ویژگی ها و اعمال آنها به تصویر نمونه در حالات مختلف، مشاهده گردید که ویژگی انتخاب شده نسبت به چرخش 180° و آینه شدن عمودی تصویر مقاومت بسیار خوبی دارد (شکل ۴).



شکل ۲. ساختار یک شبکه عصبی- فازی .

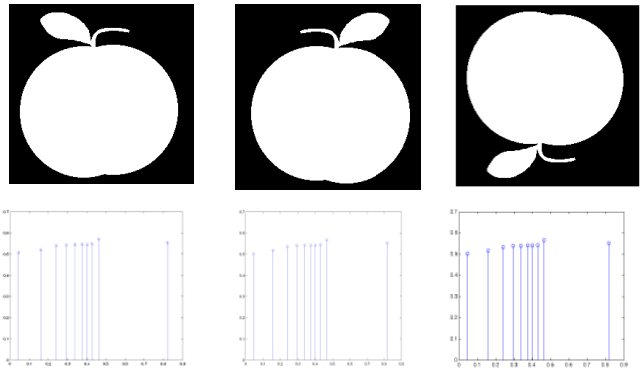


شکل ۳. به ترتیب از چپ به راست: سه تصویر نمونه و منحنی های نرم شده با تابع گوسی ($\sigma = 5$) و ویژگی های بدست آمده که محور افقی بیانگر ویژگی فاصله ومحور عمودی انحنا در آن نقطه خاص است

۲.۳. جزئیات اجرا

با اعمال مقدار انحراف معیارهای مختلف(σ)، در نهایت سه مقدار که نتیجه بهتری را ارائه می کردند، انتخاب گردید و ماتریس ویژگی نهایی شامل سه ماتریس ویژگی توضیح داده شده در بخش ۳-۱، برای هر شکل بدست آمد که در یک ماتریس با ابعاد ۳۰×۲ جمع آوری گردید و بعنوان ورودی برای طبقه بند مورد استفاده قرار گرفت.

همچنین استخراج ویژگی ها و اجرای الگوریتم بازشناسی با استفاده از نرم افزار MATLAB و جعبه ابزار Fuzzy Logic، صورت گرفته است. سیستم استنتاج فازی بر اساس مدل Sugeno انجام یافته و توابع عضویت گوسی برای مشخص کردن مجموعه های فازی بکار رفته است.



شکل۴. نتیجه چرخش ° 180 و آینه کردن عمودی بر روی ویژگی. (تصویر سمت چپ بیانگر تصویر اصلی است)

۳.۳. نتایج

روش پیشنهادی برای تعداد کلاس های مختلفی از دیتابیس Mpeg7 اعمال گردید و نتایج بصورت خلاصه شده در جدول ۱ ارائه شده است. همچنین این نتایج با حالتی که در آن طبقه بند شبکه عصبی PNN مورد استفاده قرار گرفته، مقایسه و ملاحظه می شود که نتایج در حالت استفاده از طبقه بند عصبی-فازی کارایی بهتر و نرخ بازشناسی بالاتری نسبت به حالت استفاده از شبکه عصبی PNN نشان می دهد. همچنین نتایج استفاده از ویژگی مذکور با روش دیگری که در آن از ویژگی eigen-CSS که شامل جمع حاشیه ای ماتریس تصویرCSS [۴] و طبقه بند عصبی-فازی بعنوان الگوریتم تطابق استفاده می شود، در جدول ۲ مقایسه گردیده است. نشان می دهد که کارایی روش بازشناسی در حالت استفاده از ویژگی پیشنهادی در این مقاله نسبت به ویژگی eigen-CSS (با استفاده از طبقه بند عصبی-فازی) بیشتر است.

جدول۱- نتایج بازشناسی (درصد) برای ویژگی پیشنهادی توسط طبقه بند های عصبی-فازی و شبکه عصبی PNN. (T : درست، F : غلط)

الگوریتم بازشناسی	عصبی-فازی				شبکه عصبیPNN			
داده ها	train		test		train		Test	
تعداد کلاسها	T	F	T	F	T	F	T	F
۱۰	۱۰۰	۰	۸۰	۲۰	۹۷	۳	۶۳	۳۴
۲۰	۱۰۰	۰	۷۲	۲۸	۹۴	۶	۶۵	۳۵
۳۰	۹۶	۴	۶۸	۳۲	۷۴	۲۶	۴۸	۵۲

جدول۲- نتایج بازشناسی (درصد) برای ویژگی پیشنهادی دراین مقاله و روش eigen-CSS توسط طبقه بند های عصبی-فازی برای تعداد ۱۰ و ۲۰ کلاس.

الگوریتم بازشناسی	ویژگی eigen-CSS				ویژگی پیشنهادی			
داده ها	train		test		train		Test	
تعداد کلاسها	T	F	T	F	T	F	T	F
۱۰	۱۰۰	۰	۵۳	۴۷	۱۰۰	۰	۸۰	۲۰
۲۰	۱۰۰	۰	۳۶	۶۴	۱۰۰	۰	۷۲	۲۸

۴. نتیجه گیری و بحث

روشی که در این مقاله جهت بازشناسی شکل‌های دوبعدی باینری ارائه گردید، از ویژگی فاصله نقاط بر روی منحی بسته نرم شده، از مرکز ثقل و میزان انحنا در آن نقاط مبتنی بر نمایش CSS، استفاده کرده و بر روی دیتابیس Mpeg7 اعمال گردید. سپس از طبقه بندی کننده عصبی-فازی و شبکه عصبی PNN جهت آموزش و بازشناسی اشکال آموزش دیده استفاده و ملاحظه گردید که صحت نتایج با طبقه بندی کننده عصبی-فازی بیشتر می باشد. همچنین این روش با روش eigen-CSS مقایسه گردید که ویژگی پیشنهادی در این مقاله نتایج بهتری را ارائه می نماید.

مراجع

[1] G. N. Bebis and G. M. Papadourakis, *Object recognition using invariant object boundary representations and neural network models*, Pattern Recognition, Volume 25, Issue 1, January 1992.

[2] F. Mokhtarian and A. K. Mackworth, *a theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves*, IEEE Trans. on Pattern analysis and machine intelligence, Vol. 14, No. 8, August 1992.

[3] S. Orphanoudakis, G. Bebis and G. Papadourakis and, *Curvature scale-space-driven object recognition with an indexing scheme based on artificial neural networks,* Pattern Recognition, Volume 32, Issue 7, July 1999.

[4] M. S. Drew, T. K. Lee, A. Rova , *Shape retrieval with eigen-CSS search,* Image and Vision Computing, 27 (2009) 748–755.

[5] McMaster faculty of engineering, *Centroid of area and moment of interia calculation,* Hamilton, Ontario, Canada.

[6] H .Kurataa and T. Sakumab, *A group majorization ordering for Euclidean distance matrices,* Linear Algebra and its Applications,420, 586–595

[7] J. S. R. Jang, *ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23(3), pages 665-685, 1993.

[8] J. S. R. Jang and N. Gulley, *The Fuzzy Logic Toolbox for use with MATLAB,* The Mathworks Inc, 1995.

[9] J. S. R. Jang, C. T. Sun and E. Mizutani, *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence,* 1996.

سارا قره باغی*، تبریز، شهر جدید سهند، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق

آدرس پست الکترونیکی: **s_gharabaghi@sut.ac.ir**

حسین ابراهیم‌نژاد، تبریز، شهر جدید سهند، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق

آدرس پست الکترونیکی: **ebrahimnezhad@sut.ac.ir**

* سخنران

بهبود شبکه خود سازمانده کوهونن با هدف خوشه بندی داده های فازی

آزاده سلطانی، هادی صدوقی یزدی، سهیلا اشک زری طوسی و مجتبی روحانی

چکیده : شبکه خود سازمانده کوهونن یک شبکه عصبی مهم برای خوشه بندی و کاهش بعد می‌باشد. در صورتیکه داده های ورودی دارای ابهام و عدم قطعیت باشند، شبکه کوهونن نمیتواند عملکرد خوبی داشته باشد. به منظور مقابله با این مشکل، الگوریتمهای متعددی تا کنون پیشنهاد شده است. اغلب آنها فاکتورهای فازی را با شبکه کوهونن ترکیب میکنند. در این الگوریتمها داده های ورودی قطعی میباشند و آنها امکان خوشه بندی فازی را فراهم میسازند. در این مقاله الگوریتم شبکه کوهونن توسعه یافته ای را پیشنهاد داده ایم که داده های فازی را به عنوان ورودی بپذیرد. در این شبکه نرون ها نیز وزنهای فازی دارند. برای محاسبه شباهت از معیارهای مختلف فاصله دو عدد فازی استفاده شده است از جمله فاصله Hausdorff, Hathway و Yang. شبکه کوهونن پیشنهادی را میتوان برای کاهش بعد داده های فازی نیز استفاده کرد که در کارهای قبلی به آن توجهی نشده بود.

۱. مقدمه

شبکه کوهونن یک شبکه خود سازمانده است که شامل دو لایه میباشد (ورودی و خروجی). این شبکه کارایی بسیار خوبی در خوشه بندی دارد اما امکان کار با داده های فازی را ندارد. داده های فازی داده هایی هستند که همرا با ابهام و عدم قطعیت می باشند. مثالهایی از داده های فازی را میتوان به راحتی درحوزه های مختلف از جمله زبان طبیعی، علوم اجتماعی و نمایش دانش و... یافت. بنابراین بسیار مهم است که الگوریتمهای مختلف برای کار با داده های فازی نیز پیاده سازی شوند.

بزدک و همکارانش [1] الگوریتمی پیشنهاد دادند که ترکیبی از کوهونن والگوریتم C-mean میباشد (FKCN). ساختار این شبکه سازمانده شامل دو لایه میباشد. لایه ورودی و خروجی. لایه ورودی شامل p نود و لایه خروجی C نود دارد. P تعداد ویژگیهای مسئله و C تعداد خوشه هایی است که قرار است پیدا شوند. هر نود از لایه ورودی به تمام نودهای لایه خروجی متصل است و وزن قابل تنظیم v_i (مرکز خوشه) به هر اتصال نسبت داده میشود. به ازای هر بردار ورودی داده شده، نرونهای لایه خروجی وزنهای خود را بر اساس نرخ یادگیری از پیش تعریف شده α به روزرسانی میکنند. همانطور که در فرمول ۱ دیده میشود، این روش مقدار عضویت فازی u_{ik} از الگوریتم FCM را نیز در فرمول به روزرسانی کوهونن استفاده میکند.

$$v_{i,t} = v_{i,t-1} + \alpha_{ik-1}(x_k - v_{i,t-1}) \qquad (۱)$$

که $\alpha_{ik,t} = (u_{ik,t})_t^m$ ، $m_t = (m_0 - t\Delta m)$ و $u_{ik,t}$ ماتریس مقادیر عضویت است که به کمک FCM به دست میآید. m_0 ثابت مثبتی است بزرگتر از یک. و t تکرار جاری میباشد. المالک و همکارانش [2] کارایی FKCN را با پیاده سازی آن برای تشخیص ارقام عربی اثبات کردند. یان و همکارانش [3] نیز الگوریتمی پیشنهاد کردند که FKCN را از نظر زمان محاسباتی بهبود داده است. آنها حد آستانه و عملگرهای همگرایی فازی معرفی کرده اند که به کمک آنها نرخ یادگیری شبکه به صورت خودکار تغییر میکند. بهبود دیگری از FKCN توسط وکسین [4] ارائه شده است. وی الگوریتم ژنتیک و یادگیری رقابتی را برای آموزش FKCN ترکیب کرده است.

الگوریتمهای فوق با داده های قطعی کار میکنند. یک شبکه کوهونن که از مجموعه های فازی در لایه ورودی اش استفاده میکند، در [5] معرفی شده است. این شبکه سه لایه دارد. لایه اول لایه ورودی که مستقیما به لایه دوم متصل میشود. لایه دوم فازیفایر است که مقادیر ورودی را به مقادیر عضویت مناسب نگاشت میدهد. و لایه سوم به لایه کوهونن معروف است که به طور کامل به لایه دوم متصل شده است. سایر مراحل در این الگوریتم مشابه کوهونن قبلی است. تنهاگن و همکارانش نیز [6] یک شبکه خود سازمانده کوهونن معرفی کرده اند که داده های فازی را به عنوان ورودی پذیرفته و به کمک وزنهای فازی خروجی اش را تولید میکند. آنها برای تعیین نرون برنده تابع انتخاب جدیدی را به کمک عملگرهای فازی تعریف کرده اند. همچنین از نسخه فازی شده فرمول به روز رسانی استاندارد استفاده کرده اند. تا کنون فقط در کار تنهاگن و همکارانش میتوان شبکه ای دید که مستقیما با داده های فازی کار میکند در کار آنها هیچگونه ارزیابی و تحلیلی وجود ندارد.

واژه های کلیدی: اعداد فازی، شبکه خود سازمانده کوهونن، فاصله فازی

الگوریتم پیشنهادی ما گونه جدیدی از الگوریتم تنهاگن میباشد که در آن ورودی ها و همچنین وزنهای نرونها اعداد فازی هستند. تفاوت این دو، در روش پیدا کردن نرون برنده میباشد. در شیوه پیشنهادی برای ارزیابی شباهت و در نتیجه یافتن نرون برنده از معیار فاصله فازی استفاده شده است .

ساختار این مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲، مقدماتی در مورد شبکه کوهونن و اعداد فازی بیان میشود. الگوریتم پیشنهادی در بخش ۳ معرفی خواهد شد. بخش ۴ شامل آزمایشها میباشد و در نهایت نتیجه گیری نهایی در بخش ۵ قرار دارد.

۲. مقدمات لازم

۲.۱. الگوریتم کوهونن

شبکه خود سازمانده کوهونن، یک شبکه عصبی بدون سرپرست میباشد که هدفش کاهش بعد و خوشه بندی است.کوهونن به علت استفاده از تابع همسایگی به منظور حفظ ویژگیهای مکانی فضای ورودی با سایر شبکه های عصبی متفاوت است. هر شبکه کوهونن از تعدادی نود (نرون) تشکیل شده است. هر نود دارای برداری از وزنها میباشد. ابعاد این بردار با ابعاد فضای ورودی برابر است. پس از آموزش شبکه هر ناحیه از نودهای شبکه به الگوهای خاصی از داده های ورودی واکنش نشان میدهند.

روش آموزش شبکه یادگیری رقابتی است. وقتی نمونه آموزشی جدید به شبکه اعمال میشود فاصله اقلیدسی آن از بردار وزن تمام نودهای شبکه حساب میشود. نرونی که بردار وزنش بیشترین شباهت را با بردار ورودی داشته باشد برنده است. این نرون بهترین واحد تطبیق شده نامیده میشود (BMU[1]). بردار وزن نرون برنده و همسایه هایش در شبکه کوهونن در راستای نزدیک شدن به بردار ورودی تغییر میکنند. میزان تغییرات بر اساس زمان و فاصله از BMU کاهش مییابد. وزنهای هر نرون مطابق فرمول ۲ به روزرسانی میگردند.

$$W_{\mathrm{i}}(t+1) = W_i(t) + \theta(v,t)\alpha(t)(X(t) - W_i(t)) \qquad (۲)$$

که $\alpha(t)$ نرخ یادگیری کاهشی و $X(t)$ بردار ورودی میباشد. تابع همسایگی بستگی $\theta(v,t)$ ،وابسته به فاصله بین نرون i و BMU در شبکه است. همچنین شعاع همسایگی و نرخ یادگیری در طول زمان توسط فرمولهای ۳ و ۴ کاهش مییابند.

$$\alpha(t) = \alpha_0 \exp(-\frac{t}{\lambda}),\ t = 1,2,3,... \qquad (۳)$$

که t شماره تکرار و λ مقدار ثابت و α_0 نرخ یادگیری اولیه میباشد.

$$\theta(t) = \exp(-\frac{dist^2}{2\sigma^2(t)}) \qquad (۴)$$

که $dist$ فاصله نود از BMU و $\sigma(t)$ با استفاده از فرمول ۵ محاسبه میشود.

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp(-\frac{t}{\lambda}) \qquad t = (1,2,3,...) \qquad (۵)$$

در این فرمول σ_0 عرض شبکه در زمان t_0 و λ مقدار ثابت و t شماره تکرار جاریست.

۲.۲ اعداد فازی

[1] - Best Matching Unit

بر خلاف داده های قطعی معمولی که مقدار دقیقی دارند عدد فازی عددی است که مقدار آن غیر صریح و مبهم است. اگر $\widetilde{A}$ یک عدد فازی باشد آنگاه مجموعه Alpha-cut آن به صورت $\widetilde{A}_\alpha = \{x : \mu_{\widetilde{A}} \geq \alpha\}$ تعریف میشود و با یک بازه بسته به صورت $\widetilde{A}_\alpha = \left[A_\alpha^L, A_\alpha^U\right]$ نشان داده میشود و $\alpha \in [0,1]$.

۲.۲.۱ فاصله دو عدد فازی

برای محاسبه فاصله بین دو عدد فازی فرمولهای متعددی پیشنهاد شده است. در این بخش چند نمونه معرفی میشود.
اگر $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ دو عدد فازی باشند فاصله Hausdorf به کمک فرمول ۶ تعریف میشود[7]:

$$d_F\left[\widetilde{A},\widetilde{B}\right] = \max\left\{\left|\widetilde{A}_\alpha^L - \widetilde{B}_\alpha^L\right|, \left|\widetilde{A}_\alpha^U - \widetilde{B}_\alpha^U\right|\right\} \quad (۶)$$

معیار دیگری از فاصله Hathway است. فرض کنید $\widetilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ و $\widetilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ دو عدد فازی باشند که a_1 مرکز و a_2 فطر درونی و a_3 شعاع بیرونی چپ و a_4 شعاع بیرونی راست باشد. آنگاه فاصله Hathway مطابق فرمول ۷ محاسبه میشود[8].

$$d_h\left(\widetilde{A},\widetilde{B}\right) = \sqrt{(a_1-b_1)^2 + (a_2-b_2)^2 + (a_3-b_3)^2 + (a_4-b_4)^2} \quad (۷)$$

معیار Yang ، معیار دیگری برای محاسبه فاصله است. که برای تمام اعداد فازی به فرم LR که به صورت زیر تعریف شده اند قابل استفاده است. عدد فازی $\widetilde{X}$ با تابع عضویت $\mu_{\widetilde{X}}(x)$ ای به صورت (۸) یک عدد به فرم LR میباشد. در شکل ۱ نمونه های مختلفی از اعداد فازی به فرم LR را مشاهده میکنید.

$$\mu_{\widetilde{X}}(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m_1 - x}{\alpha}\right) & for\ x \leq m_1 \\ 1 & for\ m_1 \leq x \leq m_2 \\ R\left(\dfrac{x - m_2}{\beta}\right) & for\ x \geq m_2 \end{cases} \quad (۸)$$

برای دو عدد فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ فاصله Yang به صورت زیر تعریف میشود.

$$d_f^2\left(\widetilde{A},\widetilde{B}\right) = \frac{1}{4}\left(\begin{matrix} g_-^2 + g_+^2 + \left(g_- - (a_3 - b_3)\right)^2 \\ + \left(g_+ - (a_4 - b_4)\right)^2 \end{matrix}\right) \quad (۹)$$

که $g_- = 2(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)$ و $g_+ = 2(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2)$

۲.۲.۲ جمع و تفاضل دو عدد فازی

برای دو عدد فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ که $\widetilde{A}_\alpha = \left[A_\alpha^L, A_\alpha^U\right]$ و $\widetilde{B}_\alpha = \left[B_\alpha^L, B_\alpha^U\right]$ مجموعه های α-cut آنها باشند، جمع این دو، خود یک عدد فازی است که مجموعه α-cut آن به ازای تمام $\alpha \in [0,1]$ به صورت زیر تعریف شود:

$$(A+B)_{\alpha} = [A_{\alpha}^{L} + B_{\alpha}^{L},\ A_{\alpha}^{U} + B_{\alpha}^{L}] \qquad (۱۰)$$

تفاضل این دو نیز یک عدد فازی است با مجموعه α-cut ای که در فرمول ۱۱ مشخص شده است. به ازای تمام $\alpha \in [0,1]$.

$$\begin{aligned}(A-B)_{\alpha} = [&\min(A_{\alpha}^{L} - B_{\alpha}^{L},\ A_{\alpha}^{U} - B_{\alpha}^{U}),\\ &\max(A_{\alpha}^{L} - B_{\alpha}^{L},\ A_{\alpha}^{U} - B_{\alpha}^{U})]\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

۳. شبکه خود سازمانده کوهونن برای کار با داده های فازی

همانطور که گفته شد در شبکه پیشنهادی داده های ورودی و وزنها به صورت عدد فازی در نظر گرفته شده اند. آموزش شبکه شامل گامهای زیر است که به دفعات زیاد تکرار میشود:

I. بردار وزن تمام نودها با اعداد تصادفی مقدار دهی اولیه میشود. وزنها اعداد فازی هستند که برای سادگی در این مقاله آنها را به صورت عدد فازی مثلثی در نظر میگیریم.

II.

$$\begin{aligned}W_i = &[(w_{11}, w_{12}, w_{13}),\\ &(w_{21}, w_{22}, w_{23}),\ldots,(w_{n1}, w_{n2}, w_{n3}),]^T\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

III. یک بردار به صورت تصادفی از مجموعه داده های ورودی انتخاب شده و به شبکه اعمال می‌شود. هر مقدار در این بردار یک عدد فازی است.

IV. فاصله بردار وزن تمام نودها با بردار ورودی محاسبه می‌شود تا نرون برنده پیدا شود (BMU[۲]). میتوان از معیارهای مختلف فاصله فازی که در بخش ۲.۲.۱ معرفی شده است استفاده کرد.

V. شعاع همسایگی محاسبه می‌شود. شعاع همسایگی در ابتدا با مقدار بزرگی مقدار دهی اولیه می‌شود (شعاع شبکه) و در هر مرحله کاهش می‌یابد (فرمول ۴). این مرحله مشابه کوهونن قبلی است.

VI. بردار وزن نرون برنده و همسایگانش (که در مرحله قبل پیدا شده اند) در راستای نزدیک شدن به بردار ورودی تغییر می‌کند (فرمول ۱۳). هرچه فاصله از BMU کمتر باشد تغییرات بیشتر خواهد بود. فرمول به روز رسانی مانند قبل است با این تفاوت که جمع و تفریق در اینجا عملگرهای فازی هستند که در بخش ۲ توضیح داده شده‌اند

VII.
$$\begin{aligned}\tilde{W}_{ij}(t+1) = &\tilde{W}_i(t) +\\ &\theta(v,t)\alpha(t)(\tilde{X}(t) - \tilde{W}_i(t))\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

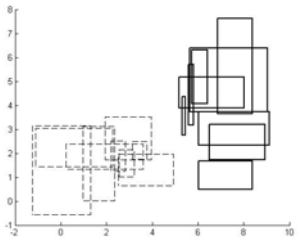
VIII. اگر تعداد تکرار به N نرسیده به مرحله II برگرد.

۴. آزمایشها

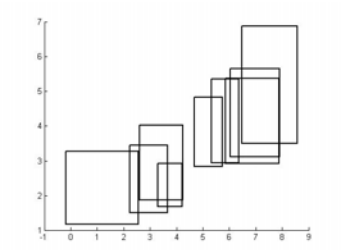
آزمایش ۱: در این آزمایش فضای ورودی دو بعدی و شبکه کوهونن **3*3** در نظر گرفته شده است. تعدادی داده تصادفی در دو کلاس مختلف تولید شده است. شبکه در این حالت به خوبی وزن نرونها را تغییر داده است به گونه ای که الگوهای موجود در داده

[2]- Best Matching Unit

های ورودی به خوبی در وزنها نیز مشهود است. برای نمایش این مسئله هر عدد فازی دو بعدی را به صورت یک مستطیل نمایش داده‌ایم. شکل ۱ داده های ورودی و شکل ۲ وزن نرونها را نمایش می‌دهد. همانطور که در شکل ۲ می‌بینید مقدار وزنها و نحوه توزیع آنها کاملا شبیه به داده های ورودی شده است.



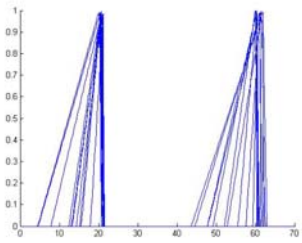
شکل ۱- توزیع داده های ورودی



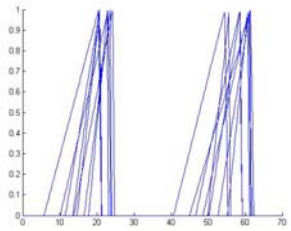
شکل ۲- توزیع وزن نرونها پس از آموزش شبکه. الگوهای موجود در داده های ورودی به خوبی در وزنها نیز مشهود است

آزمایش ۲: برای بررسی شباهت وزن نرونها و داده های ورودی از نظر تقارن یا عدم تقارن این آزمایش انجام شده است.. در یک فضای ورودی تعدادی عدد فازی تصادفی در دو کلاس مختلف ایجاد شده است به گونه ای که این اعداد فازی نامتقارن باشند. به عبارت دیگر فاصله کران پایین تا مرکز بیشتر از فاصله کران بالا از مرکز مثلث باشد. شکل ۳ این داده ها را نمایش میدهد پس از آموزش شبکه مشاهده میشود که وزن نرونها نیز همین الگو را پیدا میکنند (شکل ۴). به عبارت دیگر میتوان مشاهده کرد که وزنها وزنها نیز همانند داده ها در سمت راست قطعیت داشته ودارای ابهام بیشتری در سمت چپ میباشند.

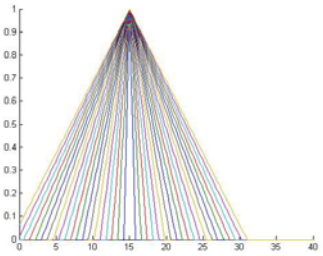
آزمایش ۳: همانطور که قبلا گفته شد خوشه بندی تنها هدف شبکه کوهونن نیست. در این آزمایش نشان دادیم که حتی اگر داده‌های فازی درون هم واقع شوند، روش پیشنهادی این امکان را دارد که الگوهای موجود در داده ها را پیدا کرده و کاهش بعد ایجاد کند. شکلهای ۵ و ۶ نمایانگر این ادعا می‌باشند.



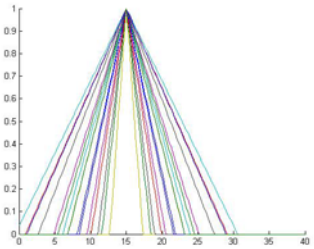
شکل ۳- داده های ورودی به فرم فازی مثلثی نامتقارن



شکل ۴- وزن نرونهای شبکه پس از آموزش



شکل ۵- داده های فازی که درون هم واقع شده اند



شکل ۶- وزنهای شبکه پس از آموزش

۵. نتیجه گیری

در این مقاله نسخه جدیدی از شبکه خود سازمانده کوهونن معرفی شد که قابلیت دریافت داده ورودی به فرم فازی را نیز دارد. در این روش وزنها نیز به صورت فازی تعریف میشوند. برای ارزیابی شباهت از فاصله های فازی استفاده شده است از جمله فاصله Hausdorff, Hathway و Yang. به روز رسانی وزنها به کمک فرمول استاندارد کوهونن انجام شده است با این تفاوت که عمگرهای جمع و تفریق، فازی در نظر گرفته شده اند. آزمایشها نشان میدهد که شبکه جدید میتواند الگوهایی به فرم فازی را دریافت کرده آنها را به درستی خوشه بندی کند. از طرف دیگر از آنجاییکه وزنها میتوانند الگوهای ورودی را حفظ کنند، میتوان برای کاهش بعد نیز از این شبکه استفاده کرد.

مراجع

[1] Chen.Kue Tsao, E., Bezdek, J. C., Pal, N.R., *Fuzzy Kohonen Clustering Networks*, Pattern Recognition 27 (1994) 757-764.

[2] Elmalek, J., &, Tourki, R. A, *speaker independent Arabic isolated spoken digits recognition system using fuzzy Kohonen clustering network. In A*. (1999).

[3] Yanqing Yang, Zhenhong Jia, Chun Chang, Xizhong Qin, Tao Li, Hao Wang, Junkai Zhao, *An Efficient Fuzzy Kohonen Clustering Network Algorithm,* fskd, vol. 1, pp.510-513, 2008 Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2008

[4] Xie, Weixin; Li, Wenhua,; Gao, Xinbo, *Fuzzy-Kohonen-clustering neural network trained by genetic algorithm and fuzzy competition learning*, International Conference on Intelligent Manufacturing, Proc. SPIE Vol. 2620, p. 493-498, 08/1995.

[5] Hsiao-Fan Wang, Intelligent *Data Analysis: Developing New Methodologies Through Pattern Discovery and Recovery*, Information Science Reference, 2009, pp: 110-112.

[6] Andreas Tenhagen, Ulrich Sprekelmeyer, Wolfram-M. Lippe , *On the combination of Fuzzy Logic and Kohonen nets*, IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th, vol. 4, pp: 2144-2149. 2001.

[7] Jing TIAN, Ming-Hu Ha, Jun-Hua Li, Da-Zeng Tian, The *Fuzzy- Number Based Key Theorem of Statistical Learning Theory*, IEEE, Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, pp: 3475-3479, 2006.

[8] R.J. Hathaway, J.C. Bezdek, W. Pedrycz, *A parametric model for fusing heterogeneous fuzzy data*, IEEE Trans. Fuzzy Systems, pp: 270–281, 1996.

آزاده سلطانی *، گروه کامپیوتر- دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **Soltani.az@stu-mail.um.ac.ir**

هادی صدوقی یزدی، گروه کامپیوتر- دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **h-sadoghi@um.ac.ir**

سهیلا اشک زری طوسی ، گروه کامپیوتر- دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **Soheila.ashkezari@stu-mail.um.ac.ir**

مجتبی روحانی، گروه برق-دانشگاه آزاد، واحد گناباد
آدرس پست الکترونیکی: **m.rouhani@ieee.org**

*سخنران

مدل سازی تشکیل لایه کیک فیلتراسیون با استفاده از سیستم فازی

جواد سرگلزایی، محمدرضا پیرزادی جهرمی

چکیده. تشکیل لایه کیک ذرات در فرآیند فیلتراسیون متقابل، پارامتری مهم در عملکرد فیلتر می باشد که علاوه بر شرایط عملیاتی نظیر سرعت فیلتراسیون به شکل و اندازه ذرات جامد تشکیل دهنده آن نیز بستگی دارد. در این تحقیق مدل سازی فرایند تشکیل کیک فیلتراسیون برای توزیع اندازه مختلف ذرات و سرعتهای متفاوت به کمک سیستم استنتاج فازی مطابق ممدانی و تاکاگی-سوجینو و با استفاده از نتایج آزمایشاتِ ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز و مطالعات چوئ انجام پذیرفت. بدین منظور مهمترین پارامترهای مؤثر در فرآیند تشکیل کیک یعنی قطر ذرات (در سه سطح مختلف ۶/۳،۰۷/۱۵ و ۷/۸۳ میکرون)،سرعت فیلتراسیون (درچهار سطح ۰/۰۳، ۰۵،۰/۰۴ / ۰ و۰/۰۶ متر بر ثانیه)و فاکتور دراگ به عنوان افت فشار بر واحد سرعت (در نه سطح مختلف بین ۰/۰۲ تا ۵/۴۴ پاسکال ثانیه بر متر) بررسی شد. نتایج نشان داد که با استفاده از منطق فازی و دخالت دادن مفاهیم مربوطه می توان روند افزایش افت فشار، همزمان با تشکیل کیک را پیشگویی نمود. همچنین در این مدل، تاثیر اندازه ذرات مختلف بر مقاومت کیک تشکیل شده در مقابل جریان گاز عبوری از فیلتر بررسی شده و نتایج قابل قبولی در مقایسه با داده‌های تجربی بدست آمده است.

۱. مقدمه

فیلتراسیون یکی از قدیمی ترین شاخه های فرآیند جداسازی می باشد که در کاربردی خاص به صورت عملیات جداسازی فیزیکی مخلوط جامد وسیال، با استفاده از مانعی متخلخل با نام محیط فیلتر انجام می پذیرد. مکانیزم اصلی جداسازی ذرات جامد دراین نوع فرآیند برای ذرات بزرگتر از ۰/۳میکرون، حبس یا نگه دارندگی ذرات می باشد[۱]. در همین راستا به منظور حذف آلودگی ناشی از حضور ذرات معلق در هوا و گازهای خروجی از واحدهای صنعتی استفاده از انواع این فیلترها (نظیر پارچه های بهم بافته شده، نمد و غشای متخلخل) به عنوان فیلترهای مؤثر و با بازده جداسازی بالا در حدود ۹۹٪ در مقایسه با سایر دستگاه های جداسازی(از قبیل سایکلون ها، ظروف ته نشینی و پیوند دهندها) بسیار متداول می باشد[۲]. بررسی نوعی از این فیلترها که عمدتاً به فیلترهای سطحی موسوم اند، نشان می دهد که بازده جمع آوری ذرات در ابتدا بسیار پایین می باشد، در حالی که با گذشت زمان و به علت تشکیل لایه ذرات بر روی سطح محیط فیلتر بازده به طور چشمگیری افزایش می یابد[۳]. البته هم زمان با رشد تشکیل لایه ذرات (کیک فیلتراسیون)، افت فشار گاز عبوری از فیلتر نیز افزایش می یابد. لاپل[۲] این افزایش را ناشی از افزایش مقاومت ایجاد شده توسط لایه کیک در مقابل جریان عبوری دانسته و بر این اساس رابطه‌ای را برای محاسبه آن ارائه نمود. وی سرعت فیلتراسیون، جرم کیک ، ضرایب مقاومت محیط فیلتر و لایه کیک را به عنوان پارامترهای مؤثر در محاسبه افت فشار معرفی نمود. البته، در شرایطی که جرم کیک تشکیل شده بر روی سطح فیلتر قابل توجه باشد (در حدود ۰.۵کیلوگرم در مترمربع) می توان از مقاومت محیط فیلتر در مقابل مقاومت کیک صرف نظر نمود[۲]. بنابراین مشخصات فیزیکی و هندسی کیک تشکیل شده (نظیر تخلخل کیک، اندازه و دانسیته ذرات)، خصوصیات فاز گاز (ویسکوزیته و رطوبت) و شرایط عملیاتی فیلتراسیون (سرعت مواجهه گاز و افت فشار گاز) پارامترهای اصلی در پیش بینی عملکرد فیلتر می باشند. روابط تئوری نیوا [۴] نشان می دهد کاهش اندازه‌ی ذرات سبب افزایش مقاومت کیک و در نهایت افزایش افت فشار می گردد. همچنین توزیع اندازه و فاکتور شکل ذرات توسط ایندو [۵] و گوپتا[۶] به عنوان پارامترهایی مهم، در اندازه افت فشار معرفی گردیده اند. مطابق با مطالعات پیشنهادی آنان افزایش تخلخل کیک ذرات منجر به کاهش افت فشار می گردد. اگرچه، با توجه به این واقعیت که افت فشار ناشی از ذرات کوچکتر در نمونه‌ی کیک با تخلخل زیاد، بیشتر از همان نمونه است ولی با اندازه‌ی ذرات بزرگتر، که این موضوع شاهدی بر تاثیر اندازه حفرات بوجود آمده در کیک می باشد. همچنین فاکتور دراگ، به عنوان نسبت افت فشار دو طرف کیک به سرعت مواجهه گاز با فیلتر(سرعت فیلتراسیون) در اندازه‌های مختلف ذرات برای چند نمونه محیط فیلتر توسط چوئی[۷] اندازه گیری گردیده شد. طبق مشاهدات وی بعد از گذشت زمان مشخصی از آغاز آزمایش، دراگ به صورت خطی برای ذرات با اندازه مختلف در سرعت ثابت و یا بلعکس برای سرعت های متفاوت و اندازه ثابت ذرات، به صورت خطی با افزایش جرم کیک بر واحد سطح فیلتر افزایش می یابد. این فاصله‌ی زمانی از آغاز آزمایش مشخص کننده زمان مورد نیاز برای کامل شدن لایه کیک بر روی فیلتر می باشد و بعد از گذشت آن تمامی پارامترهای مؤثر در افت فشار تنها تابعی از خصوصیات کیک نظیر اندازه ذرات و سرعت مواجهه گاز با فیلتر می باشد. همچنین مشابه با این روند، افزایش افت فشار با زمان درچند نمونه از فیلترهای ایستگاه‌های تقلیل فشار گاز موجود در شرکت ملی گاز استان خراسان رضوی مورد مطالعه قرار گرفت. بنابراین پیشنهاد مدلی که بتواند ارتباط پارامترهای فوق را در سیستم‌های مختلف شبیه سازی نماید، به منظور پیش بینی عملکرد فیلتر بسیار مناسب می باشد. از آنجا که تاکنون از سیستم های هوشمند همچون سیستمهای فازی برای این مورد استفاده نشده است، هدف از

واژه های کلیدی: کیک فیلتراسیون، مدل سازی، سیستم استنتاج فازی، ممدانی

این مطالعه, شبیه سازی روند افزایش افت فشار و تشکیل لایه کیک فیلتراسیون در فیلتر و بدست آوردن مدل مناسب به کمک سیستم فازی می باشد.

۲. مواد و روش ها

در این مطالعه آزمایشاتی بر روی ناخالصی های موجود در ایستگاه‌های فیلتراسیون گاز طبیعی در استان خراسان رضوی به منظور تعیین توزیع اندازه ذرات با استفاده از دستگاه تعیین توزیع اندازه ذرات (PSA) و شناسایی متانول به عنوان حلال مناسب انجام پذیرفت. همچنین با بررسی روند افزایش افت فشار در بازه های مختلف زمانی و شرایط عملیاتی مختلف نظیر سرعت و مساحت مؤثر فیلتر در این ایستگاه‌ها و مطالعات انجام پذیرفته توسط چوئی [۷] در بررسی تاثیر اندازه ذرات تشکیل دهنده کیک فیلتراسیون بر روی افت فشار گاز، دیتاهای مورد نیاز مدل استخراج گردید. چوئی با استفاده از دمیدن جریان هوا با سرعت های مختلف به درون یک بستر سیالی شده از نمونه ذرات جمع آوری شده، توزیع محدودی از اندازه ذرات را در بازه های مختلف در پشت فیلتر فراهم نمود. سپس در مرحله فیلتراسیون، با عبور جریان محتوی این ذرات با اندازه‌ی مشخص و سرعت ثابت اقدام به اندازه گیری همزمان دراگ (افت فشار بر واحد سرعت) و جرم کیک تشکیل شده در بازه‌های مختلف زمانی نمود. در این آزمایش برای سه بازه از توزیع اندازه ذرات با میانگین هندسی قطر۳/۱۵، ۶/۰۷ و ۷/۸۳ میکرون در سرعت های مختلف در بین بازه ۰/۰۳تا ۰/۰۶(متر بر ثانیه)، دراگ بر حسب مقادیر جرم تشکیل شده‌ی کیک اندازه گیری شد. سپس با استفاده از این نتایج (شکل ۵) و رابطه‌ی ارائه شده توسط لاپل[۲] مقدار تجربی ضریب مقاومت کیک فیلتراسیون برای اندازه های مختلف ذرات محاسبه گردید.

$$s = \frac{\Delta p}{v} = k_c w \qquad (۱)$$

که در این رابطه s دراگ (پاسکال ثانیه بر متر)، Δpافت فشار(پاسکال)، v سرعت (متر بر ثانیه)، w (گیلوگرم بر واحد سطح فیلتر متر مربع) و k_c ضریب مقاومت کیک فیلتراسیون (یک بر ثانیه) می باشد. بدین ترتیب، مقادیر k_c را می توان به عنوان شیب خط نمودار sبرحسب w در منطقه‌ی خطی داده های آزمایشی برای اندازه‌های مختلف ذرات و درسرعت ثابت بدست آورد(جدول ۱).

۳. سیستم استنتاج فازی

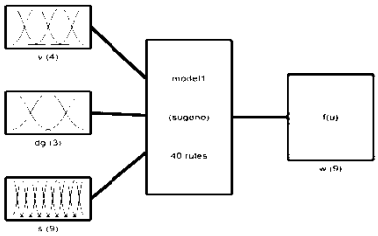
سیستمهای استنتاج فازی بر اساس مفاهیم تئوری فازی می باشند. از ویژگی و توانایی موتور استنتاج فازی، افزایش قدرت تصمیم گیری در شرایط عدم قطعیت و افزایش دقت تعیین مقادیر خروجی از سیستم است. موتور استنتاج فازی، قواعد موجود در پایگاه قواعد فازی را بوسیله یک نگاشت از مجموعه فازی در ورودی به مجموعه فازی در خروجی ترکیب می کند. بدلیل اینکه در اغلب کاربردها ورودی و خروجی سیستم فازی اعداد حقیقی هستند، بایستی واسطه هایی بین موتور استنتاج فازی و محیط بوجود آورد. این واسطه ها همان فازی سازها و غیرفازی سازها می باشند[۸].

۱.۳ طراحی سیستم فازی برای داده های آزمایشگاهی

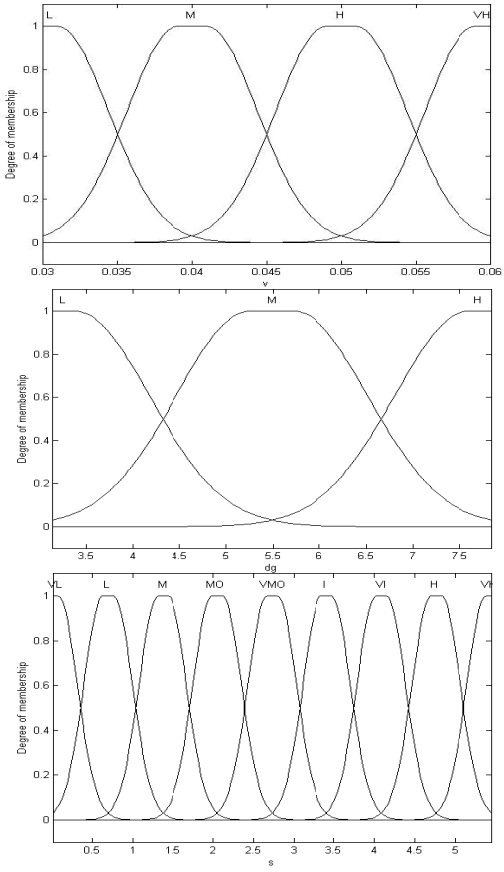
سیستم فازی با متغیرهای ورودی سرعت (متر بر ثانیه)، اندازه ذرات (میکرون)، دراگ (پاسکال ثانیه بر متر) و متغیر خروجی جرم کیک (کیلوگرم بر مترمربع) طراحی می شود، که مقادیر آن بصورت ذیل میباشند:

v,velocity € [0.03 0.04 0.05 0.06]
dg, size € [3.15 6.07 7.83]
s, drag € [0.02 0.69 2.03 3.06 3.48 4 4.5 5 5.44]
w, weight of cake € [0.0 0.1 0.5 2.5 4.5 5 10 13 15.588]

در مجموع تعداد ۷۴ زوج ورودی- خروجی موجود است که برای ایجاد (structure) و تست (checking) مدل بکار میرود. حال یک سیستم فازی بر اساس این زوجهای ورودی- خروجی با استفاده از جدول جستجو طراحی می شود. در نهایت سیستمهای فازی ساخته شده از دو روش بصورت شکل ۱ می باشد. همچنین با استفاده از داده های ورودی- خروجی سیستم فازی مطابق مدل ممدانی و سوجنو- تاکاگی با عملگرها، استلزام ها، تجمع ها و غیرفازی سازهای مختلف ایجاد و با بدست آوردن نتایج مختلف، بهترین حالت ممکن برای مدل بدست آمد. شکل ۲ تابع عضویت که در این تحقیق از نوع گوسین می باشد و تعداد مجموعه های فازی را نشان می دهد.



شکل ۱- سیستم فازی ساخته شده با سه ورودی، یک خروجی و ۴۰ قانون.

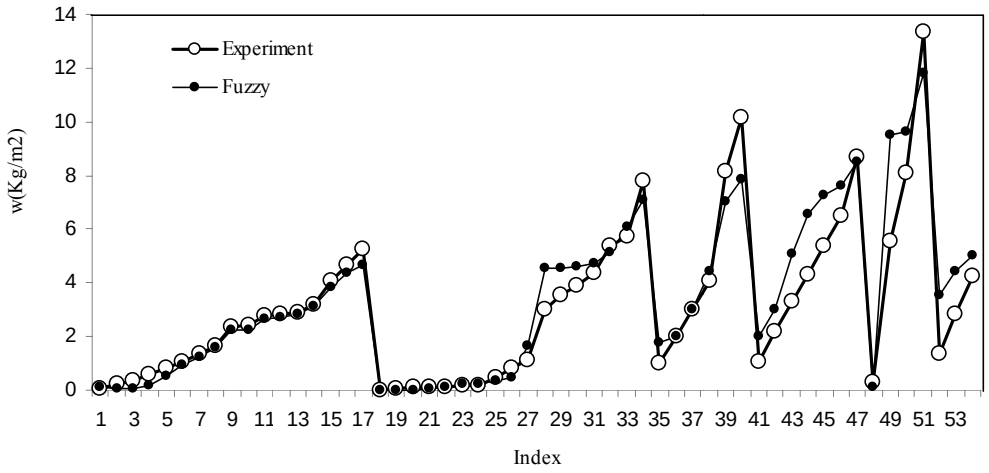


شکل۲- تابع تعلق و تعداد مجموعه های فازی برای متغیرهای ورودی مدل.

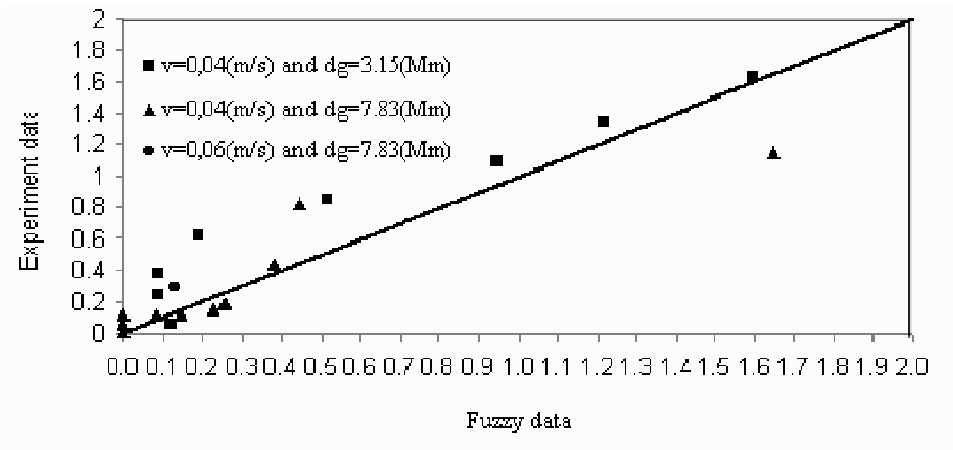
۴. نتایج و بحث

در این تحقیق، کاربرد سیستم استنتاج فازی برای مدل سازی فرآیند فیلتراسیون در مراحل مختلف عملیاتی ، انجام شد. در مقایسه نتایج بدست آمده از مدل استنتاج فازی با داده های آزمایشگاهی واقعی برای جرم کیک تشکیل شده، مشاهده میگردد که میزان تغییرات واقعی نسبت به هر قانون بکار رفته در مدل سازگار است و خطای کمی را نشان داده و انحراف خروجی مدل از داده های واقعی کم می باشد. شکل ۳ میزان تغییر خروجی مدل را با داده های واقعی نشان می دهد. همانطور که از شکل نیز پیداست در محدودهٔ قوانین مورد نظر سیستم فازی مدل شده، میزان دادهٔ خروجی از مدل به مقدار واقعی آن نزدیک می باشد که این حالت نشان از درستی و تقریب معقول سیستم فازی می باشد. در ایجاد سیستم فازی مقدار آستانه همگرایی (Threshold) مدل با روش سعی و خطا بدست آمد. از آنجا که مقدار آستانه همگرایی مدل و تعیین آن در کاهش خطا بسیار موثر می باشد، مقدار بهینه آن در این تحقیق عدد ۰/۰۰۵ برآورد گردید[۹]. جهت پیشگویی و تخمین میزان درستی و صحت مدل، تعدادی داده (استفاده نشده در آزمون مدل۵۴ عدد) بر اساس متغیرهای ورودی در نظر گرفته شد. خروجی بدست آمده از مدل، حاکی از اعتبار آن بود که در شکلهای زیر (شماره۴ الف و ب) دیده می شود. همچنین میزان انحراف داده های پیشگویی شده با داده های آزمایشگاهی کم می باشد. شکل ۵ تاییدی بر پیش بینی روند تغییرات افت فشار با میزان جرم کیک تشکیل شده برحسب اندازه های مختلف ذرات و سرعت ثابت توسط مدل فازی می باشد. بنابراین می توان با رسم بهترین خط بر روی نقاط بدست آمده از مدل فازی در منطقه خطی نمودار، مقدار k_c ضریب مقاومت کیک را بدست آورد. مقادیر k_cپیش بینی شده توسط مدل و مقدار حقیقی آن در جدول ۱ آورده شده است. با توجه به این جدول به خوبی واضح است که با کاهش

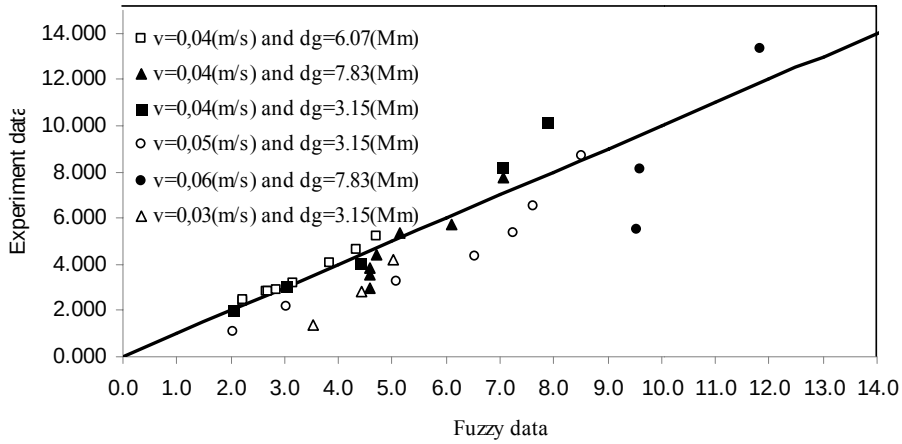
اندازه ذرات در سرعت ثابت مقدار مقاومت کیک فیلتراسیون افزایش می یابد. که این موضوع منطبق بر مطالعات گذشته[۵ و ۶] نیـز مـی باشد. همچنین مقدار ریشه مربعات خطای نسبی برای مقادیر k_c پیش بینی شده توسط مدل فـازی برابـر ۲۲.۴۹٪ محاسـبه گردیـد کـه مقدار بهینه آن با توجه به آستانه همگرایی می باشد[۸].



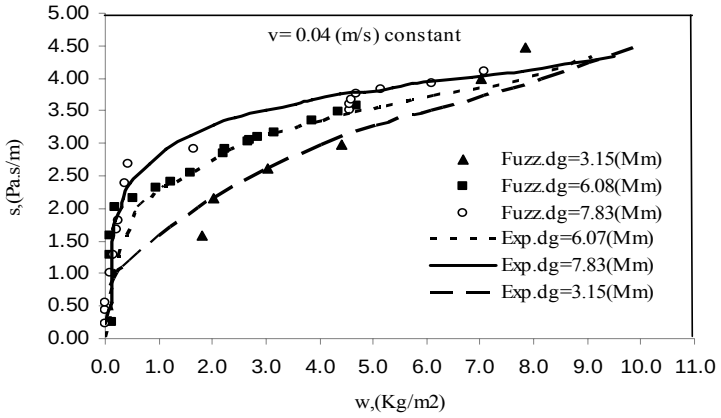
شکل ۳- مقایسه داده های واقعی با خروجی مدل برای برای جرم کیک تشکیل شده بر حسب تعداد ۴۰ قانون.



شکل ۴- الف- میزان انحراف داده های پیشگویی شده توسط فازی و داده های آزمایشگاهی (بازه‌ی داده ها بین ۰ تا ۲).



شکل ۴-ب- میزان انحراف داده های پیشگویی شده توسط فازی و داده های آزمایشگاهی (بازه‌ی داده ها بین ۲ تا ۱۴).



شکل ۵- مقایسه نتایج پیش بینی شده توسط مدل فازی و آزمایشگاهی(مقادیر $w\times10^{2}$ و$s\times10^{-4}$ برابر گزارش داده شده است).

جدول۱- مقادیر ضرایب مقاومت کیک فیلتراسیون در اندازه های مختلف ذرات

V (m/s)	dg (μm)	K_c,experiment ($s^{-1}\times10^{-5}$)	K_c,fuzzy ($s^{-1}\times10^{-5}$)
0.04	3.15	2.57	3.35
0.04	6.07	1.95	2.4
0.04	7.83	1.33	1.44

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل سازی فرآیند با توجه به داده های آزمایشگاهی، از یک روش قابل اعتماد، با عنوان سیستم استنتاج فازی انجام شد. روشهای متعددی برای ساخت سیستمهای فازی از روی داده های ورودی- خروجی وجود دارد که در این تحقیق از روش ممدانی و جدول جستجو استفاده شده است. همچنانکه از نتایج پیداست، با استفاده از سیستم ها فازی و دخالت دادن دانش فرایند فیلتراسیون که از طریق آزمایش بدست آمده است، می توان مدل سازی فرآیند را انجام داده و یک مدل قابل اعتماد برای سازگاری نتایج با داده های آزمایشگاهی بدست آورد.

مراجع

[1] D. B. Purchas and K. Sutherland, ***Handbook of FilterMedia***, Elsevier Science Ltd, 2002.
[2] R. H. Perry and D. Green, ***Perry's Chemical Engineers Handbook***,McGraw-Hill, 1984.
[3] I. M . Hutten, ***Handbook of Non-Woven Filter Media***, Elsevier Science Ltd, 2007.
[4] A. C. B .Neiva and J. L. Goldstein., ***Modeling Cake Compressibility on Gas Filters***, High Temperature Gas Cleaning, 2 (1999), 83-99.
[5] Y.Endo, D.R. Chen and D.Y.H. Pui, ***Effect of Particle Polydispersity and Shape Factor During Dust Cake Loading and Air Filters***, Powder Technology, **98** (1998), 241-255.
[6] A. Gupta, V. J. Novick and P. Bisawas, ***Effect of Humidity and Particle Hygroscopicity on the Mass Loading Capacityof High Efficiency Particulate Air (HEPA) Filters,*** Aerosol Science and Technology, 19 (1993), 94-102.
[7] J.H. Choi, S.J. Ha, Y.c. Bak and Y.O.Park, ***Particle Size Effect on the Filtration Drag of Fly Ash from a Coal Power Plant***, Korean J. Chem. Eng., 19 (2002), 1085-1090
[8] J. Sargolzaei, N. Saghatroleslami, M. Khoshnoodiand M. Mosavi, ***Comparative Study of Artificial Neural Nets (ANN) and Statistical Methods for Predicting the Performance of Ultrafiltration Process in the Milk Industry***, Iran. J. Chem. Chem. Eng., 25 (2006), 67-76.
[9] J. Sargolzaei, M. Khoshnoodi, N. Saghatroleslami and M. Mosavi, ***Fuzzy Inference System to Modeling of Crossflow Milk Ultrafiltration***, J. Applied Soft Computing, 8 (2008), 456-465.

جواد سرگلزایی، مشهد، دانشگاه فردوسی، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی شیمی
پست الکترونیکی: **sargolzaei@um.ac.ir**

محمدرضا پیرزادی جهرمی،مشهد، دانشگاه فردوسی، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی شیمی
پست الکترونیکی: **mr_pj_7@yahoo.com**

*سخنران

تعیین دوز مطلوب دارو با استفاده از منطق فازی

فاطمه انوشه، دکتر حمیدرضا ملکی، سید نصراله انوشه، کاوه قیافه داودی

چکیده. در این مقاله دوز مطلوب مصرف دارو با استفاده از منطق فازی برای بیماران مبتلا به Pyoderma gangrenosum طراحی شده است . علی رغم اینکه هر دوزی از دارو دارای اثرات مفید منحصر به خود است، اثرات زیانباری بروی سلول های طبیعی یا سلول های سالم بدن نیز دارد. بنابراین تلاش می‌شود با تعیین مقدار مصرف بهینه علاوه بر ایجاد کارایی بالاتری از دارو اثرات زیانبار آن نیز تا حدالامکان حذف شود.مطالعات گذشته در زمینه برخی از بیماریها نشان داده که استفاده از منطق فازی می تواند به اجرای درمان با کارایی بالاتر کمک کند ؛ از اینرو در پژوهش حاضر یک سیستم فازی طراحی شد که با استفاده از آن می‌توان با وارد نمودن اندازه وسعت زخم و میزان استرس بیمار ، میزان دوز مناسب برای درمان را تعیین کرد و به این طریق اثرات مضر دارو از جمله ایجاد مقاومت بدن در برابر دارو را تا حدامکان کاهش داد.

مقدمه

این روزها استفاده از تکنولوژی کامپیوتر در زمینه های پزشکی از جمله زمینه های تشخیص، درمان و مراحل بعد از درمان به صورت گسترده ای افزایش یافته است. برای این منظور سیستم های هوشمند مانند منطق فازی، شبکه عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک در این موارد استفاده می گردد . در بسیاری از زمینه های پزشکی روش هایی بر پایه منطق فازی توسعه یافته است که در مواردی مانند احتمال بیماری سرطان پروستات، احتمال بیماری عروق کرونر قلبی و تعیین مقدار دوز دارو و غیره به کار می رود. این سیستم که بر مبنای کنترل از طریق منطق فازی پیاده می گردد به پزشک کمک می کند که تصمیم های سریع و مؤثرتری در مورد مقدار دوز مصرفی دارو بگیرد.

همچنین به وسیله این سیستم خطاهای پزشکی تا حدامکان کاهش می یابد. در بیماری هایی که هیچ فرمول خاصی برای دوز مصرفی وجود ندارد و دارای پیچیدگی ها و عدم قطعیت می باشد این روش می تواند به طور ایمنی مورد استفاده قرار بگیرد.

بیماری Pyoderma gangrenosum یک بیماری پوستی است که با ایجاد زخم های عمیق و گسترده روی سطح پوست باعث ایجاد مزاحمت و دردسر برای شخص می شود. این زخم ها معمولاً به آسانی مداوا نمی شود ، یکی از داروهای بسیار متداول در درمان این بیماری پردنیزلون است؛ از طرفی مصرف بیش از حد پردنیزلون دارای اثرات زیان بار روی سلول های طبیعی است و باعث ایجاد مقاومت در برابر درمان می گردد. از جمله اثرات زیان بار دیگر پردنیزلون می توان به موارد زیر اشاره کرد:

درد معده، تب، درد عضله و مفاصل و تیره و کمرنگ شدن پوست، کوتاه شدن تنفس، چاقی موضعی، افزایش فشار خون، عصبانیت و بی قراری و ... . . با توجه به موارد اخیر و پارامترهای غیر دقیق، استفاده از کنترل کننده های فازی جهت تعیین دوز دارو ضروری به نظر می رسد.

مقالات متعددی در زمینه پزشکی موجودند که نشان می دهند استرس تأثیر مستقیمی بر بیماران فوق دارد. از جمله از مقالهٔ بروسکات در سال ۱۹۹۵ نام برد که تائید کنندهٔ تاثیر مستقیم استرس بر شدت بیماری‌های خود ایمنی است.

جمع آوری داده های آماری

در مراحل اولیه تحقیق و به منظور شناخت عوامل مؤثر بر این بیماری از منابع کتابخانه ای و آمارهای موجود و مصاحبه با پزشکان متخصص در این زمینه استفاده شد. سپس با استفاده از این اطلاعات پرسشنامه ای توسط محقق طراحی گردیدکه با استفاده از آن اطلاعات مناسب جهت ورود به سیستم فازی از بیمار کسب شد.

جامعه آماری تحقیق کلیه افراد مبتلا به بیماری Pyoderma gangrenosum بود که در فاصله دی تا اسفند ۸۸ به بیمارستان های دولتی و درمانگاه مطهری شیراز جهت درمان مراجعه کردند .

با توجه به اینکه آمار دقیقی از مبتلایان به این بیماری در دسترس نمی باشد ؛ حجم نمونه انتخابی ۱۰۰ نفر بود که با توجه به جدول مورگان حجم مناسبی می باشد.

واژه های کلیدی: منطق فازی – بیماری خودایمنی – استرس – وسعت زخم – پردنیزلون.

انتخاب داده های ورودی

با بررسی های صورت گرفته در مقالات علمی و توسط پزشکان مجرب و پرسش نامه ها، متوجه شدیم که دو عامل وسعت زخم و میزان استرس تأثیر زیادی در انتخاب دوز مصرفی پیردنیزلون برای بیماران دارد. در پرسشنامه از بیماران خواسته شد تا در موقع عود بیماری برای استرس خود یک عدد از بین ۰ تا ۱۰۰ را انتخاب نمایند.

نتایج نشان داد بیشترین فراوانی میزان استرس در فاصله ۱۰۰-۸۰ قرار دارد یعنی اکثر افراد هنگام عود بیماری دارای میزان استرس بالایی بوده‌اند.

جدول شمارهٔ ۱ فراوانی مقادیر مختلف استرس در نمونهٔ مورد بررسی را نشان می‌دهد.

جدول (۱)

فراوانی	بازه مقادیر
۲	۰ -۲۰
۱	۲۰ -۴۰
۳	۴۰ -۶۰
۲۷	۶۰ -۸۰
۶۷	۸۰۰-۱۵۰

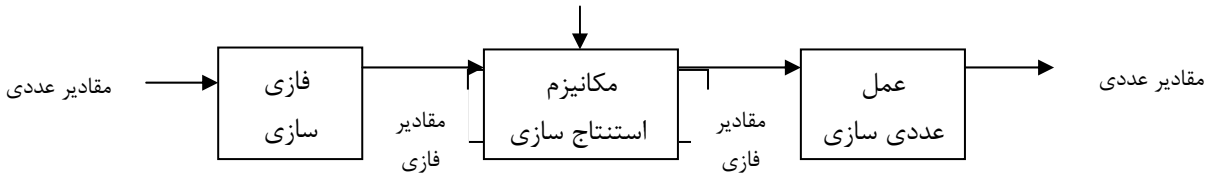
طبق جدول میانگین استرس در بیماران تحت مطالعه برابر با ۸۱/۲ از ۱۰۰ است.

از جمله موارد دیگر که در میزان تجویز دوز دارو مؤثر است، وسعت زخم می باشد که میزان آن براساس سانتیمتر مربع بین صفر تا ۱۵ سانتیمتر درنظرگرفته شده است. از آنجایی که زخمهای بزرگتر از ۱۵ سانتیمتر مربع به درمانهای خاص دیگری علاوه بر تجویز دارو نیاز دارند و موارد ابتلا به آن نادر است، لذا حداکثر سطح زخم برای سیستم ۱۵ سانتیمتر مربع تعریف شد. در نهایت در بخش بعد این دو عامل یاد شده به عنوان ورودی‌های سیستم فازی مورد استفاده قرار گرفتند.

سیستم خبرهٔ فازی[1]

پروفسور لطفی‌زاده در سال ۱۹۶۵ تئوری مجموعهٔ فازی را بنا نهاد.

در شکل (۱) سیستم فازی که از منطق فازی جهت نتیجه گیری و ایجاد خروجی استفاده می کند نشان داده شده است:

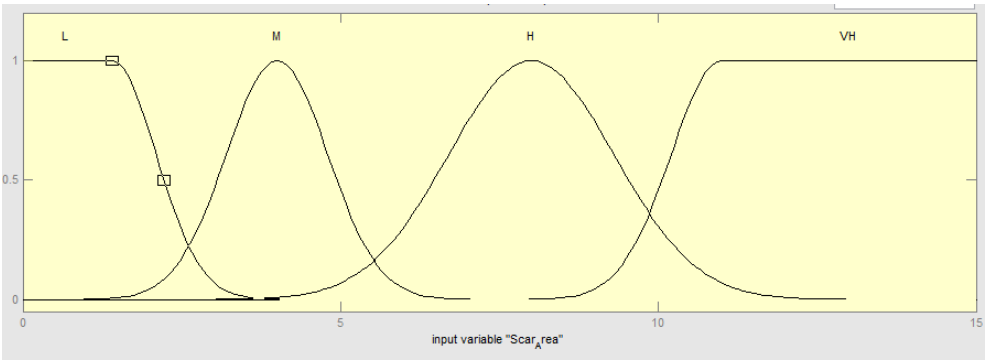


شکل (۱) : یک سیستم فازی

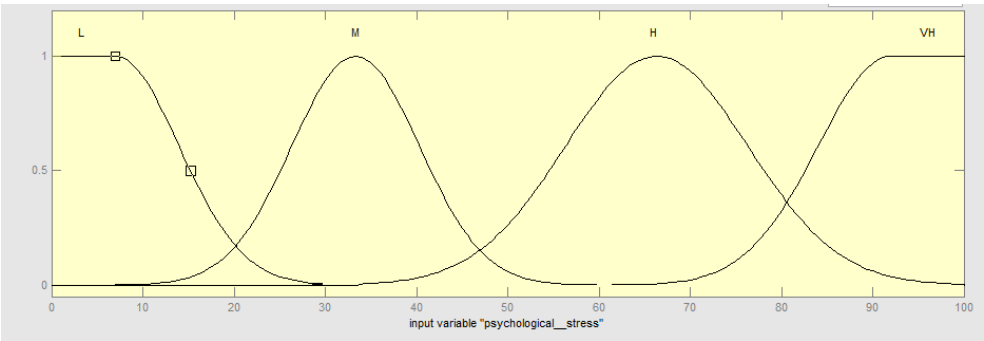
همانطور که بیان گردید ، ورودی های سیستم فازی ما عبارتند از وسعت زخم(SA[2]) و میزان استرس (PS[3]) شخص بیمار ، و خروجی مقدار دوز مصرفی پردنیزلون (Dose) را بر حسب میلی گرم به ما می دهد.

در شکل (۲) تابع عضویت ورودی SA ، شکل (۳) تابع عضویت ورودی PS و شکل (۴) تابع عضویت خروجی DOSE را نشان می دهد.

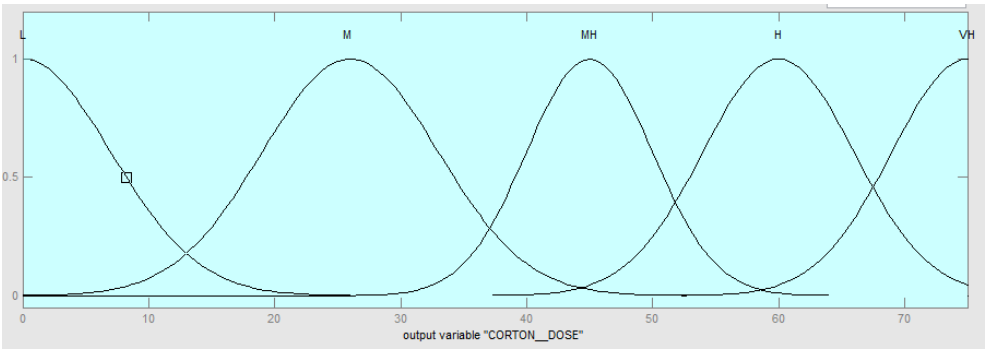
[1] Fuzzy expert system
[2] . Scar-Area
[3] .Psychological stress



شکل ۲- تابع عضویت متغییر ورودی مساحت زخم(SA)



شکل ۳- تابع عضویت متغییر ورودی میزان متوسط استرس بیمار(PS)



شکل ۴- تابع عضویت متغییر خروجی میزان دوز

همانطور که دیده می شود ، شکل (۲) دارای بازه بین ۰ تا ۱۵سانتی مترمربع است. شکل (۳) دارای بازه بین ۰ تا ۱۰۰ می باشد. و شکل (۴) دارای بازه بین۰ تا ۷۵میلی گرم است که هر قرص به طور معمول ۵ میلی گرم در نظر گرفته شده است که برای بدست آوردن تعداد قرص کافیست . عدد خروجی را بر ۵ تقسیم نماییم.

تمام ورودی ها و خروجی های در نظر گرفته شده به صورت تابع گوسی هستند تا حدالامکان نتایج بهتری را بدست آوریم . جدول شماره (۲) به منظور به دست آوردن عبارتهای زبانی برای خروجی (دوز پردنیزلون) طراحی گردیده است.

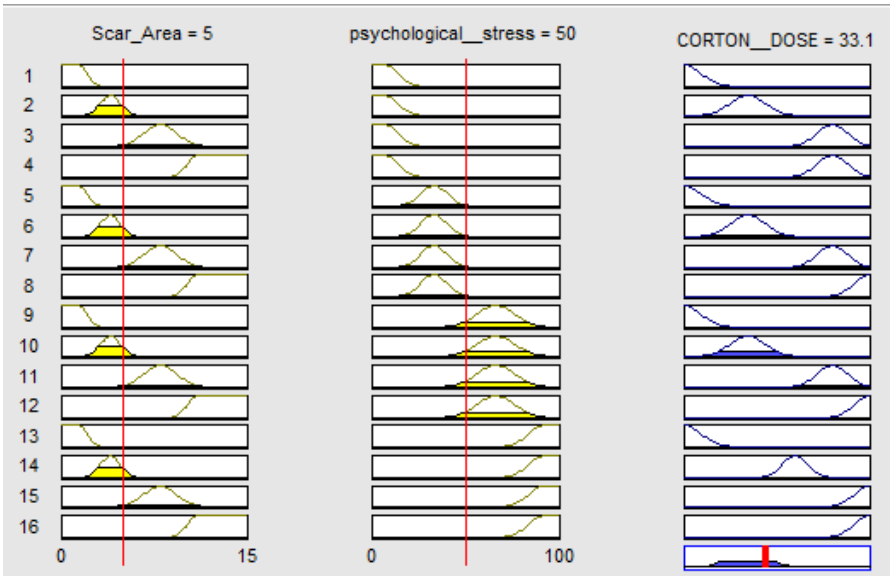
جدول شماره (۲)

SA / PS	L	M	H	VH
L	L	M	H	H
M	L	M	H	VH
H	L	M	H	VH
VH	L	M	VH	VH

اختصارات به کار رفته در این جدول به صورت زیر می باشد:

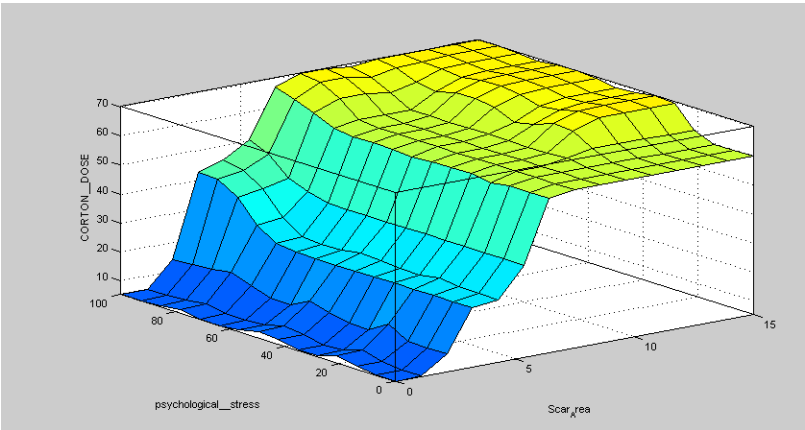
L: Low
M: Medium
H: High
VH: Very High

خروجی های این سیستم از روش مرکز ثقل (Centroid Method) به دست آمده است و الگوریتم به کار رفته در آن ممدانی (mamdani) است.



شکل ۵- مقدار خروجی

با توجه به شکل (۵) مقدار خروجی بدست آمده را برای شخصی با مقدار متوسط مساحت زخم ۵سانتی مترمربع و استرس متوسط روزانه (۵۰ $\frac{۱}{۲}$ ماکزیمم استرسی شخص) عدد ۳۳/۱ میلی گرم به دست می آید که کمتر از ۸-۷ قرص پیشنهادی توسط پزشک می باشد.



شکل (۶)

شکل(۶) تغییر دوز دارو بر حسب ورودی های SA و PS نشان می دهد که نمایش سه بعدی سیستم فازی می باشد که دو بعد آن متغیرهای ورودی و بعد سوم خروجی می باشد.

نتیجه گیری

سیستم بدست آمده بر روی تعدادی از بیماران با رضایت شخصی شان آزمایش گردید که با توجه به دو ورودی SA و PS مقدار دوز مصرفی دارو برایشان تعیین گردید که پس از مصرف آن دوز ، نتایج حاصله مطلوب بود و با توجه به این که میزان استرس شخص در نظر گرفته می شد از مصرف دوز زیاد دارو هر چند کم و اثرات جانبی آن اجتناب گردید.

منابع

[1] Hsin-Chuan.chov, ching-weilin, ching- weilin, ching –Hsve Cheng, ***Evalvating new drugs by Fuzzy inference system***, Int Computer syspopium, Dec 15-17. 2004. Taipei, Taiwan.

[2] Novoz Allahverdi, Ismail Saitas, Ker ali Ozakam, Mustafa argindogan, ***An example of determination of medicine dose in the treatment by fuzzy method***, International Conference computer systems and technologies Comsys Tech' 2006.

[3] Nouruz allahverdi, Serhat torun, Ismail saritas, ***Design of fuzzy expert system for determination of coronary heart diseaserisko***, international conference systems and technologies Comsys Tech, 2007.

[4] Jesf.Brosscgot, ***Influence of life stress on Immunological reactivity to mild psychotical stress***, Psychosomatic meducube 56:216-554(1994).

[5] Khaloozaden-H,Miri-F, ***Optimal Fuzzy dosage programming for patients suffering from Breat cancer in stage***, IIB: Cairo international volume, Issue, 18-20. Dec 2008. Page 1-5.

[6] Felippe de souza, J.A.M, Qalvao, R.K.H Yone Yama, ***Optimization of the therapy viral infections using fuzzy techniques***, American Contrd Conference , 1999.

فاطمه انوشه، عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزآباد.
آدرس پست الکترونیکی: **f.anousheh@gmail.com**

دکتر حمیدرضا ملکی، دانشیار دانشگاه صنعتی شیراز، بخش ریاضی.
آدرس پست الکترونیکی: **maleki@sutech.ac.ir**

سید نصراله انوشه*، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی.
آدرس پست الکترونیکی: **anoshe2000@gmail.com**

کاوه قیافه داودی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی.
آدرس پست الکترونیکی: **k.g.davoodi@gmail.com**

*سخنران

روش SVM برای دسته بندی داده های فازی

مرتضی کارگر، محمد علی یعقوبی، ماشاا...ماشین چی

چکیده. روش **SVM** به عنوان یکی از روش های دسته بندی داده ها از نقاط اشتراک بین تحقیق در عملیات و داده کاوی است و زمانی که برخی از داده ها نادقیق باشند، نظریه مجموعه های فازی نیز به این مبحث راه می یابد. در این مقاله روشی برای دسته بندی برخی داده های فازی با استفاده از روش **SVM** ارائه شده است. برای این منظور ابتدا یکی از مدل های روش **SVM** در دسته بندی داده های معمولی بیان شده است. در ادامه، روش مذکور برای دسته بندی داده ها در حالت فازی تعمیم داده می شود. در پایان بایک مثال و ارائه نتیجه، خوبی روش ذکر شده نشان داده شده است.

۱- مقدمه

روش SVM (Support Vector Machine) از جمله روش هایی است که در دسته بندی(classification) داده ها مورد استفاده قرار می گیرد. اولین الگوریتم برای دسته بندی داده ها توسط فیشر در سال۱۹۳۶ ارائه شد ه است. SVM نیز در سال ۱۹۹۵ توسط وپنیک معرفی گردیده است. بیشتر شهرت SVM بخاطر موفقیت آن در تشخیص خطوط دستنویس است که با شبکه های عصبی بدقت تنظیم شده برابری می کند. روش SVM تاکنون توسعه فراوانی یافته و مدل های مختلفی از آن ارائه گردیده است . SVM بوسیله فرموله کردن مساله، به یک مساله برنامه ریزی ریاضی و حل آن، به ارائه جواب می پردازد. در حقیقت SVM به کمک برنامه ریزی ریاضی، دسته ها را بوسیله ابرصفحه هایی از یکدیگر جدا می کند. در برنامه ریزی ریاضی مورد نظر، هدف مسئله معمولاً بیشینه کردن فضای خالی اطراف ابرصفحه (های) بهینه است و در برخی روش ها علاوه بر این، کم کردن خطای دسته بندی نیز مد نظر است. در برخی دیگراز روش ها نیز علاوه بر این دو هدف سعی می شود فاصله دسته ها از ابرصفحه (های) جدا کننده نیز بیشترین مقدار شود. بر حسب اینکه فاصله ها چگونه تعریف شوند، مدل های مختلفی از برنامه ریزی ریاضی بدست می آید که هر یک مزایا و معایب خود را دارا هستند. الگو های آموزشی ممکن است بصورت خطی یا غیرخطی جدایی پذیر باشند و یا اصلاً جدایی پذیر نباشند. برای اطلاعات بیشتر دراین موضوع می توانید به[۷-۱]مراجعه نمایید. در این مقاله، در بخش دوم روش SVM برای دسته بندی داده های معمولی بر اساس مرجع[۵]، همراه با برخی قضایای برنامه ریزی غیرخطی مورد نیاز و موجود در[۲] ارائه گردیده است. دربخش سوم، ابتدا روش SVM برای دسته بندی داده های فازی بر اساس مرجع[۵] بحث شده است. در بخش ۴ روش دیگری بر اساس مرجع[۶] برای دسته بندی داده های معمولی ارائه گردیده است. سرانجام، این مقاله با ترکیب روشهای ذکر شده، روشی را برای دسته بندی داده های فازی پیشنهاد می کند. در پایان با یک مثال و ارائه نتیجه آن بحث به پایان می رسد.

۲- روش SVM برای دسته بندی داده های معمولی

در این بخش دیدگاه کلی نظریه SVM در مسائل دسته بندی بررسی می شود. فرض کنید مجموعه نقاط داده شده S بصورت $\{(X_i, y_i)\}_{i=1}^{l}$ را در اختیار باشد، بطوریکه هر $X_i \in \Re^N$ متعلق به یکی از دو دسته مشخص است که بوسیله $y_i \in \{1,-1\}$ نشان داده می شود. هدف جدا کردن این دو دسته از یکدیگر بوسیله یک ابرصفحه است. برخی اوقات یافتن این ابرصفحه در فضای اصلی مساله، یعنی $\Re^N$ ممکن نیست. در این صورت بوسیله یک نگاشت از $\Re^N$ به Z (که بعد فضای Z بزرگتر از بعد فضای $\Re^N$ است) بعد فضای مساله افزایش می یابد و در فضای با بعد بالاتر دسته بندی انجام می شود. فرض کنید $Z = \varphi(X)$ نگاشتی باشد که بعد X را افزایش می دهد و به Z تبدیل می کند. در این صورت هدف یافتن ابرصفحه $W.Z + b = 0$ بوسیله یافتن $\langle W, b \rangle$ است بطوریکه رابطه زیر برای هر عضو S برقرار باشد:

$$f(X_i) = Sign(W.Z_i + b) = \begin{cases} 1 & y_i = 1 \\ -1 & y_i = -1 \end{cases} \qquad i = 1,2,...,l \qquad (1)$$

که $W \in Z$, $b \in \Re$ و نقطه، ضرب داخلی است.

تعریف ۲-۱: مجموعه S را بطور خطی جدایی پذیر گویند هرگاه $\langle W, b \rangle$ به قسمی باشند که:

واژه های کلیدی: تابع عضویت فازی، دسته بندی داده ها، SVM ، برنامه ریزی غیر خطی، دوگان

$$\begin{cases} W.Z_i + b \geq 1 & y_i = 1 \\ W.Z_i + b \leq 1 & y_i = -1 \end{cases} \qquad (2)$$

می توان ابرصفحه بهینه را طوری بدست آورد که فاصله بین ابرصفحات $W.Z_i + b = 1$ و $W.Z_i + b = -1$ بیشترین مقدار شود. فاصله دو ابرصفحه بصورت $\frac{1}{2}W.W$ بدست می آید. اگر S بطور خطی جدایی پذیر نباشد، خطاهای دسته بندی را نیز باید در فرمول بندی لحاظ کرد. برای این کار متغیر نامنفی ζ_i به قسمی در نظر گرفته می شود که رابطه (۲) بصورت زیر اصلاح شود:

$$y_i(W.Z_i + b) \geq 1 - \zeta_i \qquad i = 1,2,...,l \qquad (3)$$

$\sum_{i=1}^{l} \zeta_i$ را می توان به عنوان مقیاسی برای اندازه نقاط درست دسته بندی نشده در نظر گرفت. حال ابرصفحه بهینه از طریق حل مسئله برنامه ریزی ریاضی زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} Min \quad & \frac{1}{2}W.W + C\sum_{i=1}^{l}\zeta_i \qquad (4) \\ s.t: \quad & y_i(W.Z_i + b) \geq 1 - \zeta_i \qquad i = 1,2,...,l \\ & \zeta_i \geq 0 \end{aligned}$$

که C یک مقدار ثابت است وتنها پارامتر آزاد در فرمول بندی SVM است. یافتن ابرصفحه بهینه بوسیله حل مدل (۴) که یک مساله برنامه ریزی کوادراتیک است نیاز به تعریف زیر دارد:

تعریف ۲-۲: مسأله برنامه ریزی غیر خطی زیر را در نظر بگیرید. این مسئله یک مسئله اولیه نامیده می شود.

$$\begin{aligned} Min \quad & f(x) \\ s.t: \quad & g_i(x) \leq 0 \qquad i = 1,2,...,m \qquad (5) \\ & h_i(x) = 0 \qquad i = 1,2,...,l \\ & x \in X \end{aligned}$$

در این صورت مسئله دوگان لاگرانژ بصورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} Max \quad & \theta(u,v) \\ s.t: \quad & u \geq 0 \end{aligned}$$

که

$$\theta(u,v) = \inf\left\{ f(x) + \sum_{i=1}^{m} u_i g_i(x) + \sum_{i=1}^{l} v_i h_i(x) : x \in X \right\} \qquad (6)$$

وبه تابع $L(x,v,u) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} u_i g_i(x) + \sum_{i=1}^{l} v_i h_i(x)$، تابع لاگرانژ می گویند.

تابع لاگرانژ متناظر با مدل (۴) به فرم زیر است:

$$L(W,b,\alpha,\lambda,\mu,\eta) = \frac{1}{2}W.W + C\sum_{i=1}^{n}\alpha_i - \sum_{i=1}^{n}\lambda_i(y_i(W.Z_i + b) - 1 + \alpha_i) - \sum_{i=1}^{n}\mu_i\alpha_i$$
$$\mu_i \geq 0 \ , \ \lambda_i \geq 0 \qquad (7)$$

با مشتق گیری از $L(W,b,\alpha,\lambda,\mu,\eta)$ نسبت به W و b و α خواهیم داشت:

$$W = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i Z_i \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i = 0 \qquad (9)$$

$$C - \mu_i - \lambda_i = 0 \qquad i = 1,2,...,n \qquad (10)$$

با جایگذاری معادلات بالا در تابع لاگرانژ، مدل ریاضی زیر بدست می آید:

$$Max\ W(\alpha) = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{l} \alpha_i \alpha_j y_i y_j Z_i . Z_j \qquad (11)$$

$$s.t: \sum_{i=1}^{l} \alpha_i y_i = 0 \quad , \quad 0 \le \alpha_i \le C \qquad i = 1,2,...,l$$

حال طبق قضایای دوگان در منبع[۲] برای حل مدل (۴) می توان از مدل (۱۱) استفاده کرد..

طبق قضیه کروش- کان- تاکر [۲] ضرایب لاگرانژ بدست آمده از مدل (۵) در معادلات زیر صدق می کنند:

$$\bar{\alpha}_i (y_i (\bar{W} . Z_i + \bar{b}) - 1 + \bar{\zeta}_i) = 0 \qquad i = 1,2,...,l \qquad (12)$$

$$(C - \bar{\alpha}_i)\bar{\zeta}_i = 0 \qquad i = 1,2,...,l \qquad (13)$$

از معادله (۶) نتیجه می شود که تنها مقادیر ناصفر $\bar{\alpha}_i$، نامعادله (۳) را بصورت تساوی در می آورند. بردار متناظر با این $\bar{\alpha}_i$ ناصفر، بردار پشتیبان (Support Vector) نامیده می شود. بردار W بوسیله معادله زیر

$$W = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i y_i Z_i \qquad (14)$$

بدست می آید و b با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه می شود. تابع تصمیم که به کمک آن می توان دسته بندی داده ها را تشخیص داد با استفاده از (۱) و (۸) بصورت زیر بدست می آید:

$$f(X) = Sign(W . Z + b) = Sign(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i Z_i . Z_j + b) \qquad (15)$$

یافتن نگاشت φ در عمل کاری بسیار مشکل است و ممکن است باعث تغییر دادن مسئله شود، بنابراین استفاده از آن چندان عملی نیست. درعمل ما به دنبال یافتن φ نیستیم و از تابع هسته (Kernel) K استفاده می شود به نحوی که:

$$Z_i . Z_j = \varphi(x_i) . \varphi(x_j) = K(x_i, x_j) \qquad (16)$$

بنابراین در حالت کلی به جای مدل (۱۱) مدل زیر در نظر گرفته می شود:

$$Max\ W(\alpha) = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{l} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j) \qquad (17)$$

$$s.t: \sum_{i=1}^{l} \alpha_i y_i = 0 \quad , \quad 0 \le \alpha_i \le C \qquad i = 1,2,...,l$$

وتابع تصمیم بصورت زیر خواهد بود:

$$f(X) = Sign(W . Z + b) = Sign(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i K(x_i, x) + b) \qquad (18)$$

در این مقاله از (۱۷) و(۱۸) برای روش SVM استفاده می شود.

۳- روش SVM برای دسته بندی داده های فازی

در مباحث مربوط به فرمول بندی **SVM** در بخش قبل، هر یک از داده های آموزشی دقیقاً متعلق به یکی از دو گروه بودند، اما در بسیاری از مسائل واقعی چنین نیست. در یک دسته اغلب برخی از داده ها مهمتر از برخی دیگر هستند. ممکن است یک داده آموزشی ۹۰٪ متعلق به دسته اول و ۱۰٪ متعلق به دسته دیگر باشد و یا نسبت هایی از این قبیل برقرار باشد که اهمیت برخی از داده ها را نسبت به برخی دیگر نشان می دهد. در برخی موارد ممکن است میزان عضویت یک داده در یک دسته، به صورت داده های زبانی

باشد، مثلاً بیان شود که داده کمی متعلق به دسته اول و بیشتر متعلق به دسته دوم است. در واقع متناطر با هر داده یک تابع عضویت وجود دارد. با این دیدگاه به فرمول بندی **SVM** در حالتی که داده ها دارای یک تابع عضودت نسبت به دسته خود می باشند، اشاره می شود. در این بخش روش مرجع **[۵]** پیرامون استفاده از روش **SVM** برای دسته بندی داده های فازی بیان می شود. فرض کنید مجموعه S بصورت $\{(X_i, y_i, s_i)\}_{i=1}^{l}$ که هر $X_i \in \Re^N$ متعلق به یکی از دو دسته ای است که بوسیله $y_i \in \{1,-1\}$ مشخص گردیده اند و تابع عضویت آن $\sigma \le s_i \le 1$ در اختیار است که $\sigma > 0$ به اندازه کافی کوچک است. مانند حالت قبل φ را نگاشتی در نظر بگیرید که $\Re^N$ را به فضای با بعد بالاتر می نگارد. چنانچه s_i تابع عضویت X_i نسبت به یک کلاس باشد و ζ_i اندازه خطای **SVM** باشد، در این صورت $s_i\zeta_i$ اندازه خطا با وزنهای مختلف است. در این صورت مسئله بدست آوردن ابرصفحه بهینه بصورت زیر مدل سازی می شود **[۵]**:

$$Min \quad \frac{1}{2}W.W + C\sum_{i=1}^{l} s_i \zeta_i \qquad (19)$$
$$s.t: \; y_i(W.Z_i + b) \ge 1 - \zeta_i \qquad i = 1,2,...,l$$
$$\zeta_i \ge 0$$

که مسئله دوگان لاگرانژ متناطر با آن به فرم زیر بدست می آید:

$$Max\ W(\alpha) = \sum_{i=1}^{l}\alpha_i - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{l}\alpha_i\alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j) \qquad (20)$$
$$s.t: \sum_{i=1}^{l}\alpha_i y_i = 0 \quad , \quad 0 \le \alpha_i \le s_i C \qquad i = 1,2,...,l$$

حال بنا بر شرایط کروش- کان- تاکر نتیجه می شود:

$$\bar{\alpha}_i(y_i(\bar{W}.Z_i + \bar{b}) - 1 + \bar{\zeta}_i) = 0 \qquad i = 1,2,...,l \qquad (21)$$
$$(s_i C - \bar{\alpha}_i)\bar{\zeta}_i = 0 \qquad i = 1,2,...,l \qquad (22)$$

بردار متناظر با $0 < \bar{\alpha}_i \le s_i C$ بردار پشتیبان نامیده می شود. بردار W با استفاده از (۸) و b مانند حالت قبل بدست می آید.

۴- تعمیم روشSVM برای دسته بندی داده های فازی

برای تعمیم روش بخش ۳ برای داده های فازی، ابتدا روش بخش ۲ تعمیم داده می شود. برای این منظور از ایده مطرح شده در مرجع [۶] استفاده می شود. مباحث فرمول بندی SVM در بخش ۲ را در نظر بگیرید. بعلاوه، معیاری جدید در طراحی مدل در نظر گرفته می شود به این صورت که فاصله داده هایی که درست دسته بندی شده اند از ابرصفحه جداکننده بیشترین مقدار شود. بنابراین، با در نظر گرفتن متغیر نامنفی γ_i نامعادله(۳) به معادله زیر تبدیل می شود:

$$y_i(W.Z_i + b) = 1 - \zeta_i + \gamma_i \qquad (23)$$

در واقع γ_i فاصله هر نقطه درست دسته بندی شده ازابرصفحه $W.Z + b = 0$ است و $\sum_{i=1}^{l}\gamma_i$ را می توان به عنوان مقیاسی برای اندازه داده های درست دسته بندی شده در نظر گرفت. برای رسیدن به جواب بهینه می توان این اندازه را نیز در مدل لحاظ کرد. در این صورت می توان مدل ریاضی زیر را برای دسته بندی داده ها در نظر گرفت:

$$Min \quad \frac{1}{2}W.W + C_1\sum_{i=1}^{l}\zeta_i - C_2\sum_{i=1}^{l}\gamma_i \qquad (24)$$
$$s.t: \; y_i(W.Z_i + b) = 1 - \zeta_i + \gamma_i \qquad i = 1,2,...,l$$
$$\zeta_i \ge 0, \quad \gamma_i \ge 0 \qquad i = 1,2,...,l$$

که C_1 و C_2 دو پارامتر آزاد مساله می باشند و $C_2 < C_1$. در این صورت مانند حالات قبل مسئله دوگان لاگرانژ زیر بدست می آید:

$$Max\ W(\alpha)=\sum_{i=1}^{l}\alpha_i-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{l}\alpha_i\alpha_j y_i y_j K(x_i,x_j) \qquad (25)$$

$$s.t:\sum_{i=1}^{l}\alpha_i y_i=0 \quad , \quad C_2\le\alpha_i\le C_1 \qquad i=1,2,...,l$$

باتوجه به شرایط کروش- کان- تاکر و معادلاتی که از مشتق تابع لاگرانژ بدست می آید، معادلات زیر را خواهیم داشت:

$$\bar{\alpha}_i(y_i(\bar{W}.Z_i+\bar{b})-1+\bar{\zeta}_i-\bar{\gamma}_i)=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (26)$$

$$(C_1-\bar{\alpha}_i)\bar{\zeta}_i=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (27)$$

$$(\bar{\alpha}_i-C_2)\bar{\gamma}_i=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (28)$$

Wبا استفاده از (۸) محاسبه می شود و b از رابطه (۲۶) محاسبه می گردد.

۴-۱ تعمیم روش SVM برای داده های فازی

مانند بخش ۳ فرض کنید مجموعه S بصورت $\{(X_i,y_i,s_i)\}_{i=1}^{l}$ است بطوریکه s_i تابع عضویت X_i نسبت به یک دسته باشد. در این صورت مسأله بدست آوردن ابرصفحه بهینه با توجه به مباحث دو بخش قبل بصورت زیر بدست می آید:

$$Min \quad \frac{1}{2}W.W+C_1\sum_{i=1}^{l}s_i\zeta_i-C_2\sum_{i=1}^{l}s_i\gamma_i \qquad (29)$$

$$s.t:\ y_i(W.Z_i+b)=1-\zeta_i+\gamma_i \qquad i=1,2,...,l$$

$$\zeta_i\ge 0\ ,\quad \gamma_i\ge 0 \qquad i=1,2,...,l$$

که مسئله دوگان لاگرانژ آن بصورت مدل زیر خواهد بود:

$$Max\ W(\alpha)=\sum_{i=1}^{l}\alpha_i-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{l}\alpha_i\alpha_j y_i y_j K(x_i,x_j) \qquad (30)$$

$$s.t:\sum_{i=1}^{l}\alpha_i y_i=0 \quad , \quad s_iC_2\le\alpha_i\le s_iC_1 \qquad i=1,2,...,l$$

وطبق شرایط کروش- کان- تاکر در نقطه بهینه خواهیم داشت:

$$\bar{\alpha}_i(y_i(\bar{W}.Z_i+\bar{b})-1+\bar{\zeta}_i-\bar{\gamma}_i)=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (31)$$

$$(C_1-\bar{\alpha}_i)\bar{\zeta}_i=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (32)$$

$$(\bar{\alpha}_i-C_2)\bar{\gamma}_i=0 \qquad i=1,2,...,l \qquad (33)$$

مانند حالات قبل Wاز معادله (۸) و b با استفاده ازمعادله (۳۱) محاسبه می شود.

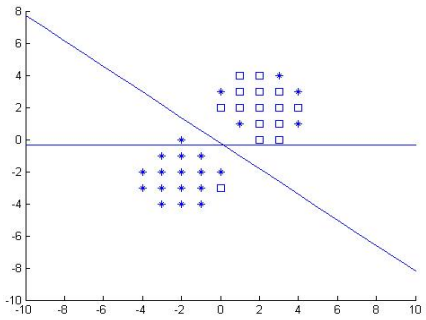
۵- مثال عددی و مقایسه نتایج

مدل بدست آمده در(۳۰) به عنوان تعمیمی از مدل معرفی شده (۲۰) ارائه گردید. در این بخش دو مدل با هم مقایسه می شوند. این کار با ارائه یک مثال انجام شده است.

مثال ۵-۱: داده های زیر که مؤلفه اول آنها زوج مرتب X_i و مؤلفه دوم y_i و مؤلفه سوم s_i است، را در نظر بگیرید:

{((-4,-2),-1,1),((-4,-3),-1,1),((-4,-3),-1,1),((-3,-1),-1,1),((-3,-2),-1,1),((-3,-2),-1,1),((-3,-3),-1,1),((-3,-4),-1,1),((-2,0),-1,1),((-2,-1),-1,1),((-2,-2),-1,1),
((-2,-3),-1,1),((-2,-4),-1,1),((-1,-1),-1,1),((-1,-2),-1,1),((-1,-3),-1,1), ((-1,-4),-1,1) ,((0,3),-1,1),((0,-2),-1,0.1), ((1,1),-1,0.1), ((3,4),-1,0.1), ((3,4),-1,0.1),
((4,3),-1,0.1), ((4,1),-1,0.1), ((0,2),1,1),((0,-3),1,1),((1,2),1,1),((1,3),1,1),((1,4),1,1),((2,0),1,1),((2,1),1,1),((2,2),1,1),((2,3),1,1),((2,4),1,1), ((3,0),1,1),
((3,1),1,1), ((3,2),1,1), ((3,3),1,1), ((4,2),1,1)}

دسته بندی این داده ها بوسیله دو مدل (۲۰) و(۳۰) انجام شده است که نتایج آن در شکل زیر نمایش داده شده است. نقاطی که با ستاره نشان داده شده اند، مربوط به دسته ۱+ و نقاطی که با مربع نشان داده شده اند مربوط به دسته ۱- می باشند. خط افقی، ابرصفحه ای است که بوسیله مدل (۲۰) بدست آمده است و خط مورب، ابرصفحه ای است که با استفاده از مدل (۳۰) بدست آمده است. همانگونه که دیده می شود مدل (۲۰) منجر به ایجاد یک خطای دسته بندی شده است. بنابراین در این مثال روش جدید جواب بهتری ارائه می کند.



شکل ۱

تشکر و قدردانی: نویسنده اول از کمک مالی قطب سیستم های فازی و کاربرد های آن در دانشگاه شهید با هنر کرمان تشکر می کند.

مراجع

[1] S. Abe, T. Inoue, ***Fuzzy support vector machines for multiclass problems***, Proceedings of the European Symposium on Artificial Neural Networks, Bruges, Belgium, (2002), pp.113-118.
[2] M.S. Bazaraa, H.D. Sherali, C.M. Sherali, ***Nonlinear Programing***, John Wiley and Sons, New York, 2006.
[3] C. Burges, ***A tutorial on support vector machines for pattern recognition***,Data Mining and Knowledge Discovery, 2(2), (1998), 121-167.
[4] H.-P. Huang, Y.-H. Liu, ***Fuzzy support vector machines for pattern recognition and data mining***, International Journal of Fuzzy Systems, 4(3), (2002), 826-835.
[5] C.-F. Lin, S.-D. Wang, ***Fuzzy Support Vector Machines***, IEEE Transactions on Neural Networks, 13(2), (2002), 464-471.
[6] Y. Peng, G. Kou, Y. Shi, Z. Chen, ***A multi-criteria convex quadratic programming model for credit data analysis***, Decision Support Systems 44 (2008), 1016-1030.
[7] V. Vapnik, S. E. Golowich, A. Smola, ***Support vector method for function approximation, regression estimation and signal processing***, In: M. C. Mozer, M.I. Jordan, T. Petsche (Eds.), Advances in Neural Information Processing Systems, MIT Press, (1997), pp. 281–287.

مرتضی کارگر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده ریاضی و کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **m_kargar2007@yahoo.com**

محمدعلی یعقوبی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده ریاضی و کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **yaghoobi@mail.uk.ac.ir**

ماشاا...ماشین چی،دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده ریاضی و کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

*سخنران

میزان‌سازی گروه‌های موضوعی پرسمان‌ها برای استخراج نیازمندی‌های پنهان کاربران با استفاده از روش تحلیل ممیزی با رویکرد فازی

عبدالباقی قادرزاده، بهروز مینایی

چکیده. سرویس‌های جستجوی فعلی تنها از تعداد رخداد کلمات کلیدی پرسمان‌ها در اسناد برای پیدا کردن اسناد مربوط استفاده می‌کنند. آنها نوعاً هیچ کاری یا تحلیلی موضوعی بر روی پرسمان‌ها با استفاده از منابع موجود انجام نمی‌دهند و از چگونگی تغییرات در پرسمان‌ها در طول زمان توسط کاربران بهره نمی‌برند. مجموعه‌ای از تکنیک‌ها و معیارها وجود دارد تا بتوان تحلیلی بر روی آرشیوهای پرسمان‌ها داشت و سپس تمایل به تغییرات و همچنین الگوهای موجود در سیلان پرسمان‌ها را شناسایی کرد. در این مقاله روش‌هایی برای دسته‌بندی دستی و همچنین دسته‌بندی اتوماتیک پرسمان‌ها معرفی می‌شوند. برای استفاده از این دسته‌بندی‌ها برای دو نوع از کاربران، تحلیلی بر الگوهای رفتاری و اطلاعات زمینه آنها در محاوره با موتور جستجو انجام می‌شود. سپس بر پایه اطلاعاتی که به دست می‌آید میزان تعلق پرسمان‌های آنها به هر کدام از گروه‌های موضوعی سنجیده شده و سپس یک مدل دسته‌بندی با استفاده از روش تحلیل ممیزی با رویکرد فازی معرفی می‌کنیم که میزان تاثیر اطلاعات به‌دست آمده از تحلیل کاربران و تحلیل پرسمان‌ها بر درجه تعلق آنها به گروه‌های موضوعی را مدل می‌کند. از این طریق میزان تعلق هر پرسمان را با توجه به ویژگی‌های پرسمان‌ها و همچنین کاربرانی که آن پرسمان‌ها را ارائه داده‌اند، محاسبه کنیم.

۱. مقدمه

امروزه نه تنها تلاش برای مشخص کردن آنچه کاربر به‌دنبال آن است اهمیت دارد بلکه کاری که کاربر می‌خواهد انجام دهد و شیوه‌هایی که‌ترجیح می‌دهد تا آن کار را انجام دهد، نیز اهمیت دارد. به‌علاوه تمام کاربران یکسان خلق نشده‌اند و کاربران متفاوت ممکن است واژگان متفاوتی را برای بیان نیازهای اطلاعاتی یکسان بکار ببرند. این مفهوم که چه چیزی به کاربر ربط دارد و چه چیزی مربوط نیست اکنون بیش از پیش مجهول مانده است. به همین علت کشف مجموعه‌هایی از ویژگی‌های شناخته شده که سیستم‌های بازیابی اطلاعات بتوانند از آنها برای همبسته‌کردن پرسمان یک کاربر خاص با نیازهای اطلاعاتی وسیع‌تر استفاده کنند از علاقه‌مندی‌های کلیدی سرویس‌های جستجو شده‌است. تمام این توجهات به طور عام در یک حیطه عمومی‌بنام "درک پرسمان" جای می‌گیرد. ایده اصلی این است که اطلاعات بیشتری در پرسمان کاربر نسبت به یک موضوع متمرکز وجود دارد و مهار کردن این اطلاعات می‌تواند ما را به سوی توسعه سیستم‌های بازیابی اطلاعات با راندمان و کارایی بالا رهنمون شود. یکی از مشکلات ما در عرصه کاربرد موتورهای جستجو این است که تا وقتی که کاربران پرسمان‌های کوتاه را در تقاضاهای‌شان بکار می‌برند دریافت تمام نیازهای اطلاعاتی و انتظارات آنها مقدور نیست. وب بر پایه استراتژی‌های گشت‌وگذاری است که عمدتاً شامل انتخاب، ناوبری و تاکتیک‌های سعی و خطا است و البته همین قوانین ساده باعث شده است تا به عنوان منبعی برای یادگیری و گشت‌وگذارهای اکتشافی در دنیای اطلاعات مطرح باشد.[۱]

مشارکت دادن کاربر و رفتارهای او می‌تواند کارایی موتورهای جستجو را تا حد زیادی بهبود بخشد مانند بهبود تنظیم رتبه‌بندی و مرتب‌سازی مجدد نتایج بازگشت داده شده با توجه به ترجیحات کاربر.[۲]میلیون‌ها کاربر هر روزه با موتورهای جستجو در ارتباط هستند. آنها پرسمان‌های خود را مطرح می‌کنند و سپس چند پیوند از نتایج یا تبلیغات را به‌دنبال صفحات مطلوب خود انتخاب می‌کنند، زمانی را در هر صفحه سپری می‌کنند. پرسمان‌های خود را پالایش می‌کنند و سپس کارهای دیگری را انجام می‌دهند. این محاورات می‌تواند به عنوان منبع ارزشمندی از اطلاعات جهت میزان‌سازی و بهبود رتبه‌بندی و بازیابی نتایج پاسخ استفاده شود و به‌عنوان تعریفی پرارزش برای داوری صریح نتایج بازگشتی استفاده شود.[۳].

۲. مروری بر کارهای پیشین:

یک مطالعه مجمل که بخش بزرگی از کارهای پیشین در ارتباط با مطالعات بر روی جستجو را بررسی می‌کند در [۴] آمده است. مطالعه‌ای توسط سیلورشتاین در ۶ هفته در سال ۱۹۹۸ بر روی آرشیو پرسمان **ALTAVISTA** صورت گرفت. [۵] در این مطالعه مشخص شد که

واژه های کلیدی: تحلیل ممیزی با رویکرد فازی، تحلیل موضوعی آرشیو وب، شخصی‌سازی موتورهای جستجو، دسته‌بندی اتوماتیک پرسمان ها

۱۳.۶٪ از پرسمان‌ها بیشتر از ۳ بار تکرار شده‌اند و در ۷۵٪ از نشست‌های کاربران، پرسمان‌ها مورد اصلاح و تجدیدنظر قرار نمی‌گیرند. در تحلیلی که جانسن در مورد فراوانی پرسمان‌ها انجام داده است[۶] مشخص شده است که اکثریت واژگان پرسمان‌ها (۵۷٪) تنها یک‌بار بکاربرده شده‌اند و درصد بیشتری (۷۸٪) سه و یا کمتر بار مطرح شده‌اند. تعداد پرسمان‌های با تکرار کم و یا بدون تکرار حجم بزرگی از واژگان را تشکیل می‌دهند. مطالعات متعددی در مورد گروه‌های پرسمان در آرشیوهای کوچک انجام گرفته‌است. **SPINK** و دیگران ۲۵۰۰ پرسمان را از چند آرشیو موتور جستجوی **EXCITE** متعلق به سال‌های ۱۹۹۷، ۱۹۹۹ و۲۰۰۱ به ۱۱ گروه موضوعی دسته‌بندی کرده‌اند و پی‌بردند که موضوعات در سالیان مختلف تغییر کرده‌اند اما رفتار کاربران تغییری پیدا نکرده‌است.[۷] این ملاحظه ما را به سوی دسته‌بندی اتوماتیک آرشیوهای پرسمان سوق می‌دهد و همچنین پایداری مطالعه بر روی رفتار کاربران و الگوهای تغییر در این رفتار به‌صورت پارامتری را تبیین می‌کند. اینکه کاربران مختلف برای بیان نیازهای اطلاعاتی یکسان از واژگان متفاوتی استفاده می‌کنند امروزه کاملاً شناخته‌شده است و همین باعث می‌شود که خوشه‌بندی پرسمان‌ها موقعی که گروه‌هایی از پرسمان‌های مرتبط را بررسی می‌کنیم، جذاب باشد. بهرحال معیارهای مشابهت سنتی برای پیدا کردن شباهت پرسمان‌ها با یکدیگر اکنون مناسب نیستند. وِن و دیگران از مجموعه کلیک‌ها به عنوان منبعی برای خوشه‌بندی پرسمان‌ها بهره برده‌اند. [۸] آنها برای ارزشیابی سیستم‌شان یک زیرمجموعه تصادفی از ۲۰۰۰۰ پرسمان را که زیرمجموعه یک میلیون پرسمان در یک هفته بود را مورد استفاده قرار دادند. مطالعات اخیر که توسط چن و امورلیکا انجام گرفته‌است از همبستگی موقتی برای پیدا کردن مجموعه پرسمان‌های مشابه استفاده کرده‌اند، و پیشنهاد کرده‌اند که پرسمان‌های با الگوی تکرار مشابه بیشتر با هم مرتبط هستند. نتایج ارائه شده بسار حکایتی است اما روش پیشنهادی به‌طور بالقوه پرسمان‌های نویزی را به قدر کافی حذف نمی‌کند. [۹]

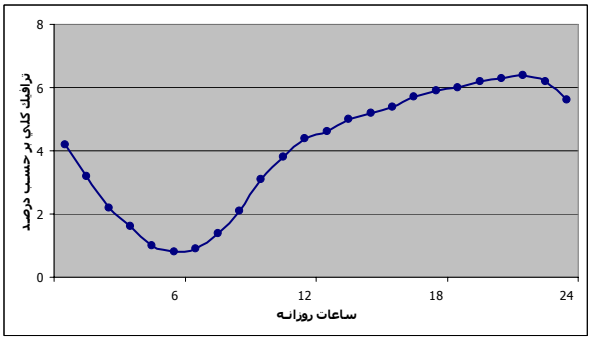
۳-۱.گروه‌بندی موضوعی پرسمان‌ها

برای گروه‌بندی موضوعی پرسمان‌ها یک پیش‌پردازش روی پرسمان‌ها انجام دادیم تا رشته‌های پرسمان را نرمال کنیم. در این پیش‌پردازش علائم نقطه‌گذاری با فضاهای خالی جایگزین شدند (حدود ۲٪ از پرسمان‌ها این علائم را دارا هستند) و سپس فضاهای خالی با طول بیش از یک کاراکتر را با یک فضای خالی جایگزین نمودیم. در جدول ۱ برخی اطلاعات آماری مربوط به پرسمان‌ها نشان داده شده‌است.

ویژگی	آمار هفتگی	آمار ۶ ماهه
تعداد پرسمان	صدها میلیون	چند بیلیون
تعداد کاربران	ده‌ها میلیون	ده‌ها میلیون
میانگین طول پرسمان	۲.۲ واژه	۲.۷ واژه
میانگین طول پرسمان‌های محبوب	۱.۶ واژه	۱.۷ واژه
درصد کاربرانی که تنها صفحه اول نتایج را بررسی کرده‌اند.	٪۸۱	٪۷۹
درصد کاربرانی که صفحه دوم نتایج را بررسی کرده‌اند.	٪۱۸	٪۱۵
درصد کاربرانی که صفحه سوم و بعد از آن از نتایج را بررسی کرده‌اند.	٪۹	٪۶

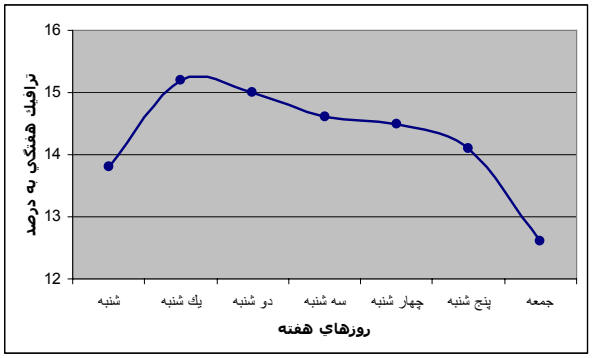
جدول ۱ - اطلاعات آماری مربوط به پرسمان‌ها

با تحلیل جریان پرسمان‌ها در ۱۶ گروه موضوعی از پیش تعیین شده انتظار داریم که برخی گروه‌ها در طول زمان تغییر یابد و بقیه ثابت بمانند و از این طریق ویژگی‌های ترافیک پرسمان‌ها را آزمایش می‌کنیم: برخی گروه‌های موضوعی در ساعات خاصی از روز محبوبیت‌شان نسبت به بقیه بیشتر تغییر می‌کند. همچنین در طول دوره‌های زمانی طولانی‌تر رفتار برخی از گروه‌های موضوعی تغییرات مشخص‌تری را می‌نمایانند. مانند تغییرات فصلی(تعطیلات مذهبی، رویدادهای ورزشی و غیره(آزمایش‌ها روی ارزیابی موتورهای جستجو نشان داده است که کارایی آنها احتمالاً به سبب تغییرات در مجموعه پرسمان‌ها و مجموعه اطلاعات وب در طول زمان تغییر می‌یابد.[۱۰] حال به بررسی چگونگی تغییرات در حجم پرسمان‌ها در طول دوره‌های مختلف روزانه، هفتگی و ماهانه می‌پردازیم. در شکل ۱ درصد تعداد پرسمان‌ها نسبت به کل پرسمان‌ها در هر ساعت از روز نشان داده شده‌است.

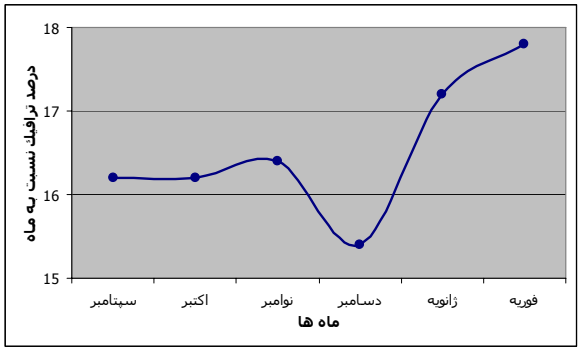


شکل ۱- درصد تعداد پرسمان‌ها در ساعات روزانه

همانطور که در این شکل مشاهده می‌کنیم، در ساعات خاصی از روز مانند ساعت ۵-۶ تنها ۰.۷۵٪ پرسمان‌ها مطرح می‌شوند ولی در ساعت ۲۱-۲۲ تعداد پرسمان‌ها طرح شده حدود ۶.۷٪ بودند. تحلیل را با بررسی تعداد پرسمان‌ها در طول دوره‌های زمانی طولانی‌تر ادامه می‌دهیم. در شکل ۲ درصد تعداد پرسمان‌ها نسبت به روزهای هفته نشان داده‌شده‌است. همانطور که مشاهده می‌شود ترافیک پرسمان‌ها در روز جمعه کاهش می‌یابد و در طول روزهای تعطیل میلادی(روزهای شنبه و یک شنبه) این ترافیک به اوج خود می‌رسد. در شکل ۳ درصد تعداد پرسمان‌ها نسبت به شش ماه سال نشان داده شده‌است.

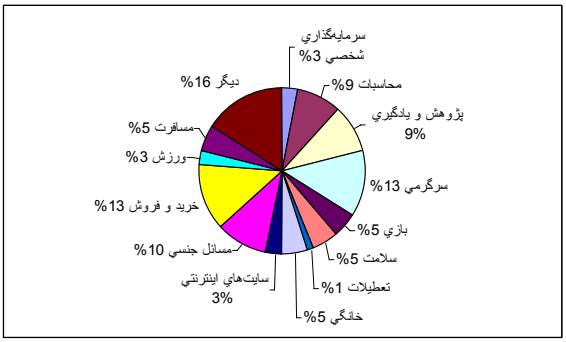


شکل ۲- درصد ترافیک پرسمان‌ها نسبت به روزهای هفته



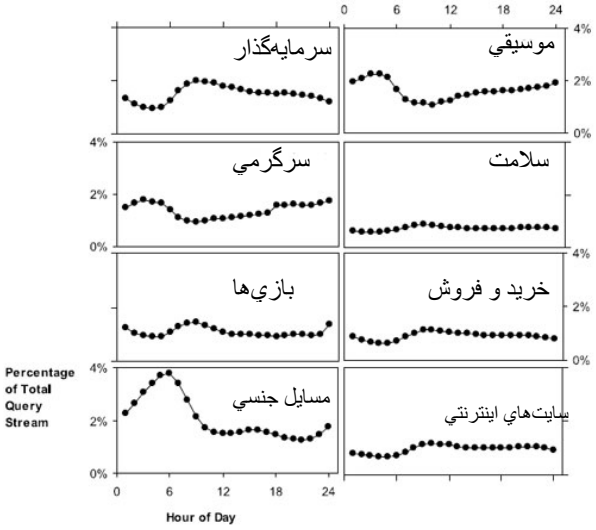
شکل ۳- درصد ترافیک پرسمان‌ها نسبت به ماه‌ها

در بررسی پرسمان‌ها حدود ۱۳٪ از کل ترافیک پرسمان‌ها حداقل با یکی از گروه‌های موضوعی تطبیق داده شده‌اند. هر چند که این مقدار بخش کوچکی از پرسمان‌ها را شامل می‌شود اما اینها پرسمان‌های محبوبی هستند که اغلب تکرار می‌شوند. مابقی ترافیک، پرسمان‌های نادری هستند که تنها چند بار تکرار می‌شوند. این چگالی کج و غیر متعادل در رشته پرسمان‌ها ریسک استفاده از پرسمان‌های محبوب را برای تشخیص تمایلات و تغییر در رفتار کاربران کاهش می‌دهد. چون بیشتر کاربران معمولاً به‌دنبال چیزهای محبوب‌تر جستجو می‌کنند. در شکل ۴ تعداد پرسمان‌ها در هر گروه موضوعی نسبت به کل پرسمان‌های گروه‌بندی شده بر حسب درصد آمده است.[۱۱]



شکل ۴ تعداد پرسمان‌ها در هر گروه موضوعی

برخی از گروه‌ها در طول ساعات مختلف محبوبیت بیشتر یا کمتری می‌یابند. مثلا گروه سرمایه‌گزاری شخصی در ساعات ۷-۱۰ صبح بیشتر محبوبیت دارد در حالیکه پرسمان‌های مربوط به موسیقی کمتر محبوبیت دارند.



شکل ۵- درصد پرسمان‌ها بر اساس گروه‌های موضوعی در ساعات شبانه‌روز

کوتاه بودن طول پرسمان‌ها باعث می‌شود تعداد ویژگی‌های کمی‌در اختیار داشته باشیم تا به‌طور موفقیت‌آمیزی آنها را دسته‌بندی کنیم. همین تُنکی ویژگی‌ها و علاوه بر آن طبیعت پویا و دینامیک جریان پرسمان‌ها و تغییر در واژگان کاربران موانع بازدارنده‌ای در روش‌های سنتی دسته‌بندی پرسمان‌ها به‌شمار می‌روند. در[۱۱] دسته‌بندی اتوماتیک پرسمان‌ها معرفی شده است که در چند مرحله دسته‌بندی پرسمان‌ها انجام می‌شود. در ابتدا با روش دستی پرسمان‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سپس از از روش ترجیحات انتخابی استفاده می‌کنند که در آن حجم بزرگی از پرسمان‌های بدون برچسب را کاوش نموده تا قوانینی بر پایه ترجیحات کاربر استخراج کنند و سپس از این قوانین برای درک بیان پنهان پرسمان‌های وب و درنهایت انتساب پرسمان‌ها به گروه‌های موضوعی استفاده کنند. در این روش با بررسی آرشیوهای جدید پرسمان‌های وب قوانین جدید استخراج شده و مجموعه قوانین به‌روزرسانی می‌شوند و از این طریق تغییرات در مجموعه واژگان و نیازهای اطلاعاتی کاربران پوشش داده می‌شود.

۳-۲. میزان‌سازی گروه‌های موضوعی پرسمان‌ها

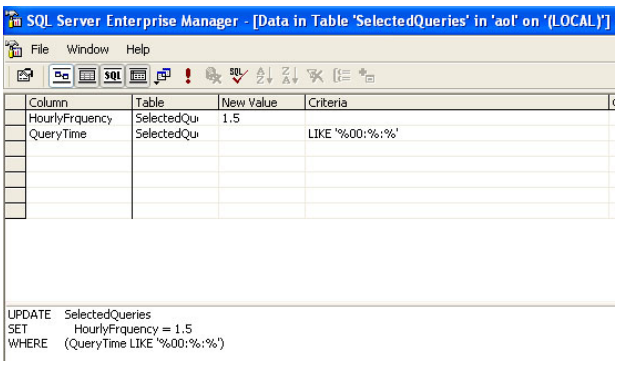
برای انجام آزمایشات از داده‌های واقعی به‌دست آمده از آرشیو موتور جستجوی **AOL** استفاده کرده‌ایم. این داده‌ها در قالب یک فایل فشرده با حجم ۴۶۰ مگابایت توسط خود موتور جستجوی **AOL** عرضه شده است. داده‌ها در فایل‌های متنی است. این داده‌ها را در پایگاه داده قدرتمند **SQL SERVER2000** وارد کردیم، تا بتوانیم پرسمان‌های تحلیل داده‌ای را بر روی آن اعمال کنیم. برای ایجاد داده‌های آموزشی نمونه، در مرحله اول به حدود ۶۰۰ پرسمان نیاز داریم، که آنها صورت تصادفی انتخاب کردیم. در این مرحله یک پیش پردازش بر روی داده‌ها انجام دادیم تا پرسمان‌های تکراری را که برای آنها محاوره‌ای از طرف کاربر مشاهده نشده است حذف کنیم. منظور از محاوره کاربر، کلیک بر روی نتایج بازگشتی و یا ناوبری کاربر در بین صفحات پاسخ بازگشتی توسط موتور جستجو است. در مرحله بعد با اجرای پرسمان‌های پایگاه داده بر روی داده‌ها، به استخراج ویژگی‌های مربوط به زمان ارائه پرسمان‌ها، شامل ساعت و ماه ارائه پرسمان پرداختیم. محاسباتی که بر روی ویژگی‌های به‌دست آمده از آرشیو وب انجام شده‌است، شامل نرمال‌سازی مقادیر به مقدارهای استاندارد، اتخاذ ضریب مناسب توسط خبرگان و درنهایت دسته‌بندی با روش تحلیل ممیزی برای به‌دست آوردن درجه تعلق هر کدام از پرسمان‌ها به گروه موضوعی مورد نظر است. هدف تعیین درجه تعلق پرسمان‌های جدید به گروه‌های موضوعی مختلف است. در این حالت باید پرسمان جدید به همراه پارامترهای خاص آن برای تمام گروه‌های موضوعی با استفاده از روش تحلیل ممیزی، بررسی شوند. این عمل باعث می‌شود که تغییرات در تمایلات دسته‌بندی پرسمان‌ها با ورود هر پرسمان جدید، به‌روزآوری شود.

۳-۳. استخراج پارامترها

اینها در واقع پارامترهای محیطی هستند که بینشی از تمایلات پرسمان‌ها را به گروه‌های موضوعی در اختیار ما قرار می‌دهند و ما می‌خواهیم که از این بینش در میزان‌سازی تعلق پرسمان‌های جدید به گروه‌های موضوعی بهره ببریم . در مورد کاربران عام، ما بسیاری از پارامترهای محیطی مربوط به آنها را در اختیار نخواهیم داشت و به همین دلیل ناچاریم که به پارامترهای مربوط به تحلیل پرسمان‌های ارائه شده توسط آنها و همچنین نحوه تغییر در پرسمان‌هایشان در طی یک نشست بسنده کنیم. البته با ردگیر آدرس اینترنت کاربران می‌توانیم از موقعیت جغرافیایی که کاربر پرسمان خود را از آنجا ارائه داده است، آگاه شویم. مثلاً اینکه کاربر مورد نظر از چه کشوری بوده است؟ و یا سرویس ارائه دهنده اینترنتی که او استفاده کرده است، مربوط به چه نوع ارگان سازمانی می‌شود؟

با توجه به اطلاعات ذخیره شده در آرشیو وب موتور جستجوی AOL و با توجه به تحلیل‌های انجام شده بر این آرشیو در فصل قبل یکی از پارامترهایی که می‌توان استخراج کرد، ساعت ارائه پرسمان است. همان‌گونه که در شکل۵ مشاهده می‌شود، در ساعات خاصی از روز، فراوانی پرسمان‌ها در گروه‌های موضوعی مختلف، درصد فراوانی بیشتری به خود اختصاص می‌دهند،که اصطلاحاً آن را "محبوبیت پرسمان" در آن ساعت خاص می‌گوییم. مثلاً در طی ساعات ۶ تا ۱۲ صبح، گروه سرمایه‌گذاری شخصی محبوبیت بیشتری نسبت به بقیه ساعات روز پیدا می‌کند. برای کاربرانی که در این ساعات پرسمان‌های خود را ارائه می‌دهند، احتمال ارائه پرسمان در گروه موضوعی مورد نظر نسبت به سایر ساعات روز بیشتر خواهد بود. برای استخراج ساعت ارائه پرسمان، بسادگی از یک پرسمان بانک اطلاعاتی استفاده کردیم. پرسمان‌های ارائه شده توسط کاربران با استفاده از روش‌های زبان‌شناسی استخراج ترجیحات انتخابی کاربر تحلیل شده و برای هر کدام از گروه‌های موضوعی درجه تعلق پرسمان محاسبه خواهد شد. برای گروه‌های موضوعی که پرسمان اصلاً به آنها تعلق ندارد این درجات صفر خواهند بود. از درجات تعلق کمتر از ۰.۵ هم در این روش به علت برآورده نکردن مقدار آستانه صرف‌نظر می‌شود .

دلیل اینکه به دوره زمانی هفتگی در تحلیل پرسمان نمی‌پردازیم این است که محبوبیت پرسمان‌ها در طی روزهای مختلف هفته ، تغییر عمده‌ای پیدا نمی‌کند و میزان فراوانی پرسمان‌های مربوط به گروه‌های موضوعی مختلف، ثابت است. البته این تغییرات برای دوره‌های طولانی ماهانه برای بسیاری از گروه‌های موضوعی مقداری ثابت است. برای ۴ گروه موضوعی ورزشی، حکومتی، تعطیلات و خرید و فروش که واگرایی بالایی را از خود نشان داده‌اند، فراوانی پرسمان‌ها تغییرات عمده‌ای را از خود نشان می‌دهد. این تغییرات همانطور که گفته شد به علت رخدادهای مختلف ورزشی، اجتماعی و یا حادثه‌ای بوده است. به علت تاثیر زیاد این تغییرات، باید پارامتری متناظر با آنها را در انجام محاسبات در نظر بگیریم، تا در پیش‌بینی درجه عضویت پرسمان‌های رسیده از موقعیت‌های زمانی مشابه، به درجه صحت بالاتری دست یابیم. برای استخراج ساعت ارائه پرسمان از یک پرسمان بانک اطلاعاتی استفاده کرده‌ایم که ساعت ارائه پرسمان را در قالب عددی بین ۰ تا ۲۳ نشان می‌دهد. برای هرکدام از ساعات روزانه، مقدار عددی درصد فراوانی آنها را بسته به گروه موضوعی مورد نظر در بانک اطلاعاتی درج می‌کنیم .



شکل ۶ قراردادن درصد فراوانی یک گروه موضوعی بسته به ساعات روزانه در پایگاه اطلاعاتی

همانطور که شکل ۶ نشان می‌دهد، برای گروه موضوعی سرمایه‌گذاری شخصی به عنوان مثال در ساعات ۱۲ شب تا ۱ صبح مقدار فراوانی ۱.۵٪ است . یکی دیگر از پارامترهایی که می‌توانیم برای کاربران عام در نظر بگیریم، مکان جغرافیایی آنهاست. ما برای هر کدام از پارامترهای مطرح شده، یک درجه اهمیت تعریف می‌کنیم تا میزان تاثیر پارامترهای مختلف بر میزان‌سازی گروه‌های موضوعی را کنترل کنیم . کاربران ثبت نام شده در هنگام ثبت نام، فرم‌هایی را پر می‌کنند که برخی اطلاعات شخصی از علایق، تجربه‌ها و تخصص‌های‌شان در اختیار سرویس جستجو قرار می‌دهند. ما با استفاده از یک نرم‌افزار تحت وب، اطلاعات مربوط به کاربران مربوط به یک جامعه دانشگاهی را جمع آوری نمودیم. در این نرم‌افزار کاربران هنگام ثبت نام، میزان علاقه خود را به هر کدام از گروه‌های موضوعی بیان می‌کنند. پارامترهایی که ما در نظر گرفتیم عبارتند از: علاقه کاربر به هر گروه موضوعی، میزان تخصص کاربر در هر گروه موضوعی، میزان جستجوهای قبلی کاربر در آن گروه موضوعی. میزان جستجوهای قبلی کاربر پارامتر مهمی است که در حال حاضر در برخی موتورهای جستجو مانند گوگل به عنوان یک سرویس جهت شخصی‌سازی به‌کار گرفته شده است. در این پارامتر تاریخچه پرسمان‌های کاربر ثبت شده و آنگاه درجه عضویت هر کدام از این پارامترها به هر کدام از گروه‌های موضوعی سنجیده می‌شود.

۳-۴. آماده کردن متغیرهای مستقل و وابسته برای روش تحلیل ممیزی

پس از مشخص کردن نحوه تحلیل، یکی از مهم‌ترین کارهایی که باید انجام شود آماده کردن پارامترهای شرح داده شده در بخش‌های پیشین برای انجام تحلیل ممیزی است. ما ۱ متغیر وابسته و ۸ متغیر مستقل داریم. در حالتی‌که ما تحلیل را برای کاربران عام انجام

دهیم، تنها از ۵ متغیر کلی می‌توانیم استفاده کنیم و در حالتی‌که تحلیل را برای کاربران ثبت نام‌شده انجام دهیم، از تمام متغیرهای ذکر شده، می‌توانیم استفاده کنیم. در این بخش به نحوه تاثیر و آماده کردن تمام این متغیرها می‌پردازیم.

متغیرهای اول و دوم مربوط به ساعت و ماه ارائه پرسمان هستند. برای هر کدام از این متغیرها محبوبیت گروه موضوعی مربوطه را به عنوان ارزش متغیر در نظر گرفتیم. دو متغیر بعدی، از تحلیل زبانی انجام شده بر روی پرسمان‌ها به‌دست آمده‌اند.[۱۳] این دو متغیر درجات قوت پرسمان در گروه موضوعی مورد بررسی را برای دوحالت پیشرو و پسرو محاسبه می‌کنند. برای این ۴ متغیر ما ابتدا داده‌های به‌دست آمده از بررسی پرسمان‌های نمونه را به مقادیر استاندارد (Z) تبدیل کردیم تا از ناهمگونی داده‌ها و عدم مقایسه‌پذیری آنها اجتناب کنیم. ۴ متغیر بعدی، متغیرهایی هستند که مقادیر آنها را به‌صورت مفاهیم فازی و در ۵ گروه بیان کرده‌ایم. این متغیرها را نیز ابتدا به بازه [۱و۰] نگاشتیم. به‌علت اینکه برخی از متغیرها دارای اهمیت بیشتری در محاسبات میزان‌سازی هستند، برای هر کدام از متغیرها وزنی را در نظر گرفتیم و این وزن‌ها را در مقادیر استاندارد شده آنها ضرب کردیم. اینکه مقدار این وزن‌ها چقدر باید باشد، قابل تغییر و بسته به انتخاب شخص خبره در دامنه مورد بحث است. در این هنگام داده‌های ما برای انجام تحلیل روی آنها آماده هستند.

۴. ماده کردن متغیرهای مستقل و وابسته برای روش تحلیل ممیزی

در این بخش نتایج بدست‌آمده از تحلیل بر روی داده‌های به‌دست آمده از مراحل قبل را ذکر می‌کنیم. توانایی تحلیل ممیزی در استخراج توابع تفکیک‌کننده ایست که قادرند دسته‌بندی‌های صحیحی را انجام دهند با این فرض که داده‌ها نرمال شده، خطی و از نظر واریانس همگن باشند. در فاز دسته‌بندی در روش تحلیل ممیزی، عضویت هر مورد به یک گروه از پیش تعریف شده پیش‌بینی می‌شود. این انتساب‌ها بر اساس میزان نزدیکی یا مجاورت آنها خواهد بود، به این معنی که هر مورد به گروهی که در فضای چند بعدی نزدیک‌تر است، منتسب می‌شود. نتایج تحلیل ممیزی را برای گروه موضوعی "سرمایه‌گذاری شخصی" در اینجا آورده‌ایم و برای سایر گروه‌ها برای جلوگیری از اطاله کلام، مطالب را تنها در نرم‌افزار پیاده‌سازی کرده‌ایم.

Unweighted Cases	Nتعداد	درصد
Valid	326	89.6
Missing or out-of-range group codes	0	.0
At least one missing discriminating variable	35	9.6
Both missing or out-of-range group codes and at least one missing discriminating variable	3	.8
Total	38	10.4
Total	364	100.0

جدول ۴-۱ خلاصه پردازش موردهای پرسمان

جدول ۴-۱ خلاصه پردازش موردهای پرسمان که تحلیل بر روی آنها انجام شده است، را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود. تعداد موردهای پرسمان معتبر ۳۲۶ عدد بوده‌است که از این تعداد ۹.۶٪ آنها حداقل در یکی از پارامترهایشان مقدار خالی داشته‌اند.

خلاصه عملیات دسته‌بندی در جدول ۴-۲ نشان داده‌شده است.

Processed	364
Missing or out-of-range group codes	0
At least one missing discriminating variable	0
Used in Output	364

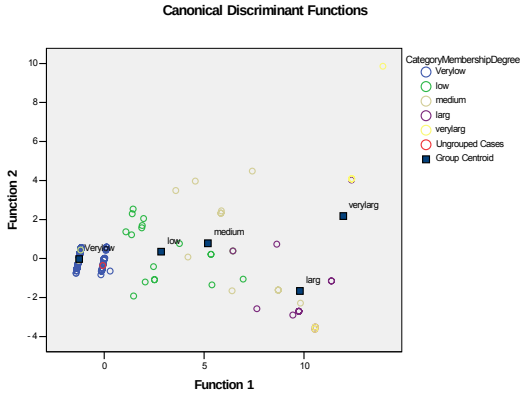
جدول ۴-۲ خلاصه عملیات دسته‌بندی

علاوه بر اینکه سهم هرکدام از گروه‌ها در نمونه پرسمان‌ها باید مشخص باشد، نباید هیچ‌کدام از آنها تهی باشند. تعداد موارد در کم جمعیت‌ترین گروه باید از تعداد متغیرهای مستقل بیشتر باشد و ترجیحاً ۲۰ یا بیشتر مورد باشند. در جدول ۴-۳ تعداد موارد در هرکدام از گروه‌ها مشاهده می‌شود. درصورتی که اندازه نمونه ما حداقل نیازمندی‌ها را برآورده نکند، تحلیل ممیزی مناسب نخواهد بود.

CategoryMembershipDegree	Prior	Cases Used in Analysis	
		Unweighted	Weighted
Verylow	.200	271	271.000
low	.200	19	19.000
medium	.200	17	17.000
larg	.200	14	14.000
verylarg	.200	5	5.000
Total	1.000	326	326.000

جدول ۴-۳ تعداد موارد در هرکدام از گروه‌ها

در شکل ۷ توابع تفکیک‌کننده و مراکز ثقل هر گروه رسم شده است.



شکل ۷ توابع تفکیک‌کننده

۵ . نتیجه‌گیری

هدف اصلی از انجام تحلیل بر روی پرسمان‌ها، تعیین درجه عضویت پرسمان‌های جدید به گروه‌های موضوعی مختلف با توجه به پارامترهای محیطی مؤثر بر پرسمان‌ها و کاربرانی که آن پرسمان‌ها را ارائه می‌دهند. کارهایی که تاکنون انجام شده‌اند تنها به تعیین یک گروه موضوعی خاص به هر پرسمان جدید بسنده کرده‌اند و نه‌تنها پارامترهای محیطی مؤثر بر فضای پرسمان‌ها را در نظر نگرفته‌اند بلکه رویکردی دوحالته به تعلق پرسمان‌ها به گروه‌های موضوعی داشته‌اند. در این رساله ایده اصلی بر این اساس بود که پرسمان‌ها به علت ابهام ذاتی در بیان آنها و همچنین ابهام در شناخت نیازهای اطلاعاتی کاربرانی که آن پرسمان‌ها را مطرح می‌کنند و همچنین کلی گویی حاصل از کوتاهی اکثر پرسمان‌ها، می‌توانند همزمان به گروه‌های موضوعی مختلفی تعلق داشته‌باشند. هدف ما دخالت دادن پارامترهای شخصی‌سازی شده کاربران برای تعیین درجه عضویت هر پرسمان جدید به گروه‌های موضوعی از پیش تعیین شده بود. برای این کار تحلیلی ممیزی با رویکرد فازی را به عنوان ابزاری کارا در حل مسائل این‌چنینی به‌کار گرفتیم.

با توجه به اینکه این کار توسط دیگران تاکنون انجام نشده‌است، و کارهای انجام گرفته در این زمینه رویکردی کاملا دوحالته به قضیه داشته‌اند، منبعی برای مقایسه کار انجام شده در این رساله با کارهای دیگران یافت نشد. اما در آزمایشاتی که برای تعیین درجه عضویت پرسمان‌های جدید به گروه‌های موضوعی مختلف انجام شد، تعلق پرسمان‌ها به گروه‌های موضوعی مختلف در قالب مفاهیمی مانند تعلق کم، متوسط و غیره برای تعدادی از پرسمان‌ها امری لازم شناخته شد. به‌علت اینکه در انجام تحلیل ممیزی تمام داده‌های قدیمی و داده‌های جدید در یک فرایند مقایسه دوباره شرکت داده می‌شوند، در طی تکرارهای مختلف این روش، شاهد تغییراتی در درجه عضویت پرسمان‌های قبلی و روندی خود انطباق با تغییرات در کل انجام تحلیل بودیم.

مراجع

[1] Panagiotis G. Ipeirotis and E.Agichtein. *To Search or to Crawl? Towards a Query Optimizer for Text Centric Tasks*. SIGMOD June 2006

[2] R.Baeza-Yates, C.Hurtado, M.Mendoza and G.Dupret. *Modeling User Search Behavior. Proceedings of the Third Latin American* Web Congress IEEE, 2005.

[3] E.Agichtein, E.Brill, S.Dumais. *Improving Web Search Ranking by Incorporating User Behavior Information*. SIGIR'06, August 6–11, 2006.

[4] A.Spink, and B. J. Jansen. Web Search: *Public Searching of the Web*. Springer, 1 edition, 2004.

[5] C.Silverstein, M.Henzinger, H.Marais, and M.Moricz. *Analysis of a very large web search engine query log*. SIGIR Forum, 33(1):6-12, 1999.
[6] A.Spink, D.Wolfram, B.J.Jansen, and T.Saracevic. Sea*rch ing the web: The public and their queries*. Journal of the American Society for Information Science and Technology, 52(3):226-234, 2001.
[7] N.C.M.Ross, and D.Wolfram. *End user searching on the internet: An analysis of term pair topics submitted to the excite search engine*. Journal of the American Society for Information Science, 51(10):949-958, 2000.
[8] J.-R.Wen, J.-Y.Nie, and H.-J.Zhang. *Query clustering using user logs.* ACM Transactions on Information Systems, 20(1):59-81, 2002.
[9] S.Chien, N.Immorlica. *Semantic Similarity Between Search Engine Queries Using Temporal Correlation*. ACM 1-59593-046-9/05/0005. 2005.
[10] D.Hawking, N.Craswell, and K.Griffths.*Which search engine is best at finding online services?*. In Proceedings of the 10th International Conference on the World Wide Web (WWW), Hong Kong, 2001. ACM Press.
[11] E.Jensen, S.Beitzel, A.Chowdhury, and O. Frieder. *A Framework for Determining Necessary Query Set Sizes to Evaluate Web Search Effectiveness*. presented at WWW, 2005.
[12] S.Beitzel, E.Jensen, A.Chowdhury. *Automatic Web Query Classification Using Labeled and Unlabeled Training Data*. SIGIR'05, August 15–19, 2005.
[13] S.Beitzel, E.Jensen, A.Chowdhury, D.Grossman, and O.Frieder. *Hourly Analysis of a Very Large Topically Categorized Web Query Log.* JASIST, vol. (to appear), 2006.

عبدالباقی قادرزاده [*]، دانشگاه علوم پزشکی کردستان، دانشکده پزشکی
آدرس پست الکترونیکی: **b.ghaderzadeh@wgmail.com**

بهروز مینایی ، تهران، نارمک، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **minaeibi@cse.msu.edu**

[*] سخنران

الگوریتم بهینه سازی شده ذرات تجمعی با مفاهیم مجموعه های فازی

محمد هادی زاهدی، مهدی سالخورده حقیقی، آرش دلداری، سید مجتبی روحانی

چکیده. روش های اکتشافی به عنوانی راه حلی برای بهینه سازی های پیچیده توسعه داده شده اند. اخیراً نشان داده شده است روش های ترکیبی که بر اساس ترکیب روشهای متفاوت می باشند دارای پتانسیل بیشتری در این زمینه می باشند. در این مقاله یک الگوریتم هوشمند پیوندی برای حل سریعتر و کارآتر مسائل NP-Hard مانند مسئله فروشنده دوره گرد با ترکیب مفاهیم مجموعه های فازی و PSO ارایه شده است. نتایج بدست آمده با استفاده از روش ارائه شده بیانگر سرعت و دقت بالاتر در مسائل کوچک و متوسط در مقایسه با روش های دیگر می باشد.

۱- مقدمه

الگوریتم PSO که توسط Kennedy و Eberhart [۱] توسعه داده شد، روشی برای بهینه سازی بر اساس رفتار اجتماعی پرندگان یا دسته ماهیها است. PSO مشابه الگوریتم ژنتیک، الگوریتمی جمعیتی می باشد. سیستم ابتدا با راه حل های بالقوه تصادفی شروع به کار می کند و سپس برای یافتن راه حل بهینه اجرا خواهد شد. لازم به ذکر است که یافتن راه حل بهینه به این شکل است که دسته ها، ذراتی که بهترین کارایی را دارند دنبال می کنند. در مقایسه با الگوریتم ژنتیک، PSO دارای هوشمندی بیشتری می باشد و می تواند آسان تر اجرا گردد. به دلیل ویژگی های منحصر به فرد آن، PSO نه تنها برای تحقیقات علمی بلکه برای کاربردهای مهندسی نیز مورد استفاده قرار می گیرد[۲-۵]. در حال حاضر PSO توجه گسترده ای را در زمینه های محاسبات تکاملی، بهینه سازی و بسیاری دیگر را به خود جلب کرده است[۶-۷].

فروشنده دوره گرد مسئله ای است که فروشنده ای از شهر خود، با هدف گذر از شهرهای مشخصی شروع به حرکت می کند و سپس در پایان به شهر خود باز می گردد. بدین شکل که از هر شهر می بایست یکبار عبور کند و هدف یافتن کوتاهترین مسیر ممکن است. مسئله فروشنده دوره گرد جزو ۱۰ مسئله NP-Hard معروف می باشد. این مسئله به عنوان یکی از معروف ترین بسترهای آزمون برای روش های بهینه سازی ترکیبی مورد استفاده قرار می گیرد. اهمیت آن به علت ازدیاد در زمینه های متفاوت کاربردی همچون زمانبندی، مسیریابی اتومبیل، طراحی VLSI و غیره می باشد. از آنجا که اثبات شده که فروشنده دوره گرد به کلاس مسائل NP-Hard تعلق دارد، روش های اکتشافی و ابر- اکتشافی اهمیت خاصی برای راه حل های عملی نمونه های بزرگ فروشنده دوره گرد ارائه قائل هستند [۸-۱۸]. در طی دهه ها در کنار مدل های شناخته شده تبرید تدریجی[۱] [۱۶]، محققان بسیاری از الگوریتم های اکتشافی همچون الگوریتم های ژنتیک [۱۰-۱۳]، شبکه های عصبی [۱۳-۱۵]، جستجوی tabu [۱۷-۱۸] و کولونی مورچه ها [۲۲-۲۵] را برای حل مسئله فروشنده دوره گرد ارائه کرده اند. در میان روشهای اکتشافی غیرمشتق جدید، روش PSO یک الگوریتم جمعیتی برای بهینه سازی می باشد که کارایی بالایی در حل مسائل پیچیده را از خود نشان داده است. صرف نظر از موقعیت قابل توجه PSO در مسائل با فضای پیوسته، دارای کاستی ها و مشکلاتی در فضاهای گسسته مانند فروشنده دوره گرد است. clerc یک نمای کلی و مختصر از PSOبرای حل مسائل فروشنده دوره گرد ارائه کرد[۲۷]. با اضافه کردن حافظه به هر جزء در الگوریتم PSO، Hendtlass الگوریتم PSO را به مسئله فروشنده دوره گرد اعمال کرد و کارایی آنرا بهبود بخشید[۲۹]. Wang و همکارانش تعریف جدیدی از عملگرهای PSOبا تعریف عملگر مبادله و ترتیب مبادله ارایه کرد و بنابراین مسائل فروشنده دوره گرد با PSO به گونه ی دیگری حل شد[۱۹].در این مقاله ایده ی هوشمندی دسته ها را به فضای مسایل گسسته همانند فروشنده دوره گرد اعمال کردیم و یک روش بهینه از PSO ارائه داده ایم. گرچه این روش در ابتدای راه تکمیل شدن می باشد اما در کنار حالتهای با تعداد پایین شهرها توانایی خود را در حل مسائل متوسط تا ۲۰۰ شهر را نیز نشان داده است.

نگارش مقاله بدین صورت است که ابتدا به مفهوم مسئله فروشنده دوره گرد پرداخته می شود. بخش های ۱.۲ و ۱.۳ یک مرور کلی از الگوریتم های PSO و مجموعه ها و سیستم های فازی را به همراه تعریف مسئله ارائه می کنند. بخش ۲ الگوریتم ترکیبی ارائه شده که PSO و مفاهیم فازی را تجمیع کرده را معرفی می نماید و بررسی می کند که چگونه این روش از PSO در حل مسئله ای مانند

[۱] Simulated Annealing

واژه های کلیدی: بهینه یازی ذرات تجمعی، مجموعه و سیستم های فازی، فروشنده دوره گرد

فروشنده دوره گرد استفاده می کند. کارایی الگوریتم ارائه شده و نتایج پیاده سازی در بخش سوم آورده شده است. در ادامه مقایسه بین الگوریتم PSO جدید برای حل مسئله فروشنده دوره گرد با سایر روش ها با استناد به نتایج شبیه سازی به تفصیل بحث شده است. از کتابخانه استاندارد TSPLIB-TSP-برای مقایسه نتایج با سایر انواع روش ها استفاده شده است.

۱.۱- مسئله ی فروشنده دوره گرد

یک فروشنده می بایست n گره را بازدید کند که معمولاً با عنوان شهرها یا نقاط فروش نامگذاری می شوند، c1,c2,...,cn که توسط ماتریس D با ابعاد n*n-1 ، همراه با فاصله شهرها مشخص می شود که dij نمایانگر فاصله شهر ci تا شهر cj می باشد که i,j=1,2,...,n. هدف مسئله رفتن به هر شهر فقط یکبار می باشد به شکلی که مشخص گردد که چه ترتیبی را طی کند که کمترین مسافت پیموده شود یا کمترین انرژی مصرف گردد. اگر ترتیب شهرها به صورت S={s1,s2,...,sn} مشخص گردد بنابراین مسئله با رابطه زیر بیان می شود[۲۳]:

$$\min E(s) = d_{s_1 s_n} + \sum_{i=1}^{n-1} d_{s_i s_{i-1}} \quad (۱)$$

این مسئله یک نقطه ی مرجع در مسائل بهینه سازی ترکیبی محسوب می شود و با مخففTSP به صورت بین المللی شناخته می شود. مسئله TSP را می توان به این شکل بیان کرد که پیدا کردن یک دور همیلتنی با حداقل مسافت در گراف شهرهایی که می بایست پیموده شود. در این مقوله دورهای همیلتنی معمولاً تور نامیده می شوند. هنگامی مسئله TSP داای خاصیت تقارنی خواهد بود که برای هر جفت شهر دلخواه ci و cj ، dij=dji یا می توان گفت اگر توان دوم ماتریس فاصله ها (nxn) که DT نامگذاری شده دارای خاصیت تقارنی باشد. اگر مختصات شهرها در صفحه ۲ بعدی داده شده باشد می توان فاصله بین شهر ها را با استفاده از رابطه (۲) بدست آورد:

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad i,j = 1:n \quad (۲)$$

که xi و yi مختصات iامین عنصرو مشابهاً xj و yj مختصات jامین عنصر است.

۱.۲- مرور کلی الگوریتم PSO

الگوریتم PSO که توسط kennedy و Eberhart [۲۴-۲۵] ارائه شد یک تکنیک جدید بهینه سازی می باشد که منشا آن حیات مصنوعی و محاسبات تکاملی می باشد [۲۶-۲۷]. الگوریتم بهینه سازی جواب را از طریق دنبال کردن بهترین راه حل هر جزء و بهترین جواب سراسری کل دسته بدست می آورد. PSO به راحتی پیاده سازی می گردد و پارامترهای محدودی احتیاج به تنظیم دارند. با اتکا به هوشمندی ذاتی این روش به طور موفقیت آمیزی روی مسایل متعددی اعمال شده و به عنوان روشی بسیار موثر برای بهینه سازی مسائل پیوسته به اثبات رسیده است [۲۸-۲۹]. گرچه روش ذکر شده همچنان در ابتدای راه توسعه خود قرار دارد و مطالعات بیشتری همچنان مورد نیاز است. به عنوان مثال در PSO اولیه مشکل تعادل بین فاز اکتشاف و استخراج وجود داشت و علت آن این بود که جستجو را در اطراف جوابهای بهتر قبلی تشدید می شد. در چنین وضعیتی به نظر می رسد که PSO توانایی جستجوی سراسری را دارا نباشد. بسیاری از محققان روش های فراوانی را جهت بهبود PSO ارائه کرده اند [۱۲-۱۴].

پیاده سازی نسخه گسسته PSO یکی از اساسی ترین مشکلات آن بوده است. برای بهبود کارایی PSO، ابتدا یک روش برای حل مسائل گسسته همچون فروشنده دوره گرد با PSO ارائه شده و سپس الگوریتم ارائه شده را بهبود داده ایم. همچون الگوریتم ژنتیک PSO ابتدا به صورت تصادفی دسته هایی از ذرات ایجاد می کند. هر عنصر توسط یک بردار pi=(pi1,pi2,...,pin) ،i=1,2,...,p نمایش داده می شود که pij موقعیت ذره iام در jامین مختصات است. n ابعاد فضا است و p اندازه دسته می باشد. بنابراین هر ذره به صورت تصادفی در یک فضای n بعدی قرار می گیرد که نماینده یک راه حل است. هر ذره مسیر خود را به سمت بهترین موقعیت قبلی خود و بهترین وضعیت حاصل هر ذره دسته، p-bi و p-g تغییر می دهد. در kامین تکرار موقعیت دسته بر اساس روابط (۳) و (۴) بروزرسانی می گردد.

$$v_{i,j}^{(k+1)} = v_{i,j}^{(k)} + \alpha \times u_1 \times \left[p_{i,j}^{(k)} - p_{i,j}^{(k)}\right] + \beta \times u_2 \times \left[p_{g_j}^{(k)} - p_{i,j}^{(k)}\right] \quad (۳)$$

$$p_{i,j}^{(k+1)} = p_{i,j}^{(k)} + v_{i,j}^{(k+1)} \quad (۴)$$

در اینجا vij سرعت jامین بعد iامین ذره است و α و β ثوابت سرعت هستند و u1 و u2 اعدادی هستند که از دو دنباله تصادفی یکسان u(0,1) بدست آمده اند.

۱.۳- مجموعه ها و سیستم های فازی

در دنیای صنعتی امروزه، منطق فازی نقشهای مهم و متفاوتی را در زمینه های متفاوت علمی همچون کنترل سیستم های مهندسی و هوش مصنوعی دارا می باشد. دکتر لطفی زاده مقاله ای با عنوان "مجموعه های فازی" در سال ۱۹۶۵ ارائه کرد [۳۱]. فازی برای اولین بار توسط ابراهیم ممدانی در کنترل وارد شد. اولین و موفق ترین کاربرد سیستم های فازی "کنترل" محسوب می گردد. سیستم های

فازی بر اساس قوانین یا دانش می باشند. محاسبات قوانین اولین قدم طراحی یک سیستم فازی محسوب می گردد. قدم بعدی ترکیب این قوانین است. تعریف مجموعه فازی A می تواند به صورت دودویی های معین ((x,m(X)) نمایش داده شود. اگر یک مجموعه فازی پیوسته باشد به صورت $\int\mu a(x)/x$ و اگر گسسته باشد به صورت $\Sigma\mu a(x)/x$ نمایش داده می شود. بعضی از عملیاتی که بر روی مجموعه های فازی انجام می شود عبارتند از نقیض، اشتراک(مینیمم) و اجتماع(ماکزیمم). راه های متفاوتی برای ارزیابی قوانین وجود دارد. یکی از معروف ترین آنها استنتاج ممدانی است که توسط روابط ۵ و ۶ نمایش داده می شود [۳۵-۳۷].

$$\mu_{QMM}(X,Y) = \min\left[\mu f_{p1}(x), \mu f_{p2}(y)\right] \quad (۵)$$

$$\mu_{QMp}(X,Y) = \left[\mu f_{p1}(x) \times \mu f_{p2}(y)\right] \quad (۶)$$

استنتاج مودس پوننس تعمیم یافته می تواند بدین صورت استفاده گردد: فرض کنید مجموعه فازی "A" و رابطه فازی $A \rightarrow B$ در $U*V$ وجود دارد؛ آنگاه مجموعه فازی B در V توسط رابطه ۷ محاسبه می شود:

$$\mu_B(y) = \sup\ t\left[\mu\acute{A}(X,\mu A \rightarrow B(X,Y))\right] \quad (۷)$$

پایگاه قوانین فازی: مجموعه قوانین فازی به صورت اگر- آنگاه خواهد بود و قانون مثلا ۱ به صورت زیر نمایش داده می شود:

RI: If X1 is Ai1 and X2 is Ai2 ….and Xr is Air then y is Bi

موتور استنتاج فازی: اصول منطق فازی برای ترکیب قوانین اعمال می شود. ۲ روش متفاوت برای استنتاج وجود دارد:۱) استنتاج بر اساس ترکیب قوانین و۲)استنتاج بر اساس قوانین منفرد. در روش دوم هر قانون به تنهایی یک نتیجه فازی دارد و ترکیب نتایج قوانین به عنوان نتیجه نهایی در نظر گرفته می شود. ترکیب توسط اشتراک و اجتماع انجام می گیرد. موتورهای استنتاج انواع گوناگونی دارد یکی از آنها موتور استنتاج ضرب است که با رابطه (۸) محاسبه می شود.

$$\mu_{\acute{B}}(Y) = max\left\{\prod_{k=1}^{r} \mu_{AIk}(xK), \mu_{BI}(y)\right\} \quad (۸)$$

۲- بهینه سازی PSO گسسته- فازی

همانطور که قبلاً ذکر شد الگوریتم PSO اصولاً توانایی حل مسائل در محیط های پیوسته را دارا می باشد که موقعیت هر ذره یک عدد صحیح است. از طرف دیگر بسیاری از مسائل وجود دارد که گسسته هستند بنابراین قیود بسیاری برای حرکت هر ذره وجود دارد. اندازه جمعیت نقش بسیار مهمی در الگوریتم های تکاملی بازی می کند و همچنین هزینه محاسبات الگوریتم و تحمل پذیری آنرا نیز تحت تاثیر قرار می دهد. اندازه بزرگ جمعیت هزینه محاسبات را افزایش می دهد و همگرایی را کند می نماید. بنابراین یک اندازه جمعیت مناسب با تنوع هماهنگ می تواند هزینه محاسبات را کاهش دهد. برای دستیابی به این اهداف قوانین فازی طراحی شده که اندازه جمعیت را بر اساس میزان تنوع کنترل کند.

۲.۱- مرور کلی الگوریتم

در روش ارائه شده پارامترهای مهمی را در نظر گرفتهشده اند. اول، اندازه جمعیت؛ که نقش مهمی در روش و محاسبات تکاملی دارا می باشد. اندازه جمعیت کوچک، باعث همگرایی به مینیمم های محلی می گردد و از طرفی اندازه جمعیت بزرگ هزینه محاسبات را افزایش می دهد و همچنین نرخ همگرایی کاهش می یابد. بنابراین اندازه جمعیت مناسب علاوه بر بهینه سازی محاسبات، تنوع را نیز در حد موثری نگه می دارد. الگوریتم ارائه شده از یک روش وقفی برای جمعیت استفاده می کند؛ بدین شکل که چرخه های مشخصی تعیین می گردد و در انتها هر چرخه تنوع محاسبه می شود. افزایش یا کاهش جمعیت توسط قوانین اگر- آنگاه فازی بر اساس تنوع انجام می گیرد. این قوانین اگر-آنگاه فازی در پایگاه قوانین فازی مشخص شده اند. علاوه بر این در محیط های گسسته باید مفاهیم پایه ای و روابط PSO را برای وفق با محیط های گسسته تغییر دهیم.

۲.۳- الگوریتم بهینه سازی PSO گسسته- فازی

در الگوریتم ارائه شده فرض بر این است که تعداد سیکل ها برابر c و هر سیکل p مرتبه تکرار می شود. بنابراین تعداد G نسل خواهیم داشت که G=C*P. الگوریتم ارائه شده به قسمت هایی که در ادامه بیان می شود تقسیم شده است: (۱) ایجاد جمعیت اولیه ی تصادفی (۲) بروزرسانی سرعت و موقعیت هر ذره (۳) ارزیابی میزان برآزندگی و رتبه بندی ذرات بر اساس برآزندگی آنها (۴) محاسبه فواصل و فاصله همینگ و پارامترهای پراکندگی و در نتیجه محاسبه ی تنوع جمعیت در انتهای هر سیکل بر اساس پارامترهای بیان شده (۵) فازی سازی تمام پارامترهای محاسبه شده قبلی (۶) اجرای موتور استنتاج فازی و مشخص کردن قوانین فعال شده برای محاسبه ی جمعیت سیکل بعد (۷) غیرفازی سازی خروجی برای تصمیم گیری جهت افزایش یا کاهش جمعیت در سیکل بعد. شبه کد الگوریتم در شکل (۱) نشان داده شده است.

۲.۳.۱-تولید جمعیت اولیه

در الگوریتم با در نظر گرفتن np به عنوان تعداد ذرات، موقعیت و سرعت ذرات به صورت تصادفی توسط توابع توزیع نرمال تولید می شود.

۲.۳.۲- بروزرسانی سرعت و موقعیت

از آنجا که PSO یک روش جستجو بر اساس جمعیت است هر ذره بیانگر یک راه حل بالقوه درون فضای جستجو است. هر ذره دارای یک بردار موقعیت و بردار سرعت است که باید بروزرسانی گردد توسط روابط (۳) و (۴). از طرف دیگر مفهوم سرعت عمومی برای مسئله ما معتبر نخواهد بود و می بایست براساس مسئله تغییر یابد. در این روش، سرعت بر اساس تعداد تغییرات در ترتیب نودها در هر ذره بدست می آید و هر چه سرعت بیشتر باشد تعداد جابجایی ها در ترتیب گره ها در هر ذره بیشتر خواهد بود. بنابراین فرمول برای بروزرسانی سرعت به فرمول رابطه (۹) تغییر می یابد:

$$v_{id}(t+1) = w v_{id}(t) + c_1 r_1 \left(x_{pbestid}(t) - x_{id}(t)\right) + c_2 r_2 \left(x_{gbestid}(t) - x_{id}(t)\right) \quad (۹)$$

در رابطه (۹) مقدار (Xpbestid(t)-Xid(t)) نشان دهنده ترتیب جابجایی براساس وضعیت محلی است در حالیکه (Xgbestid(t)-Xid(t)) نشان دهنده ترتیب جا بجایی براساس وضعیت سراسری است. ضرایب بین صفر و یک می توانند تاثیر هر قسمت را در وضعیت نهایی هر جزء مشخص کنند. برای بروزرسانی موقعیت همان رابطه (۴) استفاده می گردد.

۲.۳.۳- رتبه بندی ذرات

در انتهای هر سیکل برآزندگی هر جزء محاسبه می گردد. سپس براساس یکی از روش های انتخاب مثل روش مسابقه ای ذرات براساس میزان برآزندگی رتبه بندی می شوند. هنگامی که رتبه ی تمام ذرات بدست آمد جمعیت می تواند براساس رتبه های بدست آمده مرتب گردد. رتبه بندی ذرات برای تصمیم گیری در مورد جمعیت نسل بعد ضروری است. برای افزایش جمعیت مقداری ذرات دیگر می بایست به جمعیت اضافه گردند. قابل به ذکر است که این ذرات از میان ذرات با مرتبه بالا انتخاب می گردند. از طرف دیگر برای کاهش جمعیت ذرات با پایین ترین رتبه برای کاهش انتخاب می گردند.

```
FPSO ( )
begin
    Initialize_parameters (np , num_cycle , period);
    initialize_population(InitPop);
    for iter_cycle=1:num_cycle
      num_period=1;
      for num_period=1:period
        for i = 1:np
          if f(xi) < f(xpbesti)
            xpbesti=xi
          endif
          Pgbest = min(Pneighbors)
          For d=1:dimensions
              vid(t+1)=wvid(t)+c1r1(xpbestid(t)-xid(t))
                       +c2r2(.)xgbestid(t)-xid(t)) );
            xid(t+1)=xid(t)vid(t+1)
            if vid(t+1)>vmax
                vid(t+1)=vmax
            elseif vid(t+1)<-vmax
                vid(t+1)=-vmax
            end
            if xid(t+1)>xmax
                xid(t+1)=xmax
            elseif xid(t+1)<xmin
                xid(t+1)=xmin
            end
        end
      end
    end
end
```

شکل ۱- شبه برنامه FPSO

۲.۳.۴- محاسبه ی توزیع

توزیع ذرات در فضای جستجو اهمیت بالایی در پیدا کردن موقعیت بهینه دارا می باشد به نحوی که توزیع صحیح باعث بدست آمدن جوابهای بهتر می گردد. از طرف دیگر توزیع ناصحیح باعث تولید جواب ناخواسته می شود. یک راه مناسب برای توزیع جمعیت در فضای مسئله تعیین پارامترهایی مانند فاصله همینگ و میزان پراکندگی است. براساس این پارامترها می توان پارامتر جدیدی به نام گوناگونی را تعیین کرد. با کنترل گوناگونی در هر چرخه توزیع جمعیت تحت کنترل خواهد بود. نحوه تعریف پارامترها در ادامه آمده است. تعریف (۱): فاصله همینگ بین دو ذره Pi و Pj توسط رابطه ۱۰ محاسبه می گردد در حالیکه میانگین فاصله همینگ در انتهای هر چرخه توسط رابطه ۱۱ محاسبه می شود:

$$HD(P_i, P_j) = \sum_{k=1}^{L} |P_{i,k} - P_{j,k}| \quad (۱۰)$$

$$\overline{AVHD(C)} = \frac{\sum_{i=1}^{NP(C)-1} \sum_{j=i+1}^{NP(C)} HD(P_i, P_j)}{\sum_{i=1}^{NP(C)-1} (NP(C) - i)} \quad (۱۱)$$

تعریف (۲): پراکندگی توسط رابطه ۱۲ تعریف می گردد. پراکندگی نشان دهنده ی شباهت بین ذرات یک جمعیت است. هرچه شباهت کمتر باشد، پراکندگی بیشتر است و برعکس.

$$E_t = -\sum_{j=1}^{Q} P_j \log(P_j) \quad \text{where } P_j = \frac{|S_{i,j}|}{N} \quad (۱۲)$$

تعریف (۳): براساس روابط (۲) و (۳) گوناگونی را می توان با رابطه (۱۳) محاسبه کرد. هرچه تنوع در جمعیت بیشتر باشد، یکنواختی توزیع جمعیت بیشتر خواهد بود.

$$div(C) = \left[\frac{1}{\pi}\left[\left(\operatorname{atan}\left(\overline{AVHD}\right) + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right] \frac{E_t}{\log(N)} \quad (۱۳)$$

باید توجه داشت در اینجا رابطه جالبی بین گوناگونی و پراکندگی وجود دارد. گوناگونی در مورد انواع ذرات بحث می کند در حالیکه پراکندگی بر روی توزیع ذرات در فضای مسئله تمرکز می کند.

۲.۳.۵- فازی سازی مسئله

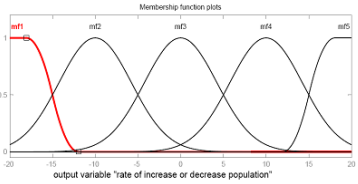
همانطور که رابطه (۴) نشان می دهد مقدار گوناگونی در بازه [0,1] قرار دارد. از گوناگونی برای افزایش یا کاهش جمعیت استفاده می شود. این تصمیم براساس مقدار crisp گوناگونی گرفته می شود. در حالیکه این شیوه استفاده از گوناگونی میزان دقت و کارایی الگوریتم را کم می کند زیرا رابطه ی قوی بین مقدار گوناگونی و جمعیت وجود دارد به شکلی که تغییر کوچکی در میزان گوناگونی ممکن است باعث عوض شدن تغییرات گردد. برای اینکه کارایی و دقت الگوریتم را بالا ببریم استفاده از مفاهیم مجموعه های فازی را پیشنهاد کرده ایم. برای دستیابی به این هدف الگوریتم به شکلی تغییر یافته است که بر اساس مقدار فازی گوناگونی تصمیم گیری می نماید. همانطور که در شکل (۲) مشاهده می شود توابع عضویت گوسی برای فازی سازی متغیرهای فازی استفاده شده است.

۲.۳.۶- موتور استنتاج فازی

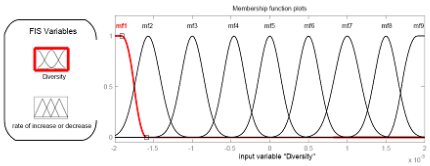
پس از فازی سازی ورودی ها، پایگاه قانون فازی یا قوانین اگر- آنگاه بر اساس دانش موجود می بایست استخراج گردد. با این حال دامنه متغیر ورودی که همان گوناگونی است که توسط رابطه (۴) بدست می آید به ۹ بازه تقسیم شده است که از خیلی کم تا بسیار زیاد دسته بندی شده اند(شکل ۲). سپس خروجی موتور استنتاج که همان مقدار افزایش یا کاهش جمعیت است به ۵ بازه مختلف تقسیم شده است(شکل ۳). بنابراین ۴۵=۹*۵ قانون اگر-آنگاه تولید شده است که در موتور استنتاج استفاده می گردد. از طرف دیگر سیستم استنتاج ممدانی برای استدلال استفاده شده است.

۲.۳.۷- افزایش یا کاهش جمعیت

با تکیه بر نتایجی که از موتور استنتاج بدست آمده است اکنون وقت اعمال نتایج بر جمعیت نسل بعد است. در اصل اگر گوناگونی جمعیت در یک محدوده باشد می بایست تعداد ذرات را کم یا زیاد کنیم تا گوناگونی جمعیت را بهبود بخشید. برای اینکه ذرات اضافه شده ویژگی های والدین خود را به ارث ببرند تعدادی از ذرات با برآزندگی بالا برای اضافه کردن انتخاب می شوند و همینطور برای کاهش جمعیت ذرات با کارایی پایین برای حذف انتخاب می شوند. باید توجه شود که میزان افزایش یا کاهش جمعیت بستگی به موقعیت در بازه دارد.



شکل۲- تابع عضویت ورودی



شکل ۳- تابع عضویت خروجی

۳- کاربردها: مسئله فروشنده دوره گرد

نتایج بدست آمده با استفاده از تکنیک ارائه شده برای موارد TSPLIB با سایر الگوریتم های PSO مقایسه شده است. روش های گوناگونی برای مقایسه استفاده شده که در جداول (۱) و (۲) قابل مشاهده است.

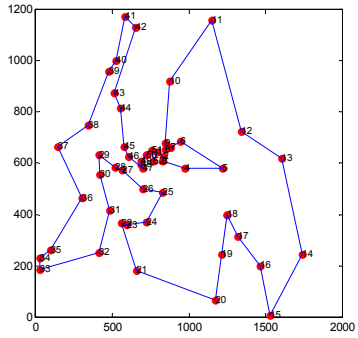
جدول ۱- مقایسه نتایج با سایر روشهای اکتشافی

Benchmark / Method	Berlin52	Eil76	Eil51	Kroa100	Burma14
Optimal Solution In TSPLIB	7542	538	426	21282	3323
PSO without C3 Average	8730.18	626.94	473.34	27725.4	3342.88
C3DPSO	7598.76	551.72	433.64	21689.3	3324.04
PSO-TS Average	8100.105	588.712	582.501	-----	3369
PSO-TS-2opt	7938.041	564.523	459.273	-----	3323
PSO-TS-CO	8323.432	604.126	500.231	-----	3654
PSO-TS-CO-2opt	7704.242	560.712	440.9	-----	3323
ACO	7694.92	560.72	434.14	21821.16	3329
FPSO	7604	553	438.5	21693	3332

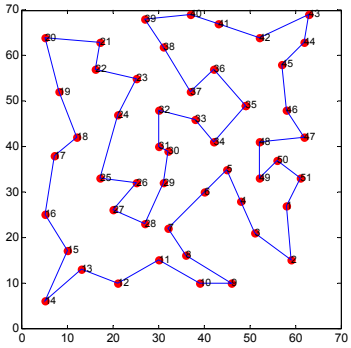
جدول ۲- مقایسه نتایج با سایر روشهای PSO

Benchmark / Method	burma 14	eil51	eil76	kroA100	berlin52	att48
Optimal Solution In TSPLIB	3323	426	538	21282	7542	10628
CONN (Average δ)	0	2.58	5.02	2.57	8.18	2.17
SA1 (Average δ)	0.42	4.1908	6.8464	5.3199	5.2826	2.2970
SA2 (Average δ)	0	3.3455	2.4713	1.3283	0.8456	1.0147
(COA) (Average δ)	0.1489	3.7558	-------	-------	--------	3.0845
Novel discrete PSO without c (Average δ)	0.5982	11.112	16.5315	30.2762	15.7541	------
C3DPSO (Average δ)	0.03129	1.7934	2.5501	1.9138	0.7525	-------
PSO_TS (Average δ)	9.12	35.47	9.98	--------	7.37	-------
FPSO(Average δ)	0.0125	2.361	3.7659	4.2485	3.1175	2.1758

شکلهای ۴ تا ۵ اجرای الگوریتم پیشنهادی برای ۲ داده استاندارد از مجموعه TSPLIB را نشان می دهد و همانگونه که مشخص است الگوریتم توانسته است با موفقیت مسیر بهینه را پیدا کند.



شکل ۳- داده استاندارد berlin52



شکل ۳- داده استاندارد Eili5

۴- نتایج

در این مقاله یک الگوریتم بهینه سازی شده PSO ارایه شده است که در کنار توانایی در حل مسایل گسسته بصورتی وفقی و براساس مفاهیم مجموعه های فازی توانایی جستجوی قدرتمند محلی و سراسری را فراهم آورده است که منجر به کسب نتایج بهتر شده است. در این الگوریتم بر اساس پارامترهایی مانند توزیع جمعیت، اندازه جمعیت و برآزندگی تصمیم شایسته ای برای جمعیت نسل بعدی اتخاذ می گردد. در این الگوریتم برای تشخیص این مطلب که چه زمان فرآیند جستجو از حالت فعلی به حالت بعدی منتقل خواهد شد از قوانین فازی بهره گرفته شده است. نتایج اجرای الگوریتم بر روی چند داده استاندارد از مساله گسسته TSP بیانگر توانایی بالا و کارآی الگوریتم در پیدا نمودن مسیر بهینه دارد.

مراجع

[1] J. Kennedy, R.C. Eberhart, *PSO,* in: Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks,Perth, Australia, vol. 4, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995, pp. 1942–1948.

[2] P.J. Angeline, *Evolutionary optimization versus PSO: philosophy and performance differences*, Evolutionary Programming 7 (1998) 601–610.

[3] M. Clerc, J. Kennedy, *The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space,* IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (2002) 58–73.

[4] I.C. Trelea, *ThePSO: convergence analysis and parameter selection*, Information Processing Letters 85 (2003) 317–325.

[5] J.F. Chang, S.C. Chu, J.F. Roddick, J.S. Pan, *A parallel particle swarm optimization algorithm with communication strategies,* Journal of Information Science and Engineering 4 (21) (2005) 809–818.

[6] J. Kennedy, R.C. Eberhart, *Discrete binary version of the particle swarm algorithm*, in: Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, vol. 5, Orlando, Florida, USA, 1997, pp. 4104–4108.

[7] M. Clerc, *in: DiscretePSO, illustrated by the TSP New Optimization Techniques in Engineering*, Springer, 2004, pp. 219–239.

[8] Bager Zarei, M.R. Meybodi and Mortaza Abbaszadeh, *"A Hybrid Method for Solving Traveling Salesman Problem"*, Proc. of the 6th IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Science (ICIS), Melbourne, Australia, 11-13, July, 2007.

[9] Xue-song Yan, Han-min Liu, Jia Yan1, Qing-hua Wu, *"A Fast Evolutionary Algorithm for Traveling Salesman Problem"*, Proc. of the Third International Conference on Natural Computation (ICNC), China, 24-27 August 2007.

[10] K. Ghoseiri and H. Sarhadi, *"A 2opt-DPX Genetic Local Search for Solving Symmetric Traveling Salesman Problem"*, Proc. of the Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM) Singapore, 2-5, December, 2007 pp. 903-906.

[11] Ioannis Mavroidis, Ioannis Papaefstathiou, Dionisios Pnevmatikatos, *"Hardware Implementation of 2-Opt Local Search Algorithm for the Traveling Salesman Problem"* 18th IEEE International Workshop on Rapid System Prototyping (RSP), Poeto Alegre, Brazil, 28-30 May, 2007.

[12] Manuel I. Capel Tunon, Mario Rossainz Lopez, *"Design and use of the CPAN Branch & Bound for the solution of the TSP"*, Proc. of the 15th International Conference on Electronics, Communications and Computers (CONIELECOMP), Puebla, Mexico, 28 February- 2 March, 2005.

[13] Hannes Schabauer, Erich Schikuta, Thomas Weish¨aupl, *"Solving Very Large TSP by SOM Parallelization on Cluster Architectures",* Proc. of the Sixth International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies , Dalian, China, 5-8 December, 2005.

[14] Rodrigo Pasti and Leandro Nunes de Castro, *"A Neuro-Immune Network for Solving the Traveling Salesman Problem"*, Proc. of the International Joint Conference on Neural Networks, Vancouver, BC, Canada, July 16-21, 2006, pp. 3760-3766.

[15] Jiu-Sheng Chen, Xiao-Yu Zhang and Jing-Jie Chen *"An Elastic Net Method for Solving The Travelling Salesman Problem"*, Proc. of the International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Beijing, China, 2-4 Nov. 2007, pp. 608-612.

[16] J. Jang, C. Sun, E. Mizutani, *"Neuro-Fuzzy and Soft Computing"*, Proc. of the Prentice Hall 1997.

[17] Yi HE, Yuhui QIU, Guangyuan LIU, Kaiyou LEI, *"A Parallel Adaptive Tabu Search Approach for Traveling Salesman Problems"* Proc. of IEEE International Conference on Natural Language Processing and Knowledge Engineering (NLP-KE), Island, Korea, 11-13 October, 2005, pp. 796-801.

[18] NingYang, PingLi and Baisha Mei, *"An Angle-based Crossover Tabu Search for the Traveling Salesman Problem"* Proc. of the Third International Conference on Natural Computation (ICNC), China, 24-27 August 2007.

[19] Zhenglei Yuan, Liliang Yang, Yaohua Wu, Li Liao, Guoqiang Li, *"Chaotic Particle Swarm Optimization Algorithm for Traveling Salesman Problem",* Proc. of the IEEE International Conference on Automation and Logistics August 2007, Jinan, China, 1121 -1124.

[20] W. L. Zhong, J. Zhang, and W. N. Chen, *"A Novel Discrete Particle Swarm Optimization to Solve Traveling Salesman Problem",* Proc. of the Congress on Evolutionary Computation (CEC), Singapore, 25-28 September 2007, pp. 3283-3287.

[21] Jinglei Guo, Yong Wu and Wei Liu, *"An Ant Colony Optimization Algorithm with Evolutionary Operator for Traveling Salesman Problem*", Proc. of the Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA), Jinan, Shandong, China, 16-18 October 2006.

[22] H. Duan and X. Yu, *"Hybrid Ant Colony Optimization Using Memetic Algorithm for Traveling Salesman Problem ",* Proc. of the IEEE Symposium on Approximate Dynamic Programming and Reinforcement Learning (ADPRL), Honolulu, Hawaii, USA, 1-5 April 2007, pp. 92-95.

[23] Daniel Angus, *"Crowding Population-based Ant Colony Optimization for the Multi-objective Traveling Salesman Problem",* Proc. of the IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making (MCDM), Honolulu, Hawaii, USA, 1-5 April 2007, pp. 333-340.

[24] Yi Zhang, Zhi-li Pei, Jin-hui Yang and Yan-chun Liang, *"An Improved Ant Colony Optimization Algorithm Based on Route Optimization and Its Applications in Traveling Salesman Problem*", Proc. of the IEEE International Conference on Bio-Informatics & Bio-Engineering, Boston, Massachusetts, USA, 14-17 October 2007, pp. 693-698.

[25] M. Clerc, J. Kennedy, *The particle swarm-explosion, stability,and convergence in a multidimensional complex space*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (2002) 58–73.

[26] M. Clerc, *Discrete particle swarm optimization illustrated by the traveling salesman problem,* http://www.mauriceclerc.net, (2000).

[27] T. Hendtlass, *Preserving Diversity in Particle Swarm Optimization,* in: Lecture Notes in Computer Science, vol. 2718, Springer (2003) 4104–4108.

[28] Chen DeBao,Zhao ChunXi, *Particle swarm optimization with adaptive population size and its application*, *Applied Soft Computing , Elsevier,2008*

[29] Yan Wang et al, *"A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications",* Neurocomputing, Vol. 70 (2007) 633-640.

[30] http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95

[31] M. Sugeno, G.T. Kang, *Structure identification of fuzzy model,* Fuzzy Sets Syst. 28 (1988) 15–33.

[32] L.A. Zadeh, *"A Theory of Common Sense Knowledge*", in H.J. Skala, S. Termini, and E. Trillas (eds), Aspects of Vagueness, Dodrecht: D.Riedel, (1984) 257-296.

[33] Zadeh, L. *A,Fuzzy sets*. Information and Control,. (1965). 8, 338–353.

[34] T. Takagi and M. Sugeno, *"Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,"* IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.,vol. 15, pt. A, pp. 116–132, 1985.

[35] E.H. Mamdani, *"Applications of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Systems*", IEEE Trans. Comput., 26 (1977) 1182-1191.

[36] D. Dubois and H. Prade, *"Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications,* Academic Press, New York, (1980).

[37] E.H. Mamdani, *"Advances in the Linguistic Synthesis of Fuzzy Controllers",* J. Man-Mach. Studies, 8 (1976) 669-678.

محمد هادی زاهدی*، گروه کامپیوتر، دانشکده مهندسی،دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **zahedi@staff.um.ac.ir**

مهدی سالخورده حقیقی، گروه کامپیوتر، دانشکده مهندسی،دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **haghighi_mehdi@staff.um.ac.ir**

آرش دلداری، گروه کامپیوتر، دانشکده مهندسی،دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **adeldari@yahoo.com**

سید مجتبی روحانی، گروه کامپیوتر، دانشکده مهندسی،دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **m.rouhani@ieee.org**

*سخنران

طراحی مدل پیش بین فازی با استفاده از جدول جستجو برای سیستم تنظیم انسولین– گلوکز

مریم السادات احمدی، امیرهمایون جعفری ، میثم مشهدی ملک

چکیده. در دهه های اخیر بیماری دیابت شیوع بسیار زیادی یافته است، در نتیجه شناخت سیستم تنظیم انسولین – گلوکز و مدلسازی آن به نحوی که بتواند به صورت کاملتری ویژگی های این سیستم را نشان دهد از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در مورد این سیستم مدل های بسیاری وجود دارد که رنج وسیعی از مدل های ساده تا پیچیده را شامل می شوند. اما مشکلی که در کلیه این مدل ها وجود دارد این است که عدم قطعیت های بسیاری در مدل ها اعم از نحوه مدل کردن، تعیین پارامترهای مدل و عدم شناخت کامل از نحوه عملکرد این سیستم در بدن وجود دارد که در نظر گرفته نمی شوند. ما در این مقاله با طراحی سیستمی فازی با استفاده از جدول جستجو به نام مدل پیش بین فازی، قصد داریم مدلی را ارائه دهیم که علاوه بر اینکه دینامیک های انسولین – گلوکز را توضیح می دهد می تواند سیکلوار بودن ترشح انسولین و دو تاخیر زمانی در ترشح انسولین که از نظر فیزیولوژیکی بسیار مهم می باشد را مدل می کند، عدم قطعیت هایی که در مدل وجود دارد را می تواند لحاظ کند. مدلی که ارائه می دهیم علاوه براینکه از جهات بسیاری از دیگر مدل های ارائه شده، کاملتر است، می تواند عدم قطعیت های موجود را نیز در نظر بگیرد.

۱.مقدمه

این قسمت شامل دو بخش می باشد که بخش ۱. ۱ شامل انواع سیستم های تنظیم انسولین – گلوکز و اشاره به معایب و مزایای مدل ها و بخش ۱. ۲ که شامل اساس و نحوه ساخت سیستم های فازی می باشد.

۱. ۱. مدل های سیستم تنظیم انسولین - گلوکز

مدلسازی سیستم غدد درون ریز و بطور خاص تر دینامیک انسولین و گلوکز موضوعی متداول برای گروه های مختلف، از متخصصین دیابت تا مهندسین بوده است. مدل های ریاضی بسیاری جهت مکانیزم گلوکز – انسولین ارائه شده است. این مدل ها از مدل های ساده تا پیچیده را شامل می شوند. مدل های فوق براساس میزان شباهت و فلسفه وجودی اسان در گروه های مختلفی دسته بندی شده اند. در مدل های ساده، ساختار مدل بسیار محدود است و معمولا با تعدادی آزمایش ساده قابل شناسایی هستند. اولین مدل های ساده توسط بولی [۳] و آکرمن[۲] ارائه شده است. در این مدل ها تنها دو جزء انسولین و گلوکز خون در نظر گرفته شد و دارای ساختار خطی می باشند. این فرموله کردن جهت بررسی برخی پارامترهای مربوط به فرآیندهای متابولیکی مهم بدن انجام شده است. بعدها برگمن [۴] و همکارانش اولین کلاس مدل های مینیمال را ارائه کردند. در این مدل ها از واقعیات فیزیولوژیکی بیشتری استفاده شده است. در سال های بعد مدل های دیگری ارائه شدند که علاوه بر نشان دادن تقابلات انسولین و گلوکز در بدن، تطابق بیشتری بر داده های فیزیولوژیکی داشتند ازجمله مدل ODE فیدبک منفی(Tolic)، مدل DDE با تاخیر زمانی متناوب(Sturis,Tolic)، مدل DDE با دو تاخیر زمانی(Li ,Kuang) اما هر کدام از این سه مدل اول هم دارای اشکالاتی بودند اعم از اینکه یا تاخیر زمانی از وقتیکه سطح گلوکز خون بالا می رود تا انسولین ترشح شود و یا تاخیر زمانی در تولید گلوکز کبدی را نمی توانستند مدل کنند، یا اینکه قادر به مدل کردن هر دو تاخیر زمانی موجود در سیستم نبودند و یا اینکه برای بدست آوردن نوسانات سیکل وار باید حتما انسولین به دو جزء انسولین پلاسما و بین سلولی تقسیم می شد. اما در مدل چهارم این مشکلات برطرف شد. این مدل که توسط Li و Kuang(۲۰۰۶) ارائه شد، سیستم تنظیم انسولین-گلوکز را با نوسانات ترشح انسولین با دو تاخیر زمانی مدل می کند. مدل آنها علاوه بر اینکه مشکلات مدل های قبلی را نداشت، نمودارهای حاصل از آن با داده های فیزیولوژیکی تطابق بیشتری را داشت[۵]. اما همانطور که می دانیم در هر کدام از مدل های مورد بحث عدم قطعیت هایی اعم از نوع مدل کردن، نحوه تعیین پارامترها و عدم شناخت کامل از سیستم تنظیم انسولین – گلوکز، نیز موجود است و برای اینکه مدلی بتواند به نحو بهتری ویژگی های هر سیستمی را نشان دهد، باید این عدم قطعیت ها نیز در آن نظر گرفته شود. به همین دلیل ما دراین مقاله با استفاده از مدل Li و Kuang ، مدل پیش بین فازی را ارئه داده ایم که علاوه بر اینکه ویژگی های این سیستم را با جزئیات بیشتراز مدل های دیگر می تواند سیستم تنظیم انسولین و گلوکز را مدل کند، عدم قطعیتی را که در مدل وجود دارد را می تواند لحاظ کند.

کلمات کلیدی: مدل پیش بین فازی، سیستم تنظیم انسولین وگلوکز، تاخیر زمانی ترشح انسولین

۱. ۲.طراحی سیستم فازی

در این قسمت اساس رو ش طراحی سیستم های فازی براساس جدول جستجو و مدل پیش بین فازی توضیح داده خواهد شد.
طراحی سیستم های فازی با استفاده از داده های ورودی – خروجی به انواع زیر دسته بندی می شود:

۱) طراحی سیستم های فازی بااستفاده از جدول جستجو
۲) طراحی سیستم فازی با استفاده از روش آموزش گرادیان نزولی
۳) طراحی سیستم های فازی با استفاده از کوچکترین مربعات بازگشتی
۴) طراحی سیستم های فازی با استفاده از خوشه سازی

در اینجا هدف ما طراحی یک سیستم فازی است که رفتار ورودی- خروجی نشان داده شده بوسیله داده های ورودی- خروجی را نشان دهد [۱].

۱. ۲. ۱. مدل پیش بین با دینامیک مرتبه n

کاربرد پیشگویی سری های زمانی را می توان در حوزه های اقتصاد، تجارت، کنترل موجودی و تولید، پیش بینی هوا، پردازش سیگنال، کنترل و سایر زمینه های دیگر پیدا کرد. در این بخش چگونگی طراحی مدل پیش بین با استفاده از سیستم فازی طراحی شده بوسیله جدول جستجو را بیان خواهیم کرد. معمولا از این روش برای ساخت در سری های زمانی که به ازای افزایش تاخیر زمانی بیشتر از حدی، سری زمانی رفتاری نامنظم(کیاتیک) را نشان می دهد، استفاده می شود. به دلیل اینکه این سیستم تنظیم انسولین – گلوکز با توجه به(شکل های شماره ۴و۵) با فزایش تاخیر زمانی حالت کیاتیک پیدا می کند، از این روش برای ساخت مدل فازی سیستم استفاده کرده ایم.

برای $l=1,2,\ldots$ ورودی$f(x)$ ، $[x(k-n+1),\ldots,x(k-l+l)]$ بوده، در حالی که خروجی $x(k+l)$ است. این زوج های ورودی- خروجی برای طراحی یک سیستم فازی $f(x)$ با استفاده از جدول جستجو بکار رفته و سپس $f(x)$ برای پیشگویی $x(k+l)$ استفاده می شود. بدین معنی که از نصف اولیه نقاط موجود در منحنی که هدف پیشگویی است، برای ساخت زوج های ورودی و خروجی که ذکر شد استفاده کرده و آنگاه از سیستم فازی طراحی شده برای پیشگویی نصف نقاط ثانویه باقیمانده استفاده می کنیم. در اینجا بایدn و تعداد مجموعه فازی برای هر متغیر ورودی تعریف شود. دقت پیشگویی بسیار مهم است و با تعریف مجموعه های فازی بیشتر برای هر متغیر به دقت بالاتری می توان دست یافت .n درحقیقت نشاندهنده تعداد ورودی هایی که برای پیش بینی $x(k+l)$ استفاده می شوند، می باشد[۱].

۲.متن اصلی مقاله

همانطور که در بخش قبل اشاره شد، از مدل Li و Kuang که مدلی است که علاوه براینکه دینامیک سیستم تنظیم انسولین – گلوکز را نشان می دهد، سیکلوار بودن ترشح انسولین و تاخیرات موجود دراین سیستم را مدل می کند، برای مدل پیش بین فازی استفاده کرده ایم. ابتدا در بخش ۱.۲ توضیحی در مورد این مدل و نحوه پیاده سازی آن ارائه می شود، در بخش ۲.۲ در مورد اساس مدل پیش بین فازی و پیاده سازی آن آورده می شود.

۲. ۱. مدل دو تاخیر زمانی و شبیه سازی آن

Li و Kuang(۲۰۰۶) با اعمال قانون بقای جرم، سیستم تنظیم گلوکز- انسولین را مدل کرده اند. در مدل آنها $G(t)$ و $I(t)$ به ترتیب نشان دهنده غلظت‌های گلوکز و انسولین در زمان $t \geq 0$ است:

$dG(t)/dt =$ تفاضل مصرف گلوکز از تولید گلوکز

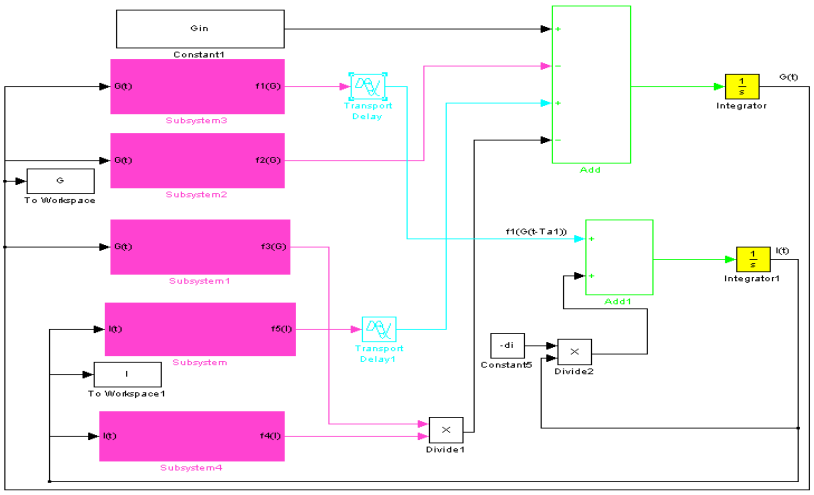
$dI(t)/dt =$ تفاضل از بین رفتن انسولین از تولید انسولین

Li و Kuang با در نظر گرفتن چگونگی فرآیند تولید و مصرف انسولین وگلوکز، توابعی را به آنها نسبت داده اند و سپس مدلسازی سیستم را انجام داده اند. آنها از تابع$f_1(G)$ به عنوان تابع تولید انسولین که توسط غلظت گلوکز G تحریک شده، از di بعنوان نرخ از بین رفتن انسولین، از Gin بعنوان نرخ تزریق گلوکز که مقداری ثابت است، از $f_5(I)$ بعنوان تابع تولید گلوکز که توسط غلظت انسولین I کنترل می‌شود و از تابع $f_2(G)$ برای نشان دادن مصرف گلوکز مستقل از انسولین استفاده کرده اند که معادلات این مدل بصورت زیر می باشد[۵]:

$$G'(t) = G_{in} - f_2(G(t)) - f_3(G(t))f_4(I(t)) + f_5(I(t-\tau_2)) \quad (۱)$$

$$I'(t) = f_1(G(t-\tau 1)) - d_i I(t) \quad (۲)$$

ما در ابتدا مدل ارائه شده توسط Li و Kuang که با معادلات (۱) و (۲) ارائه شده است را با سیمولینک نرم افـزار Matlab7.1 شـبیه سازی کردیم که چگونگی آن در (شکل شماره ۱) آورده شده است. لازم به ذکر است زیر سیستم هـا در(شـکل شـماره ۱) نشـان دهنـده رابطه معادلات سیستم ارائه شده در مدل Li و Kuang می باشد.



شکل ۱ : شبیه سازی مدل سیستم تنظیم انسولین – گلوکز با دو تاخیر زمانی

۲. ۲. مدل پیش بین فازی

در بخش قبل مدل سیستم تنظیم انسولین – گلوکز با دو تاخیر زمانی توضیح داده شد. که همانطور که ذکر شد به دلیل این که این مدل، سیستم تنظیم انسولین – گلوکز را بطور کاملتر و دقیق تری نسبت به دیگر مدل ها توصیف می کند اما عدم قطعیتی که مدل ها وجود دارد مدنظر قرار نگرفته است. پس در این بخش پس از توصیح اساس پیاده سازی مدل پیش فازی را که انجام داده ایم، معرفی خواهیم کرد.

۲. ۲. ۱.طراحی سیستم فازی

با توجه به توضیحاتی که در مورد نحوه طراحی سیستم ههای فازی در بخش ۱. ۲. ۱. داده شد، می توانیم جزئیات طراحی مدل پیش بین فازی را توضیح دهیم. چون نمودار گلوکز در هر لحظه بر حسب زمان بدست می آید اگر مانند روشی که در بخش ۱. ۲. ۱. توضیح داده شد، مقادیر گلوکز در هر لحظه را بصورت زوج های ورودی و خروجی در نظر بگیریم. با توجه به اینکه n (که در بخش ۱. ۲. ۱. ۱. معرفی شد) چهار انتخاب کرده ایم، پس زوج های ورودی و خروجی به صورت چهار ورودی و یک خروجی است. با توجه به اینکه در(شکل های شماره ۲ و۳) محور زمان تا ۱۵۰۰ خواهد بود، پس در اینجا از ۷۵۰ نقطه اول در منحنی گلوکز برای ساخت زوج های ورودی و خروجی که ذکر شد استفاده کرده و آنگاه از سیستم فازی طراحی شده برای پیشگویی ۷۵۰ نقطه باقیمانده استفاده کرده ایم. برای هر متغیر ورودی ۱۵ مجموعه فازی تعریف کردیم که ۱۳ تابع تعلق مثلثی و ۲ تابع تعلق ابتدایی و انتهایی بصورت ذوزنقه ای در نظر گرفتیم. پس در اینجا ما مراحل اول تا پنجم را که در بخش ۱. ۲. ۱ بیان شد را به این صورت انجام دادیم که ۱۵ تابع تعلق به هر ورودی نسبت دادیم وبا توجه به این تعداد تابع تعلق و تعداد ورودی ها که چهار است در کل می توانیم از ۷۵۰ تا $۱۵^۴$قانون داشته باشیم که البته در بین این قوانین، قوانینی هستند که با هم Confilict دارند که باید این قوانین حذف شوند در نتیجه پس از pruning قوانین، از ۱۶۰۹ قانون ۱۴۹۶ قانون Confilict داشتند که در انتها ۱۱۳ قانون باقی ماند. در این روش از فازی ساز منفرد و غیر فازی ساز میانگین مراکز استفاده کرده ایم. برای اینکار از گلوکز ۱۰۰ نمونه، ۱۰۰نمونه، نمونه برداری می کنیم و داده ها را به دو قسمت تقسیم می کنیم که از ۱:۷۵۰ را بعنوان داده های یادگیری به سیستم می دهیم که در (شکل شماره ۶) آورده شده است. توسط برنامه نویسی با نرم افزار Matlab 7.1 مدل پیش بین فازی مورد نظر را ایجاد کردیم که نتایج آن در (شکل های شماره ۶و۷و۸۹) آورده شده است.

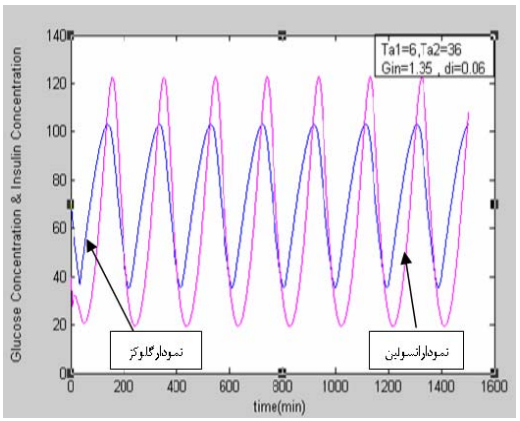
دقت پیشگویی بسیار مهم است و با تعریف مجموعه های فازی بیشتر برای هر متغیر به دقت بالاتری می توان دست یافت. در این قسمت با توجه به چهار دینامیک متوالی گلوکز، دینامیک بعدی گلوکز را پیش بینی می کند، که به همین دلیل آن را کنترل پیش بین با دینامیک مرتبه چهار نامیده شده است.

۳.نتایج

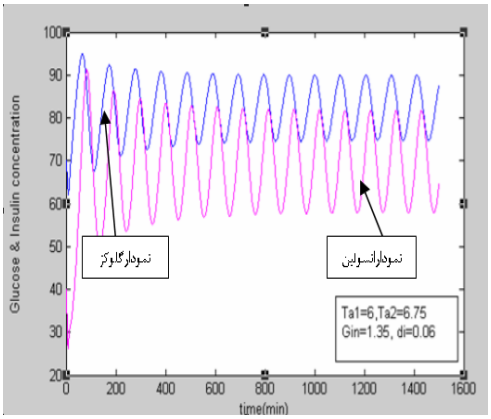
در این قسمت ابتدا نتایج حاصل از شبیه سازی(شکل شماره ۱) و در ادامه نتایج حاصل از طراحی سیستم مدل پیش بین فازی و مقایسه آن با مدل اصلی آورده شده است.

۳. ۱. نتایج حاصل از شبیه سازی مدل Li و Kaung

در حقیقت (شکل های شماره ۲ و۳) که نشان دهنده غلظت انسولین و گلوکز هستند که به ترتیب بر حسب mg/dlو mU/dl می باشد.



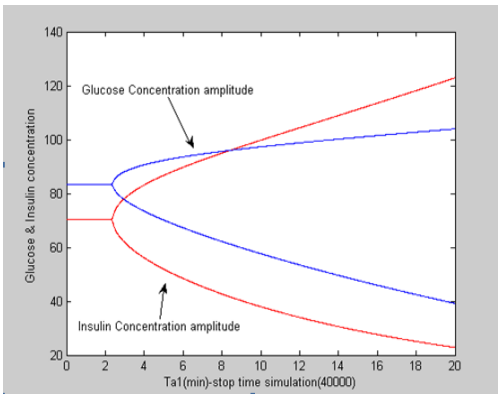
شکل ۲: نمودارهای غلظت انسولین و گلوکز



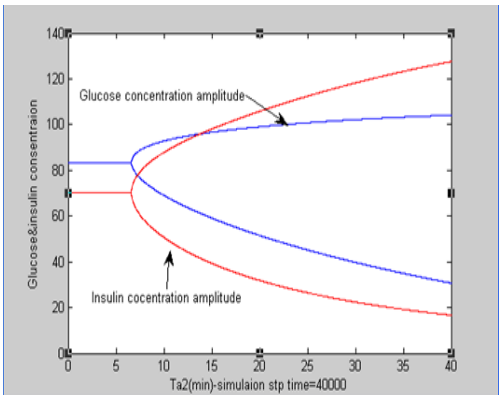
شکل ۳: نمودارهای غلظت انسولین و گلوکز

همانطور که در (شکل شماره۳) دیده می شود، اگر این تاخیر ها مطابق با شرایط فیزیولوژیک بدن نباشند، سطح غلظت گلوکز که باید در رنج ۱۱۰-۷۰ باشد، افت پیدا می کند. همانطور که در (شکل شماره ۳) مشاهده می شود، اگر تاخیر های زمانی یک و دو به ترتیب ۶ و ۶.۷۵ باشد، نوسانات گلوکز و انسولین در رنج نرمال خواهد بود.

این سیستم هنگامی که تاخیر زمانی اول از مقدار ۲.۲۵ و تاخیر زمانی دوم از مقدار ۶.۵ افزایش یابد، bifurcationرخ می دهد که در (شکل های شماره ۴ و ۵) نشان داده شده است.



شکل ۴: نمودار bifurcation گلوکز و انسولین



شکل ۵: نمودارهای bifurcation گلوکز و انسولین

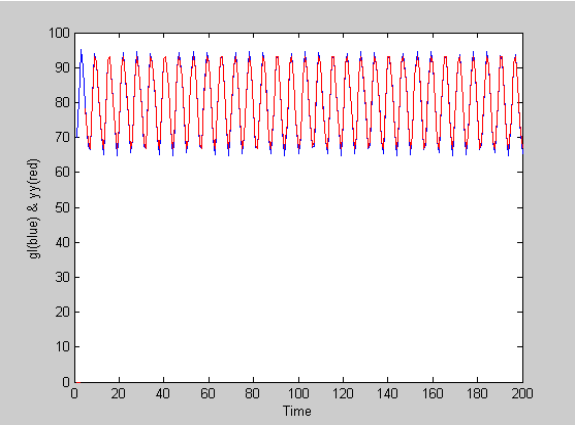
در حقیقت اگر نمودارهای غلظت انسولین و گلوکز را بر حسب تغییرات و را رسم کنیم، بعد از مقادیر(۲.۲۵ و ۶.۵به ترتیب برای تاخیر زمانی اول و دوم)، غلظت انسولین و گلوکز مقادیر ثابتی نیست و بعد از این زمان ها است که سیستم شروع به نوسان می کند و در واقع مبدا نوسانات سیکلوار انسولین بدلیل همین مسئله است.

۳. ۲. نتایج حاصل از مدل پیش بین فازی

همانطور که بخش ۲. ۲. ۱. توضیح داده شد از نصف نقاط(۷۵۰ نقطه اولیه) بعنوان داده های یادگیری استفاده کردیم و به هر ورودی ۱۵ تابع تعلق نسبت دادیم وبا توجه به این تعداد تابع تعلق و تعداد ورودی ها که چهار است در کل می توانیم از ۷۵۰ تا ۱۵۴قانون داشته باشیم که البته در بین این قوانین، قوانینی هستند که با هم Confilict دارند که باید این قوانین حذف شوند در نتیجه پس از pruning قوانین، از ۱۶۰۹ قانون ۱۴۹۶ قانون Confilict داشتند که در انتها ۱۱۳ قانون باقی ماند.

همانطور که در (شکل شماره۶ (نمودار آبی رنگ)) دیده می شود بازه تغییرات داده های یادگیری از ۶۵-۹۵ می باشد. با استفاده از این داده ها و روش طراحی که توضیح داده شد، نتایج حاصل از پیشگویی توسط مدل پیش بین فازی در (شکل شماره ۶(نمودار قرمز رنگ)) آورده شده است که همانطور که انتظار می رفت دامنه داده های پیشگویی نیز از ۶۵-۹۵ می باشد.

در (شکل شماره ۶)حال برای اینکه انطباق این مدل بر مدل اصلی نشان داده شده است. همانطور که دیده می شود از لحاظ دامنه و فاز کاملا بر هم منطبق می باشد و فقط علت اینکه نمودار خروجی مدل پیش بین در ابتدا بر روی داده های یادگیری مشاهده نمی شود این است که سیستم باید به اندازه ۴ داده ورودی اولیه صبر کند و سپس خروجی تولید کند اما بعد از این شرایط اولیه دیگر مدل پیش بین دقیقا همان رفتار سیستم اصلی را خواهد داشت.



شکل ۶: خروجی مدل پیش بین ۴ نقطه ای و ورودی(سطح گلوکز)

۴. جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله در ابتدا مدل های مختلف سیستم تنظیم انسولین – گلوکز از نظر نقاط ضعف و قوت مورد بررسی قرار گرفت و سپس مدلی که انطباق بیشتری بر داده های فیزیولوژیک داشت را انتخاب کردیم و آن را پیاده سازی کردیم و در قالب شبیه سازی ها تمام ویژگی های سیستم را بیان کردیم. اما از آنجاییکه همه این مدل ها دارای عدم قطعیت هایی در نوع مدل کردن و نحوه تعیین پارامترها که بدلیل عدم شناخت کامل سیستم های طبیعی دارا می باشند، علت علت اینکه از مدل پیش بین، به دلیل کیاتیک بودن این سیستم است.

ما با استفاده از این مدل، مدل پیش بین فازی را ارائه دادیم که با دقت بسیار بالا منطبق بر مدل Li و Kuang است که علاوه براینکه تمام ویژگی های مدل Li و Kuang را دارد، با درنظر گرفتن عدم قطعیت، بهتر می تواند توصیف کننده سیستم تنظیم – انسولین گلوکز باشد.

منابع

[۱] لی وانگ، سیستم های فازی و کنترل فازی، ترجمه محمد تشنه لب، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی،۱۳۸۷، صفحات ۲۰۰-۱۹۵
[۲]F.Chee and T. Fernando, *Closed Lloop Control Of Blood Glucose*, Springer,2007
[۳]W. A., K. Y. K., and Q.C., *Model Reference Adaptive Control on Glucose for the Treatment of Diabetes Mellitus,* in 19th IEEE Symposium on Computer Based Medical Systems(CBMS'06),2006
[۴]Bergman, Ider, Bowden, and Cobelli, *Quantitative Estimation of Insulin Sensitivity*, American Jornal of Physiology, 1979, vol. 2, pp 66-77
[5] Jiaxu Li_,1, Yang Kuang2, Clinton C. Mason, *Modeling the glucose–insulin regulatory system and ultradian insulin expilicit time delays*, Journal of Theoretical Biology ,۲۰۰۶ pp 722–735
[۶]W. R.Puckett, *Dynamic modelling of diabetes mellitus*, Ph.D Thesis, 1992

مریم السادات احمدی*، دانشکده مهندسی پزشکی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات
آدرس پست الکترونیکی: **mahmadi838@gmail.com**

امیرهمایون جعفری دانشکده مهندسی پزشکی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات
آدرس پست الکترونیکی: **Amir_j73@yahoo.com**

میثم مشهدی ملک، دانشکده مهندسی پزشکی دانشگاه صنعتی امیرکبیر
آدرس پست الکترونیکی: **mashhadimalek@gmail.com**

* سخنران

امکان سنجی بکارگیری الگوریتم جدید فازی – آماری جهت شناسایی الگوهای رفتاری داده های ماهواره ای چند طیفی

طاهر نجفیان، نادر فتحیان پور، رامین بخش پور، حجت اله رنجبر

چکیده. یکی از روش های رایج در اکتشافات معدنی، استفاده از داده های ماهواره ای می باشد که سنجش از دور نامیده می شود. سنجش از دور به عنوان تکنولوژی و علمی تعریف می‌شود که به وسیله آن، می‌توان بدون تماس مستقیم با سطح زمین، معمولاً در طول موجهای بین ۴/۰ میکرومتر تا حدود ۱ متر، مشخصه‌های یک شیء یا پدیده سطحی را تعیین، اندازه‌گیری یا تجزیه و تحلیل نمود. در این تحقیق سعی شده تا بوسیله توسعه الگوریتمی مبتنی بر روش فازی - آماری، طیف ناشناسی را که از تصاویر ماهواره ای بدست می آید با طیف های کتابخانه ای مرجع مقایسه و بر اساس شباهت طیفی، امکان تعلق آن به مجموعه کانیهای موجود در بانک کتابخانه طیفی محاسبه و کانی دارای حداکثر امکان به کانی ناشناس اختصاص یابد. در ابتدا و به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم از طیف های کتابخانه ای مرجع که توسط سازمان زمین شناسی آمریکا (USGS) ارائه شده است، استفاده گردید. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بر روی داده های کتابخانه ای دقیقاً طیف ناشناس را مربوط به کانی مسکویت، تشخیص داد. همچنین ارزیابی و صحت سنجی عملکرد الگوریتم فازی فوق برروی داده های واقعی مربوط به آلتراسیون فیلیک در منطقه ی معدنی مس دره زار واقع در جنوب معدن مس سرچشمه، حداکثر امکان را به طیف کتابخانه ای مسکویت که مشخصه آلتراسیون فیلیک می باشد نسبت داد.

۱.مقدمه

تئوری فازی نگرش جدیدی به رفتار سیستمهای همراه با عدم قطعیت می‌باشد که برای اولین بار توسط پرفسورعسگر لطفی‌زاده، استاد دانشگاه برکلی درسال ۱۹۶۵مطرح شد. علم ریاضیات نگرشی دو ارزشی به قضایا دارد بطوریکه بود یا نبود، هست یا نیست از جمله مثالهای آن است. ازاین منظرپاسخ های یک مسأله یا درست ویا نادرست است، مقادیرنظیر آنها یا صفر ویا یک است و حالت بینابینی وجود ندارد. اما دردنیای واقعیت ها پدیده هایی فعالند که توجیه آنها در چارچوب یک طیف پیوسته بین بود یا نبود به طورمناسبتری صورت می گیرد. درواقع ازنظرمنطق فازی درچارچوب ابهام مرتبط با هرچیزی، به طورنسبی هست یا نیست و یا می تواند درست یا غلط باشد. درمورد صحت و سقم پدیده های واقعی همواره درجاتی از عدم قطعیت وجود دارد. تئوری فازی مبتنی برنظریه امکان است و مفهوم اندازه امکان در اساس چیزی نیست جزیک تابع عضویت برای یک زیرمجموعه فازی که به نوعی دیگر فرمول بندی شده است. تئوری فازی به صورت رایجی برای ارزیابی اطلاعات،کاربردهای متعددی در علوم و فنون مختلف پیدا کرده است که علوم مربوط به فیزیک زمین نیز از این امر مستثنی نمی باشند [۱].

یکی از روش های رایج در اکتشافات معدنی، استفاده از داده های ماهواره ای می باشد که سنجش از دور نامیده می شود. سنجش از دور به عنوان تکنولوژی و علمی تعریف می‌شود، که به وسیله آن، می‌توان بدون تماس مستقیم با سطح زمین، معمولاً در طول موجهای بین ۴/۰ میکرومتر تا حدود ۱ متر، مشخصه‌های یک شیء یا پدیده سطحی را تعیین، اندازه‌گیری یا تجزیه و تحلیل نمود.

اجسام مختلف در محدوده طول موجهای طیف الکترومغناطیسی، بسته به ویژگیهای فیزیکی و ترکیب خود، با شدت منحصر به فرد نور را انعکاس و انتشار می‌دهند. داشتن اطلاعاتی از رفتار طیفی اجسام در طول موجهای گوناگون، براساس منحنی‌های شاخص انعکاس و انتشار طیف، در سنجش از دور از اهمیت زیادی برخوردار است. در سنجش از دور، بازتاب امواج الکترومغناطیسی پس از برخورد با پدیده های مختلف زمین، بوسیله سنجنده ها ثبت، و سپس مورد بررسی قرار می گیرند. با استفاده از این تفاوتهای طیفی اجسام میتوان انواع سازندهای زمین شناسی را بوسیله سنجش از دور چند طیفی تفکیک نمود [۱]. همچنین علم و فناوری سنجش از دور در سایر شاخه های علوم و مهندسی همچون زمین شناسی و معدن، عمران، کشاورزی، آبشناسی، هواشناسی و محیط زیست کاربردهای بسیاری پیدا کرده است. در این تحقیق سعی شده تا بوسیله روش فازی، طیف ناشناسی را که از تصاویر ماهواره ای بدست می آید با طیف های کتابخانه ای مرجع مقایسه و بر اساس شباهت طیفی، امکان تعلق آن به مجموعه کانیهای موجود در بانک کتابخانه طیفی محاسبه و کانی دارای حداکثر امکان به کانی ناشناس اختصاص یابد.

۲.مختصری پیرامون مبانی مجموعه های فازی

مجموعه های فازی اجزای ساختمانی کلیه سیستم های فازی هستند. در بحث مجموعه های کلاسیک (مجموعه های قاطع) هرمجموعه از تعدادی عضوتشکیل می شود، بنابراین هر عضو آن یا متعلق به یک مجموعه خاص می باشد و یا نمی باشد. به عبارت دیگر درجه عضویت
یک عضو به مجموعه ها معین صفر و یا یک خواهد بود. دراین حالت تابع عضویت گسسته است. مجموعه های معمولی که به صورت دقیق بیان می شوند درنظریه مجموعه های فازی به "مجموعه های قاطع " معروفند. در صورتیکه A بیانگریک مجموعه قاطع برروی مجموعه مرجع X باشدتابع مشخصه این مجموعه یعنی χ_A را می توان با نگاشت زیر تعریف کرد [۳و۵].

$$\chi_A : X \to \{0,1\} \quad (۱)$$

$$\chi_A = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

حال مجموعه ای تعریف می کنیم که هرعضو آن با یک درجه عضویت دربازه [0,1] به آن مجموعه تعلق داشته باشد.این چنین مجموعه ای را مجموعه فازی می نامیم.یک مجموعه فازی بر روی X به وسیله یک تابع عضویت μ_A که بیانگر نگاشت زیر است تعریف می شود.

$$\mu_A : X \to [0,1] \quad (۲)$$

که بصورت گسسته بصورت زیر بیان می گردد.

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i \quad (۳)$$

که در آن منظور از علامت +، اجتماع است که در فرم پیوسته آن بصورت زیرارائه می گردد.

$$A = \int_x \mu_A(x_i)/x_i \quad (۴)$$

در اینجا نیز منظور از علامت ∫ ، اجتماع است. نمادهای / و + و ∑ و ∫ ، معانی متفاوتی در مجموعه فازی دارند. منطق فازی ابزارمناسبی برای کمی سازی مفاهیم نادقیق و استدلالهای تقریبی است. منظورازمنطق فازی، استدلال با اعداد و مجموعه های فازی است بگونه ای که بتوان با اعداد فازی در قالب " اگر – آنگاه " یا قوانینی تجربی به استدلال پرداخت [۳].

۳.مبانی شناسائی نوع پوششهای سطحی با استفاده از داده های چندطیفی ماهواره ای به روش فازی

منطق فازی به یک توزیع نرمال نیازی ندارد و به صورت هر نوع توزیعی که درقوانین ریاضی تشریح شده، می تواند مورد استفاده قرارگیرد اما به دلیل رواج توزیع نرمال وسادگی آن سعی در استفاده از توزیع نرمال می باشد [۲]. توزیع نرمال به طورکلی به وسیله دو پارامتر میانگین و انحراف معیارتوصیف می شود. پارامتر انحراف معیار بستگی به پارامترهای اصلی و خطای اندازه گیری دارد. این انحراف معیار یا فازی بودن حول میانگین، کلید اصلی این روش است و به همین دلیل منطق فازی - آماری نامیده می شود. توزیع نرمال با معادله (۵) نشان داده می شود که درآن P(x) چگالی احتمال، x مقداراندازه گیری شده در سری داده ها و μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار می باشند [۲و۴].

$$P(x) = \frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (۵)$$

درآمارسنتی سطح زیرمنحنی توصیف شده به وسیله توزیع نرمال نشان دهنده احتمال یک متغیر x در یک بازه بین x_1 و x_2 می باشد و منحنی به خودی خود نشان دهنده‌ی احتمال نسبی متغیر x واقع شده درتوزیع نرمال می باشد. این منحنی ها برای تخمین امکان نسبی یا امکان فازی که مقدار یک داده را به یک سری از داده ها مربوط می کند، مورد استفاده قرارمی گیرند. اگر در یک طیف مرجع (داده های کتابخانه ای)، هر کدام از باندهای طیف مورد نظر با میانگین μ و انحراف معیار σ که مقدار مجاز آن حداکثر تا ۳۰٪ میانگین می باشد، مشخص شده باشد، امکان فازی هر یک از باندهای طیف ناشناس بدست آمده ازتصویر(x) ، با استفاده از معادله (۵) قابل پیش بینی است. میانگین و انحراف معیار به سادگی از طریق نمونه‌گیری مجدد از داده ها در آزمایشگاه و بدست آوردن مرکز باندها در هر طیف بدست می آیند. از آنجایی که داده های مورد استفاده در این تحقیق از تلفیق ۷ باند طیفی سنجنده ALI و ۶ باند طیفی سنجنده ASTER که امکان نگاشت کانی ها و شناسایی مناطق دارای آلتراسیون و اکسید های آهن را با دقت بالاتری فراهم می آورد، تشکیل شده است، در نتیجه مجموعه ای از ۱۳ باند طیفی خواهیم داشت که x می تواند مربوط به هرکدام از این باندها باشد. هریک از طیف های مرجع، میانگین و انحراف معیارخاص خود را دارد. بطور مثال برای m کانی کتابخانه ای و n باند طیفی، تعداد n جفت μ وσ برای هر کانی موجود در مجموعه داده های کتابخانه ای وجود خواهد داشت. درصورتیکه برای هر یک از کانیهای کتابخانه ای مقادیر میانگین و انحراف معیار باندهای طیفی را با $\mu_{i,j}$ و $\sigma_{i,j}$ نمایش دهیم، که در آن i نشان دهنده کانی iام در مجموعه کانی های موجود در کتابخانه هدف بوده و j پاسخ طیفی باند jام آن می باشد و بدیهی است که مقادیر i و j بترتیب در دامنه ۱ تا m و ۱ تا n تغییر می نمایند، آنگاه امکان فازی تعلق طیف ناشناس به هر یک از باندهای کانیهای موجود در بانک کتابخانه ای را می توان از معادله (۵) و با جایگذاری $\mu_{i,j}$ و $\sigma_{i,j}$ بجای μ وσ و x_j بجای x که در آن x_j پاسخ طیفی باند jام از طیف ناشناس می باشد، بدست آورد.

$$P(x_j) = e^{\frac{-(x_j-\mu_{i,j})^2}{2\sigma_{i,j}^2}} \Big/ \sigma_{i,j}\sqrt{2\pi}$$

این محاسبه امکان فازی را بایستی برای کلیه کانیهای موجود در کتابخانه طیفی و کلیه باندهای مربوطه انجام داد. طبیعی است که حداکثر امکان فازی یعنی زمانی که میانگین طیف اندازه گیری شده ناشناس در هر یک از باندها با میانگین هر یک از باندهای کانیهای کتابخانه ای برابر گردند، برابر معادله (۶) زیر خواهد بود.

$$P(\mu) = \frac{e^{\frac{-(\mu-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \qquad (۶)$$

امکان فازی نسبی $R(x_f)$، تعلق باند jام طیف ناشناس به هر یک از باندهای کانیهای کتابخانه ای را می توان از رابطه (۷) که از طریق تقسیم معادله (۵) به معادله (۶) بدست می آید تعیین نمود. معادله به دست آمده، هر امکان فازی را به تنهایی به تمامی انواع کانیهای کتابخانه ای نسبت می دهد [۴].

$$R(x_j) = e^{\frac{-(x_j-\mu_{i,j})^2}{2\sigma_{i,j}^2}} \qquad (۷)$$

برای مقایسه این امکان های فازی بین انواع کانیها، باید فراوانی تعلق باندهای طیف ناشناس به کانی های هدف در نظر گرفته شود. این امربا ضرب کردن معادله (۷) درجذر رخداد مورد نظر کانیiام در مجموعه کانیهای کتابخانه ای تحقق می یابد که با (n_i) نشان داده شده است. بنابراین امکان فازی تعلق باند jام طیف ناشناس به کانی نوع iام به صورت معادله (۸) زیر بیان می شود.

$$F(x_j) = \sqrt{n_i} e^{\frac{-(x_j - \mu_{i,j})^2}{2\sigma_{i,j}^2}} \quad (۸)$$

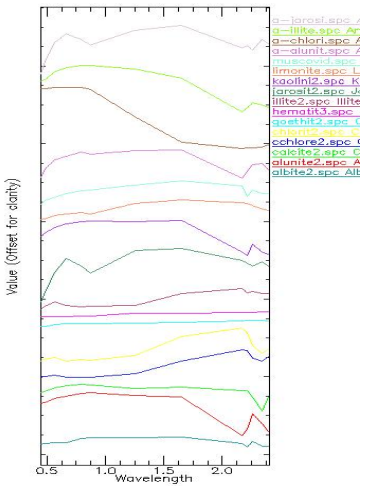
این امکان فازی $F(x_j)$ فقط براساس باند jام طیف ناشناس می باشد و لازم است تا برای سایر باندها نیز محاسبه شود. دراین جا ما امکان های فازی مختلفی برای هر یک از باندهای طیفی خواهیم داشت ($F(x_1)$, $F(x_2)$, $F(x_3)$, … $F(x_n)$) که مبتنی بر امکان های فازی از اندازه گیریهای باندهای مختلف کانیهای کتابخانه ای می باشند. در انتها لازم است تا این امکانهای فازی به صورت هارمونیک با هم ترکیب شده و امکان فازی ترکیبی را بدست دهند [۴].

$$\frac{1}{C_i} = \frac{1}{F(x_{i,1})} + \frac{1}{F(x_{i,2})} + \frac{1}{F(x_{i,3})} + ... + \frac{1}{F(x_{i,j})} \qquad i = 1,2,...,m \quad j = 1,2,...,n \quad (۹)$$

این فرآیند برای انواع طیفهای کانیهای موجود در کتابخانه های طیفی معتبر امکان پذیر می باشد. کانی هدفی که بالاترین امکان فازی ترکیبی (C_i) را داشته باشد به عنوان محتمل ترین کانی برای طیف ناشناس در نظرگرفته می شود. امکان فازی تعیین شده بدین طریق $C_i(max)$ ضریب اطمینانی را برای پیش بینی ارائه می دهد.

۴.ارزیابی عملکرد الگوریتم بر روی داده های کتابخانه ای:

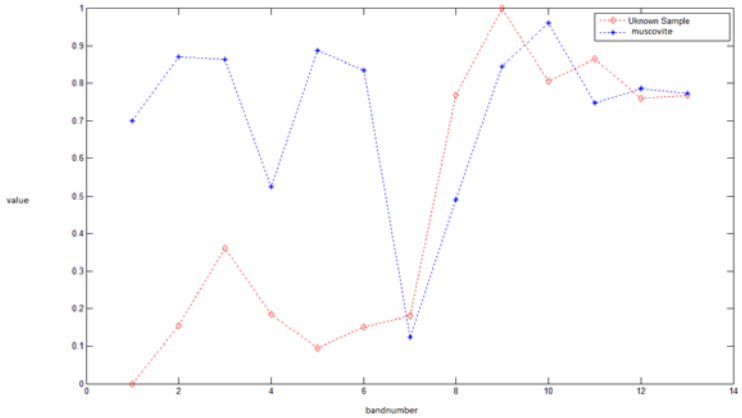
در این تحقیق شناسایی طیف ها به روش فازی توسط برنامه نویسی در محیط مطلب، صورت پذیرفت. در ابتدا و به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم از طیف های کتابخانه ای مرجع که توسط سازمان زمین شناسی آمریکا (USGS) ارائه شده است، استفاده گردید. بدین منظور تعداد ۱۶ کانی (m=16)، از کانی هایی که امکان حضور آنها در منطقه مورد مطالعه وجود داشت، انتخاب گردیدند اکثر این کانی‌ها از نظر طیفی دارای شباهت های بسیاری بوده بطوریکه تفکیک آنها را از هم مشکل می سازد (شکل ۱). از بین این ۱۶ کانی، طیف کانی مسکویت به عنوان طیف ورودی (طیف ناشناس) انتخاب و بوسیله ی الگوریتم فازی – آماری ارائه شده در فوق، در مقایسه با ۱۶ طیف کتابخانه طیفی، مورد شناسایی قرار گرفت. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم دقیقاً طیف ناشناس را مربوط به کانی مسکویت، تشخیص داد.



شکل۱- طیف های کتابخانه ای مرجع سازمان زمین شناسی آمریکا (USGS)

۵.ارزیابی عملکرد الگوریتم برروی داده های واقعی:

اکثر طیف هایی که از تصاویر ماهواره ای بدست می آیند، به دلایل مختلف از قبیل جذب، انتقال و یا تداخل امواج، ممکن است طیف خالص یک کانی نباشند و در نتیجه مقایسه ی آنها با طیف های مرجع، کاری مشکل و در بسیاری موارد ناممکن می باشد بطوریکه فرایند تخمین را با عدم قطعیت بالایی همراه می سازد. برای ارزیابی و صحت سنجی عملکرد الگوریتم فازی فوق برروی داده های واقعی، از طیف یکی از پیکسلهای شناخته شده از نظر کانی شناسی مربوط به آلتراسیون فیلیک در منطقه ی معدنی مس دره زار واقع در جنوب معدن مس سرچشمه استفاده شد. بدین منظور از طیف کانی مسکویت که مشخصه آلتراسیون فیلیک می باشد در میان طیف سایر کانیهای آلتراسیون کانسارهای مس پورفیری جهت تشکیل کتابخانه طیفی استفاده گردید. هرچند همانطور که اشاره شد، طیف پیکسل انتخابی (آلتراسیون فیلیک) دقیقاً بر طیف کتابخانه ای مسکویت منطبق نمی باشد ولیکن همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است الگوریتم فوق حداکثر امکان را به طیف کتابخانه ای مسکویت نسبت داد.



شکل ۲ – نتایج اعمال الگوریتم فازی بر روی داده های محدوده معدن مس دره زار – جنوب سرچشمه

۶. جمع بندی و نتیجه گیری:

با توجه به نتایج بدست آمده از ارزیابی الگوریتم معرفی شده فازی – آماری در این تحقیق بر روی دو دسته داده های آزمایشگاهی (کتابخانه ای) و واقعی مشخص گردید که الگوریتم پیشنهادی بخوبی قادر به تشخیص پدیده های توأم با عدم قطعیت همچون رفتار طیفی سازندهای سطحی حاصل از سنجنده های ماهواره ای می باشد. لذا نظر به کاربردهای وسیعی که در زمینه طبقه بندی داده های چند متغیره و همچنین آنالیزهای خوشه ای و حداکثر درست نمایی وجود دارد، می توان قابلیتهای کاربردی بسیاری برای الگوریتم پیشنهادی در حل سریع و ارزان مسائل فوق متصور شد.

مراجع

[۱] حسنی پا ک،ع.ا،۱۳۸۰- تحلیل داده های اکتشافی ، انتشارات دانشگاه تهران

[۲]رضایی، ع، ۱۳۷۶- مفاهیم آمار و احتمالات، نشر مشهد

[۳] کازوتاناکا، ترجمه.وحیدیان، ک. و طارقیا ن، ع. ۱۳۸۱- مقدمه ای بر منطق فازی و شرح کاربردهای عملی آن، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.

[4] Cuddy ,S,.J,2002,. *The application of Fuzzy logic and Genetic algorithms to reservoir characterization and modeling.*

[5] Khr , G.J., and Yuan ,B.,1975., *Fuzzy set and fuzzy logic: Upper Saddle River*, New Jersey Prentice-Hall, p.592.

طاهر نجفیان*، دانشجوی کارشناسی ارشد اکتشاف معدن دانشگاه شهید باهنر کرمان
آدرس پست الکترونیکی: t.najafian@gmail.com

نادر فتجیان پور، دانشیار دانشکده مهندسی معدن دانشگاه صنعتی اصفهان
آدرس پست الکترونیکی: fathian@cc.iut.ac.ir

رامین بخش پور، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی اصفهان
آدرس پست الکترونیکی: ramin.bp@gmail.com

حجت اله رنجبر، دانشیار بخش مهندسی معدن دانشگاه شهید باهنر کرمان
آدرس پست الکترونیکی: h.ranjbar@mail.uk.ac.ir

* سخنران

دسته‌بندی اشیا بر اساس ویژگی هیستوگرام فواصل درونی نقاط کانتور مرزی با استفاده از طبقه-بند فازی-عصبی

زینب ایمانی، حسین ابراهیم نژاد

چکیده. در این مقاله روشی برای شناسایی و طبقه‌بندی شکل‌های باینری معرفی می‌شود. استفاده از هیستوگرام فواصل درونی نقاط کانتور مرزی در مرحله انتخاب ویژگی پیشنهاد می‌گردد. در مرحله بعدی هیستوگرام فواصل محاسبه می‌شود و برای پایداری نسبت به تغییر اندازه، هیستوگرام نرمالیزه می‌شود. مزیت عمده ویژگی استخراج شده پایداری آن در برابر مقیاس ، چرخش و انتقال و تقارن آینه‌ای می‌باشد.در مرحله کلاس‌بندی، هیستوگرام نرمالیزه شده به طبقه‌بند فازی-عصبی داده می‌شود. روش پیشنهادی بر روی پایگاه‌های داده ***Mpeg7*** و ***Tools*** اعمال می‌گردد. در روش پیشنهاد شده، نرخ شناسایی بالاتری روی پایگاه داده ***Mpeg7*** نسبت به پایگاه داده ***tools*** به‌دست می‌آید. در پایان نیز مقایسه‌ای با شبکه عصبی ***PNN*** صورت می‌گیرد که طبقه‌بند فازی-عصبی کارایی بهتری نسبت به شبکه عصبی ***PNN*** نمایش می‌دهد.

۱- مقدمه

آنالیز شکل یک مسئله کلاسیک در زمینه شناسایی الگو می‌باشد. در طول سال‌ها چندین روش برای توصیف شکل و شناسایی پیشنهاد شده است. این روش‌ها را می‌توان در سه گروه طبقه بندی نمود: روش های مبتنی بر ناحیه، روش‌های مبتنی بر مرز و روش‌های مبتنی بر اسکلت (Skeleton). روش‌های مبتنی بر مرز برای شکل‌های توصیف شده به‌وسیله کانتورهایشان موثرند. از جمله روش‌های مبتنی بر مرز: توصیف گرهای فوریه، فضای مقیاس انحنا ، توصیف‌گرهای ویولت، بعد فراکتال چند مقیاسه و فاصله داخلی می‌باشد. این روش ها، شکل را به عنوان یک مجموعه مختصات منظم در نظر می گیرند. بنابراین فقدان نقاط، از دست دادن بخش یا حتی انسداد یک ناحیه‌ی شکل می تواند روی نتایج تاثیر بگذارد.

روش های بر اساس اسکلت مانند[۱] فقط محور media از شکل را برای آنالیز استفاده می‌کنند. بنابراین، این روش ها نسبت به کانتور یا دیگر روش های توصیف شکل در حضورانسداد و بخش های مفصل‌دار بهتر نتیجه می‌دهند. شناسایی و طبقه‌بندی شکل به‌طور وسیعی در گذشته مطالعه شده است. ما تعدادی از این روش‌ها را مرور خواهیم کرد. اخیرا Ling and Jacobs [۲] استفاده از فاصله‌های درونی را برای شناسایی شکل‌های مفصل‌دار پیشنهاد کردند. ادعای اصلی نویسندگان این است که فاصله‌های ژئودزیک به مفصل‌ها غیرحساس است و می-تواند به‌عنوان توصیف‌گرهای مقاوم شکل استفاده شود. در[۳] یک روش مورفولوژیکی برای تجزیه‌ی یک شکل باینری در داخل اجزاء، متناظر با برآمدگی‌هایشان پیشنهاد شده است. در این کار استفاده از اسکلت یک شکل به‌منظور بخش‌بندی کردن مرز در داخل بخش‌ها به‌وسیله اپراتورهای مورفولوژیکی پیشنهاد شده است. Ebrahim And Ahmed در[۴] روشی جدید برای نمایش و توصیف شکل پیشنهاد کردند. شکل اشیا به‌وسیله اسکن تصویر اشیا با استفاده از SFC (Space-Filling Curve) گرفته می‌شود. بردار نتیجه با استفاده از تقریب ویولت هموار شده و نمونه‌برداری می‌شود. در [۵] یک روش بر اساس قطعه برای طبقه‌بندی شکل‌های کانتور پیشنهاد شده است. در این روش استنباط بایزین برای طبقه‌بندی پیشنهاد شده است. فیلترهای ذره‌ای در[۶] برای برقرار کردن تناظر درست بین مجموعه نقاط شکل‌ها استفاده شده است. توصیف‌گرهای ویژگی محلی برای تعیین احتمال تناظر یک نقطه روی یک شکل با یک نقطه روی شکل دیگر استفاده شده است. در [۷] روش شناسایی شکل بر اساس استفاده از نمایش درخت چند مقیاسه از مرز شکل و یادگیری بازگشتی درخت‌ها پیشنهاد شده است. شکل به‌وسیله یک درخت که هر گره متناظر با یک بخش مرز در تعدادی سطوح رزولوشن است نمایش داده می‌شود. روش شناسایی با استفاده از شبکه فازی-عصبی بازگشتی انجام گرفته است. Shotton et al [۸] یک سیستم شناسایی بر اساس ویژگی‌های محلی کانتور پیشنهاد کردند. این سیستم یک کتاب کد ویژه از قطعات محلی کانتور می‌سازد و برای کلاس‌بندی، Boosting در کنار یک طبقه‌بند دیگر استفاده می‌شود.

این مقاله یک روش جدید برای شناسایی و طبقه‌بندی شکل معرفی می‌کند. ایده اصلی، استخراج ویژگی شکل‌ها به‌وسیله محاسبه هیستوگرام فواصل درونی همه نقاط مرزی است. ویژگی پیشنهاد شده کاملا نسبت به تغیر مقیاس و چرخش وتقارن آینه‌ای پایدار است. در مرحله کلاس‌بندی شکل‌ها، از طبقه‌بند فازی-عصبی استفاده شده است. در تعداد زیادی از حالت‌ها، کلاسی که شکل به آن تعلق دارد، به-درستی شناخته شده است. در پایان مقاله مقایسه‌ای با شبکه عصبی PNN صورت گرفته است که نتایج مقایسه، کارایی بهتر طبقه‌بند فازی-

واژه های کلیدی: شناسایی شکل، طبقه‌بندی شکل، هیستوگرام فواصل اقلیدسی، شبکه فازی-عصبی

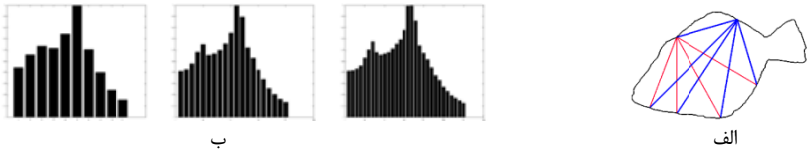
عصبی را در مقایسه با شبکه عصبی PNN نشان می‌دهد. در ادامه، بخش ۲ روش پیشنهادی استفاده شده در این مقاله را شرح می‌دهد. نتایج آزمایشی در بخش ۳ بررسی شده است. در پایان در بخش ۴ نتیجه‌گیری و جمع‌بندی ارائه می‌گردد.

۲- روش پیشنهادی

روش پیشنهادی مشتمل بر دو بخش استخراج ویژگی و طبقه‌بندی می‌باشدکه در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲-۱- استخراج ویژگی

در این بخش ویژگی هیستوگرام فواصل درونی نقاط کانتور مرزی، برای شناسایی و طبقه‌بندی شکل بررسی می‌شود. به این‌صورت که ابتدا مختصات همه نقاط مرزی برای شکل به‌دست می‌آید. سپس فاصله اقلیدسی دوبه دوی این نقاط محاسبه می‌شود(شکل ۱(الف)) در مرحله بعدی هیستوگرام رسم می‌گردد.



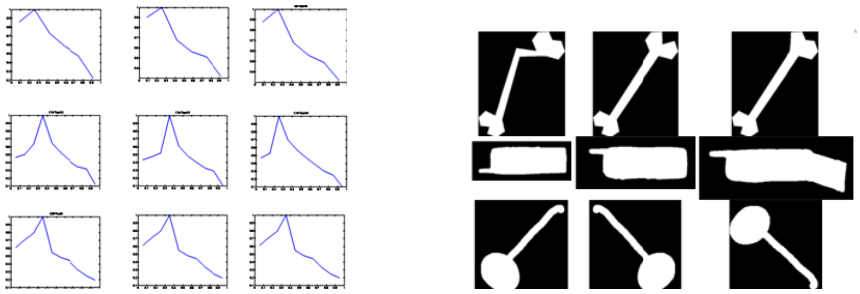
ب الف

شکل۱-الف) بردارهای فاصله اقلیدسی دو به دوی دو نقطه مرزی ب)از سمت چپ به ترتیب هیستوگرام برای ۳ بعد ۱۰ و ۲۰ و۳۰ که محور افقی طول بردارهای فاصله و محور عمودی تعداد بردارهای فاصله را نشان می‌دهد.

در آزمایش‌های انجام شده هیستوگرام در ابعاد مختلف بررسی شده است(شکل ۱-ب) که در هر بعد به عدد آن بعد، بینز هیستوگرام برداشته می‌شود. یک توصیف‌گر شکل باید در برابر چرخش، انتقال و تغیر مقیاس تغییرناپذیر باشد. برای پایدار بودن نسبت به تغییر اندازه، طول بردارهای فاصله به ماکزیمم طول بردارها تقسیم می‌شود . از آنجا که فاصله درونی برای یک شکل در موقعیت‌های مختلف یکسان است. اثر چرخش و تقارن آینه‌ای نیز از بین می‌رود.

۲-۲- پایداری به چرخش و تغیر مقیاس و تقارن آینه‌ای

همان‌طور که گفته شد یک توصیف‌گر شکل باید در برابر چرخش، انتقال و تغیر مقیاس تغییرناپذیر باشد. در این بخش پایداری نمایش پیشنهادی، با توجه به این معیارها ارزیابی شده است. تعدادی از نتایج رسم هیستوگرام روی شکل‌های Mpeg7 در شکل ۲ نمایش داده شده است.



ب الف

شکل۲- (الف) تعدادی تصویر از پایگاه داده Mpeg7 (ب) هیستوگرام متناظر این تصاویر.

برای هر شکل ازهرکلاس، هیستوگرام رسم می شود و مشاهده می‌شود که اگرچه اشیاء داخل کلاس با همدیگر اختلاف دارند. اما هیستوگرام هایشان در کل مشابه است. درشکل ۲ در ردیف اول و دوم شکل اول و سوم که اختلاف زیادی با بقیه دارد، درست شناسایی شد. ردیف دوم هم‌چنین پایداری ویژگی پیشنهادی را به مقیاس و تقارن آینه‌ای نشان می‌دهد. ردیف سوم نیز نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به چرخش هم پایدار است.

۲-۳- کلاس‌بندی با سیستم فازی-عصبی

روش‌های فازی-عصبی به ترکیب تئوری مجموعه فازی و شبکه‌های عصبی با مزایای هر دو اشاره دارد. از جمله این مزایا عبارتند از: سروکار داشتن با هر نوع از اطلاعات (عددی، زبانی، منطقی و...)، پردازش اطلاعات غیرکامل، مبهم، جزئی و غیردقیق، توانایی خود فراگیری، خود سازماندهی و خود هماهنگی، نیاز نداشتن به دانش قبلی از ارتباطات داده، محاسبات سریع و... . سیستم‌های فازی-عصبی به‌وسیله J.S.R.Jang[۹] پیشنهاد شده است. قوت اصلی سیستم‌های فازی-عصبی این است که آن‌ها تقریب‌گرهای عمومی با توانایی استخراج قانون-

های اگر-آنگاه(IF-THEN) تفسیرپذیر هستند. قوت سیستم‌های فازی-عصبی شامل دو نیاز متناقض در مدلسازی فازی می‌باشد: قابلیت تفسیر در مقابل دقت. در عمل یکی از این دو خصوصیات مستولی می‌شود. فازی-عصبی در زمینه تحقیق مدلسازی فازی به دو ناحیه تقسیم می‌شود: مدلسازی فازی زبانی که روی قابلیت تفسیر متمرکز می‌شود که به طور اصلی مدل ممدنی می‌باشد و مدلسازی فازی دقت که روی دقت متمرکز می‌شود و به طور اصلی مدل تاکاشی-سوجنو (TSK)Takagi-Sugeno-Kang)) می‌باشد. باید خاطر نشان کرد که قابلیت تفسیر سیستم‌های فازی-عصبی از نوع ممدنی می‌تواند از دست برود. برای بهتر کردن قابلیت تفسیر سیستم‌های فازی-عصبی معیارهای معین باید در نظر گرفته شود.

- **ساختار ANFIS:**

برای سادگی ما فرض می‌کنیم که سیستم استنتاج فازی دو ورودی x و y و یک خروجی z دارد. برای مدل فازی سوجنوی مرتبه اول یک مجموعه قانون رایج با دو قانون اگر-آنگاه مانند پایین است:

قانون۱: اگر x، A_1 است و y، B_1 است سپس:

$$f_1 = p_1 x + q_1 y + r_1 \quad (۱)$$

قانون ۲: اگر x، A_2 است و y، B_2 است سپس:

$$f_2 = p_2 x + q_2 y + r_2 \quad (۲)$$

شکل۳ مثالی از مدل فازی سوجنوی مرتبه اول را نشان می‌دهد. لایه ۱: خروجی این لایه به‌صورت زیر می‌باشد:

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(x), i = 1,2 \quad (۳)$$

$$O_{1,i} = \mu_{B_{i-2}}(y), i = 3,4 \quad (۴)$$

که x (یا y) ورودی به گره i و A_i (یا B_{i-2}) اندیس زبانی متناظر با گره i است. (مانند "کوچک" یا"بزرگ"). $O_{1,i}$ درجه عضویت مجموعه فازی $A(=A_1, A_2, B_1, B_2)$ است. به‌عبارت دیگر وظیفه هر گره در این لایه محاسبه‌ی مقدار تابع تعلق (MF) به‌ازای گره ورودی i می‌باشد.

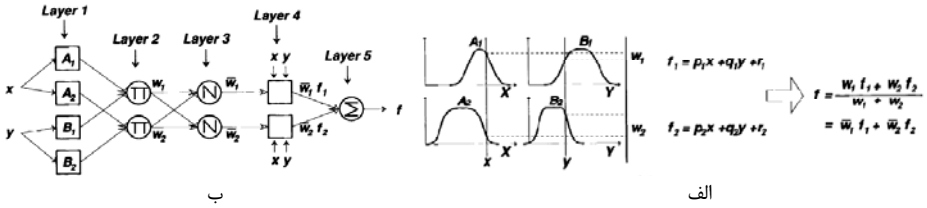
$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c_i}{a_i}\right|^{2b_i}} \quad (۵)$$

که $\{a_i, b_i, c_i\}$ در این رابطه مجموعه پارامترهای تابع تعلق (از نوع گوسین) را نشان می‌دهد.

لایه۲:هر گره در این لایه قدرت و توانایی آتش هر قانون را محاسبه می‌کند. بنابراین گرهها در این لایه عملگر AND فازی انجام می‌دهند

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y) i = 1,2 \quad (۶)$$

در اصل هر اپراتور T-norm دیگر که AND فازی انجام می‌دهد می‌تواند به‌عنوان تابع گره در این لایه استفاده شود.



ب الف

شکل۳- الف) مدل فازی سوجنوی مرتبه اول با دو قانون ب) ساختار ANFIS معادل [۹].

لایه ۳: هر گره i در این لایه نسبت قدرت آتش قانون i ام به مجموع همه قدرت‌های آتش قانون‌ها را محاسبه می‌کند.

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad (۷)$$

خروجی این لایه قدرت‌های آتش نرمالیزه شده نامیده می‌شود.

لایه ۴: خروجی نرمالیزه شده لایه قوانین برای هر گره در این لایه بر اساس استنتاج سوجنو محاسبه می‌گردد. N تعداد قوانین یا گره ها در لایه سوم است.

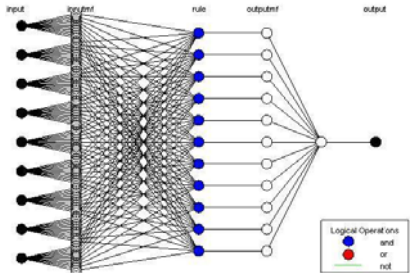
$$O_{4,i} = \overline{w}_i f_i = w_i \left(p_i x + q_i y + r_i \right) \tag{۸}$$

که $\overline{w_i}$ قدرت آتش نرمالیزه شده از لایه ۳ و $\{p_i, q_i, r_i\}$ مجموعه پارامتر این گره است.

لایه ۵: در این لایه با محاسبه مجموع حاصلضرب بردار وزن‌های لایه چهارم، خروجی نهایی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$O_{5,1} = \sum_i \overline{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \tag{۹}$$

برای کلاس‌بندی یک سیتم فازی-عصبی استفاده می‌شود (به طور نمونه شکل۴). در طبقه‌بندهای فازی-عصبی، قانون‌های اگر-آنگاه برای شرح دادن طبقه‌بند استفاده می‌شود. فرض کنید که k الگو $x_p = (x_{p1},...,x_{pn}), p = 1,...,k$ از دو کلاس معین شده‌اندکه x_p یک بردار crisp ، n بعدی است. قانون‌های طبقه‌بندی فازی نوعی برای n=2 مانند زیر است. اگر x_{p1} کوچک است و x_{p2} خیلی بزرگ است. سپس (x_{p1}, x_{p2}) به کلاس c_1 تعلق دارد. اگر x_{p1} بزرگ است و x_{p2} خیلی کوچک است. سپس (x_{p1}, x_{p2}) به کلاس c_2 تعلق دارد که (x_{p1}, x_{p2}) ویژگی‌های الگو (یا شی) p هستند. عبارت کوچک و خیلی بزرگ عبارت‌های زبانی مشخص شده به‌وسیله توابع عضویت مناسب می‌باشند. سطح آتش یک قانون (اگر x_{p1}، A_i است و x_{p2}، B_i است سپس $x_p = (x_{p1}, x_{p2})$ به کلاس c_i تعلق دارد)، نسبت به یک شی معین x_p، به‌عنوان درجه تعلق x_p به c_i تفسیر می‌شود. کار طبقه‌بند فازی تولید افراز فازی مناسب از فضای ویژگی است که لغت مناسب به این معنی است که تعداد الگوهای طبقه‌بندی شده به‌طور اشتباه، خیلی کوچک یا صفر است. سپس قانون‌ها بوسیله حذف کردن قانون‌های استفاده نشده بهینه می‌گردد.



شکل۴-یک نمونه سیستم فازی-عصبی استفاده شده در این مقاله.

۳- نتایج آزمایش

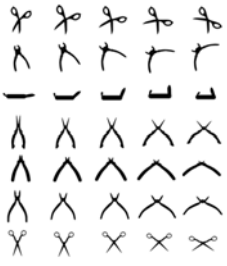
در این بخش کارایی روش پیشنهاد شده با استفاده از پایگاه‌های داده Mpeg7 و Tools نشان داده شده است.

۳-۱- پایگاه‌های داده

آزمایش‌ها بر روی دو پایگاه داده Mpeg7 و Tools انجام شده است. پایگاه داده Mpeg7 شامل ۱۴۰۰ شکل باینری می‌باشد که در ۷۰ کلاس طبقه‌بندی شده است. هر کلاس ۲۰ شکل مختلف دارد. شکل(۵-الف)چندین تصویر مختلف از این پایگاه داده را نشان می‌دهد. پایگاه داده Tools شامل ۳۵ شکل می‌باشد که در ۷ کلاس طبقه‌بندی شده‌اند. هر کلاس ۵ شکل مختلف دارد (شکل ۵-ب).



الف



ب

شکل۵- الف-تعدادی تصویر از پایگاه داده Mpeg7 [۱۰]. ب- پایگاه داده tools [۱۱].

جدول۱ نتایج شبیه‌سازی را برای پایگاه داده Mpeg7 برای ۱۰ کلاس و ۱۵ داده آموزشی و ۵ داده تست و برای پایگاه داده Tools برای ۷ کلاس و ۴ داده آموزشی و ۱ داده تست در در سه بعد ۱۰ و۲۰ و۳۰ نشان می‌دهد. در هر بعد به تعداد عدد بعد بینز هیستوگرام برداشته می-شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود. با افزایش تعداد بعد نتایج بهتر می‌شود. یکی از مزایای این کلاس‌بند این است که شکل‌هایی که با شکل‌های دیگر تفاوت دارند، اما در یک کلاس قرار گرفته‌اند بسیار خوب شناسایی کرده است. مزیت بعدی هم در مورد پایگاه داده Tools می‌باشد که علی‌رغم شباهت نسبی تمامی شکل‌ها به‌هم، این کلاس‌بند باز هم توانسته است، به نتایج خوبی برسد. رسیدن به نرخ باز یابی ۱۰۰٪برای پایگاه داده Mpeg7 غیرممکن است زیرا برخی از کلاس‌ها شامل اجسامی هستندکه بسیار از هم متفاوتند به‌طوری که نمی‌توان آن‌ها را فقط با استفاده از توصیف‌گرهای شکل در یک گروه قرار داد. در مورد پایگاه داده Tools هم به دلیل تعداد محدود شکل در هر کلاس باز هم نرخ بازیابی ۱۰۰٪ غیرممکن است.

جدول۱-نرخ شناسایی با کلاس‌بند فازی-عصبی.

پایگاه داده	Mpeg7		Tools	
کلاس‌بند	train	test	train	Test
فازی-عصبی با بعد ۱۰	100%	78%	100%	84/21%
فازی-عصبی با بعد ۲۰	100%	80%	100%	85/13%
فازی-عصبی با بعد ۳۰	100%	84%	100%	85/71%

۳-۲- مقایسه با شبکه عصبی PNN

در این بخش نتایج آزمایشی با نتایج به‌دست آمده با شبکه عصبی PNN مقایسه می‌شود. جدول ۲ نمونه‌ای از نتایج را برای بعد ۳۰ نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود طبقه‌بند فازی-عصبی بسیار موفق‌تر از شبکه عصبی PNN عمل کرده است.

جدول۲-مقایسه کلاس‌بندهای فازی-عصبی و شبکه عصبی PNN.

پایگاه داده	Mpeg7		Tools	
طبقه‌بند	train	test	train	test
فازی-عصبی با بعد ۳۰	100%	84%	100%	85/71%
عصبی PNN	74%	64%	67/86%	83%

۴- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله شناسایی و کلاس‌بندی شکل‌های باینری براساس طبقه‌بند فازی-عصبی بررسی شد. در مرحله انتخاب ویژگی هیستوگرام فواصل درونی همه نقاط کانتور مرزی استفاده شد. این روش مشکل ناپایداری گراف‌های (درخت‌های) اسکلت را ندارد و در مقابل انواع مختلف تبدیلات مقاوم و پایدار است. در پایان مقاله نیز مقایسه‌ای با شبکه عصبی PNN صورت گرفت که نتایج شبیه‌سازی، بهبود چشمگیری با طبقه‌بند فازی-عصبی نسبت به PNN نمایش می‌دهد.

۵- مراجع

[1]. X. Bai and L. J. Latecki, ***Path Similarity Skeleton Graph Matching***, IEEE Trans. On Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 30, No. 7, pp. 1282-1292, July 2008.

[2]. H. Ling and D.W. Jacobs, ***Shape Classification Using Inner- Distance***, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence.Vol. 29, No. 2, pp. 286-299, Feb. 2007.

[3]. C. Di Ruberto and L. Cinque, ***Decomposition of two-dimensional shapes for efficient retrieval***, Image and Vision Computing, Vol. 27, pp. 1097–1107, 2009.

[4]. Y. Ebrahim, M. Ahmed, W. Abdelsalam, And S . Chau, ***Shape representation and description using the Hilbert curve***, Pattern Recognition Letters, Vol. 30, pp. 348–358, 2009.

[5]. K.B. Sun And B.J. Super, ***Classification of contour shapes using class segment sets***, Proceedings of CVPR 2 727–733,2005. pp

[6]. R. Lakaemper And M. Sobel, ***Using the Particle Filter Approach to Building Partial Correspondences Between Shapes***, International Journal of Computer Vision, 2009.

[7]. L. Lombardi And A. Petrosino, ***Distributed recursive learning for shape recognition through multiscale trees***, Image and Vision Computing , Vol. 25, pp. 240–247, 2007.

[8]. J. Shotton, A. Blake And R. Cipolla, ***Multiscale categorical object recognition using contour fragments***, IEEE TPAMI Vol. 30,No. 7, pp. 1270–1281, 2008.

[9]. J.R. Jang, C.T. Sun and E.Mizutani, ***Neuro-Fuzzy and Soft Computing. a computational Approach to Learning and Machine Intelligence***, Prentice Hall; US Ed edition, September 26, 1996.

[10]. L.Latecki,R.Lakamper,U.Eckhardt,***Shape descriptors for non-rigid shapes With a single closed contour***, in:Proc. Of the IEEE Conf.onCVPR, pp.424–429. 2000,

[11]. M. Bronstein, M. M. Bronstein, A. M. Bruckstein, R. Kimmel, ***Analysis of two-dimensional non-rigid shapes***, Intl. Journal of Computer Vision (IJCV), Vol. 78/1, pp. 67-88, June 2008.

زینب ایمانی*، تبریز، شهرجدید سهند، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق.
آدرس پست الکترونیکی: **z_imani@sut.ac.ir**

حسین ابراهیم‌نژاد، تبریز، شهرجدید سهند، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق.
آدرس پست الکترونیکی: **ebrahimnezhad@sut.ac.ir**

* سخنران

بهبود سیستم ایمنی مصنوعی با استفاده از منطق فازی

علیرضا رضوانیان، محمدرضا میبدی

چکیده. سیستم ایمنی مصنوعی یک تکنیک الهام گرفته شده از مکانیزم‌های دفاعی سیستم ایمنی طبیعی می‌باشد که در زیر مجموعه الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت و تکاملی قرار می‌گیرد. در این الگوریتم بهترین آنتی‌بادی‌های به عنوان حافظه نگهداری می‌شوند و مجموعه آنتی‌بادی‌ها با انتخاب همزاد توسط ابرجهش به دنبال بهترین آنتی‌بادی‌ها (پاسخ‌ها) هستند. از مشکلات الگوریتم اولیه سیستم ایمنی مصنوعی، می‌توان به افتادن در بهینه محلی و پایین بودن سرعت همگرایی اشاره نمود. بنابراین تغییرات نرخ جهش (ابرجهش) در این الگوریتم به عنوان تنها و مهمترین عملگر تغییر که منجر به تغییرات سرعت همگرایی و خروج از بهینه‌های محلی می‌گردد، حائز اهمیت می‌باشد. در این مقاله با استفاده از منطق فازی، روش جدیدی برای بهبود تغییرات نرخ ابرجهش پیشنهاد شده است. آزمایشات بر روی چندین تابع محک استاندارد اعمال شده و نتایج روش پیشنهادی به همراه روش‌های متداول دیگر، حاکی از مطلوبیت روش پیشنهادی است.

۱. مقدمه

الگوریتم‌های سیستم ایمنی مصنوعی، روش‌هایی هستند که از نظریه‌های ایمنولوژی و مشاهدات زیستی مکانیزم‌های پیچیده دفاعی سیستم ایمنی طبیعی در موجودات زنده برای مقابله با عوامل بیماری‌زا الهام گرفته شده‌اند[۱]. این الگوریتم‌ها با داشتن ویژگی‌هایی چون قابلیت تنظیم پویای اندازه جمعیت، اکتشاف و استخراج فضای جستجو، یافتن چندین بهینه و قابلیت نگهداری راه‌حل‌های بهینه محلی، در حل خیلی از مسائل مورد توجه محققان فراوانی قرار گرفته و نسخه‌ها و توسعه‌های مختلفی بر الگوریتم اولیه داده شده است[۳]. اما با وجود مزایای زیاد این الگوریتم، چندین چالش نیز مانند: وجود ارتباط مابین تابع هزینه با اندازه جمعیت[۵]، تناسب مابین دقت و خطا در حالت بازنمایی دودویی، تکامل به صورت تغییرات جهش تصادفی، قرار گرفتن در بهینه محلی و نرخ همگرایی پایین وجود دارد[۶]. برخی از محققین نیز پیشنهاداتی را برای بهبود کارایی الگوریتم ارائه نموده‌اند. در [۷] یک نیمه عمر احتمالی برای هر سلول B معرفی شده است. در [۸] الگوریتمی صرفاً برای تنوع آنتی‌بادی‌ها در الگوریتم سیستم ایمنی ارائه شده است. استفاده از مفهوم نیچ در [۹] و [۱۱] برای بهبود عملکرد الگوریتم اولیه پیشنهاد شده است. در [۳] از نظریه آشوب در ترکیب با ابرجهش برای افزایش کارایی فرآیند تغییر استفاده شده است. استفاده از الگوریتم ژنتیک در [۱۷] ارائه شده است. در [۱۲] برای بهبود نتایج استفاده از جستجوی محلی در اجرای الگوریتم پیشنهاد شده است. در [۱۳] استفاده از اتوماتاهای یادگیر به منظور توازن تغییرات نرخ جهش مطرح گردید. اما عدم اطلاع از نرخ یادگیری مناسب در اتوماتای یادگیر باعث افزایش یا کاهش سرعت همگرایی و یا افتادن در بهینه محلی را منجر می‌گشت. بنابراین برای حل همین مشکل در [۱۸] استفاده از مفهوم همکاری پیشنهاد گردیده است. به طور مشابه در [۲۰] نیز از اتوماتای یادگیر سلولی بهره برده شده است. در این مقاله یک الگوریتم ترکیبی فازی با سیستم ایمنی مصنوعی ارائه شده است، بدین صورت که یک سیستم استنتاج فازی وظیفه توازن مابین جستجوی محلی و سراسری را با تنظیم تغییر نرخ ابرجش بر عهده دارد و مشکلات الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی را تا حدودی حل می‌کند. در الگوریتم پیشنهادی با گرفتن بازخورد از اجرای الگوریتم با استفاده از منطق فازی می‌توان تغییرات نرخ ابرجهش را به خوبی در نظر گرفت و در واقع می‌توان حالت تطبیقی را در الگوریتم به وجود آورد.

در ادامه مقاله در بخش دوم سیستم ایمنی مصنوعی مختصراً معرفی شده است. بخش سوم به پیش‌زمینه‌ای در مورد منطق فازی اختصاص یافته است. الگوریتم پیشنهادی در بخش چهارم ارائه شده است و در نهایت در بخش پنجم نتایج روش پیشنهادی به همراه روش‌های دیگر توسط توابع محک استاندارد مورد مقایسه قرار گرفته است.

۲. سیستم ایمنی مصنوعی

سیستم ایمنی مصنوعی یکی از شاخه‌های هوش محاسباتی در علوم کامپیوتر می‌باشد. محققان با الهام‌گرفتن از فرآیندهای سیستم ایمنی طبیعی موجودات زنده برای مقابله با پاتوژن‌ها، الگوریتم‌هایی برای حل مسائل کامپیوتری ارائه نموده‌اند [۱۴]. سیستم ایمنی طبیعی دارای سطوح مختلفی مانند ایمنی ذاتی و تطبیقی می‌باشد که الگوریتم‌هایی که در سیستم ایمنی مصنوعی طراحی شده‌اند بیشتر ایمنی تطبیقی را مدل کرده‌اند [۱۸] و این الگوریتم‌ها برای حل طیف وسیعی از مسائل مختلف از جمله بهینه‌سازی [۱۰]، شناسایی الگو، دسته‌بندی،

واژه های کلیدی سیستم ایمنی مصنوعی، ابرجهش، بهینه محلی، بهینه‌سازی، منطق فازی

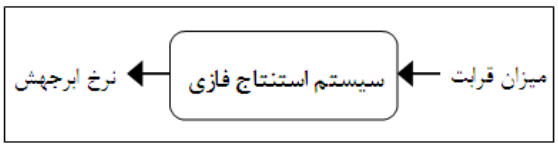
خوشه‌بندی، تشخیص نفوذ، طراحی مدارهای آنالوگ[۲۱] و مسائل دیگر کامپیوتری استفاده شده‌اند[۱۵]. در این رابطه از ویژگی‌های مهم سیستم ایمنی مصنوعی می‌توان به تطبیق‌پذیری، استخراج ویژگی، تحمل خودی و تفکیک‌پذیری اشاره نمود.
در الگوریتم ایمنی مصنوعی، جهش به عنوان تنها و مهمترین عملگر تغییر به صورت موثر عمل می‌کند که از آن به ابرجهش یاد می‌شود و به صورت احتمالی، با نسبت قرابت (نزدیکی) میان آنتی‌بادی و آنتی‌ژن استفاده می‌شود. جمعیت با نسبت قرابت بالا کمترین نرخ جهش و آنتی-بادی‌های با قرابت پایین، نرخ جهش بالا را متحمل می‌شود. بنابراین در الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی جهش به عنوان تنها و مهمترین عملگر بایستی صورت خیلی موثری عمل نماید [۱۴].

۳. سیستم‌های فازی

منطق فازی، به عنوان مفهوم جدیدی در مقابل روش‌های متداول برای طراحی و مدلسازی سیستم‌های مبتنی بر ریاضیات و احتمالات پیشرفته و پیچیده به کار می‌رود. در طراحی سیستم فازی از مقادیر و قوانین مبتنی بر متغیرهای زبانی یا به عبارت دیگر از دانش فرد خبره استفاده می‌شود. سیستم‌های کنترل مبتنی بر منطق فازی تعمیمی از منطق بولی محسوب می‌شوند. از آنجا که در منطق سنتی هر چیزی به صورت دودویی (۰ یا ۱) بیان می‌شود، بنابراین در منطق فازی، گزاره‌های صحیح بولی با درجه‌ای از درستی بیان می‌شوند. تابع عضویت در مجموعه فازی چگونگی نگاشت هریک از نقاط فضا به درجه عضویت که مقداری بین ۰ تا ۱ می‌باشد، را مشخص می‌کند. در سیستم‌های فازی به مرحله پردازش، موتور استنتاج گفته می‌شود که براساس مجموعه‌ای از قوانین فازی به صورت **IF-THEN** عمل می‌کنند. برای استنتاج دو شیوه عمده به صورت مدل استنتاج فازی ممدانی و استنتاج فازی تاکاگی سوگنو وجود دارد. این دو روش در فازی‌سازی ورودی-ها و عملگرهای فازی یکسان هستند اما از نظر خروجی، متفاوت عمل می‌کنند. در روش استنتاج فازی ممدانی، خروجی به صورت توابع عضویت مجموعه فازی مورد نظر است اما در روش استنتاج تاکاگی سوگنو خروجی عضو تابعی به صورت خطی یا ثابت می‌باشد [۱۹]. در روش پیشنهادی که در بخش بعدی معرفی شده است از روش استنتاج فازی ممدانی بهره برده شده است.

۴. روش پیشنهادی: سیستم ایمنی مصنوعی فازی

در این بخش روش پیشنهادی برای بهبود الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی شرح داده شده است. پیشنهاد ما برای بهبود الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی، تنظیم مقدار تغییرات نرخ جهش توسط قوانین فازی است. نرخ جهش در الگوریتم استاندارد و برخی از نسخه‌های گسترش یافته همواره ثابت انگاشته شده و معمولاً با عکس میزان قرابت به صورت تطبیقی صورت می‌پذیرد. چنانچه گفته شد در مواقعی که میزان قرابت آنتی‌بادی‌ها نسبت به حافظه (قرابت بهترین آنتی‌بادی‌ها) از مقدار بالایی برخوردار نیست، بایستی از مقادیر بالا برای جهش استفاده نمود و به طور مشابه در زمانیکه میزان قرابت آنتی‌بادی‌ها نسبت به حافظه (میزان قرابت بهترین آنتی‌بادی‌ها) از مقدار پایینی برخوردار است بایستی از مقادیر پایین برای جهش استفاده شود. در روش پیشنهادی برای مشخص نمودن کیفیت مقدار قرابت آنتی‌بادی‌ها از میزان تعلق مقدار قرابت آنتی‌بادی به مجموعه‌های فازی استفاده می‌شود. در ایجاد قوانین مورد نظر از مقادیر بیشینه و کمینه آنتی‌بادی‌های موجود استفاده می‌شود که باعث پویایی دامنه توابع عضویت در روند تکامل نیز خواهد بود. ساختار کلی سیستم استنتاج فازی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: سیستم استنتاج فازی پیشنهادی

برای سیستم استنتاج فازی پیشنهادی، ۵ مجموعه فازی برای کیفیت مقدار قرابت آنتی‌بادی در نظر گرفته شده است که به ترتیب به صورت "خیلی کم"، "کم"، "متوسط"، "زیاد" و "خیلی زیاد" تعریف شده‌اند.
با توجه به موارد یاد شده می‌توان ۵ قانون مختلف را در نظر گرفت که با افزایش مقدار قرابت آنتی‌بادی‌ها، نرخ تغییرات جهش کاهش یافته و به عبارت دیگر، رفته رفته از میزان جستجوی سراسری کم شده و جستجوی محلی افزایش یابد. مجموعه قوانین فازی در فرآیند فازی‌سازی ورودی‌ها و غیرفازی‌سازی خروجی‌ها به صورت یکسانی انتخاب و به عنوان (**VERY LOW, LOW, MEDIUM, HIGH, VERY HIGH**) تعریف شده‌اند که در جدول ۱ لیست شده است. همچنین توابع عضویت به صورت مثلثی در نظر گرفته شده است. و برای غیرفازی‌سازی از روش میانگین مراکز استفاده شده است.

جدول ۱: قوانین فازی اگر-آنگاه پیشنهادی

Rules	Input (Affinity)	Output (Pm)
I	Very Low	Very High
II	Low	High
III	Medium	Medium
IV	High	Low
V	Very High	Very Low

حال با توجه به قوانین مذکور می‌توان الگوریتم پیشنهادی را به صورت مراحل زیر در نظر گرفت:

۱. مقداردهی اولیه آنتی‌بادی‌ها

۲. محاسبه میزان قرابت آنتی‌بادی‌ها

۳. انتخاب بهترین آنتی‌بادی‌ها و تولید همزاد

۴. مشخص کردن مقادیر قرابت بیشینه/کمینه و اعمال قوانین فازی

۵. محاسبه نرخ ابرجهش جدید با استفاده از غیرفازی‌سازی

۶. جهش آنتی‌بادی‌ها با توجه به مقدار جدید نرخ ابرجهش

۷. به روز رسانی آنتی‌بادی‌های حافظه با بهترین آنتی بادی های حاصله (در هر گروه به طور مجزا)

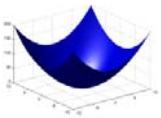
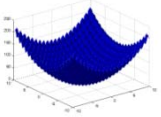
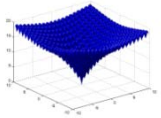
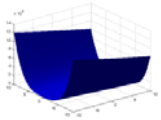
۸. جایگزینی آنتی‌بادی‌های ضعیف با آنتی‌بادی‌های جدید (حذف قسمتی از آنتی‌بادی‌های با شایستگی پایین و متراکم)

۹. ادامه مراحل بالا (۲ تا ۹) تا رسیدن به شرایط توقف مورد نظر

۵. نتایج آزمایشات

جهت ارزیابی روش پیشنهادی آزمایشات بر روی چهار تابع محک استاندارد صورت گرفته است. توابع استفاده شده عبارتند از توابع اسفر، رستریجین، آکلی و روزنبرک که به ترتیب در جدول ۲ ارائه شده‌اند[۱۸].

جدول ۲: توابع محک استاندارد برای آزمایشات

ضابطه تابع	بازه	نمودار
$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}$	$[-5.12,5.12]^n$	
$f_2(x)=\sum_{i=1}^{n} (x_i^{\,2}-10\cos(2\pi x_i)+10)$	$[-5.12,5.12]^n$	
$f_3(x)=20+e-20e^{-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}}}-e^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)}$	$[-32,32]^n$	
$f_4(x)=\sum_{i=1}^{n-1} (100\,(x_{i+1}-x_i^{\,2})^2+(x_i-1)^2)$	$[-30,30]^n$	

در میان این توابع دو تابع اسفر و روزنبرک به صورت توابع یک وجهی (تک بهینه) و توابع رستریجین و آکلی به صورت توابع چند وجهی (چند بهینه) شناخته می‌شوند. این توابع همگی دارای بهینه سراسری با مقدار ۰ هستند. اندازه جمعیت اولیه و تعداد گام‌ها به ترتیب ۲۰ و ۵۰۰ در نظر گرفته شده است. از مقدار بهترین نتایج برای مقایسه روش‌های الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی استاندارد با عنوان **SAIS** [۲۲]، الگوریتم سلول **B** با عنوان **BCA** [۲۳]، الگوریتم گزینش همزاد با عنوان **CSA** [۲۴]، الگوریتم گزینش همزاد تطبیقی با عنوان **ACSA** [۱۶]، الگوریتم ژنتیک استاندارد با عنوان **SGA** [۴]، شبیه‌سازی حرارت با عنوان **SA** [۲]، و سیستم ایمنی مصنوعی فازی با عنوان **FAIS** استفاده شده است. همچنین به منظور مقایسه تاثیر تعداد قوانین فازی بر اجرای الگوریتم، دو حالت با ۲ قانون فازی با عنوان **FAIS_2** و ۵ قانون فازی با عنوان **FAIS_5** درنظر گرفته شده است.

ابعاد توابع مورد آزمایش به صورت ۱۰، ۲۰ و ۳۰ بعدی در نظر گرفته شده است. نتایج ارائه شده با توجه به میانگین ۱۰ بار اجرای الگوریتم بدست آمده است. نتایج این آزمایشات با توجه شرایط مذکور در مقایسه با دیگر روش‌ها به ترتیب در جداول ۳ تا ۶ برای اسفر، رستریجین، آکلی و روزنبرک ارائه شده است. مقادیر مطلوب برای جدول به صورت ضخیم مشخص شده است.

جدول ۳: نتایج روش پیشنهادی با الگوریتم‌های دیگر برای تابع اسفر

ابعاد / الگوریتم	بهترین (۱۰ بعد)	بهترین (۲۰ بعد)	بهترین (۳۰ بعد)
SAIS	1.35e-01	1.1706	3.7199
BCA	2.56e-03	1.6721	2.2165
CSA	5.29e-02	2.6723	3.0241
SGA	1.19e-04	2.19e-03	9.10e-2
SA	0.1115	1.2278	7.1849
FAIS_2	1.83e-74	5.73e-58	8.68e-52
FAIS_5	**1.24e-89**	**3.86e-83**	**2.64e-78**

جدول ۴: نتایج روش پیشنهادی و الگوریتم‌های دیگر برای تابع رستریجین

ابعاد / الگوریتم	بهترین (۱۰ بعد)	بهترین (۲۰ بعد)	بهترین (۳۰ بعد)
SAIS	16.6121	82.8412	209.3208
BCA	8.3351	37.2728	60.9751
CSA	16.1973	43.2896	129.8958
SGA	2.1654	6.3786	1.69879
SA	8.6157	7.2951	1.7506
FAIS_2	5.72e-15	6.29e-13	5.93e-11
FAIS_5	**3.54e-15**	**4.75e-14**	**8.86e-12**

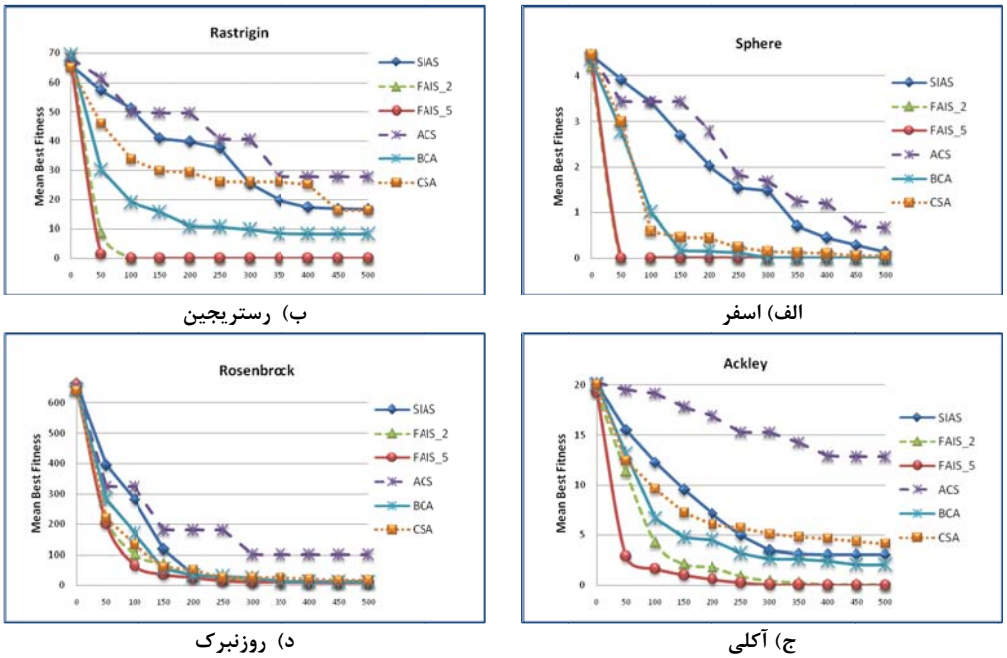
جدول ۵: نتایج روش پیشنهادی با الگوریتم‌های دیگر برای تابع آکلی

ابعاد / الگوریتم	بهترین (۱۰ بعد)	بهترین (۲۰ بعد)	بهترین (۳۰ بعد)
SAIS	3.0271	4.97139	6.1169
BCA	2.0449	3.7837	7.7648
CSA	4.1063	6.8359	12.8462
SGA	2.9882	2.9917	3.1437
SA	4.9596	5.1459	5.2694
FAIS_2	**3.56e-15**	2.12e-14	1.86e-13
FAIS_5	**3.56e-15**	**7.14e-15**	**4.94e-14**

جدول ۶: نتایج روش پیشنهادی با الگوریتم‌های دیگر برای تابع روزنبرک

ابعاد / الگوریتم	بهترین (۱۰ بعد)	بهترین (۲۰ بعد)	بهترین (۳۰ بعد)
SAIS	11.6326	19.9267	29.1127
BCA	10.8682	114.2267	237.5752
CSA	15.1972	46.36698	145.2258
SGA	**4.1375**	53.8962	136.632
SA	18.4986	204.2497	353.4931
FAIS_2	8.6827	18.7993	28.9642
FAIS_5	8.7493	**18.7635**	**28.7653**

به جهت مقایسه‌ی بهتر روش پیشنهادی و روش‌های مذکور در ادامه در شکل ۲ نیز نمودار مقدار تابع شایستگی برای حالت ۱۰ بعدی با میانگین ۱۰ بار اجرا نمایش داده شده است.



الف) اسفر ب) رستریجین

ج) آکلی د) روزنبرک

شکل۲: نمودار مقایسه میزان شایستگی روش‌های مختلف و پیشنهادی برای توابع استاندارد

چنانچه از نتایج جداول و نمودارها مشاهده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی تحت عنوان سیستم ایمنی مصنوعی فازی ضمن برخورداری از بازخورد نتایج، نرخ ابرجهش را با توجه به قوانین فازی مشخص شده تغییر می‌دهد. این ویژگی رفتار متناسب‌تری را در اجرای الگوریتم به وجود آورده و با اعمال قوانین فازی در ابتدا جستجوی سراسری بیشتر و در ادامه تکامل کاهش یافته و به صورت محلی پیگیری می‌شود. همچنین با بررسی نتایج حاصله می‌توان به این مهم دست یافت که با افزایش ابعاد فضای جستجو، نتایج بدست آمده بهتر از الگوریتم‌های دیگر عمل می‌کند.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید برای بهبود الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی با استفاده از سیستم استنتاج فازی ارائه شد. در کلیه روش‌های مبتنی بر سیستم ایمنی مصنوعی نرخ تغییرات جهش، به عنوان تنها و مهمترین عملگر تکاملی ثابت بوده و با توجه به عکس مقدار قرابت میان آنتی‌بادی‌ها صورت می‌پذیرد. در روش پیشنهادی قوانین فازی با توجه به بازخورد تغییرات کیفیت آنتی‌بادی‌ها و مقدار قرابت میان آنتی‌بادی‌ها، نرخ تغییرات جهش را به خوبی به‌هنگام می‌کنند. در واقع سیستم استنتاج فازی استفاده شده موازنه‌ای میان جستجوی سراسری و محلی برقرار می‌کند. نتایج آزمایشات حاکی از موفقیت روش پیشنهادی در بهبود نتایج در ابعاد بالا می‌باشد. همچنین کارایی الگوریتم پیشنهادی با افزایش ابعاد نیز در مقایسه با دیگر روش‌ها به خوبی مشاهده گردید.

مراجع

[1] N. Leandro and J. T de Castro, *Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Approach*, Springer Verlag, 2002.

[2] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi, *Optimization by Simulate Annealing*, Science, Vol. 220, Pp. 671-680, 1983.

[3] H. He, F. Qian, and W. Du, *A Chaotic Immune Algorithm with Fuzzy Adaptive Parameters*, Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering, Vol. 3, No. 6, Pp.695–705, 2008.

[4] David B Fogel, and Zbigniew Michalwicz, *Evolutionary Computation 1 - Basic Algorithms and Operators*, Bristol, UK, Institute of Physics (IoP) Publishing, 2000.

[5] V. Cutello et al., *Clonal Selection Algorithm with Dynamic Population Size for Bimodal Search Spaces*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4221, Pp. 949, 2006.

[6] L. Liu, Z. Cai, and H. Chen, *Immunity Clone Algorithm With Particle Swarm Evolution*, Journal of Central South University of Technology Vol. 13, No. 6, Pp. 703–706, 2006.

[7] V. Cutello, G. Nicosia, and M. Pavone, *A Hybrid Immune Algorithm with Information Gain For The Graph Coloring Problem*, Lecture Notes in Computer Science, Pp. 171–182, 2003.

[8] M. O. Hong-wei and J. I. N. Hong-zhang, *The Modified Immune Diversity Algorithm Used In Function Optimization*, Journal of Harbin Engineering University, 2004.

[9] Z. H Zhang and X. Y Huang, *Novel Immune Algorithm and Its Application to Multi-Modal Function Optimization*, Kongzhi Lilun yu Yingyong , Vol. 21, No. 1, Pp. 17–21, 2004.

[10] Maoguo Gong , Licheng Jiao, Xiangrong Zhang, *A Population-based Artificial Immune System for Numerical Optimization*, Neurocomputing, Vol. 72, No. 1-3, Pp. 149-161, Dec. 2008.

[11] M. Li and J. Kou, *Crowding With Nearest Neighbors Replacement for Multiple Species Niching and Building Blocks Preservation in Binary Multimodal Functions Optimization*, Journal of Heuristics, Vol. 14, No. 3, Pp. 243–270, 2008.

[12] R. Javadzadeh, M. R. Meybodi, , *Memetic Artificial Immune Systems*, Proceedings of The Third Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, University of Yazd, Yazd, Iran, 15-17 July 2009.

[13] A. Rezvanian, M. R. Meybodi, *A New Method for Function Optimization using Artificial Immune System and Learning Automata*, Proceedings of The Third Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, University of Yazd, Yazd, Iran, 15-17 July 2009.

[14] J. Timmis, A. Hone, T. Stibor, E. Clark, *Theoretical Advances in Artificial Immune Systems*, Theoretical Computer Science, Vol. 403, No. 1, Pp. 11-32, 2008.

[15] Dipankar Dasgupta, *Artificial Immune Systems and their Applications*. Springer Verlag, 1998.

[16] Simon M. Garrett, *Parameter-Free, Adaptive Clonal Selection*, Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computing (CEC 2004), Portland Oregon, USA, 2004.

[17] Dai Yongshou, Li Yuanyuan, Wei Lei, Wang Junling & Zheng Deling, *Adaptive Immune-Genetic Algorithm for Global Optimization to Multivariable Function*, Journal of Systems Engineering and Electronics, Vol. 18, No. 3, Pp.655-660, 2007.

[18] A. Rezvanian, M. R. Meybodi, A *New Hybrid Optimization Method (Cooperative Artificial Immune System + Learning Automata)*, Proceedings of the 15th Annual CSI Computer Conference (CSICC'10), Tehran, Iran, Feb. 20-22, 2010.

[19] M. H. Noroozi Beyrami, and M. R. Meybodi, *Improving Particle Swarm Optimization using Fuzzy Logic*, Proceedings of the Second Iranian Data Mining Conference, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 11-12 Nov. 2008.

[20] R. Javadzadeh, M. R. Meybodi, *A New Hybrid Optimization Method (Artificial Immune System + CLA),* Proceedings of the 15th Annual CSI Computer Conference (CSICC'10), Tehran, Iran, 20-22 Feb. 2010.

[21] G. Nicosia, S. Rinaudo, and E. Sciacca, *An Evolutionary Algorithm-Based Approach to Robust Analog Circuit Design Using Constrained Multi-Objective Optimization*, Knowledge-Based Systems, 2007.

[22] Vincenzo Cutello and Giuseppe Nicosia, *The Clonal Selection Principle for In Silico and In Vivo Computing*, Recent Developments in Biologically Inspired Computing. Hershey, London, Melbourne, Singapore: Idea Group Publishing, 2005.

[23] J. Timmis, C. Edmonds, J. Kelsey, *Assessing the Performance of Two Immune Inspired Algorithms and a Hybrid Genetic Algorithm for Function Optimisation*, Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2004), Portland, Oregon, USA, 2004.

[24] L. N. de Castro and F. J. van Zuben, *Learning and Optimization using the Clonal Selection Principle*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Volume 6, No. 3, Pp. 239-251, June 2002.

علیرضا رضوانیان *، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان

آدرس پست الکترونیکی: **rezvan@iauh.ac.ir**

محمدرضا میبدی، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

آدرس پست الکترونیکی: **mmeybodi@aut.ac.ir**

* سخنران

استفاده از منطق فازی و الگوریتم هارمونی برای خلاصه‌سازی متن

هادی ذهابی، لیلا شریف حسن آبادی

چکیده. با رشد سریع اینترنت و گسترش روزافزون اطلاعات، پیدا کردن اطلاعات مورد نظر از این حجم انبوه اطلاعات برای کاربران، امری مشکل می‌باشد. بنابراین لازم است که ابزاری برای کمک به کاربر برای شناسایی اسناد مطلوب ایجاد شود. در پاسخ به این مساله، خلاصه‌سازی متن برای استخراج مفاهیم اصلی یک سند، مطرح شد. در این مقاله، به معرفی یک سیستم خلاصه‌ساز متن دو مرحله‌ای مبتنی بر منطق فازی و الگوریتم جستجوی هارمونی می‌پردازیم. در مرحله اول، سیستم فازی بر-اساس ویژگی‌های معین شده به ارزیابی جملات پرداخته و جملات با اهمیت که محتوای اصلی سند را مورد پوشش قرار می-دهند را شناسایی و آنها برای تولید خلاصه نهایی به مرحله دوم ارسال می‌نماید. سپس در مرحله دوم، با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی، برای تولید خلاصه‌ای با خوانایی و پیوستگی مناسب که به خلاصه انسانی نزدیک باشد، تلاش می‌نماییم. براساس بررسی‌های انجام شده با اسناد DUC ۲۰۰۲، مقدار مقیاس‌های دقت، فراخوانی و مقیاس F در روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های قبلی همانند الگوریتم جستجوی هارمونی، الگوریتم ژنتیک و سیستم هیبریدی، بهتر می‌باشد.

۱.مقدمه

با گسترش روزافزون حجم اطلاعات موجود در وب و افزایش چشم‌گیر مقالات منتشر شده در زمینه‌های مختلف علمی، دسترسی صحیح و مطالعه اطلاعات مورد نیاز، همواره یکی از مشکلات محققان و پژوهشگران قرن ۲۱ می‌باشد. نگرش‌های نوعی برای حل این مشکلات، بکارگیری تکنیک‌های بازیابی اطلاعات می‌باشد. این تکنیک‌ها مبتنی بر جستجوی کلمات کلیدی برای اطلاعات مطلوب می‌باشد. با این وجود، میزان اطلاعات بدست آمده از طریق بازیابی اطلاعات، بسیار بیشتر از آن است که یک کاربر بتواند آنها را اداره و مدیریت کند. بر این اساس، کاربر، باید نتایج جستجو را تا زمانی که اطلاعات مورد نظر بدست نیامده باشد، یک به یک مورد تجزیه وتحلیل قرار دهد که این روش، بسیار زمان‌گیر و ناکارآمد می‌باشد. بنابراین لازم است که ابزاری برای کمک به کاربر برای شناسایی اسناد مطلوب ایجاد شود. در پاسخ به این مساله، خلاصه‌سازی متن برای استخراج مفاهیم اصلی و مهم یک سند به شیوه فشرده، مطرح شد. در نتیجه، کاربر می-تواند بخش‌های بااهمیت اطلاعات در متن اصلی را با تلاش کمتر و در مدت زمان کمتری بدست آورد.

تاریخچه خلاصه‌سازی متن به دهه ۵۰ برمی گردد. Luhn، معیار فراوانی واژه، که معیاری با اهمیت برای تشخیص جملات مهم می باشد را معرفی نمود. Baxendale ویژگی موقعیت جمله را به فراوانی واژه اضافه کرد. (۱۹۶۹) Edmondson سیستم تولید خلاصه‌ساز متن مبتنی بر۴ ویژگی فراوانی واژه، موقعیت جمله، عنوان متن و کلمات نشانه همانند "in Conclusion" معرفی کرد[2]. در سال‌های اخیر، منطق فازی و الگوریتم تکاملی برای مساله استخراج جملات مهم و تولید خلاصه بکار رفته‌اند. در [6] از الگوریتم هارمونی و در [5] از الگوریتم ژنتیک برای خلاصه‌سازی متن استفاده شده است. همچنین در[4] و [7] و [8] از منطق فازی برای خلاصه‌سازی متون و اسناد، استفاده نموده‌اند.

روش پیشنهادی بیان شده در این مقاله، یک سیستم خلاصه‌ساز متن دو مرحله‌ای مبتنی بر منطق فازی و الگوریتم جستجوی هارمونی می‌باشد. در بخش ۲، به معرفی سیستم پیشنهادی برای خلاصه سازی متن پرداخته و در بخش های ۳و۴ به توضیح قسمت‌های مختلف سیستم پیشنهادی می‌پردازیم. در پایان نیز سیستم پیشنهادی را مورد ارزیابی قرار داده و نتایج آنها را ارائه خواهیم نمود.

۲. معرفی روش پیشنهادی

سیستم‌های پیشنهادی در سال‌های اخیر برای خلاصه‌سازی متن، برای تولید خلاصه‌ای با کیفیت دارای ضعف‌هایی بودند که عبارتند از:

- فقدان پیوستگی و عدم خوانایی بین جملات استخراج شده در خلاصه نهایی
- به دلیل عدم استفاده از ویژگی‌های مناسب، سسیستم‌های خلاصه‌سازی متن، قادر به شناسایی دقیق بخش‌های با اهمیت متن اصلی نبودند.
- استفاده از ابزارها و الگوریتم های ناکارامد که منجر به تولید خلاصه‌هایی شد که از خلاصه انسانی فاصله داشت.

در[5,6] از الگوریتم جستجوی هارمونی و الگوریتم ژنتیک برای تولید خلاصه استفاده شده بود که به دلیل ناکافی بودن تعداد ویژگی‌ها، تولید خلاصه‌ای با کیفیت دچار چالش شده بود. برای بهبود این مشکل، یکی از راهکارها، افزایش تعداد ویژگی‌ها برای تشخیص بخش‌های با اهمیت متن بود. ولی این راهکار نمی‌تواند راه‌حل مناسبی باشد زیرا افزایش تعداد ویژگی‌ها در الگوریتم جستجوی هارمونی و ژنتیک، منجر به کند شدن بسیار شدید روند اجرای تولید خلاصه می‌شود. همچنین برخی ویژگی‌ها همچون موقعیت جمله، ویژگی‌های مستقل و

واژه های کلیدی: استخراج جمله، الگوریتم جستجوی هارمونی، خلاصه سازی متن، شباهت جملات، منطق فازی

مربوط به متن اصلی می‌باشند در حالی که برخی ویژگی‌های دیگر مثل پیوستگی، به جملات قرار گرفته شده در خلاصه نهایی، مرتبط می‌باشد و ترکیب آنها در یک مرحله، نمی‌تواند امری مفید باشد. به همین دلیل، نیاز به نگرشی احساس شد که این ویژگی‌ها را از هم جدا کرده و در مراحلی جدا از هم برای خلاصه‌سازی متن، بکار گرفته شوند.

در[10] سیستم هیبریدی برای خلاصه سازی متن برای خلاصه سازی متن بر اساس الگوریتم هارمونی معرفی نموده ایم.اما به دلایل قدرت و توانایی‌های بالای منطق فازی برای ارزیابی جملات، از این تکنیک در سیستم خلاصه ساز استفاده نموده ایم. در این مقاله، سیستم خلاصه‌ساز متن دو مرحله‌ای بر اساس منطق فازی و الگوریتم جستجوی هارمونی پیشنهاد نموده‌ایم که هدف آن برطرف کردن مشکلات بیان شده در بالا و تلاش برای تولید خلاصه‌ای با کیفیت که به خلاصه انسانی نزدیک‌تر باشد، است. شمای کلی از سیستم پیشنهادی برای خلاصه‌سازی متن، در شکل ۱ مشخص می‌باشد

۳. مرحله اول(سیستم خلاصه‌ساز فازی)

هدف این مرحله ارزیابی سند اصلی و شناسایی جملات خوب و با اهمیت که محتوای متن اصلی را مورد پوشش قرار می‌دهند و ارسال آنها برای تولید خلاصه نهایی به سیستم خلاصه‌ساز هارمونی می باشد.. در ادامه به تشریح مولفه های این مرحله و بیان عملکرد هریک می‌پردازیم.

۳.۱ مولفه پیش‌پردازش

در این مولفه برخی پردازش‌ها و محاسبات اولیه همانند وزن‌دهی جملات و محاسبه ماتریس شباهت انجام می‌شود.

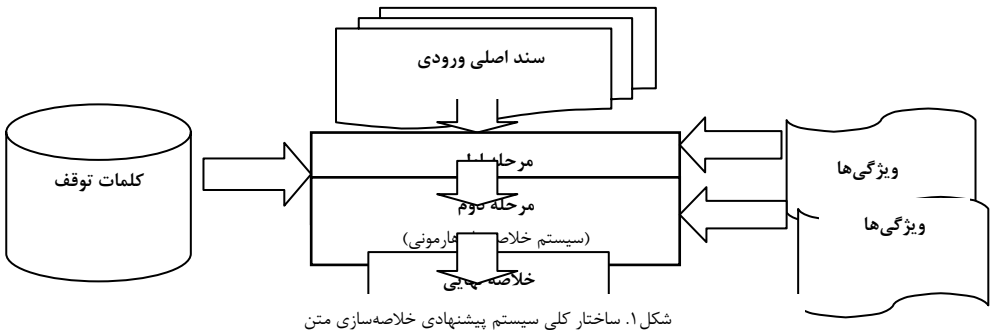
- **وزن‌دهی جملات** : برای هر جمله سند، برداری از واژه‌ها تشکیل می‌دهیم و به واژه‌ها بر اساس رابطه ۳ که مبتنی بر رابطه ۱و۲می باشد، وزنی اختصاص می‌دهیم [6].

$$tf_{i,j} = \frac{freq_{i,j}}{Max_l\, freq_{l,j}} \quad (۱) \qquad isf_i = \log\frac{N}{n_i} \quad (۲) \qquad w_{i,j} = tf_{i,j} \times isf_i \quad (۳)$$

N ،تعداد جملات در سند اصلی و n_i تعداد جملاتی که واژه i ام در آنها قرار دارد، می باشد.

- **ماتریس شباهت** : در این ماتریس، میزان شباهت هر جمله را با بقیه جملات در سند اصلی محاسبه می‌نماییم. شباهت دو جمله S_m و S_n بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$sim\ (s_m, s_n) = \frac{\overrightarrow{s_m}.\overrightarrow{s_n}}{\left|\overrightarrow{s_m}\right| \times \left|\overrightarrow{s_n}\right|} \quad (۴)$$



شکل۱. ساختار کلی سیستم پیشنهادی خلاصه‌سازی متن

۳.۲ استخراج ویژگی‌ها

انتخاب ویژگی‌های مناسب برای ارزیابی صحیح جملات، مهم می‌باشد که در ادامه به معرفی آنها در سیستم خلاصه‌ساز فازی می پردازیم.

- **شباهت با عنوان:** عنوان یک سند، محتوی گروهی از کلمات است که اطلاعات مهمی در مورد موضوع سند ارائه می‌دهد. اگر جمله S_i دارای بیشترین شباهت با عنوان نسبت به بقیه جملات درون سند اصلی باشد، این جمله نسبت به بقیه جملات مهم‌تر می‌باشد و جمله‌ای با ارزش به شمار می‌رود. با محاسبه شباهت هر جمله و بردار عنوان، به هریک از جملات امتیازی بر اساس رابطه ۵ می‌دهیم:

$$Title_Score_i = \frac{Sim(S_i, q)}{Max\,(Sim(S_i, q))} \quad (۵)$$

- **کلمات باارزش:** کلماتی که دارای بیشترین فراوانی (بجز کلمات بازدارنده همانند a, the و ...) هستند، به عنوان کلمات با-ارزش در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین، ۵۰ واژه که دارای بیشترین فراوانی هستند را انتخاب و در برداری بنام $V_{Thematic}$ قرار می‌دهیم. سپس شباهت این بردار و هر جمله در متن اصلی را محاسبه و به صورت زیر نرمال می‌کنیم:

$$Thematic_Score_i = \frac{Sim(S_i, V_{Thematic})}{Max(Sim(S_i, V_{Thematic}))} \quad (۶)$$

- **موقعیت جمله:** تعیین موقعیت جملات در سند اصلی برای تشخیص بخش‌های مهم و با اهمیت آن، مفید می‌باشد. بر اساس بررسی‌های انجام شده، جملات مهم در متن، جملات ابتدایی یا جملات انتهایی می‌باشد. امتیاز هر جمله براساس رابطه ۷ محاسبه می-شود:[9]

$$Pos_Score_i = 1 - 0.5 * Sin(3.14 * i / (N - 1)) \quad (۷)$$

N =تعداد همه جملات در متن اصلی است

i= شماره جمله در متن اصلی می‌باشد.

- **شباهت با مرکز ثقل:** هدف این ویژگی، یافتن جمله محوری متن می‌باشد. برای محاسبه این ویژگی، نیاز به محاسبه شباهت بین جملات داریم. پس ابتدا مجموع هر سطراز ماتریس شباهت را که Sim_Matrix می نامیم ، به صورت زیر برای هر جمله محاسبه می‌کنیم:

$$Sim_Seni = \sum_{j=1}^{n} Sim_Matrix[i, j] \quad (۸)$$

سپس، اندیس جمله ای که دارای بیشترین مقدار Sim_Seni باشد را در index_centroid ثبت می‌کنیم و سرانجام مقدار این ویژگی را با استفاده از رابطه زیر نرمال می‌کنیم:

$$Centroid_Score_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} Sim(S_j, S_{index_centroid})}{Max(\sum_{j=1}^{n} Sim(S_j, S_{index_centroid}))} \quad (۹)$$

۳.۳ موتور سیستم فازی

قوانین حاکم بر یک سیستم استنتاج فازی به این ترتیب است که متغیرهای دنیای واقعی به عنوان ورودی دریافت و با استفاده از قوانین فازی، به متغیرهای معنایی تبدیل می شوند، سرانجام، خروجی‌ها به زبان دنیای واقعی ترجمه می‌شوند.

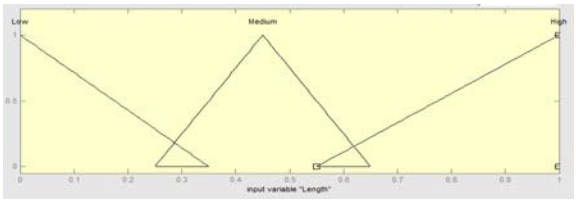
- **فازی‌سازی:** عمل تبدیل مقادیر ورودی را به درجات عضویت با توجه به توابع عضویت تعریف شده به عهده دارد. در سیستم پیشنهادی، از ۴ ویژگی استفاده نموده‌ایم که برای هر کدام در سیستم فازی تابع عضویت مثلثی تعریف نموده ایم که در جدول ۱نشان داده شده است. و در شکل ۲ نمونه ای از آن ترسیم شده است.

جدول۱. مجموعه‌های فازی متغیرهای ورودی

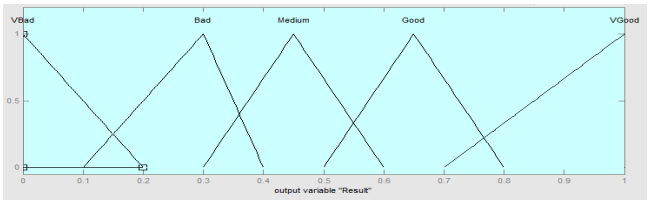
نام متغیر ورودی	مجموعه فازی
Title	Low, Medium, High
Thematic	Low, Medium, High
Centroid	Low, Medium, High
Position	Low, Medium, High
Length	Low, Medium, High

- **موتور استنتاج**: در این قسمت بر اساس قوانین نوشته شده در پایگاه دانش و ورودی‌های فازی، خروجی فازی مناسب تولید می شوند. در حدود ۲۵۰ قانون برای این پروژه تعریف نموده‌ایم که نمونه‌ای از آن در ذیل بیان شده است:

- IF (Title is Medium) and (Thematic is Medium) and (Centroid is High) and (Position is Low) and (Length is Medium) THEN Result is Good



شکل۲. نمودار تابع عضویت ویژگی شباهت با عنوان



شکل۳. نمودار تابع عضویت خروجی فازی

نمودار تابع عضویت مقدار خروجی فازی در شکل ۳مشخص شده است. برای بدست آوردن خروجی مقدم‌های قوانین، از اپراتور AND استفاده نموده‌ایم. خروجی مقدم قانون به عنوان ورودی برای فرایند استنباط استفاده می‌شود. در این فرایند، ما از مینیمم برای تغییر شکل دادن خروجی مجموعه فازی بوسیله بریدن و اصلاح کردن آن استفاده می‌کنیم. سپس فرایند استنباط برای هر قانون فازی پیاده-سازی می‌شود. در نهایت، خروجی‌های همه قوانین فازی را تجمیع نموده و درون یک مجموعه فازی ترکیب می شوند که مقدار نهایی خروجی فازی را نشان می‌دهد.

- **دی‌فازی‌سازی:** نتایج فازی حاصل از استنتاج را درون خروجی قطعی تبدیل می‌کند که مقدار حقیقی بین ۰و۱ می‌باشد و نشان‌دهنده‌ی درجه اهمیت جمله است. هر چقدر جمله باارزش‌تر باشد، امتیاز آن به یک نزدیک‌تر خواهد بود. روشی که برای دی‌فازی-سازی استفاده شده است، مرکز ثقل می‌باشد که مرکز ناحیه زیر تابع عضویت مرکب را معین می‌کند.

۳.۴ مولفه استخراج جملات

وظیفه این مولفه حذف جملات کم‌ارزش و کم‌اهمیت سند اصلی می‌باشد. بر اساس مقدارهایی که از سیستم فازی برای هر جمله در سند اصلی بدست آمده است جملاتی که امتیاز آنها کمتر از حد آستانه معینی (0.3=حد آستانه) باشد از سند اصلی حذف می‌شوند. بر اساس بررسی‌های انجام شده روی متن اصلی و خلاصه‌هایی که افراد خبره از روی متن اصلی ایجاد کرده‌اند، به این نتیجه رسیده‌ایم که جملاتی که امتیاز آنها از 0.3 کمتر بوده است، به ندرت در خلاصه نهایی ظاهر شده‌اند

۴ . مرحله دوم (سیستم خلاصه ساز هارمونی)

در این مرحله با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی، خلاصه نهایی را تولید می‌کنیم که خوانایی و پیوستگی مناسبی بین جملات آن برقرار باشد و به خلاصه انسانی نزدیک‌تر باشد و همچنین محتوای اصلی متن را مورد پوشش قرار دهد.

۴.۱ الگوریتم جستجوی هارمونی

در چند سال اخیر تعداد زیادی الگوریتم برای حل مسایل متنوع بهینه‌سازی مهندسی ایجاد شده‌اند. برای حل مسایل بهینه سازی پیچیده و مشکل جهان واقعی، باید الگوریتم‌های جدید و قوی‌تر مبتنی بر قیاس با پدیده‌های طبیعی و مصنوعی، اکتشاف کرد. در[3] یک الگوریتم متاهیوریستیک جدید بنام جستجوی هارمونی معرفی شد که بر اساس فرایند جستجو برای یک وضعیت هارمونی کامل و بی عیب بنا نهاده شده بود. هارمونی در موسیقی شبیه به بردار جواب مساله بهینه‌سازی است و ابتکارات موسیقیدان شبیه به طرح جستجوی محلی و سراسری در تکنیک‌های بهینه‌سازی می‌باشد. الگوریتم هارمونی از یک جستجوی تصادفی استفاده می‌کند که مبتنی بر نرخ ملاحظه حافظه هارمونی (HMCR) و نرخ تعدیل پیچ (PAR)می باشد. در مقایسه با الگوریتم‌های بهینه‌سازی متاهیوریستیک، الگوریتم هارمونی، به عملیات ریاضی اندکی نیاز دارد و به آسانی می تواند برای انواع بیشماری از مسایل بهینه سازی مهندسی تطبیق داده شود. [3]

۴.۲ ویژگی‌های مورد استفاده

ویژگی‌هایی که در این مرحله استفاده شده و نقش موثر آنها در کیفیت خلاصه‌های تولید شده را در ادامه بررسی می‌کنیم.

۱. **پیوستگی(CF)** : در یک خلاصه خوب، جملات استخراج شده از متن اصلی باید با هم دارای پیوستگی مناسبی باشند و در مورد اطلاعات مشابه‌ای بحث کنند. فرض می کنیم که C و M به ترتیب میانگین شباهت جملات همه خلاصه‌ها و بیشینه شباهت جملات باشد. بنابرین داریم [5]

$$CF = \frac{\log(C \times 9 + 1)}{\log(M \times 9 + 1)} \qquad (۱۰)$$

۲. **خوانایی(RF)** : اگر جملات خلاصه تولید شده با جملات قبلی و بعدی مرتبط باشند، آنگاه خلاصه دارای خوانایی خوبی خواهد بود. برای محاسبه ویژگی خوانایی خلاصه S با طول L که Rs نامیده می‌شود، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم[6] :

$$R_s = \sum_{0 \le i < S} sim\ (s_i, s_{i+1}) \qquad (۱۱)$$

(۱۲)

$$RF_s = \frac{R_s}{\max_{\forall i} R_i}$$

۳. **امتیاز مرحله اول (SF)** : این ویژگی، امتیازی است که از مرحله اول برای هر جمله محاسبه شده است که به صورت زیر در این مرحله مورد استفاده قرار می‌گیرد :

$$SF_S = \frac{\sum_{s_j \in summary} Score(s_j)}{S} \qquad (۱۳)$$

سپس به صورت زیر، مقدار SF_S را نرمال می‌نماییم :

$$SF_S = \frac{SFs}{\max_{\forall summary}(SFs)} \qquad (۱۴)$$

۴.۳ خلاصه سازی متن با الگوریتم هارمونی

انتخاب تابع برازش، نقش مهمی را برای ارزیابی خلاصه تولید شده در الگوریتم هارمونی ایفاد می کند. ما از ۳ فاکتور خوانایی(RF)، پیوستگی (CF) و پارامتر Score(SF)، استفاده می‌کنیم که بوسیله ۳ ضریب α، β و γ وزن دهی شده اند. تابع برازش بصورت زیر تعریف می‌شود:[10]

$$F = \alpha \times SF + \beta \times CF + \gamma \times RF \qquad (۱۵)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \qquad (۱۶)$$

۵. ارزیابی

سه معیار مهم و با ارزش برای ارزیابی خلاصه‌های نهایی تولید شده از متن اصلی در بازیابی اطلاعات، مقیاس‌های دقت و فراخوانی و مقیاس F می باشد.برای ارزیابی روش پیشنهادی و کیفیت خلاصه های تولید شده از مجموعه داده های۲۰۰۲ (DUC)استفاده نموده-ایم که شامل چندین سند به همراه خلاصه های انسانی و ایده‌آل ۲۰۰ و ۴۰۰ کلمه‌ای می‌باشد. بنابراین، زمانی که سیستم پیشنهادی، خلاصه ای تولید می‌نماید، آنها با خلاصه ایده‌آل مقایسه می‌شوند و کیفیت خلاصه تولید شده ارزیابی می‌شود. نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی با روش‌های گذشته همانند الگوریتم جستجوی هارمونی(HSA)[6] و الگوریتم ژنتیک(GA) [5]و سیستم هیبریدی[10]نشان می‌دهد که مقیاس های دقت، فراخوانی و مقیاس F بهبود یافته است که این نتایج در جدول شماره ۳ نشان داده شده است.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، روش دو مرحله‌ای برای خلاصه‌سازی متن مبتنی بر الگوریتم جستجوی هارمونی معرفی نموده‌ایم. انتخاب یک الگوریتم مناسب و کار آمد و ویژگی‌های مناسب برای تولید یک خلاصه خوب و با کیفیت، نیاز اساسی می باشد. در این مقاله، برای تولید خلاصه خوب ، از ویژگی‌هایی همچون کلمات با ارزش، موقعیت جمله، شباهت با مرکز ثقل، شباهت با عنوان، خوانایی و پیوستگی استفاده نموده-ایم . بررسی‌ها با ۲۰۰۲ (DUC)نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به نتایج روش‌های قبلی همچون الگوریتم ژنتیک و هارمونی و سیستم هیبریدی، کاراتر بوده و مقدار مقیاس‌های دقت، فراخوانی و مقیاس F را به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود داده است. دلیل این مهم این است که در منطق فازی با استفاده از استنتاج‌های فازی و قوانین‌های تعریف شده در پایگاه دانش آن که توسط انسان خبره نوشته می‌شود، ارزیابی دقیقتری از جملات را می‌توانیم انجام دهیم و جملات با اهمیت که محتوای متن اصلی را شناسایی می کنند، را دقیقتر تعیین نماییم.

منابع

[1] Chen, Y. Y., Foong , O. M. Yong, S. P. Kurniawan,I.: *Text Summarization for Oil and Gas Drilling Topic.proceeding of world academy of science and technology*, volume 32.pp.37-40 .(2008)

[2] Dipanjan,D.,Martins,A.: *A Survey on Automatic Text Summarization*. Language Technologies Institute Carnegie Mellon University ,pp.1-10.(2007)

[3] KangSeokLee , Zong Woo Geem: *A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice*,Computer Method in applied mechanics and engineering journal.pp 3902-3933.(2005)

[4] Kyoomarsi, F.,Khosravi, H.,Eslami, E, Khosravyan Dehkordy,P.: *Optimization Machine Learning Approach Based on Fuzzy Logic in Text Summarization*. International Journal of Hybrid Information Technology, Vol.2 No.2, pp 105-116.(2009)

[5] Qazvinian, V., Sharif Hassanabadi,L., Halavati,R.*Summarization Text with a Genetic Algorithm-Based Sentence Extraction*. International of Knowledge Management Studies (IJKMS), Volume 4, Number 2: pp. 426-444.(2008)

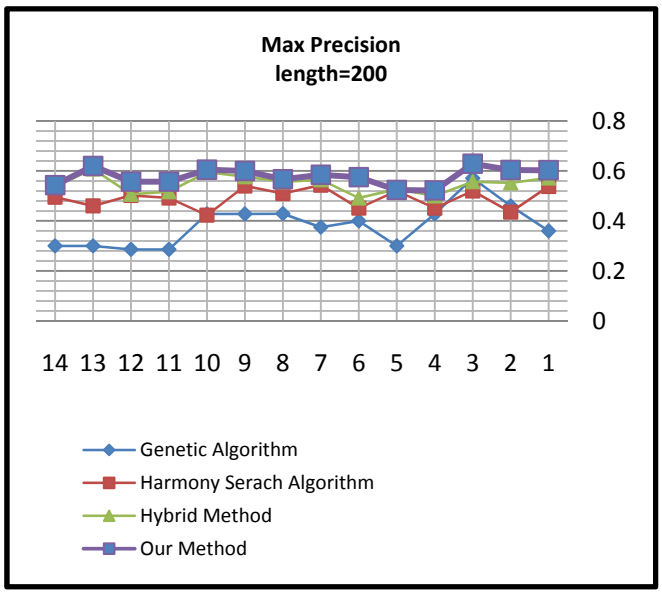
[6] Shareghi,E.,Sharif,L.*: Text Summarization with Harmony Search Algorithm-Based Sentence Extraction*, Proceedings of The 5th International Conference on Soft Computing as Transdisciplinary Science and Technology, France. pp. 226-231.(2008)

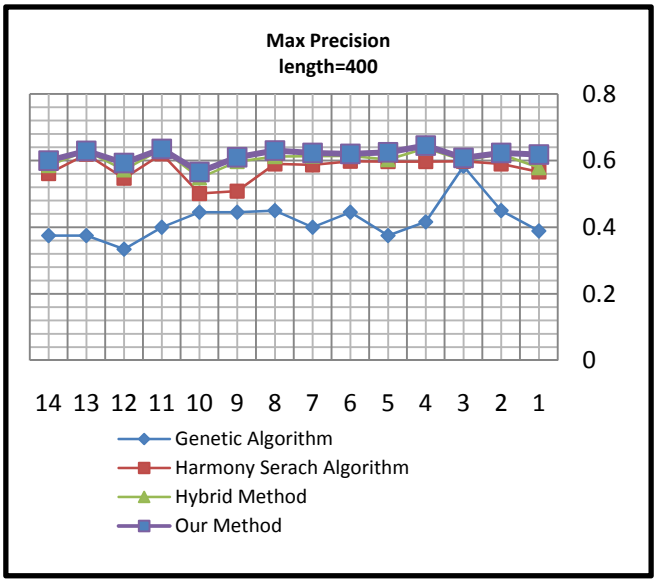
[7] Salem Binwahlan.M, Salim.N, Suanmali.L: Fuzzy Swarm Based Text Summarization. Journal of Computer Science .pp 338-346, (2009)

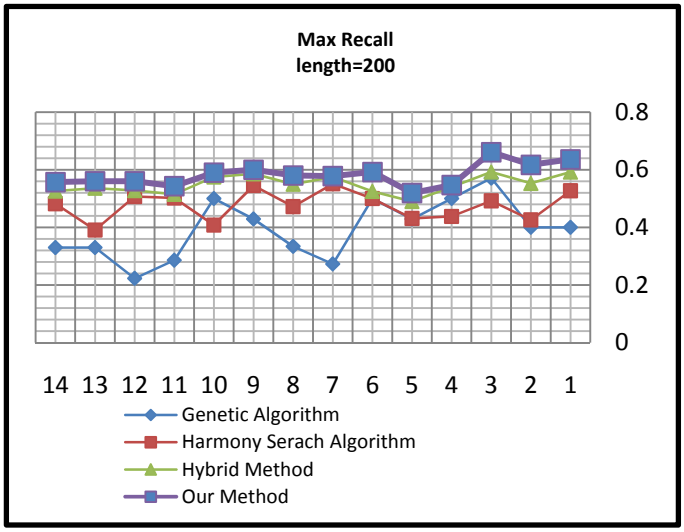
[8] Rahimi Isfahani.F, Kyoomarsi.F, Khosravi.H,et al.: *Application of Fuzzy Logic in the Improvement of Text Summarization*. IADIS International Conference Informatics.(2008)
[9] YAN-XIANG HE , DE-XI LIU , DONG-HONG JI , HUA YANG , CHONG TENG.: MSBGA: *A Multi-document Summarization System Based on GENETIC ALGORITHM*. Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Dalian,china. pp.2659-2664.(2006)
[10] هادی ذهابی،لیلا شریف حسن آبادی: نگرشی جدید برای خلاصه سازی متن مبتنی بر الگوریتم جستجوی هارمونی ،سیزدهمین کنفرانس انجمن کامپیوتر ایران،۲۰۱۰

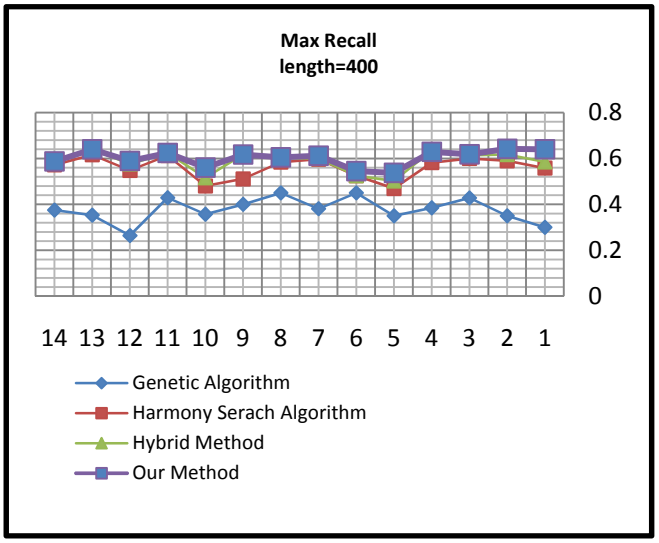
جدول ۲- نتایج ارزیابی روش پیشنهادی و مقایسه آن با (Hybrid System)، الگوریتم ژنتیک (GA) و الگوریتم

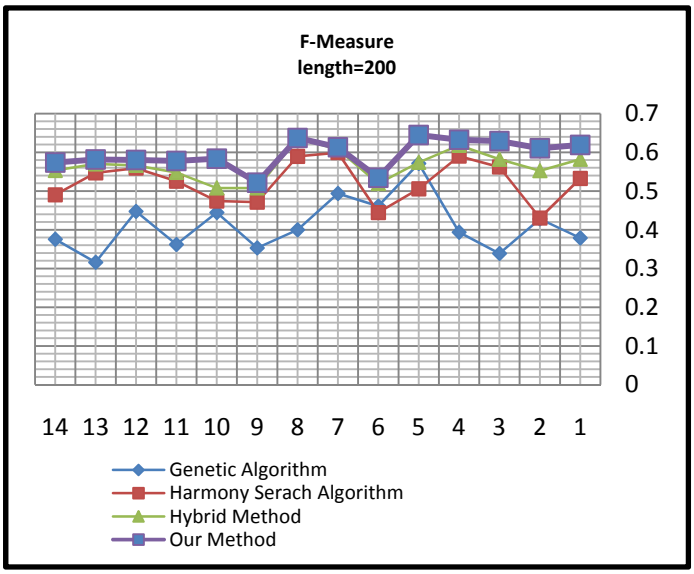
		Max Precision				*Max Recall*				*F-Measure*			
DocId	Model	GA	HSA	Hybrid System	Fuzzy-harmony	GA	HSA	Hybrid System	Fuzzy-harmony	GA	HSA	Hybrid System	Fuzzy-harmony
D061j	200e-b	0.36	0.538	0.572	0.603	0.4	0.527	0.592	0. 636	0.3789	0.5323	0.5828	0.6190
	200e-i	0.46	0.435	0.552	0.604	0.4	0.426	0.553	0.617	0.4279	0.43043	0.5525	0.6104
	400e-b	0.389	0.566	0.579	0.618	0.3	0.558	0.585	0.640	0.3387	0.56192	0.5885	0.6288
	400e-i	0.45	0.59	0.619	0.623	0.35	0.59	0.617	0.642	0.3937	0.59	0.6198	0.6323
D113h	200e-a	0.571	0.520	0.557	0.629	0.571	0.492	0.592	0.661	0.571	0.50563	0.5767	0.6446
	200e-i	0.428	0.451	0.50	0.522	0.5	0.438	0.54	0.547	0.4612	0.44445	0.5131	0.5342
	400e-a	0.583	0.598	0.601	0.608	0.428	0.6	0.614	0.618	0.4936	0.59898	0.6073	0.6129
	400e-i	0.416	0.597	0.637	0.645	0.385	0.582	0.635	0.629	0.3999	0.58945	0.6398	0.6369
D066j	200e-i	0.3	0.520	0.527	0.524	0.429	0.431	0.490	0.519	0.3530	0.47135	0.5027	0.5214
	200e-c	0.4	0.451	0.492	0.575	0.5	0.5	0.525	0.592	0.4444	0.47428	0.5065	0.5833
	400e-i	0.375	0.597	0.603	0.625	0.35	0.469	0.502	0.537	0.3620	0.52535	0.5484	0.5776
	400e-c	0.445	0.598	0.614	0.620	0.450	0.525	0.525	0.545	0.4474	0.55917	0.5623	0.5800
D071f	200e-a	0.375	0.543	0.565	0.585	0.273	0.551	0.575	0.578	0.3159	0.54691	0.5656	0.5814
	200e-b	0.429	0.51	0.556	0.567	0.334	0.472	0.550	0.580	0.3755	0.49025	0.5584	0.5734
	400e-a	0.4	0.587	0.613	0.623	0.381	0.597	0.6	0.612	0.3902	0.59198	0.6063	0.6174
	400e-b	0.45	0.59	0.612	0.630	0.45	0.584	0.601	0.605	0.45	0.58695	0.6065	0.6172
D067f	200e-i	0.428	0.54	0.577	0.6	0.429	0.545	0.586	0.6	0.4284	0.54248	0.5865	0.6
	200e-a	0.428	0.423	0.595	0.605	0.5	0.408	0.575	0.590	0.4612	0.41535	0.5829	0.5974
	400e-i	0.445	0.508	0.597	0.610	0.4	0.511	0.617	0.617	0.4210	0.50946	0.6035	0.6134
	400e-a	0.445	0.501	0.548	0.566	0.357	0.480	0.516	0.560	0.3967	0.49025	0.5319	0.5629
D063j	200e-e	0.286	0.492	0.517	0.557	0.286	0.502	0.515	0.543	0.286	0.49695	0.5198	0.5499
	200e-c	0.286	0.502	0.507	0.557	0.223	0.507	0.528	0.56	0.2506	0.50448	0.5187	0.5584
	400e-e	0.4	0.62	0.635	0.635	0.429	0.613	0.624	0.624	0.4139	0.61648	0.6252	0.6294
	400e-c	0.334	0.547	0.572	0.593	0.264	0.548	0.576	0.589	0.2903	0.5475	0.5793	0.59093
D070f	200e-g	0.3	0.46	0.608	0.620	0.33	0.391	0.536	0.56	0.3142	0.42273	0.5634	0.5884
	200e-j	0.3	0.495	0.537	0.543	0.33	0.482	0.526	0.557	0.3142	0.48844	0.5343	0.5499
	400e-g	0.375	0.619	0.629	0.629	0.353	0.616	0.639	0.640	0.3668	0.61746	0.6361	0.6344
	400e-j	0.375	0.561	0.585	0.6	0.375	0.572	0.587	0.587	0.375	0.56647	0.5898	0.5934

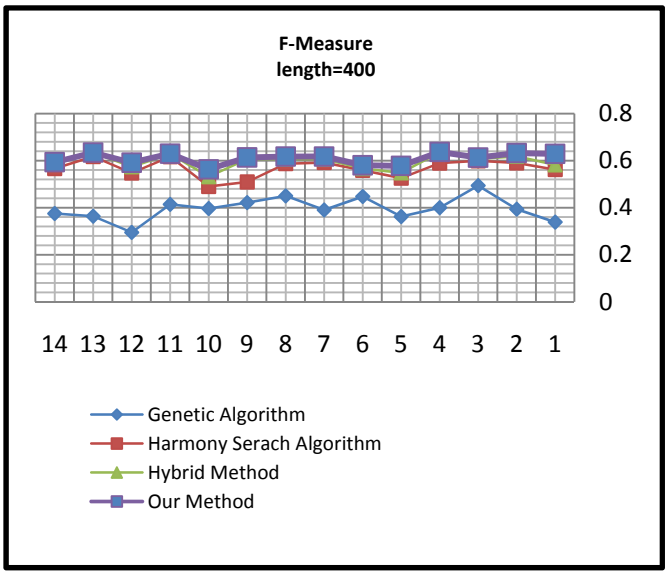












هادی ذهابی*، فوق لیسانس علوم کامپیوتر، دانشگاه شهید بهشتی
آدرس پست الکترونیکی: h.zahabi@mail.sbu.ac.ir

لیلا شریف حسن آبادی ، عضو هیئت علمی دانشگاه شهید بهشتی
آدرس پست الکترونیکی: l_sharif@sbu.ac.ir

*سخنران

دربارهٔ جبرهای هیتینگ و مجموعه های فازی

علی معدنشکاف

چکیده. یک جبر هیتینگ $\boldsymbol{H}$ یک مشبکه است که یک عمل دوتایی $\rightarrow$ روی آن تعریف شده باشد بطوری که برای هر $\boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{H}$ داشته باشیم : $\boldsymbol{a \wedge b \leq c \Leftrightarrow a \leq b \rightarrow c}$. در این مقاله ، قصد داریم مجموعه های فازی را روی یک جبر هیتینگ معرفی کرده و به برخی از ویژگی های رسته ای آنها بپردازیم.

۱. مقدمه و تعاریف اولیه

۱.۱ تعریف فرض کنیم $\boldsymbol{H}$ یک مشبکه باشد و یک عمل دوتایی $\rightarrow$ روی آن تعریف شده باشد بطوری که برای هر $\boldsymbol{a,b,c} \in \boldsymbol{H}$ داشته باشیم: $\boldsymbol{a \wedge b \leq c \Leftrightarrow a \leq b \rightarrow c}$ در این صورت این مشبکه یک جبر هیتینگ نامیده می شود.

برای هر $a,b \in \boldsymbol{H}$ عملگر $\leftrightarrow$ را بصورت زیر تعریف می کنیم :

$$a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$$

حال ویژگی های زیر در رابطه ی با عمل های دوتایی $\rightarrow$ و $\leftrightarrow$ برقرار هستند.

(۱) $a \rightarrow a = 1$ ،

(۲) $a \wedge (a \rightarrow b) = a \wedge b$ ،

(۳) $(a \rightarrow b) \wedge b = b$ ،

(۴) $a \rightarrow (b \wedge c) = (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)$ ،

(۵) $(a \leftrightarrow b) \wedge (a \leftrightarrow c) \leq a \leftrightarrow c$ ،

(۶) اگر $a \leq b$ آنگاه برای هر $c \in H$ ، $(c \rightarrow a) \leq (c \rightarrow b)$ و $(b \rightarrow c) \leq (a \rightarrow c)$.

فرض کنیم A یک زیر مجموعه ی دلخواه از مجموعه ی مرجع X باشد. در این صورت تابع نشانگر یا تابع مشخصه آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \chi_A : X &\rightarrow \{0\,,1\} \\ x &\mapsto \chi_A(x) \end{aligned}$$

که در آن برای هر $x \in X$ تعریف می کنیم:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \in A \end{cases}$$

اما متناظر با هر تابع $f : X \rightarrow \{0\,,1\}$ می توان یک زیر مجموعه از X را بدست آورد. به عبارت دیگر بین مجموعه های

$$P(X) = \{ A \mid A \subseteq X \} \text{ و } Ch(X) = \{ \chi \mid \chi : X \rightarrow \{0\,,1\} \text{ تابع است} \}$$

یک تناظر یک به یک وجود دارد. حال به سادگی دیده می شود که گردایه ی مجموعه های فازی همراه با ریخت های

که توابعی چون $f : A \rightarrow B$ هستند که در آنها برای هر $a \in A$ رابطه ی $\mu_A(\mathrm{a}) \leq \mu_B(f(\mathrm{a}))$ برقرار است، تشکیل یک رسته می دهد و آن را با **Fuz** نشان می دهیم.

برای هر دو ریخت $f : (A,\mu_A) \rightarrow (B,\mu_B)$ و $g : (B,\mu_B) \rightarrow (C,\mu_C)$ توجه می کنیم که تابع $gof : A \rightarrow C$ برای هر $a \in A$ در شرط نامساوی بالا صدق می کند. زیرا $\mu_A(\mathrm{a}) \leq \mu_B(f(\mathrm{a})) \leq \mu_C(g(f(a))) = \mu_B(gof(\mathrm{a}))$ درنتیجه $\mu_A(a) \leq \mu_B(gof(a))$.

پس برای هر دو ریخت $f : (A,\mu_A) \rightarrow (B,\mu_B)$ و $g : (B,\mu_B) \rightarrow (C,\mu_C)$ عمل دوتایی آنها را یک ریخت بصورت $gof : (B,\mu_B) \rightarrow (C,\mu_C)$ در نظر می گیریم که $gof : A \rightarrow C$ ترکیب دو تابع $f : A \rightarrow B$ و $g : A \rightarrow B$ می باشد.

واژه های کلیدی: جبر هیتینگ، مجموعه های فازی، توپوس.

۲. نتایج اصلی

۱.۲ قضیهٔ رسته ی $\mathbf{Fuz}$ همه ی شرایط یک توپوس بجزء رده بند زیرشی را دارد.

فرض کنیم $\boldsymbol{C}$ یک رسته کوچک باشد. قبلا رسته ی مجموعه های فازی روی بازه ی $[\mathbf{0},\mathbf{1}]$ را با $\mathbf{Fuz}$ نشان داده ایم.
در این صورت رسته ی تابعگری رسته ای است که شی های آن تابعگرهای $\boldsymbol{F:C\to Fuz}$ می باشند و یک ریخت از شی $\boldsymbol{F}$ به شی $\boldsymbol{G}$ در رسته ی $\mathbf{Fuz^C}$ یک تبدیل طبیعی $\boldsymbol{\tau: F\to G}$ می باشد.

۲.۲ قضیهٔ رسته ی $\mathbf{Fuz^C}$ تمام ویژگی های یک توپوس را باستثنای رده بند زیرشی دارد.

فرض کنیم $\boldsymbol{H}$ یک جبر هیتینگ کامل باشد. در این صورت رسته ی $\mathbf{Fuz}(\boldsymbol{H})$ را به صورت زیر در نظر می گیریم.
شی های این رسته زوجهای $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{\mu_A})$ است که در آن $\boldsymbol{A}$ یک مجموعه و $\boldsymbol{\mu_A: A\to H}$ یک تابع می باشد. یک ریخت $\boldsymbol{f:}$ $(\mathbf{A},\boldsymbol{\mu_A})\to(\mathbf{B},\boldsymbol{\mu_B})$ در رسته ی $\mathbf{Fuz}(\boldsymbol{H})$ یک تابع $\boldsymbol{f: A\times B\to H}$ است که شرایط زیر را دارد:
الف) برای هر $\boldsymbol{(a,b)\in A\times B}$، $\boldsymbol{f(a,b)\le\mu_B(b)}$ و $\boldsymbol{f(a,b)\le\mu_A(a)}$ ،
ب) برای هر $\boldsymbol{a\in A}$، $\boldsymbol{\mu_A(a)\le\bigvee_{b\in B}f(a,b)}$،
پ) اگر $\boldsymbol{b\neq b'}$ آنگاه $\boldsymbol{f(a,b)\wedge f(a,b')=0}$.
اما ترکیب دو ریخت $\boldsymbol{f:(A,\mu_A)\to(B,\mu_B)}$ و $\boldsymbol{g:(B,\mu_A)\to(C,\mu_C)}$ ریخت
$\boldsymbol{(A,\mu_A)\to(C,\mu_C)}$ می باشد که آن $\boldsymbol{gof: A\times B\to H}$ تابعی است که برای هر
$\boldsymbol{(a,b)\in A\times C}$،

در این مقاله همچنین برخی از ویژگی های این رسته که به خواص توپوس ها مربوط می شود بطور کامل مورد بررسی قرار می گیرند.
فرض کنیم $\boldsymbol{H}$ یک جبر هیتینگ باشد. در این صورت رسته ی $\boldsymbol{H-Set}$ را بصورت زیر در نظر می گیریم:
اشیای این رسته زوجهای $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{\mu_A})$ می باشند که در آن $\boldsymbol{A}$ یک مجموعه و $\boldsymbol{\mu_A}$ یک تابع بصورت
$\boldsymbol{\mu_A: A\times A\to H}$ می باشد که برای هر $\boldsymbol{a,a',a''\in A}$ دارای دو خاصیت زیر است:
الف) $\boldsymbol{\mu_A(a,a')=\mu_A(a',a)}$،
ب) $\boldsymbol{\mu_A(a,a')\wedge\mu_A(a',a'')\le\mu_A(a,a'')}$،
یک ریخت $\boldsymbol{f:(A,\mu_A)\to(B,\mu_B)}$ یک تابع $\boldsymbol{f: A\times B\to H}$ است که برای هر $\boldsymbol{a,a'\in A}$ و برای هر $\boldsymbol{b,b'\in B}$ دارای خواص زیر باشد.
الف) $\boldsymbol{\mu_A(a,a')\wedge f(a,b)\le f(a',b)}$،
ب) $\boldsymbol{\mu_B(b,b')\wedge f(a,b)\le f(a,b')}$،
پ) $\boldsymbol{\bigvee_{b\in B}f(a,b)=\mu_A(a,a)}$،
ت) $\boldsymbol{f(a,b)\wedge f(a,b')\le\mu_B(b,b')}$،
ترکیب دو ریخت $\boldsymbol{f:(A,\mu_A)\to(B,\mu_B)}$ و $\boldsymbol{g:(B,\mu_A)\to(C,\mu_C)}$ در رسته ی $\boldsymbol{H-Set}$ بصورت زیر تعریف می شود.
برای هر $\boldsymbol{(a,c)\in A\times C}$،

۳.۲ قضیهٔ رسته ی $\boldsymbol{H-Set}$ یک توپوس است.

مراجع

[1] J. C. Carrega, *The Categories Set(H) and Fuz(H)*, Fuzzy Sets and Systems, 9 (1983), 327-332.
[2] M. Eytan, *Fuzzy Sets: A Topos Logical Point of View*, Fuzzy Sets and Systems, 5 (1981), 47-67.

[3] P. J. Freyd, *Aspects of topoi, Bull*. Australian Math. Soc., 7 (1972), 1-76.
[4] R. Goldblatt, *Topoi: The Categorical Analysis of Logic*, North-Holland, Amsterdam, 1979.
[5] A. M. Pitts, *Fuzzy Sets do not form a Topos*, Fuzzy Sets and Systems, 8(1982), 101-104.
[6] L. N. Stout, *Topoi and Categories of Fuzzy Sets*, Fuzzy Sets and Systems, 12(1984), 169-184.
[7] O. Wyler, *Lecture Notes on Topoi and Quasitopoi*, Word Scientific, 1991.
[8] X. H. Yuan, H. Li, E. S. Lee, *Categories of Fuzzy Sets and Weak Topos*, Fuzzy Sets and Systems, 127 (2002), 291-297.
[9] X. H. Yuan, E. S. Lee, *Category **FUZ**, Wtopos and Category **FUZFUZ***, J. Math. Anal. Appl., 201(1996), 489-501.

علی معدنشکاف*، دانشگاه سمنان، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی.

*سخنران

روش جدید کنترل فازی و پیاده‌سازی آن برای آونگ معکوس دو درجه آزادی

علی غفاری، محمدرضا چگینی، علی کیماسی خلجی

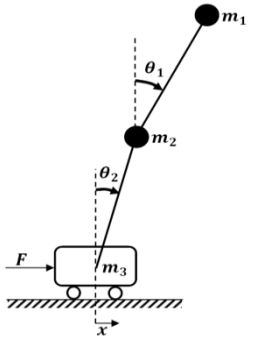
چکیده.کنترل فازی یک رویکرد کنترلی مبتنی بر دانش و قواعد است. در سیستم‌های عملی اطلاعات از دو منبع سرچشمه می‌گیرد: افراد خبره و اندازه‌گیری‌ها و مدل‌های ریاضی. اکثر کتب و مقالات پیرامون نحوه‌ی ترکیب این دو نوع اطلاعات در طراحی سیستم‌ها تمرکز یافته است و در پی یافتن پاسخی برای این سوال هستندکه چگونه می‌توان دانش بشری را در قالب فرمول ریاضی بیان نمود. در این تحقیق با استفاده از کنترل فیدبک حالت، روش جدیدی برای طراحی کنترلر فازی برای سیستم‌هائی که مدل ریاضی آن‌ها در دسترس می‌باشد، ارائه گردیده است که علاوه بر سوال فوق به نگرانی‌ها در مورد نحوه‌ی ایجاد شناخت از سیستم بدون حضور کارشناس خبره و تنها به کمک مدل ریاضی آن پاسخ می‌دهد.

۱- مقدمه

آونگ معکوس یک سیستم غیرخطیِ پیچیده و ناپایدار است که بسیار سریع به ورودی اعمالی پاسخ می‌دهد. بنابراین به عنوان یک سیستم مناسب برای پیاده‌سازی روش‌های مختلف کنترلی به حساب می‌رود و اغلب برای سنجش قدرت و کارایی کنترلرهای مختلف استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر تحقیقات گسترده‌ای برای کنترل آونگ معکوس توسط کنترلرهای فازی صورت گرفته است[۵-۱]. در این مقاله ابتدا مدل دینامیکی آونگ معکوس دو درجه توسط روش لاگرانژ بدست آمده سپس یک کنترلر فازی با روشی جدید برای آن ارائه گردیده است. همچنین نشان داده شده است که کنترلر طراحی شده تا اندازه‌ی مطلوبی در برابر تغییر پارامترها مقاوم می‌باشد.

۲-مدل‌سازی سیستم

شکل ۱ مدل یک آونگ معکوس دو درجه می‌باشد. این سیستم از یک گاری به همراه یک آونگ دو درجه تشکیل یافته است که روی یک ریل حرکت می‌نماید. آونگ دو درجه به مرکز سطح فوقانی گاری پین شده است. گاری قادر است روی ریل آزادانه به سمت راست یا چپ جابجا شود. فرض بر آن است که میله‌ها بدون جرم بوده و میله‌ها نسبت به راستای قائم دارای زوایای θ_1 و θ_2 می‌باشند، مشخصات کامل سیستم روی شکل ۱ نشان داده شده‌اند. از هر گونه اصطکاکی در مدلسازی انجام شده صرف نظر شده است.



شکل ۱: مدل یک آونگ معکوس دو درجه

معادلات دینامیک سیستم با استفاده از روش لاگرانژ استخراج می‌شود که فرمت کلی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$$

که $L = T - V$، L معرف لاگرانژین سیستم، T انرژی جنبشی سیستم، V انرژی پتانسیل سیستم، q_i مختصات تعمیم‌یافته‌ی سیستم و Q_i نیروهای تعمیم‌یافته‌ی اعمالی به سیستم می‌باشند. لاگرانژین سیستم به صورت زیر محاسبه گردیده است:

واژه‌های کلیدی: آونگ معکوس دو درجه، کنترل فازی، قوانین فازی، کنترل فیدبک حالت.

$$L = \frac{1}{2}m_3\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2\left[\left(\dot{x} + l_2\dot{\theta}_2 cos\theta_2\right)^2\right]$$
$$+ \frac{1}{2}m_1\left[\left(\dot{x} + l_2\dot{\theta}_2 cos\theta_2 + l_1\dot{\theta}_1 cos\theta_1\right)^2 + \left(l_2\dot{\theta}_2 sin\theta_2 + l_1\dot{\theta}_1 sin\theta_1\right)^2\right]$$
$$- m_2 g l_2 cos\theta_2 - m_1 g(l_2 cos\theta_2 + l_1 cos\theta_1)$$

در نهایت معادلات دینامیک سیستم به صورت زیر درآمده است:

$$(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x} + (m_1 + m_2)l_2 cos\theta_2\ddot{\theta}_2 + m_1 l_1 cos\theta_1\ddot{\theta}_1$$
$$= (m_1 + m_2)l_2 sin\theta_2\dot{\theta_2}^2 + m_1 l_1 sin\theta_1\dot{\theta_1}^2 + F$$
$$cos\theta_1\ddot{x} + l_2\cos(\theta_2 - \theta_1)\ddot{\theta}_2 + l_1\ddot{\theta}_1 = l_2\sin(\theta_2 - \theta_1)\dot{\theta_2}^2 + g\,sin\theta_1$$
$$(m_1 + m_2)cos\theta_2\ddot{x} + (m_1 + m_2)l_2\ddot{\theta}_2 + m_1 l_1 l_2\cos(\theta_2 - \theta_1)\ddot{\theta}_1$$
$$= -m_1 l_1 l_2\sin(\theta_2 - \theta_1)\dot{\theta_1}^2 + (m_1 + m_2)g l_2 sin\theta_2$$

۳- بررسی کنترل‌پذیری

برای بررسی این موضوع ابتدا سیستم را حول نقطه‌ی تعادل بالای آن یعنی $(\theta_1, \theta_2) = (0,0)$ خطی‌سازی می‌کنیم. سیستم خطی شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{x} = Ax + BF$$
$$x = \left(x, \dot{x}, \theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2\right)^T$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{m_3} & 0 & -\frac{1}{m_3 l_2} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(m_1+m_2)g/m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (m_2+m_3)(m_1+m_2)g/(m_3 m_2 l_2) & 0 & -m_1 g/(m_2 l_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(m_1+m_2)g/(m_2 l_1) & 0 & (m_1+m_2)g/(m_2 l_1) & 0 \end{pmatrix}$$

مقادیر پارامترهای سیستم که برای شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است، عبارتند از:

$$m_1 = 0.5kg, m_2 = 0.5kg, m_3 = 1kg, l_1 = 1m,$$
$$l_2 = 1m, g = 9.81\frac{m}{s^2}$$

با جایگذاری مقادیر خواهیم داشت:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9.81 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29.43 & 0 & -9.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -19.62 & 0 & 19.62 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

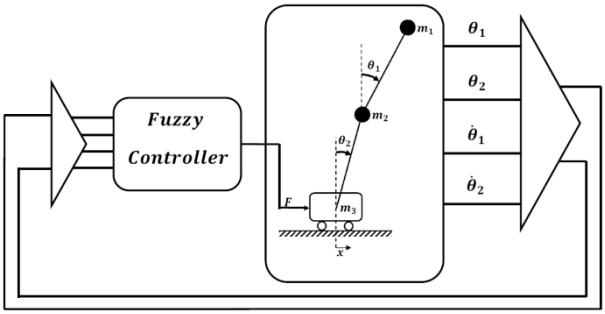
ماتریس کنترل‌پذیری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{C} = (B\ AB\ A^2B\ A^3B\ A^4B\ A^5B)$$
$$Rank(\mathcal{C}) = 6$$

چون رنک ماتریس کنترل‌پذیری برابر ۶ است بنابراین سیستم کاملاً کنترل‌پذیر خواهد بود.

۴- طراحی کنترلر

شکل ۲ دیاگرام کنترل فازی سیستم آونگ معکوس دو درجه را نمایش می‌دهد.



شکل ۲: دیاگرام کنترلی سیستم آونگ معکوس دو درجه

برای سیستم توصیف شده یک کنترلر فازی طراحی گردیده است. برای استخراج قوانین فازی، یک کنترلر فیدبک حالت طراحی نموده و روی سیستم اعمال شده است. و از پاسخ سیستم کنترل شده در محدوده‌های مختلف الگوگیری صورت پذیرفته است. با توجه به اینکه برای طراحی کنترلر فازی که به شکل مطلوب کار کند معمولاً مجبوریم که برای هر درجه‌ی آزادی که دارای اهمیت کنترلی می‌باشد از حداقل دو ورودی استفاده کنیم (معمولاً متغیر و مشتق آن) بنابراین در این سیستم چون هدف کنترل زوایای آونگ می‌باشد بنابراین از چهار ورودی در کنترلر فازی استفاده می‌کنیم ($\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$). با توجه به اینکه چهار ورودی داریم اگر حتی به ازای هر ورودی سه تابع عضویت در نظر بگیریم نتیجه‌اش ۸۱ قاعده‌ی فازی خواهد شد که تنظیم کنترلر را مشکل و زمان اجرای برنامه را بسیار بالا می‌برد. بنابراین در مقالات مختلف سعی شده است که تا حد امکان از این قواعد کاسته شود. در این مقاله روشی جدید برای نوشتن این قوانین استفاده گردیده است. ایده‌ی اصلی کار براساس کنترلر فیدبک حالت و دید فیزیکی نسبت به سیستم‌های دینامیکی بوده است.

در سیستم‌های دینامیکی وقتی سیستم نوسانی می‌شود نشان دهنده‌ی در مرز پایداری بودن سیستم است که می‌توان آن را با استفاده از یک دمپر پایدار مجانبی نمود. معمولاً نیروها و گشتاورهای دمپری متناسب با سرعت‌ها می‌باشند، بنابراین ما در ابتدا با استفاده از θ_1 و θ_2 قوانین فازی را طوری می‌نویسیم که سیستم نوسانی شود، سپس با استفاده از $\dot{\theta}_1$ و $\dot{\theta}_2$ قوانین دمپ‌کننده‌ی سیستم به آن اضافه می‌کنیم که در نتیجه یک سیستم پایدار مجانبی خواهیم داشت.

مراحل طراحی کنترلر فازی به شرح زیر می‌باشند:

می‌دانیم که در کنترلر فیدبک حالت اگر تنها از متغیرها فیدبک بگیریم (و نه از مشتق آنها) و قطب‌های مدار بسته‌ی سیستم را روی محور موهومی قرار دهیم، در این صورت سیستم نوسانی می‌شود. که با توجه به این ایده ما قوانین کنترلر فازی را در دو مرحله نوشتیم:

الف) استفاده از θ_1 و θ_2 برای نوسانی کردن سیستم

ب) استفاده از $\dot{\theta}_1$ و $\dot{\theta}_2$ برای پایدار مجانبی کردن سیستم

۴-۱- استفاده از θ_1 و θ_2 برای نوسانی کردن سیستم

چون هدف کنترل θ_1 و θ_2 می‌باشد بنابراین ما معادلات خطی را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = G\boldsymbol{\psi} + HF$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 29.43 & 0 & -9.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -19.62 & 0 & 19.62 & 0 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

در این مرحله ورودی را تنها با استفاده از فیدبک‌های θ_1 و θ_2 به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$F = -k_1\theta_1 - k_2\theta_2$$
$$F = -\boldsymbol{K\psi};\ \boldsymbol{K} = (k_1 \quad 0 \quad k_2 \quad 0)$$

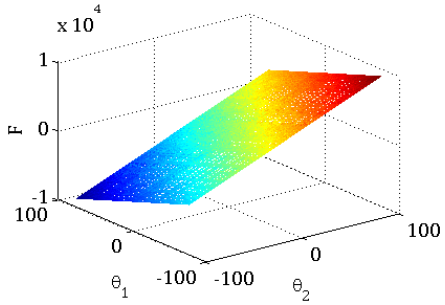
با در نظر گرفتن این ورودی و قرار دادن قطب‌های حلقه بسته‌ی سیستم روی محور موهومی یک سیستم نوسانی بدست خواهد آمد که با تعیین کردن محل قطب‌ها روی محور موهومی k_1 و k_2 بدست خواهد آمد. چون وقتی قطب‌ها مختلط هستند باید مزدوج نیز باشند بنابراین :

$$\lambda_{1,2} = \mp b_1 j$$
$$\lambda_{3,4} = \mp b_2 j$$

با در نظر مقادیر فوق بهره‌های فیدبک حالت k_1 و k_2 به صورت زیر بدست می‌آیند:

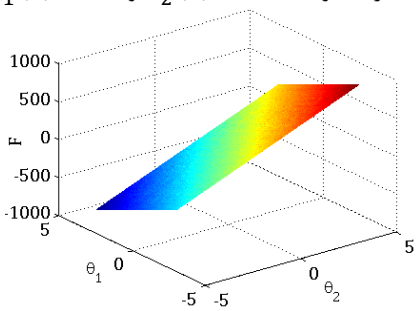
$$|\lambda I - (G - HK)| = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4)$$
$$k_1 = -b_1^2 - b_2^2 - 49.05$$
$$k_2 = b_1^2 + b_2^2 + 0.051 b_1^2 b_2^2 + 29.43$$

با دادن b_1 و b_2 های مختلف مقدار ورودی کنترلی F را بدست آورده و با توجه به آن قوانین فازی را می‌نویسیم. مثلاً برای $b_1 = 1$ و $b_2 = 3$ و برای شرایط اولیه‌ی $\theta_2(0) = 20$ و $\theta_1(0) = 0$ نمودار زیر بدست می‌آید:



شکل ۲: نمودار ورودی کنترلی برحسب θ_1 و θ_2 به ازای $b_1 = 1$ و $b_2 = 3$

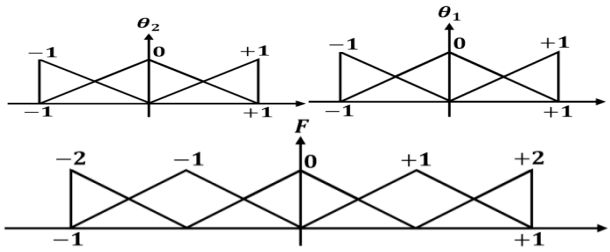
و همچنین برای $b_1 = 2$ و $b_2 = 7$ و برای شرایط اولیه‌ی $\theta_2(0) = 0$ و $\theta_1(0) = 10$ نمودار زیر بدست می‌آید:



شکل ۲: نمودار ورودی کنترلی برحسب θ_1 و θ_2 به ازای $b_1 = 2$ و $b_2 = 7$

برای بقیه‌ی b_1 و b_2 ها نیز جواب مشابهی برای F بدست می‌آید.

با توجه به نمودارهای بالا و در نظر گرفتن سه تابع عضویت مثلثی نرمال برای زوایا و پنج تابع عضویت مثلثی نرمال برای نیروی ورودی، قوانین فازی را به شکل زیر بدست می‌آوریم.



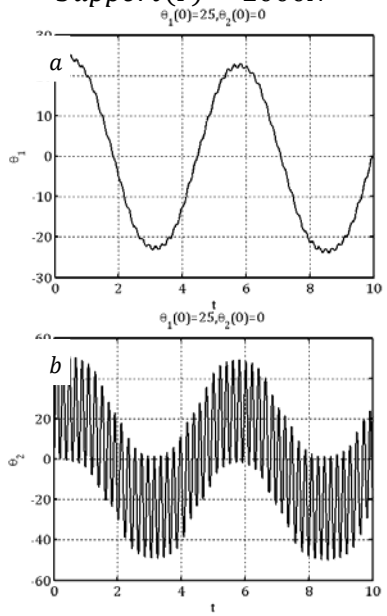
شکل ۳: توابع عضویت مثلثی در نظر گرفته شده برای θ_1 و θ_2 و F

جدول ۱: جدول قوانین فازی

		−۱	۰	+۱
θ	−۱	۰	+۱	+۲
	۰	−۱	۰	+۱
	+۱	−۲	−۱	۰

بدست آوردن محدوده‌ی تغییرات زوایا و نیرو با استفاده از سیستم خطی‌سازی شده و کنترلر فازی بر اساس قوانین بالا سعی در نوسانی کردن سیستم می‌کنیم. هدف را بر نوسانی کردن سیستم در شرایط اولیه‌ی $\theta_1(0) = 25deg.$ و $\theta_2(0) = 0deg.$ قرار می‌دهیم. برای سادگی کار محدوده‌ی پشتیبان θ_1 و θ_2 را یکسان در نظر می‌گیریم. با سعی و خطا به نتایج زیر می‌رسیم:

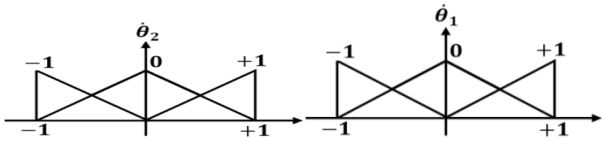
$$Support(\theta_1) = 50deg.$$
$$Support(\theta_2) = 50deg.$$
$$Support(\mathrm{F}) = 2000N$$



شکل ۴: سیستم خطی با کنترلر ناقص فازی (پاسخ نوسانی) $\theta_1 - a$ و $\theta_2 - b$

۴-۲- استفاده از $\dot{\theta}_1$ و $\dot{\theta}_2$ برای پایدار مجانبی کردن سیستم

در این مرحله سه تابع عضویت مثلثی نرمال برای $\dot{\theta}_1$ و $\dot{\theta}_2$ در نظر می‌گیریم:



شکل ۵: توابع عضویت مثلثی در نظر گرفته شده برای $\dot{\theta}_1$ و $\dot{\theta}_2$

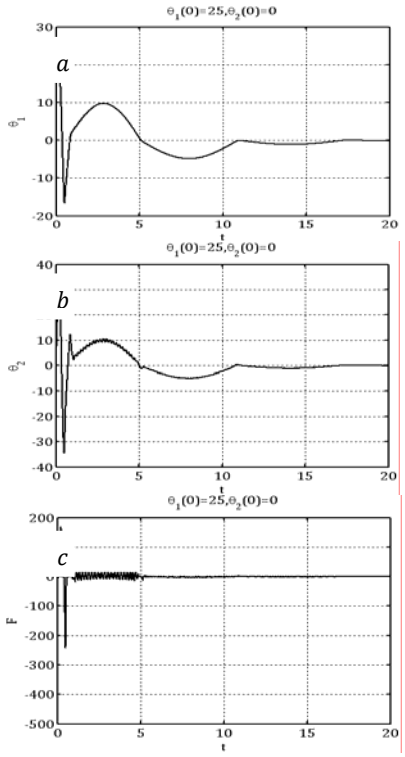
سه قانون دیگر به صورت زیر به قوانین اضافه می‌کنیم:

$$\text{IF } \theta_2 = 0 \text{ AND } \theta_1 = 0 \text{ AND } \dot{\theta}_1 = -1 \text{ OR } \dot{\theta}_2 = +1 \text{ THEN F} = +1$$
$$\text{IF } \theta_2 = 0 \text{ AND } \theta_1 = 0 \text{ AND } \dot{\theta}_1 = 0 \text{ OR } \dot{\theta}_2 = 0 \text{ THEN F} = 0$$
$$\text{IF } \theta_2 = 0 \text{ AND } \theta_1 = 0 \text{ AND } \dot{\theta}_1 = +1 \text{ OR } \dot{\theta}_2 = -1 \text{ THEN F} = -1$$

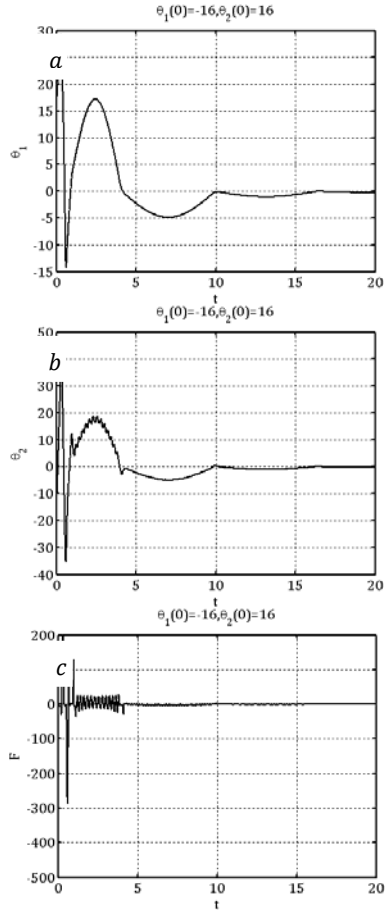
که این سه قانون با عملکرد دمپری خود سیستم را وادار می‌سازد تا وقتی از نقطه‌ی تعادل عبور می‌کند مقداری از سرعتش کاسته شده و در نهایت سیستم پایدار گردد.

طراحی کامل کنترلر:

با در نظر گرفتن $-3.5\text{rad/s} < \dot{\theta}_1 < 3.5rad/s$ و $-7.5rad/s < \dot{\theta}_2 < 7.5rad/s$ و اضافه کردن این قوانین کنترلر ما کامل می‌شود و برای شرایط اولیه‌ی $(\theta_1, \theta_2) = (25,0)deg.$ پاسخ سیستم همانطور که در شکل نشان داده شده است کاملاً پایدار می‌باشد.



شکل ۶: سیستم غیرخطی با کنترلر کامل فازی (پاسخ پایدار مجانبی)، برای شرایط اولیه‌ی $(\theta_1, \theta_2)_0 = (25,0)deg.$ ، $\theta_1 - a$ و $\theta_2 - b$ و $F - c$



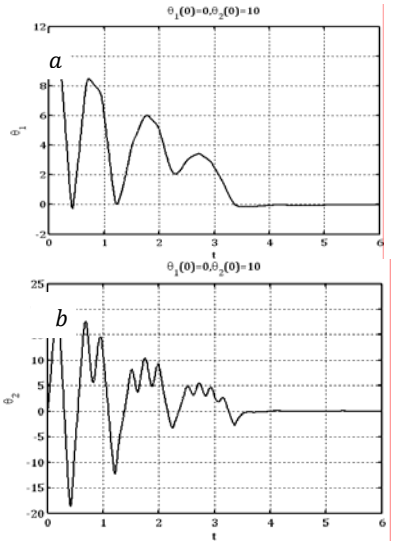
شکل ۷: سیستم غیرخطی با کنترلر کامل فازی (پاسخ پایدار مجانبی)، برای شرایط اولیه‌ی $(\theta_1,\theta_2)_0 = (-16,16)deg.$ ، $\theta_1 - a$ و $\theta_2 - b$ و $F - c$

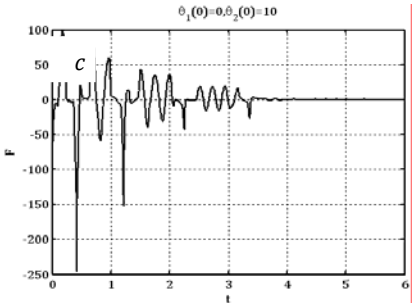
برای اینکه زمان پایدار شدن سیستم را کاهش دهیم بایستی پشتیبان‌های مجموعه‌های فازی را کاهش دهیم که منجر به کاهش ماکسیمم انحراف درجه‌ی آونگ می‌گردد. اگر محدوده‌ی تغییرات زوایا را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$-25deg. < \theta_1 < 25deg.$ و $-20deg. < \theta_2 < 20deg.$ محدوده‌ی تغییرات نیرو نیز با سعی و خطا بدست خواهد آمد:

$$-800 < F < 800$$

با در نظر گرفتن $-1.25rad/s < \dot{\theta}_1 < 1.25rad/s$ و $-5rad/s < \dot{\theta}_2 < 5rad/s$ برای شرایط اولیه‌ی $(\theta_1,\theta_2) = (10,0)deg.$ پاسخ‌های سیستم همانطور که نشان داده شده است کاملاً پایدار می‌باشند.

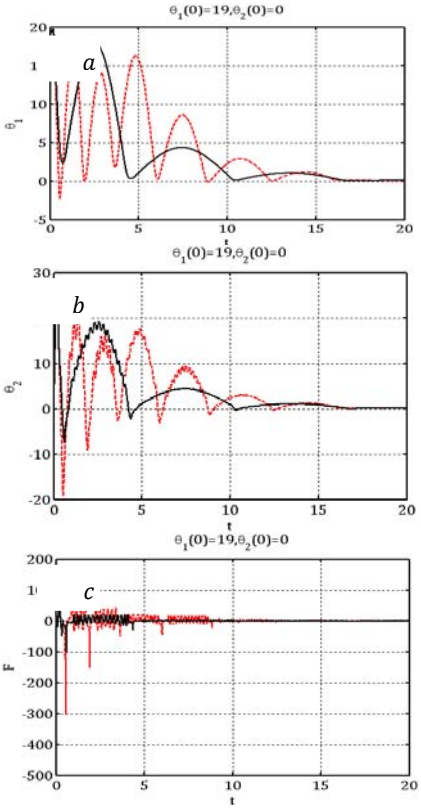




شکل ۸: سیستم غیرخطی با کنترلر کامل فازی (پاسخ پایدار مجانبی)، برای شرایط اولیه‌ی $(\theta_1, \theta_2)_0 = (0,10)deg$. ، $\theta_1 - a$ و $\theta_2 - b$ و $F - c$

۵- مقاوم بودن کنترلر

فرض می‌کنیم جرم m_1 در مدت ۲ ثانیه از ۰/۵ kg به ۱/۵ kg برسد پاسخ سیستم همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود کاملاً پایدار می‌باشد، در واقع کنترلر در برابر تغییر پارامترها مقاوم می‌باشد.



شکل ۱۰: $\theta_1 - a$ و $\theta_2 - b$ و $F - c$ ، (جرم متغیر: خط چین قرمز)

۶- نتیجه‌گیری

کنترل فازی برای فرموله کردن دانش بشری پیرامون یک سیستم خاص به کار می‌رود. اما گاهی اوقات کارشناس خبره‌ای وجود ندارد که بتوان به کمک او رفتار کنترلر را در قالب قواعد فازی بیان نمود. لذا در این نوشتار روشی نوین برای طراحی کنترلر فازی برای سیستم-هائی که مدل ریاضی آن‌ها در دسترس است، ارائه شد که به نحوه‌ی ایجاد شناخت از سیستم بدون حضور کارشناس خبره و تنها به کمک مدل ریاضی آن و چگونگی به کار بردن این شناخت در طراحی کنترلر فازی می‌پردازد و در انتها کارائی این روش در مورد کنترل آونگ معکوس دو درجه بررسی شد. بدین ترتیب نشان داده شد که با آگاهی از منطق فازی و تلاش روی کنترل‌های کلاسیک و بدون نیاز به کارشناس خبره یا روش‌های مرسوم مانند شبکه‌ی عصبی و ... می‌توان به کنترلر فازی مناسبی دست یافت.

مراجع

[1] T. Yamakawa, ***Stabilization of an inverted pendulum by a high-speed fuzzy logic controller hardware system***, Fuzzy Sets and Systems 32,1989.pp. 161–180.
[2] [S. Kawaji, T. Maeda, ***Fuzzy servo control system for an inverted pendulum***,in: Proceedings of IFES'91, vol. 2, 1991, pp. 812–823.
[3] J. Yi, N. Yubazaki, K. Hirota, ***Aproposal of SIRMs dynamically connected fuzzy inference model for plural input fuzzy control***, Fuzzy Sets and Systems 125 (2002) pp.79–92.
[4] J. Yi, N. Yubazaki, K. Hirota, ***Upswing and stabilization control of inverted pendulum system based on the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model***, Fuzzy Sets and Systems 122 (2001) pp. 139–152.
[5] N. Yubazaki, J. Yi, M. Otani, N. Unemura, K. Hirota,***Trajectory tracking control of unconstrained objects based on the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model***, connected fuzzy inference model and its applications, Proc. IFSA'97, Vol. 3, 1997, pp. 410

علی غفاری*، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین‌طوسی
آدرس پست الکترونیکی: **ghaffari@ kntu.ac.ir**

محمدرضا چگینی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین‌طوسی
آدرس پست الکترونیکی: **mohammad.r.chegini@gmail.com**

علی کیماسی خلجی، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین‌طوسی
آدرس پست الکترونیکی: **keymasi@dena.kntu.ac.ir**

*سخنران

کنترل فازی ربات متحرک در محیط نا شناخته

پویا صالحی، هادی اسکندر، محمد حسین صبور و محسن ترابی

چکیده. ربات های متحرک و ماشین های هدایت شونده خودکار می توانند برای اهداف مختلف از جمله انتقال مواد، سرویس دهی درمحیط های هسته ای، محیط های نظامی و غیره به کار روند. در سال های اخیر مطالعات گسترده ای در زمینه کنترل این دسته از ربات ها صورت گرفته است. در این مقاله، یک روش هوشمند برای هدایت این دسته از ربات ها در یک محیط ناشناخته، با استفاده از منطق فازی، پیشنهاد شده است. در این روش از کنترل گر فازی به منظور یافتن هدف و دوری از برخورد با موانع استفاده شده است. به منظور اثبات توانایی های منطق فازی پیشنهاد شده، چندین مثال از حرکت ربات در محیط های ناشناخته مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می دهد، منطق فازی استفاده شده دارای عملکردی به مراتب بهتر و دارای پایداری بیشتری در حرکت ربات است.

۱. مقدمه

کاربری ربات های متحرک، عبارت است از حرکت به طرف یک هدف مشخص، در حالی که از برخورد با موانع پرهیز نماید. در یک محیط ناشناخته، استفاده از روش های سراسری غیر ممکن یا بسیار پرهزینه است، چرا که نقشه کامل محیط مورد نیاز می‌باشد. بنابراین روش های سراسری برای حل چنین مسائلی غیر عملی بوده، به ناچار باید از روش های محلی از قبیل سیستم های فازی یا شبکه های عصبی استفاده نمود[۱].

در روش های محلی، ربات متحرک نیاز به بررسی به هنگام محیط دارد تا درخواست های سیستم هدایت را برآورده سازد. اخیراً در بسیاری از مقالات از کنترلر هایی نظیر، کنترلر های تطبیقی[۱][۲]، مقاوم[۲] [۳] و فازی[۳] [۴-۷] یا تکاملی[۸-۹] برای هدایت ربات در محیط های ناشناخته استفاده نموده اند.

این مقاله نشان می‌دهد که چگونه یک ربات متحرک خود مختار[۴] با استفاده از یک کنترل کننده فازی، در یک محیط ناشناخته هدایت می شود. در این کنترلر، از یک موتور استنتاج فازی و یک سری قوانین اگر- آنگاه[۵] استفاده شده است که رفتار ربات متحرک را کد می‌کنند. مشکل اصلی در طراحی این نوع کنترلر ها، فرمولاسیون مؤثر قوانین فوق می‌باشد. این قوانین بر اساس افکار ابتکاری[۶] یا بر اساس تجربه شخصی به دست می‌آیند[۱].

روش پیشنهادی، ربات را قادر می‌سازد که از میان موانع موجود بین نقطه شروع و انتهای مسیر، به خوبی و بدون تصادم عبور نماید. در این روش، برای انجام این کار، از مدل سینماتیکی ربات استفاده شده است. علت عدم بکارگیری مدل دینامیکی، پیچیدگی، زمان‌بری و عدم کارایی کنترل مبتنی بر آن در کاربرد های صنعتی است. برای اثبات توانایی این روش، مسیر حرکت ربات در چندین محیط ناشناخته بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که منطق فازی مورد استفاده، دارای عملکردی بسیار مناسب و پایداری قابل قبولی می‌باشد.

۲. مدل سینماتیکی ربات متحرک

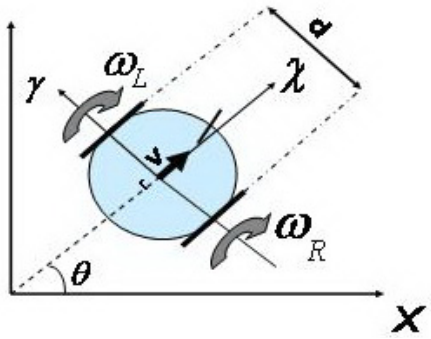
ربات متحرک مورد نظر، یک ربات سه چرخ دایروی می‌باشد، که در شکل (۱) نشان داده شده است.

فرض می‌شود که ربات هیچ گونه لغزشی روی سطح ندارد. به عبارت دیگر، چرخ های ربات به طور کامل با زمین در تماس اند. نقطه r، در وسط محور واصل دو چرخ قرار دارد. θ، زاویه بین خط عمود بر محور چرخ ها و محور X می‌باشد. سرعت زاویه ای چرخ های راست و

[۱] Adaptive Control
[۲] Robust Control
[۳] Fuzzy control
[۴] Autonomous
[۵] If- Then
[۶] Heuristic Thinking

واژه های کلیدی: ربات متحرک، محیط ناشناخته، دوری از موانع، منطق فازی.

چپ، به ترتیب با ω_R و ω_L نشان داده شده است. در اینجا d، فاصله بین دو چرخ و r_w، شعاع چرخ های ربات متحرک می‌باشد (شکل (۱)).



شکل (۱): نمایی از بالای ربات سه چرخ دایروی

سرعت خطی ربات متحرک $(V(t))$ و سرعت زاویه ای آن $(\omega(t))$ از روابط زیر بدست می‌آید[۷].

$$V(t)=\frac{r_w}{2}\left(\omega_L(t)+\omega_R(t)\right) \quad (۱)$$

$$\omega(t)=\frac{r_w}{2}\left(\omega_L(t)-\omega_R(t)\right) \quad (۲)$$

موقعیت ربات در محیط ناشناخته، در هر لحظه از زمان، در مختصات مرجع، $X=[X,Y,\theta]$ می‌باشد. با توجه به معادلات (۱) و (۲)، مدل سینماتیکی چنین رباتی با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} X^{\circ}=V\cos\theta \\ Y^{\circ}=V\sin\theta \\ \theta^{\circ}=w \end{cases} \quad (۳)$$

با در نظر گرفتن t_v، t_w و t به ترتیب به عنوان مدت زمان در نظر گرفته شده برای حرکت خطی، حرکت زاویه ای و لحظه نمونه برداری و اعمال تقریب اولر به رابطه (۳)، رابطه مدل سینماتیکی به فرم ذیل در می آید.

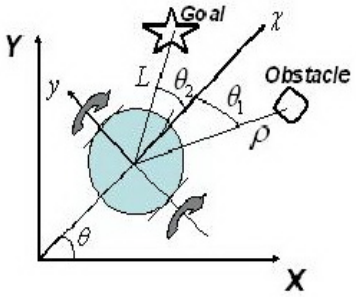
$$\begin{cases} X_{new}=(V\cos\theta)\times t_v+X_{old} \\ Y_{new}=(V\sin\theta)\times t_v+Y_{old} \\ \theta_{new}=(\omega.t_w)+\theta_{old} \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} t_v=0/2 \\ t_w=0/8 \end{cases} \quad (۴)$$

شایان ذکر است، حرکت ربات به دو حالت درجا چرخیدن ربات و قرار گرفتن در جهت جدید و حرکت بر روی مسیر مستقیم در جهت جدید تا رسیدن به نقطه جدید تقسیم شده است.

۳. کنترل فازی

مسئله هدایت ربات متحرک، در حالت کلی به دو زیر مسئله یافتن هدف و دوری از موانع تجزیه می‌شود. در غیاب مانع، ربات به سوی هدف حرکت می‌کند، در غیر این صورت ربات بر اساس اطلاعات به دست آمده از سنسور موجود در مرکز ربات، در خصوص مانع و موقعیت نسبی خود تا هدف، واکنش نشان می‌دهد. در هنگام حرکت به سوی هدف (با استراتژی اجتناب از برخورد با مانع)، ربات سرعت زاویه ای و سرعت خطی خود را تغییر می‌دهد.

کنترل‌کننده فازی مورد استفاده برای هدایت ربات، دارای ۴ ورودی و ۲ خروجی می‌باشد که عبارتند از (شکل (۲)):



شکل (۲): ورودی ها و خروجی های ربات در سیستم فازی

۱،۳ ورودی ها:

L: فاصله ربات تا هدف (m)، ρ: فاصله ربات تا نزدیک ترین مانع (m)، θ_1: زاویه مرکز ربات با مانع (deg)، θ_2: زاویه مرکز ربات تا هدف (deg)

۲،۳ خروجی ها:

V: سرعت خطی ربات $(\frac{m}{s})$، ω: سرعت زاویه ای ربات $(\frac{rad}{s})$

در ذیل، توابع عضویت در نظر گرفته شده برای ورودی ها و خروجی ها، معرفی شده اند.

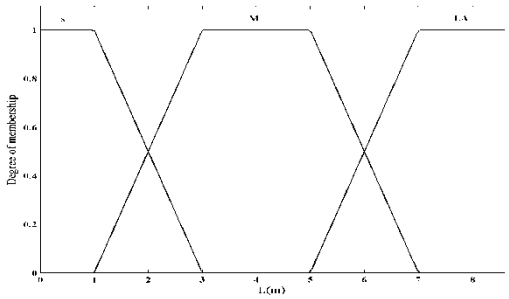
- سه تابع عضویت، نزدیک (S)، متوسط (M) و دور (LA)، برای ورودی اول سیستم فازی (فاصله ربات تا هدف)، برای محدوده صفر تا ۸/۶ متر، (شکل(۳)).

- سه تابع عضویت، نزدیک (N)، متوسط (M) و دور (F)، برای ورودی دوم سیستم فازی (فاصله ربات تا مانع)، برای محدوده صفر تا ۱ متر، (شکل(۴)).

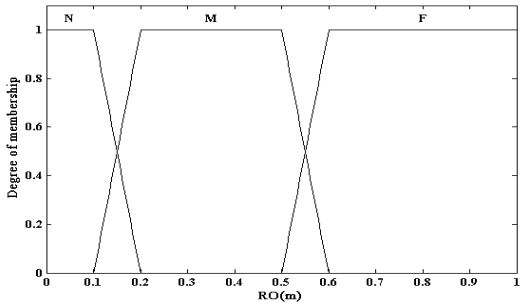
- هشت تابع عضویت، زاویه نزدیک به صفر مثبت (PZ)، زاویه کم مثبت (PS)، زاویه متوسط مثبت (PM)، زاویه بزرگ مثبت (PB)، زاویه نزدیک به صفر منفی (NZ)، زاویه کم منفی (NS)، زاویه متوسط منفی (NM) و زاویه بزرگ منفی (NB)، برای ورودی های سوم و چهارم کنترل‌کننده فازی (زاویه مرکز ربات با مانع و زاویه مرکز ربات تا هدف)، برای محدوده ۱۸۰- تا ۱۸۰ درجه، (شکل(۵) و (۶)).

- سه تابع عضویت، سرعت کم (L)، سرعت متوسط (M)، سرعت زیاد (H)، برای خروجی اول سیستم کنترل فازی (سرعت خطی ربات)، برای محدوده صفر تا ۰/۴ متر بر ثانیه، (شکل (۷)).

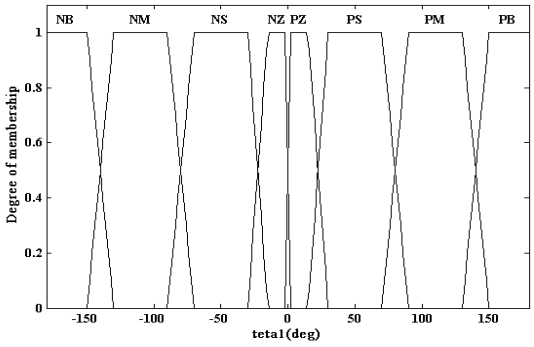
- هشت تابع عضویت، سرعت زاویه ای نزدیک به صفر در جهت مثبت (PZ)، سرعت زاویه ای کم در جهت مثبت (PS)، سرعت زاویه ای متوسط در جهت مثبت (PM)، سرعت زاویه ای بزرگ در جهت مثبت (PB)، سرعت زاویه ای نزدیک به صفر در جهت منفی (NZ)، سرعت زاویه ای کم در جهت منفی (NS)، سرعت زاویه ای متوسط در جهت منفی (NM) و سرعت زاویه ای بزرگ در جهت منفی (NB)، برای خروجی دوم سیستم (سرعت زاویه ای ربات)، برای محدوده ۱/۵- تا ۱/۵ رادیان بر ثانیه، تعریف شده‌اند (شکل(۸)).



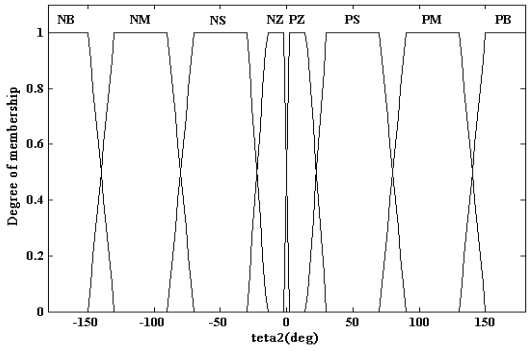
شکل (۳): نمایش محدوده فازی ورودی اول سیستم فازی



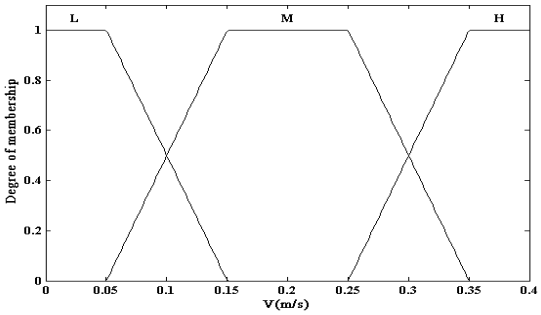
شکل (۴): نمایش محدوده فازی ورودی دوم سیستم فازی



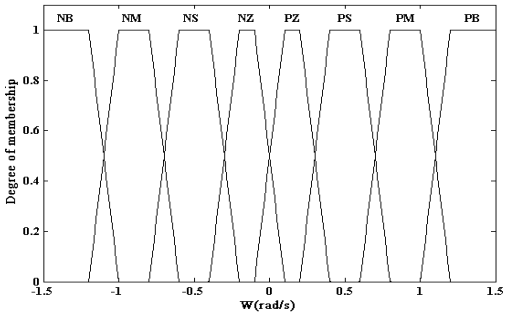
شکل (۵): نمایش محدوده فازی ورودی سوم سیستم فازی



شکل (۶): نمایش محدوده فازی ورودی چهارم سیستم فازی



شکل (۷): نمایش محدوده فازی خروجی اول سیستم فازی



شکل (۸): نمایش محدوده فازی خروجی دوم سیستم فازی

۴. قواعد نظارتی فازی

ایده اصلی در الگوریتم های فازی، استفاده از قواعد زبانی در مواجهه با حالت های مختلف به وجود آمده طی کنترل یک پروسه می‌باشد. در این مقاله با الهام گرفتن از رفتار انسان در هنگام حرکت، قواعد زبانی تعیین شده اند.

قوانین فازی، به شکل قواعد اگر- آنگاه بیان می‌شوند. در این مقاله، قوانین را با توجه به فاصله ربات تا مانع به سه گروه (جداول (۱) و (۲) و (۳)) تقسیم بندی نموده ایم. طبق جدول (۱)، در صورتی که فاصله ربات تا مانع دور باشد، رسیدن به نقطه هدف اولویت دارد؛ در غیر این صورت هدف اولیه، دور شدن از مانع می‌باشد (جداول (۲) و (۳)).

لازم به ذکر است سیستم استنتاج فازی مورد استفاده، سیستم استنتاج فازی ممدانی می‌باشد که بر اساس عملکرد های استنتاج Min- Max عمل می‌کند و روش غیر فازی ساز مورد استفاده، روش مرکز ثقل می‌باشد.

θ_2 / L	NB		NM		NS		NZ		PZ		PS		PM		PB	
S	NB	L	NM	L	NS	L	NZ	L	PZ	L	PS	L	PM	L	PB	L
M	NB	M	NM	M	NS	M	NZ	M	PZ	M	PS	M	PM	M	PB	M
LA	NB	H	NM	H	NS	H	NZ	H	PZ	H	PS	H	PM	H	PB	H
	ω	v														

جدول (۱): ρ is far

θ_1	NB		NM		NS		NZ		PZ		PS		PM		PB	
	PZ	L	PS	L	PM	L	PB	L	NB	L	NM	L	NS	L	NZ	**L**
	ω	v														

جدول (۲): ρ is near

θ_1	NB		NM		NS		NZ		PZ		PS		PM		PB	
	PZ	M	PS	M	PM	M	PB	M	NB	M	NM	M	NS	M	NZ	**M**
	ω	v														

جدول (۳): is medium ρ

۵. شبیه سازی و ارائه نتایج

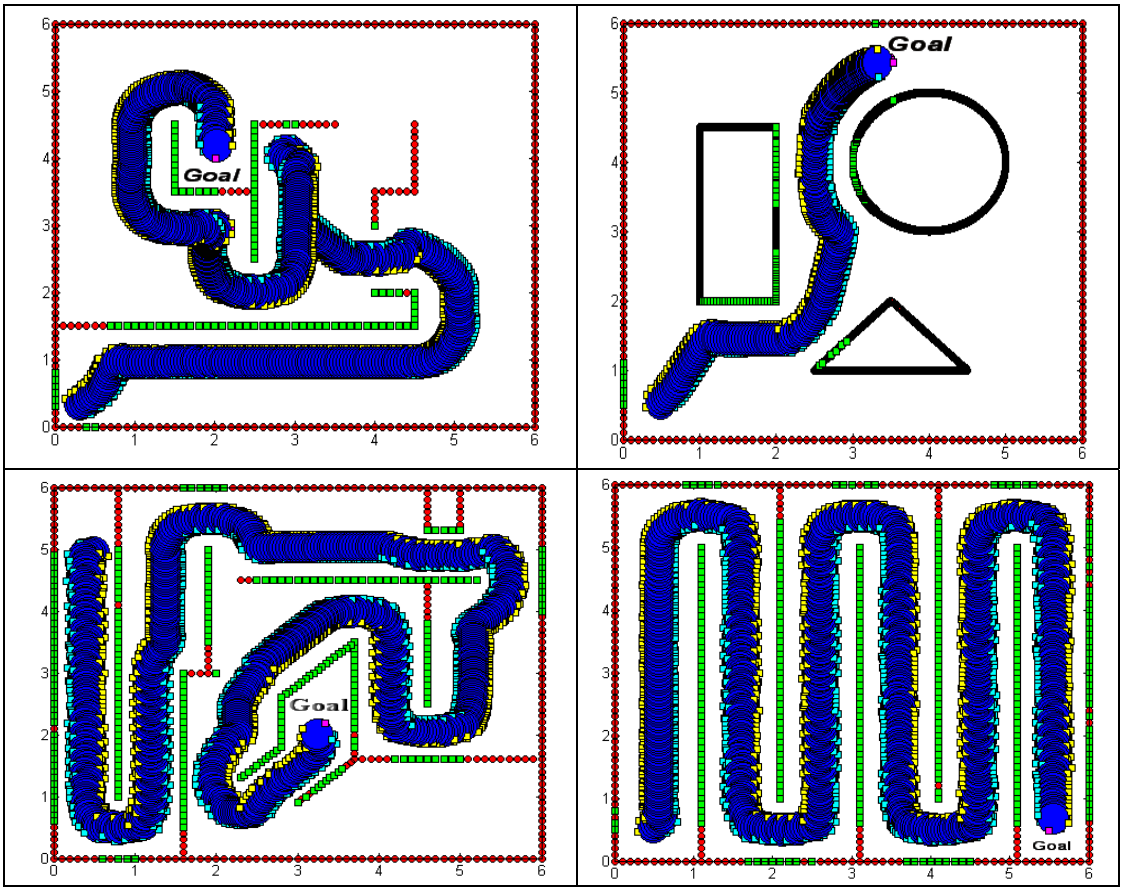
محیط مجازی شبیه‌سازی شده، محیطی با ابعاد ۶m × ۶m در نظر گرفته شده است. ربات مورد نظر همان طور که قبلاً ذکر شد، دارای ۳ چرخ و به شکل دایره ای، به قطر ۰/۴ متر در نظر گرفته شده، که شبیه یک ربات آزمایشگاهی می باشد. دلیل در نظر گرفتن ربات به صورت دایروی، چرخش بهتر ربات در فضا های کوچک می باشد. لازم به ذکر است، شبیه سازی با نرم‌افزار متلب و کامپیوتر پنتیوم ۴ و ۲/۴GHZ CPU و رم ۲۲۴MB انجام شده است.

برای آزمایش عملکرد روش هدایت پیشنهادی، مسیر های متفاوتی مورد آزمایش و بررسی قرار گرفته اند. با توجه به شکل (۹)، به دست آمده از حرکت ربات، مشخص است که قوانین فازی در عین سادگی، دارای عملکردی بسیار خوب و حرکتی پایدار می‌باشند.

لازم به ذکر است در اشکال زیر، رنگ قرمز، نشان دهنده موانع، رنگ سبز، نشان دهنده موانع دردید ربات قرار گرفته در مسیر، رنگ های زرد، آبی کمرنگ و صورتی بر روی دایره آبی رنگ، به ترتیب نشان دهنده، چرخ های چپ، راست و جلو ربات می باشند.

۶. نتایج

با توجه به اینکه از مدل سینماتیکی ربات استفاده شده است، ولی به دلیل بهبود قواعد فازی، کنترل کننده فازی قادر به کنترل بسیار مطلوب تر ربات در محیط های ناشناخته می باشد. لازم به ذکر است این کنترلر دارای عملکردی بسیار خوب و حرکتی پایدار می باشد. همچنین این قوانین نسبت به قوانین فازی موجود، دارای حرکتی پایدار تر و عملکردی بهتر می باشد.



شکل (۹): نحوه حرکت ربات در محیط های ناشناخته

مراجع

[۱] شراره بابویه، محمدرضا میبدی، طراحی یک کنترل کننده فازی تطبیقی برای ناوبری ربات های متحرک با استفاده از یادگیری تقویتی، دهمین کنفرانس، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، ۲۰۰۲.

[2] W. E. Dixon, M. S. Dequeioz and D. M. Dawson, *Adaptive Tracking Regulation of a Wheeled Mobile Robot with Controller/Update Law Modularity*, International conference on robotics and automation, IEEE, 3 (2002).

[3] W. E. Dixon and D. Walker, Fault *Detection for Wheeled Mobile Robot with Parametric Uncertainty*, International conference on advanced intelligent mechatronics, 2 (2005), 1245- 1250.
[4] W. K Yoshizo, *Path Tracking Control of Mobile Robots Using a Quadratic Curve*, Conference on intelligent vehicles symposium, IEEE, (1996), 58- 63.
[5] S. Pawlowski, P. Dutkiewicz, K. Kozlowski and W. Wrobleski, *Fuzzy Logic Implementation In Mobile Robot Control*, Second work shop on robot motion and control.
[6] S. K. Pradhan, D. R. Parhi and A. K. Panda, *Fuzzy Logic Techniques for Navigation of Several Mobile Robots*, (2009).
[7] S. G. Shuzhi, C. L. Xue and A. Abdullah, *Sensor- Based Path Planning for Non- Holonomic Mobile robots*, Robotics and autonomous systems, Elsevier, 513- 526.
[8] H. Hagras, V. Callaghan and M. Colley, *Learning and Adaptation of an Intelligent Mobile Robot Navigator Operating in Unstructured Environment Based*, fuzzy set and system journal, Elsevier, (2004).
[9] C Kim and M. M. Trivedi, *A Neuro- Fuzzy Controller for Mobile Robot Navigation and Multi Robot Convoying*, Transactions on system, man and cybernetics- part B, IEEE, 28(1998), 829- 840.

پویا صالحی*، تهران، سعادت آباد، خیابان علامه طباطبایی جنوبی، خیابان شهید قیصری (۳۲ شرقی)، پلاک ۳۳، واحد۲.
آدرس پست الکترونیک: **pouyasalehi@ymail.com** و **pouya.salehi@gmail.com**

هادی اسکندر، تهران، شهرک ژاندارمری، خیابان البرز، کوچه البرز۱۰، پلاک۲۰، واحد۲.
آدرس پست الکترونیک: **hadi.eskandar@yahoo.com**

محمد حسین صبور، استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران.
آدرس پست الکترونیک: **sabourmh@ut.ac.ir**

محسن ترابی، کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان.
آدرس پست الکترونیک: **torabi_mech@yahoo.com**

* سخنران

رویکرد انسان‌شناختی در خلاصه‌سازی متن با استفاده از سیستم استنتاج فازی

حمیدرضا ستوده، محمدرضا اکبرزاده توتونچی، محمد تشنه‌لب

چکیده. با الهام از شیوه انسان در خلاصه‌سازی متن، روشی جدید برای خلاصه‌سازی متن بر اساس گزینش ارائه شده است. در این روش ابتدا پارگراف‌ها و جمله‌های تشکیل دهنده متن مشخص شده و کلمه‌های غیرضروری و حروف اضافه حذف می‌شوند. سپس دسته‌هایی از جمله‌ها تشکیل شده و بر اساس یکسری از ویژگی‌ها و با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی ارتباط‌هایی بین جمله‌های داخلی و خارجی تمام دسته‌ها شکل می‌گیرد که منجر به ایجاد دنباله‌ای از جمله‌های برجسته به عنوان خلاصه می‌گردد. خلاصه تولید شده توسط این روش از پیوستگی بالایی برخوردار می‌باشد.

۱- مقدمه

با شکل‌گیری انقلاب اطلاعاتی، روزانه هزاران سند متنی تولید می‌شوند که این اسناد و مدارک به عنوان رسانه اصلی در کسب و کار و انتشار اطلاعات علمی مطرح می‌باشند. این اسناد حجم بالایی دارند و امکان تجزیه و تحلیل همه‌ی این سندها برای انسان وجود ندارد. بنابراین باید به دنبال روشی باشیم که انسان را در بهره‌برداری و استفاده بهتر از این‌گونه اطلاعات کمک کند. به منظور استفاده موثر و کامل از این اطلاعات، استخراج اجزای اصلی یا معنای کلی این اسناد در حجمی کمتر نسبت به اطلاعات اصلی امری ضروری می‌باشد.

با توجه به مطالب فوق وجود سیستمی خودکار که توانایی خلاصه‌سازی متن را داشته باشد و انسان را در تجزیه و تحلیل این اسناد یاری کند بسیار مفید می‌باشد. خلاصه‌سازی متن فرایند شناسایی و استخراج برجسته‌ترین اجزای یک سند یا مجموعه‌ای از اسناد و گرداوری انها در حجمی کمتر می‌باشد که این اجزا بیشترین تطابق و تعلق به موضوع و مفهوم مطرح شده در سند را داشته باشند [۱]. به منظور تولید خلاصه باید به شناسایی اجزای برجسته در اطلاعات موجود در سند یا متن بپردازیم، اطلاعات غیر مرتبط را به حداقل برسانیم، جزئیات را کاهش دهیم و آنها را در یک گزارش منسجم گردآوری کنیم. خلاصه‌سازی ممکن است بر روی یک سند یا چندین سند انجام شود که تمرکز در این مقاله بر روی خلاصه‌سازی بر اساس یک سند می‌باشد.

خلاصه‌سازی متن فرایندی امکان پذیر است زیرا به طور معمول در یک متن افزونگی رخ می‌دهد یعنی توضیحاتی اضافه وجود دارد که می‌توان انها را خلاصه یا حذف کرد. همچنین اطلاعات مهم که در برگیرنده معنی و مفهوم اصلی متن می‌باشند نیز به‌طور یکنواخت در سطح متن پخش نشده‌اند. تعریف یکسانی برای مهم و برجسته بودن و همچنین افزونگی در متن وجود ندارد زیرا انسان‌ها دارای اطلاعات و علایق مختلفی می‌باشند، و ممکن است موضوعی برای شخصی بدیهی باشد در عین حال همان مطلب برای فرد دیگری از اهمیت خاصی برخوردار باشد. بنابراین یک قضاوت ثابت و پایدار در مورد کیفیت یک خلاصه بسیار سخت است و این واقعیت ارزیابی خلاصه‌سازی را با مشکل مواجه ساخته است [۲].

تنوع روش‌های خلاصه‌سازی به نحوه معرفی اجزای برجسته مربوط می‌باشد. روش‌های خلاصه‌سازی متن از همین دید به دو رویکرد خلاصه‌سازی بر اساس گزینش و خلاصه‌سازی بر اساس مفهوم تقسیم‌بندی می‌شوند. در رویکرد خلاصه‌سازی بر اساس گزینش معمولاً از اطلاعات آماری مانند تعداد تکرار کلمه‌ها ، کلمه‌های به کار رفته درعنوان، مکان جمله‌ها و طول جمله‌ها در متن برای استخراج جمله‌ها و اجزای برجسته استفاده می‌شود [۳]. در روش خلاصه‌سازی بر اساس گزینش معمولاً از تکنیک‌های سطحی متن استفاده می‌شود. یعنی ویژگی‌های اماری در هر قسمت از متن مشخص شده سپس بر اساس آن ویژگی‌ها درجه برجستگی هر جمله از متن مشخص می‌شود و در نهایت جمله‌هایی که بالاترین درجه برجستگی را کسب کنند، در خلاصه‌ی نهایی قرار می‌گیرند.

در مقایسه با رویکرد قبل در خلاصه‌سازی بر اساس مفهوم، علاوه بر اطلاعات اماری، از تجربه و تحلیل لغوی و معنایی متن برای ایجاد یک خلاصه با درجه بالای پیوستگی استفاده می‌شود [۴]. خلاصه‌سازی بر اساس مفهوم، به خاطر دشواری‌های مربوط به پردازش زبان طبیعی همچنین نبود ابزارهای تجزیه و تحلیل برای همه‌ی زبان‌های طبیعی با مشکلاتی مواجه است و معمولا به طور کامل امکان‌پذیر نمی‌باشد.

در این مقاله یک روش مبتنی بر گزینش برای خلاصه‌سازی متن ارائه شده است. در این روش پس از انجام کارهای مقدماتی بر روی متن، پارگراف‌ها و جمله‌های تشکیل دهنده‌ی هر پاراگراف در متن مشخص می‌شوند. سپس دسته‌هایی از جمله‌ها تشکیل شده و بر اساس چند ویژگی، ارتباط‌هایی بین جمله‌های درونی و بیرونی دسته‌ها توسط یک سیستم استنتاج فازی شکل می‌گیرد و منجر به ایجاد دنباله‌ای از جمله‌های برجسته به عنوان خلاصه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: خلاصه‌سازی متن، سیستم استنتاج فازی

۲- مروری بر کارهای گذشته

مدل فضای برداری یکی از روش‌های معمول برای نشان دادن یک متن در فضای برداری می‌باشد. در این مدل متن به صورت یک بردار از میزان تکرار اجزا یا معکوس تکرار اجزا نشان داده می‌شود. سپس جمله‌هایی که اجزایشان بیشترین تعداد تکرار را دارند انتخاب شده و در خلاصه نهایی اورده می‌شوند. در [۵] مدل تکرار اجزا برای خلاصه‌سازی متن درنظر گرفته شده است.
روش‌هایی پیشنهاد شده در [۶] و [۷] بر این اساس است که اگر وزن هر کدام از اجزا و کلمه ها بدون در نظر گرفتن میزان برجستگی و اهمیت جمله‌های در برگیرنده آن‌ها محاسبه شود به خلاصه مناسبی منجر نخواهد شد. بنابراین بهتر است وزن هر کدام از اجزا را با در نظر گرفتن میزان مهم بودن جمله‌های آن‌ها محاسبه شود.
بعضی از روش‌های خلاصه‌سازی براساس گزینش، بر روی کلمات کلیدی تکیه دارند که اصطلاحاً به آن «جان کلام» گفته می‌شود. «جان کلام» در حقیقت به موضوع اصلی مورد نظر نویسنده و یا مفهوم اصلی که خواننده از متن درک می‌کند، گفته می‌شود و ممکن است برای یافتن ان در متن از یک پایگاه داده خارجی نیز استفاده شود [۸]. اگر از روش‌های آماری ساده استفاده کنیم «جان کلام» مهمترین قسمت از یک متن را تشکیل می‌دهد که به وسیله یک جمله بیان می‌شود. در حقیقت می‌توان گفت «جان کلام» یک راهنما برای یافتن سایر جمله‌های مناسب برای خلاصه می‌باشد. سایر جمله‌ها به خلاصه اضافه می‌شوند در صورتی که میزان همبستگی لازم با «جان کلام» را داشته باشند [۹].
در [۱۰] یک روش خلاصه‌سازی متن با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی مطرح شده است که در این روش از منطق فازی برای اندازه‌گیری درجه برجستگی و همچنین مشخص کردن جمله‌های مهم برای ایجاد خلاصه، استفاده شده است. در [۱۱] روشی بهینه برای خلاصه‌سازی متن با استفاده از سیستم استنتاج فازی پیشنهاد شده است که توابع عضویتی که در سیستم فازی ان که برای انتخاب جمله‌های متن به کار رفته است، توسط الگوریتم ژنتیک بهینه شده و جواب‌های قابل قبول‌تری نسبت به [۱۰] در بر داشته است.

۳- روش پیشنهادی

معمولا در روش‌های خلاصه‌سازی مبتنی بر گزینش خلاصه بر اساس یافتن مهمترین اجزای متن و گرداوری ان‌ها در کنار یکدیگر شکل می‌گیرد. اما به دلیل انکه معمولا سندهایی که به عنوان متن ورودی سیستم‌های خلاصه‌ساز مطرح می‌باشند، به نحوی توسط انسان تولید شده‌اند، می‌توان گفت که یک زنجیره از جمله‌ها در متن وجود دارد که مفهوم و مقصود اصلی نویسنده را در بر می‌گیرند و سایر جمله‌ها در سایه این زنجیره قرار می‌گیرند. بنابراین برای ایجاد خلاصه فقط یافتن مهمترین اجزای متن کافی نمی باشد و باید به پیوستگی جمله‌ها بیشتر توجه داشت.
بنابراین دراین مقاله با الهام از شیوه انسان در تفکر روشی پیشنهاد شده است که برای ایجاد خلاصه به جای یافتن مهمترین جمله‌ها، زنجیره و دنباله‌ای از جمله‌ها در کل متن انتخاب شوند که با هم همبستگی و ارتباط بیشتری داشته باشند. حال ممکن است هر یک از این جمله‌های زنجیره به تنهایی در کل متن مهم نباشند ولی با قرار گرفتن در زنجیره‌ای از جمله‌ها پازلی را تکمیل کنند که این پازل در کل نشانگر مفهوم و منظور متن ابتدایی باشد. همان‌طور که در یک پازل ممکن است هر کدام از قطعه‌ها به تنهایی مهم نباشند ولی وقتی در پازل قرار می‌گیرند تکمیل کننده سایر قطعات چیده شده خواهند بود. بنابراین مبنای روش پیشنهادی ما یافتن زنجیره ای از جمله‌ها می‌باشد که قوی‌ترین همبستگی را با هم داشته باشند. در روش ارائه شده متن را به دو دید بیرونی و دید داخلی تقسیم بندی کرده‌ایم. در دید بیرونی متن به پاراگراف‌ها تقسیم بندی می‌شود و در دید داخلی هر پاراگراف به مجموعه‌ای از جمله‌ها تقسیم می‌شود و اعضای داخلی هر پاراگراف را تشکیل می‌دهند.

۳-۱- انتخاب پارامترها

انتخاب پارامترها نقش مهمی را در مشخص کردن جمله‌های برجسته برای قرار گرفتن در خلاصه، بازی می‌کند. به همین دلیل در این مقاله از میزان نزدیکی جمله‌ها به اول یا اخر پاراگراف، تعداد کلمه‌های مشترک بین اجزای جمله‌ها، میزان فاصله پاراگراف‌ها از یکدیگر وتعداد کلمه‌های کلیدی مشترک بین اجزای جمله‌ها استفاده شده است. این ۴ پارامتر بصورت زیر محاسبه می شوند:

۳-۲- میزان نزدیکی جمله‌ها به اول یا اخر پاراگراف

معمولا جمله‌های اول و اخر هر پاراگراف شامل نکات مهمتری نسبت به سایر جمله‌ها می‌باشند. بنابراین اگر اجزای پاراگراف‌ها جزء جمله‌های اول و اخر هر پاراگراف باشند داری ارتباط قوی‌تری نسبت به سایر جمله‌ها می‌باشند.
ارتباط جمله‌های هر پاراگراف با سایر پاراگراف‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A(P_{ij} + P_{mn}) = \overline{X}P_{ij} \times \overline{X}P_{mn} \qquad i \neq m \qquad (۱)$$

که در ان $\overline{X}P_{ij}$ و $\overline{X}P_{mn}$ محل نسبی قرار گرفتن جمله‌های j و n در پاراگراف های i و m می باشند و این مقدار برای جمله j از پاراگراف i بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{XP}_{ij} = \frac{\left|CP_i - XP_{ij}\right|}{CP_i - 1} \qquad (2)$$

$$XP_{ij} \in [1,2,.....n_i] \qquad (۳)$$

که CP_i در رابطه ۲ مرکز پاراگراف i می باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$CP_i = \frac{n_i + 1}{2} \qquad (4)$$

و XP_{ij} در رابطه ۲و۳ مکان قرار گرفتن جمله j در پاراگراف i و n_i در رابطه ۳ و ۴ برابر با تعداد جمله‌های پاراگراف i می‌باشد.

۳-۳- تعداد کلمه‌های مشترک بین اجزای جمله‌ها

اجزایی از پاراگراف‌ها که کلمه‌های مشترک بیشتری داشته باشند دارای همبستگی و ارتباط قوی‌تری نسبت به سایر اجزا می‌باشند. برای بدست اوردن میزان این ارتباط جمله‌های هر پاراگراف به کلمه‌ها تقسیم می‌شوند و پس از انجام اعمال مقدماتی و حذف کلمه‌های اضافه، بصورت دوبدو تعداد کلمه‌های مشترک بین جمله‌های هر پاراگراف را بدست می اوریم. برای اینکه جمله‌های بلند شانس بیشتری نسبت به جمله‌های کوچک نداشته باشند تعداد کلمه‌های مشترک دو جمله را بر میانگین کل تعداد کلمه‌های ان جمله ها تقسیم می‌کنیم. این پارامتر بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$i \neq m \qquad F(P_{ij}, P_{mn}) = \frac{N_{jn}(w)}{n_i + n_m} \qquad (۵)$$

که در ان $F(P_{ij}, P_{mn})$ میزان ارتباط بین جمله‌های j و n از لحاظ کلمه‌های مشترک و $N_{jn}(w)$ تعداد کلمه‌های مشترک جمله‌های j و n از پاراگراف‌های i و m و همچنین n_i و n_m برابر با تعداد جمله‌های این پاراگراف‌ها می‌باشند.

۳-۴- تعداد کلمه‌های کلیدی مشترک بین جمله‌ها

جمله‌های از پاراگراف‌ها که تعداد کلمه‌های کلیدی مشترک بیشتری دارند و یا این‌که شامل کلمه‌های به کار رفته در عنوان متن می‌باشند دارای اهمیت و همبستگی بیشتری نسبت به سایر جمله‌ها می‌باشند. پس از مشخص کردن کلمه‌های کلیدی متن و کلمه‌های موجود در عنوان، میزان تشابه دوبدو بین جمله‌ها را بدست می‌اوریم. کلمه‌های کلیدی کلمه‌هایی هستند که وزن تکرار انها در متن از سایرین بیشتر باشد. برای بدست اوردن میزان تشابه دو جمله از لحاظ کلمه‌های کلیدی به صورت زیر عمل می‌شود:

$$i \neq m \qquad \overline{F}(P_{ij}, P_{mn}) = \lambda \times \frac{N_{jn}(\overline{w})}{n_i + n_m} \qquad (۶)$$

که در ان $\overline{F}(P_{ij}, P_{mn})$ میزان ارتباط بین جمله‌های j و n از لحاظ کلمه‌های کلیدی و $N_{jn}(\overline{w})$ تعداد کلمه‌های مشترک کلیدی یا عنوان در جمله‌های j و n و همچنین n_i و n_m برابر با تعداد جمله‌های پاراگراف‌های i و m می‌باشند. λ ضریبی است که برای این پارامتر بدلیل میزان مهمی ان در نظر گرفته‌ایم و مقدار ان در سیستم ۱/۵ منظور شده است.

۳-۵- میزان فاصله پاراگراف‌ها از یکدیگر

در یک متن پاراگراف‌های نزدیک به یکدیگر دارای ارتباط قوی‌تری نسبت به سایر پارگراف‌ها می باشند و به همین ترتیب اجزای تشکیل دهنده این پارگراف نیز دارای ارتباط قوی‌تری نسبت به یکدیگر می‌باشند. که این ارتباط به صورت زیر محاسبه می شود:

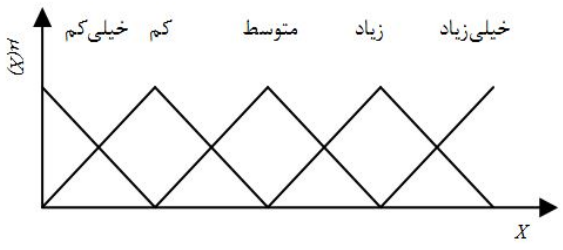
$$i \neq m \qquad D(P_i, P_m) = \frac{1}{|i - m|} \qquad (۷)$$

که در ان $D(P_i, P_m)$ میزان ارتباط اجزای پاراگراف‌های i و m از لحاظ میزان فاصله نسبت به یکدیگر می‌باشد.

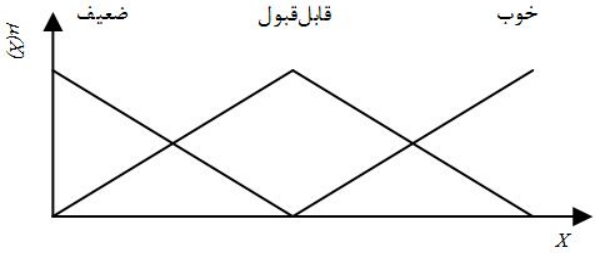
۳-۶- سیستم استنتاج فازی

برای انجام این مرحله یک سیستم فازی طراحی شده است که ارتباط بین اجزای دسته‌ها را برقرار می‌سازد. این سیستم فازی دارای ۴ پارامتر ورودی و ۱ پارامتر خروجی می‌باشد که ورودی‌های این سیستم پارامترهایی است که در بخش قبل محاسبه شده‌اند. مجموعه جهانی برای متغیرهای ورودی به چندین مجموعه فازی با توابع عضویت مثلثی تقسیم می‌شود. برای مثال توابع عضویت مربوط به تعداد کلمه‌های مشترک بین اجزای جمله‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است.

خروجی سیستم فازی میزان همبستگی و ارتباط بین اجزای دسته‌ها می‌باشد. توابع عضویت مربوط به خروجی سیستم فازی در شکل ۲ اورده شده است.



شکل ۱: عضویت برای تعداد کلمه‌های مشترک



شکل ۲: توابع عضویت خروجی

برای سیستم فازی تعدادی قوانین اگر- انگاه، تعریف شده که به عنوان مثال در شکل ۳ یک نمونه از این قوانین اورده شده است.

اگر« فاصله پاراگراف‌ها از یکدیگر کم» و « تعداد کلمه‌های کلیدی مشترک بین جمله‌ها زیاد» و «تعداد کلمه‌های مشترک بین جمله‌ها زیاد» و «میزان نزدیکی جمله‌ها به اول یا اخر پاراگراف زیاد باشد» انگاه «ارتباط بین جمله‌ها خوب است»

شکل ۳: نمونه ای از قوانین اگر- انگاه

پس از فازی‌سازی ورودی‌ها و فرستادن ان‌ها به سیستم استنتاج فازی برای تمام جمله‌ها در پارگراف‌های متفاوت بصورت دوبدو، میزان ارتباط و همبستگی به عنوان خروجی مشخص می شود.

در سیستم فوق برای استنتاج فازی از استنتاج ممدانی و روش مرکز جرم برای دی‌فازی کردن خروجی‌ها استفاده شده است.

۳-۷- ایجاد زنجیره نهایی

پس از مشخص شدن ارتباط بین تمام جمله‌ها از پاراگراف‌های محتلف، زنجیره‌ای از جمله‌هایی را که قوی‌ترین ارتباط را با یکدیگر دارند پیدا می‌کنیم. در این زنجیره از هر پاراگراف فقط یک جمله انتخاب می‌شود و شرط اتنخاب ان جمله قرار گرفتن در زنجیره‌ای می‌باشد که حاصل‌جمع همبستگی اجزای ان حداکثر باشد. بنابراین جمله j از پاراگراف i به شرطی در زنجیره نهایی قرار می‌گیرد که زنجیره وجود داشته باشد که حاصل رابطه زیر حداکثر شود:

$$S = \ldots + R(P_{mn}, P_{ij}) + R(P_{ij}, P_{xy}) + \ldots \qquad (۹)$$

که در ان $R(P_{mn}, P_{ij})$ میزان همبستگی و ارتباط بین جمله‌های j و n از پاراگراف‌های i و m می‌باشد.

شروع زنجیره از پاراگراف اول می باشد و به دلیل این‌که فقط حق انتحاب یک جمله از هر پاراگراف را داریم، زنجیره نهایی از هر پاراگراف فقط یک عضو خواهد داشت. زنجیره حاصل که حاصل‌جمع همبستگی اجزای ان حداکثر است، همان خلاصه متن ورودی خواهد بود. به عبارت دیگر پس از پیدا کردن زنجیره مناسب به ازای هر عضو ان، جمله‌های متناظر انتخاب می‌شوند و خلاصه نهایی را تشکیل می‌دهند.

پیاده‌سازی مراحل ذکر شده بوسیله زبان برنامه‌نویسی Visual C# و نرم‌افزار Matlab انجام شده است.

۴- نتیجه‌گیری

با توجه به این‌که می‌توان گفت متن از تفکر انسانی ناشی شده است بنابراین با الهام از شیوه انسان در خلاصه‌سازی بهتر می‌توان به بحث در مورد خلاصه‌سازی متن و شیوه برخورد با ان پرداخت. به همین منظور در این مقاله روشی ارائه شده است که خلاصه‌سازی را بر مبنای یافتن زنجیره‌ای

از جمله‌ها انجام می‌دهد که به نظر می‌رسد این زنجیره همان دنباله از افکار نویسنده‌ای بوده است که در نوشتن متن نقشی را ایفا کرده است. انتخاب ویژگی‌ها نقش مهمی را در مشخص کردن جمله‌های برجسته برای قرار گرفتن در خلاصه، بازی می‌کند. به همین دلیل در این مقاله از میزان نزدیکی جمله‌ها به اول یا اخر پاراگراف، تعداد کلمه‌های مشترک بین اجزای جمله‌ها، میزان فاصله پاراگراف‌ها از یکدیگر وتعداد کلمه‌های کلیدی مشترک بین اجزای جمله‌ها استفاده شده است. برای بهینه کردن روش پیشنهادی می توان از تعداد بیشتری از ویژگی‌ها بین جمله‌ها بهره برد. هر چه تعداد پارامترها بیشتر باشد ممکن است مقدار دقیق‌تری برای همبستگی جمله‌ها حاصل شود و خلاصه نهایی بهتر بتواند کل متن را پوشش دهد.

روش پیشنهادی بر روی مجموعه‌ای از متون خبری موجود در اینترنت پیاده‌سازی شد. ابن متون به گونه‌ای انتخاب شدند که هر یک شامل پاراگراف‌های مختلفی باشند. و هر کدام از این متون به طور جداگانه به عنوان ورودی به سیستم خلاصه‌ساز داده شدند.

برای ارزیابی نتایج حاصل از روش ذهنی (subjective) استفاده شد. در این نوع ارزیابی از افراد خبره به عنوان داور برای قضاوت در مورد خلاصه تولید شده استفاده می‌شود. برای این منظور ۴ داور از افراد خبره انتخاب شدند و نتایج خلاصه‌سازی به همراه اصل متون را بررسی کردند و قضاوت خود را در مورد نتایج بدست امده در قالب یکی از کلمات ضعیف، قابل‌قبول و خوب بیان کردند. نتایج حاصل در جدول ۱ اورده شده است.

جدول ۱: نتایج ارزیابی خلاصه‌سازی

خوب	قابل قبول	ضعیف
۴۲٪	٪۴۳	٪۱۵

هر چند در اینجا از روش ذهنی برای ارزیابی استفاده شده است و نمی‌توان به طور قطعی در مورد مقایسه با سایر روش‌ها سخن گفت اما در مقایسه با سایر روشها مانند روش برداری [۵] و روش «جان کلام» [۸]، خلاصه تولید شده در این روش بدلیل اینکه در انتخاب جمله‌ها اهمیت بیشتری به پیوستگی در مقابل برجستگی جمله‌ها داده شده، دارای پیوستگی بیشتری می‌باشد.

مراجع

[1] I. Mani and M. Maybury, ***Advanced in automatic summarization***. John Benjamins Publishing Company, pp. 129-165, 2001.

[2] J. Kupiec, J. Pedenon and F. Cheb, ***A Trainable Document Summarizer***, Proc. Int. Conf. on Research and Development in Information Retrieval. Washington, pp. 68-73, 1995.

[3] J. Goldstein, M. Kantrowitz and V. Mittal, ***Summarizing text documents: Sentence selection and evaluation metrics,*** Proc. Int. Conf. on Research and Development in Information Retrieval. California, pp. 121 - 128, 1999.

[4] L. Dey, A. C. Rastogi and S. Kumar, *Generating Concept Ontologies through Text Mining*, Proc. Int. Conf. on Web Intelligence (WI'06), pp. 23-32, 2006.

[5] K. B. Khoo and M. Ishizuka, ***Topic Extraction from News Archive Using TF*PDF Algorithm,*** Proc. Int. Conf. on Web Information Systems Engineering (WISE 2002). Singapore, pp.73-82, 2002.

[6] Y. Ko, J. Park and J. Seo, ***text categorization using the importance of sentences***, Proc. Int. Conf. on Information Processing and Management. South Korea, pp. 65–79, 2004.

[7] W. T. Chuang and J. Yang, Extracting ***sentences segments for text summarization: a machine learning approaches***, Proc. Int. Conf. on Research and Development in Information Retrieval. Greece, pp.125-159, 2000.

[8] P. Filho and T. Pardo, ***Summarizing Scientific Texts: Experiments with Extractive Summarizers***, Proc. Int. Conf. on Intelligent Systems Design and Applications. Brazil, pp. 520-524, 2007.

[9] T. A. S. Pardo, L. H. M. Rino and M. G. V. Nunes, ***GistSumm: A Summarization Tool Based on a New Extractive Method***, Proc. Int. Conf. on Artificial Intelligence. Portugal, pp. 1-10, 2003.

[10] A. Kiani and M.R. Akbarzadeh T., ***Intelligent Extractive Text Summarization Using Fuzzy Inference Systems***, Proc. Int. Conf. on Intelligent Engineering. Canada, pp. 270-278, 2006.

[11] A. Kiani and M.R. Akbarzadeh T., ***Automatic Text Summarization Using Hybrid Fuzzy GA-GP***, Proc. Int. Conf. on Fuzzy Systems. Canada, pp. 270-278, 2006.

حمیدرضا ستوده*، گروه برق، دانشگاه ازاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران
ادرس پست الکترونیک: **H.setoodeh@gmail.com**

محمدرضا اکبرزاده توتونچی، گروه برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
ادرس پست الکترونیک: **Akbarzadeh@ieee.org**

محمد تشنه‌لب، دانشکده برق، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
ادرس پست الکترونیک: **Teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir**

* سخنران

جایابی بهینه BTS با استفاده از AHP فازی

آصف زارع، محمد رجبی‌مقدم نوقابی، علی وحیدیان کامیاد

چکیده. مخابرات سیار به نوعی از انتقال‌داده‌ها می‌پردازد که به کاربر امکان ارتباط برقرار کردن با سایر کاربران را هم در هنگام حرکت و هم در مواقعی که کاربر در مکان نامعلومی به سر می‌برد را می‌دهد. در طی عملیات طراحی شبکه‌های سلولی طبق محاسبات انجام شده تعداد محدودی سایت برای پوشش یک ناحیه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه جایگذاری صحیح این تعداد محدود در سطح منطقه باعث کاهش هزینه‌ها چه از نظر پوشش و چه از نظر گسترش شبکه در مراحل بعدی خواهد شد. در این مقاله جایابی سایت را با استفاده از FAHP (روش تحلیل سلسله مراتبی فازی) انجام می‌دهیم. مسأله FAHP منجر به حل یک مسأله برنامه‌ریزی غیر خطی خواهد شد که شاخص λ به عنوان شاخص سازگاری قضاوتهای تصمیم‌گیرنده جزء نتایج حل برنامه‌ریزی غیر خطی خواهد بود.

۱- مقدمه

از زمانی که نظریه فازی در سال ۱۹۶۵ توسط پروفسور لطفی‌زاده معرفی گردید هر چند در ابتدا با مخالفتهایی روبرو شد ولی به مرور ارزش آن مشخص شد و کاربردهای آن آشکار گردید [1] و [8]. از جمله کاربردهای نظریه فازی، حیطه تصمیم‌گیری است در تصمیم‌گیری در واقع انتخاب بهترین گزینه از میان گزینه‌های موجود می‌باشد. لذا باید یک مسأله تصمیم‌گیری چند معیاره را حل کنیم زمانی که تصمیم‌گیرنده در قضاوتهای خویش مطمئن نباشد تصمیم‌گیری در یک محیط فازی انجام می‌شود از مهم‌ترین روشهای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره حل به روش تحلیل سلسله مراتبی AHP (Analytical Hierarchy proccess) است [9] اما Mikhailov تعمیم یافته فازی آن را به صورت AHP فازی ارایه کرد [6] AHP که در آن از اعداد فازی جهت ارزشگذاری بین گزینه‌ها استفاده شود را AHP فازی می‌نامند [6] و [7].

در سالهای اخیر با پیشرفت مخابرات سیار، این تکنولوژی نقش اساسی در زندگی افراد بر عهده دارد به طوری که داشتن یک دستگاه تلفن همراه‌ای که در تمام شرایط قابل استفاده و آنتن‌دهی باشد به عنوان یک سرویس، توسط کاربران مورد درخواست می‌باشد [4]. ساده‌ترین ایده برای مخابرات سیار در واقع روش مورد استفاده در دستگاههای بی‌سیم می‌باشد. این روش که سیستم‌های ابتدایی از آن استفاده می‌کنند، چند مشکل اساسی داشت که موجب شد روشهای پیشرفته‌تری ارائه شوند. استفاده از مخابرات سلولی یک از این روشها می‌باشد. در عمل سیستمهای که بتوانند به طور مؤثر و هوشمند این عملیات را انجام دهند وجود ندارد[5].

۲- مخابرات سلولی

در مخابرات سلول منطقه مورد نظر به عنوان مثال یک شهر بزرگ که به چند منطقه کوچکتر تقسیم شده را در نظر می‌گیریم که به هر کدام از این مناطق کوچکتر یک سلول می‌گوییم به جای آن که در کل منطقه اصلی تنها از یک ایستگاه مرکزی با توان بالا ارسال استفاده شود در هر کدام از سلولها یک ایستگاه پایه با ابعاد و توان کمتر استفاده می‌شود که وظیفه ارتباط تنها با کاربران آن منطقه را بر عهده دارد.

طراحی یک شبکه سلولی در برگیرنده کلیه کارهای طراحی یک سیستم رادیویی سلولی است این طراحی شامل چندین پارامتر مهم است.

۳- پارامترهای طراحی

- **پوشش (Coverage)**

یکی از مهمترین گزینه‌ها برای ارزیابی یک شبکه میزان پوشش منطقه می‌باشد در این حالت پوشش سیگنال رادیویی در منطقه تحت پوشش هر BTS، الزاماً باید تضمین شده باشد.

- **ظرفیت (Traffic)**

در هر سلول تعداد مناسبی از کانالها بایستی در دسترس باشد. بایستی خاطر نشان نمود که ظرفیت سلولها محدود می‌باشد و با افزایش تقاضا برای ارتباط دهی و کافی نبودن این کانالها بایستی سلول جدیدی وارد عمل گردد و hand off اتفاق بیفتد.

واژه های کلیدی: طراحی سلول، مخابرات سلولی، FAHP

- **تداخل (Interference)**

یکی دیگر از پارامترهای بررسی یک شبکه GSM، همپوشانی میان سلولهای مجاور است در این حالت هر چه همپوشان کمتر باشد، شبکه بهتری در دسترس است زیرا باعث کاهش hand off می‌شود.

- **هزینه (Cost)**

یکی از مهمترین پارامترهای ارزیابی شبکه سیار، هزینه اجرائی آن است. این هزینه رابطه مستقیمی با تعداد BTSها دارد، با افزایش تعداد BTSها هزینه اجرائی شبکه بالاتر خواهد رفت.

مکان یابی سلول CELL PLANNING، بنیادی‌ترین قسمت یک شبکه سیار است و بیشترین اهمیت را برای کیفیت اجرا و دقت در شبکه سیار دارد. از طرفی مشکل‌ترین بخش در روند طراحی یک شبکه سیار CELL PLANNING یا همان انتخاب مناسب محل هر BTS یا سلول است.

۴- طراحی سلول

طراحی سلول یا Cell Planning، محاسبه پارامترهایی از توپولوژی ریاضیات سلول، با شبیه‌سازی، و با اندازه‌گیری‌هایی درست برای استفاده از طیف در دسترس به خصوص زمانی که هزینه‌ها را بررسی می‌کند می‌باشد. این پارامترها می‌توانند، تعداد سلولها، اندازه سلول، فاصله Frequency reuse و غیره باشند برای طراحی سلول راحت‌ترین راه این است که فرض کنیم شکل و اندازه تمام سلولها یکسان است یک سلول باید بگونه‌ای تعریف شده باشد که ضعیف‌ترین مشترکین را نیز پوشش دهد، که معمولاً در لبه‌های سلول واقع شده‌اند. هدف یافتن شکل سلول می‌باشد. به طوری که سلولها بتواند به یکدیگر فشار بیاورند، بدون خروج از نقشه مورد نظر با ایجاد مناطق روی هم افتاده تنها سه نوع از چند ضلعیهای با قاعده وجود دارند که می‌توان از این چند ضلعیها برای شکل سلول استفاده نمود این چند ضلعیها در زیر آمده‌اند.

۱- مثلث‌های متساوی‌الاضلاع، ۲- مربع، ۳- شش گوشهای منظم. شکل شش گوش از این سه نوع شباهت بیشتری با دایره دارد، در نتیجه در بیشتر طراحی‌ها به دیگر اشکال برتری داده شده است. برای شعاعهای معلوم، شش ضلعی منطقه بزرگتری را در بر می‌گیرد.[10] پارامترهای که ارتباط مستقیمی بر طراحی یک شبکه سلولی دارند

۱- تخصیص کانال Channel allocation

۲- تداخل هم کانال Co- channel interference

تداخل میان سیگنالها در سلولهای هم کانال در نظر گرفته می‌شود. برای کاهش تداخل هم کانال، سلولهای هم کانال بایستی با یک حداقل فاصله‌ای از هم جدا گردند.

۳- فاصله دوباره بکارگیری فرکانس Frequency reuse distance (D)

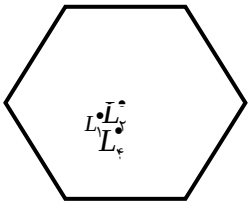
۵- روش FAHP

روشهای کلاسیک زیادی در مورد CELL PLANNING تاکنون ارائه شده اما در این مقاله جایابی بر اساس طراحی عملی و با استفاده از دانش خبرهٔ انجام شده.

با استفاده از اطلاعات موجود شبکه پوشش و ترافیک و تداخل را روی هر نقطه نقشه مشخص نمود و پس از انتخاب چند نقطه و به دست آوردن ویژگیهای آنها نسبت به انتخاب نقطه بهینه با استفاده از روشهای بهینه‌سازی نسبت به انتخاب یک نقطه از بین نقاط به دست آمده اقدام نمود.

طراحی سلول یک روند دشوار است تعداد زیادی از فاکتورهای متغیر برای این موضوع بایستی مورد بررسی قرار گیرند. برای همه مشکلات این موضوع راه‌حل عمومی نمی‌توان ارائه نمود.

در این طراحی فرض بر این است که منطقه مورد نظر بافت جمعیتی با توزیع غیر یکنواخت دارد سلول زیر را در نظر گرفته و چند نقطه را روی آنها انتخاب و با استفاده از نرم‌افزارهای موجود و اطلاعات در دسترس مشخصات چند نقطه را به دست می‌آوریم.

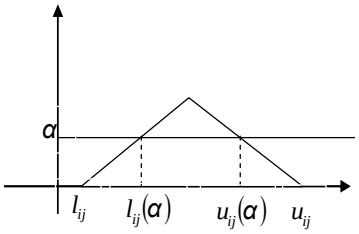


شمای یک سلول شش ضلعی

در این رتبه‌بندی از مدل ساتی که یک مقیاس مقایسه‌ای ۹ نقطه‌ای می‌باشد جهت ارزش‌گذاری استفاده شده [2] و [۱] با توجه به بررسیهای به عمل آمده در مورد به دست آوردن وزن اعداد فازی روش استفاده از روش برنامه‌ریزی غیر خطی موفق‌تر می‌باشد.
در این روش وزن اعداد فازی w را به صورت قطعی به دست می‌آوریم به این صورت که توابع فازی مثلثی را به صورت

$$\widetilde{a}_{ij} = \langle l_{ij}, m_{ij}, u_{ij} \rangle$$

$$\widetilde{a}_{ji} = \langle \frac{۱}{u_{ij}}, \frac{۱}{m_{ij}}, \frac{۱}{l_{ij}} \rangle$$



ماتریس قضاوتهای زوجی فازی زیر را خواهیم داشت

$$\widetilde{A} = \begin{bmatrix} ۱ & \widetilde{a}_{۱۲} & ..... & \widetilde{a}_{۱n} \\ \widetilde{a}_{۲۱} & ۱ & ..... & \widetilde{a}_{۲n} \\ \widetilde{a}_{n۱} & \widetilde{a}_{n۲} & ..... & ۱ \end{bmatrix}$$

قانون سازگاری را در ماتریس FAHP داریم لذا

$$\widetilde{a}_{ji} = \frac{۱}{\widetilde{a}_{ij}}$$

به کمک روش برش‌های آلفا می‌توان عکس عدد فازی را به دست آورد [۱] اما ما از تقریب

$$\widetilde{a}_{ji} = \langle \frac{۱}{u_{ij}}, \frac{۱}{m_{ij}}, \frac{۱}{l_{ij}} \rangle$$

استفاده می‌کنیم.
به دلیل این که عکس عدد فازی مثلثی یک عدد فازی نامتقارن خواهد شد در نتیجه در زمان نرمالیزه کردن با مشکل مواجه‌ایم که

$$\widetilde{a}_{ij} \times \widetilde{a}_{ji} \neq ۱$$

لذا هر کدام از اعداد فازی را با یک کسر $\frac{w_i}{w_j}$ تخمین می‌زنیم که حاصل آن تقریباً در حول و حوش مرکز عدد فازی قرار گیرد.

$$l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij}$$

$$\mu_{ij}\left(\frac{w_i}{w_j}\right) = \begin{cases} \dfrac{\left(\frac{w_i}{w_j} - l_{ij}\right)}{m_{ij} - l_{ij}} & \dfrac{w_i}{w_j} \leq m_{ij} \\ \dfrac{\left(u_{ij} - \frac{w_i}{w_j}\right)}{u_{ij} - m_{ij}} & \dfrac{w_i}{w_j} \geq m_{ij} \end{cases}$$

حل این مسأله از روش برشهای آلفا نیز انجام شده است [6]
این مسأله را با توجه به شاخص سازگاری یا بهینگی λ به در نظر می‌گیریم که مسأله برنامه‌ریزی غیر خطی با لحاظ کردن قیود بدین صورت است[7]:

$$\max mize \quad \lambda$$
$$St: \quad \lambda \le \mu_{ij}$$
$$\left(m_{ij} - l_{ij}\right)\lambda w_j - w_i + l_{ij} w_j \le 0$$
$$\left(u_{ij} - m_{ij}\right)\lambda w_j + w_i - u_{ij} w_j \le 0$$
$$\sum_{k=1}^{n} w_k = 1 \qquad w_k > 0 \quad ,k = 1,2,...,n$$
$$i = 1,2,...,n-1, \qquad j = 2,3,...,n, j \rangle i$$

در صورت مثبت بودن λ قضاوت‌های ما سازگار و در غیر این صورت ناسازگار خواهد بود.

اعداد فازی در مدل ساتی عبارتند از

(۳ و ۱ و ۱) = $\widetilde{a}_1$ خیلی کم

(۵ و ۳ و ۱) = $\widetilde{a}_3$ کم

(۷ و ۵ و ۳) = $\widetilde{a}_5$ متوسط

(۹ و ۷ و ۵) = $\widetilde{a}_7$ زیاد

(۹ و ۹ و ۷) = $\widetilde{a}_9$ خیلی زیاد

در این قسمت چهار نقطه یا Alternative و چهار معیار یا Criteria:

$$Criteria: \left(C_1, C_2, C_3, C_4\right)$$

مشخصات نقاط L_1 تا L_4 در زیر آمده است البته پیش‌بینی توسعه به اندازه ۱۰٪ در مورد ترافیک اعمال شده است.

$$Alternatires: \left(L_1, L_2, L_3, L_4\right)$$
$$Criteria: \left(C_1, C_2, C_3, C_4\right)$$

مشخصات نقاط L_1 تا L_4 در زیر آمده است

جدول شماره ۱: مشخصات نقاط

معیار / نقاط	C_1	C_2	C_3	C_4
L_1	$\widetilde{a}_5$	$\widetilde{a}_7$	$\widetilde{a}_1$	$\widetilde{a}_9$
L_2	$\widetilde{a}_3$	$\widetilde{a}_9$	$\widetilde{a}_3$	$\widetilde{a}_5$
L_3	$\widetilde{a}_7$	$\widetilde{a}_5$	$\widetilde{a}_5$	$\widetilde{a}_1$
L_4	$\widetilde{a}_9$	$\widetilde{a}_3$	$\widetilde{a}_3$	$\widetilde{a}_3$

ماتریس مقایسات زوجی معیارها را با توجه به نظرخواهی از کارشناسان طراحی شبکه‌های سیار (دانش خبرهٔ) بدست آورده‌ایم. پس از انجام محاسبات وزن نهایی زیر به دست آمد:

$$\lambda = ۰/۲۴۶۹ \qquad ۰/۱۳۵۳\begin{bmatrix}۰/۴۱۵۹\\۰/۰۴۹۲\\۰/۲۶۷۴\\۰/۲۶۷۴\end{bmatrix} + ۰/۰۶۷۵\begin{bmatrix}۰/۳۷۰۹\\۰/۳۱۲۶\\۰/۲۶۳۸\\۰/۰۵۳۷\end{bmatrix} + ۰/۷۴۸۵\begin{bmatrix}۰/۴۱۲۵\\۰/۲۶۹۴\\۰/۰۴۸۷\\۰/۲۶۹۴\end{bmatrix} + ۰/۰۴۸۶\begin{bmatrix}۰/۴۰۴۸\\۰/۳۷۵۰\\۰/۰۹۷۱\\۰/۱۲۳۱\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}۰/۴۰۹۸\\۰/۲۴۷۷\\۰/۰۹۵۲\\۰/۲۴۷۴\end{bmatrix}$$

با توجه به وزنهای به دست آمده نقاط L_1 و L_2 و L_4 و L_3 به ترتیب به دست می‌آید مقدار λ عددی مثبت به دست آمده که نشان از سازگار بودن قضاوت‌ها دارد. L_1 بالاترین وزن را دارا می‌باشد و بنابراین نقطه بهینه می‌باشد.

۶- نتیجه

در این مقاله جایابی سایت با استفاده از FAHP ارائه شد که در این روش از چهار معیار مهم استفاده شد اما پارامترهای زیادی جهت طراحی بهینه‌تر در این مسأله می‌تواند دخیل باشد. روشهای کلاسیک زیادی در مورد طراحی سلول تاکنون ارائه گردیده اما مزیت این روش در طراحی عملی می‌باشد.

انتخاب محل بهینه آنتن‌های مخابراتی خصوصیت این روش است به طوری که باعث کاهش هزینه و رضایت مشتری در کل شبکه می‌شود.

مراجع

[1] وانگ، لی، تشنه‌لب محمد، صفارپور نیما، افیونی داریوش، "سیستم‌های فازی و کنترل فازی"، تهران، دانشگاه صنعتی، خواجه‌نصیر، ۱۳۸۰

[2] اصغرپور محمدجواد، "تصمیم‌گیری چند معیاره"، تهران، دانشگاه تهران، ۱۳۷۷.

[3] قدسی‌پور، "فرآیند تحلیل سلسله مراتبی"، تهران دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۹.

[4] *GSM Cell planning principlesl*,Ericsson Document, 2004.

[5] *Nokia NetAct Planner* Nokia Networks Oy, 2002.

[6] Mikhailov L., *Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgements*, Fuzzy Sets and Systems 134 (2003) 365-385.

[7] Mikhailov L., Tsvetinov P.,*Reasoning Under Uncertainty During Pre Negotiations Using a Fuzzy AHP* ,2004.

[8] Dobios D.,Prade H., *fuzzy Sets and Systems* , Academic press, New York, 1980.

[9] Saaty T.L., *Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process*, RWS Publications, Pittsburgh, PA, 1988.

[10] Hurley S., *Planning Effective Cellular radio network* , Vehicular Technology, IEEE Transactions, August 2002, Volume 51, Number 2, Pages 243-253

جدول شماره ۲- ماتریس مقایسات زوجی نسبت به معیار پوشش

$C_۱$	$L_۱$	$L_۲$	$L_۳$	$L_۴$	W
$L_۱$	۱	(۵,۷,۹)	(۱,۳,۵)	(۱,۱,۳)	۰/۴۱۵۹
$L_۲$	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۱	(۱/۷,۱/۵,۱/۳)	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۰/۴۹۲
$L_۳$	(۱/۵,۱/۳,۱)	(۳,۵,۷	۱	(۱,۱,۳)	۰/۲۶۷۴
$L_۴$	(۱/۳,۱,۱)	(۵,۷,۹)	(۱/۳,۱,۱)	۱	۰/۲۶۷۴

جدول شماره ۳- ماتریس مقایسات زوجی نسبت به معیار ترافیک

$C_۲$	$L_۱$	$L_۲$	$L_۳$	$L_۴$	W
$L_۱$	۱	(۱,۳,۵)	(۱,۳,۵)	(۳,۵,۷)	۰/۳۷۰۹
$L_۲$	(۱/۵,۱/۳,۱)	۱	(۱,۳,۵)	(۵,۷,۹)	۰/۳۱۲۶
$L_۳$	(۱/۵,۱/۳,۱)	(۱/۵,۱/۳,۱)	۱	(۵,۷,۹)	۰/۲۶۳۸
$L_۴$	(۱/۷,۱/۵,۱/۳)	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۱	۰/۰۵۲۷

جدول شماره ۴- ماتریس مقایسات زوجی نسبت به معیار تداخل

$C_۳$	$L_۱$	$L_۲$	$L_۳$	$L_۴$	W
$L_۱$	۱	(۱,۳,۵)	(۵,۷,۹)	(۱,۱,۳)	۰/۴۱۲۵
$L_۲$	(۱/۵,۱/۳,۱)	۱	(۵,۷,۹)	(۱,۱,۱)	۰/۲۶۹۴
$L_۳$	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۱	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۰/۰۴۸۷
$L_۴$	(۱/۳,۱,۱)	(۱,۱,۱)	(۵,۷,۹)	۱	۰/۲۶۹۴

جدول شماره ۵- ماتریس مقایسات زوجی نسبت به معیار هزینه

$C_۳$	$L_۱$	$L_۲$	$L_۳$	$L_۴$	W
$L_۱$	۱	(۱,۳,۵)	(۵,۷,۹)	(۱,۱,۳)	۰/۴۰۴۸
$L_۲$	(۱/۵,۱/۳,۱)	۱	(۱,۳,۵)	(۱,۳,۵)	۰/۳۷۵۰
$L_۳$	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	(۱/۵,۱/۳,۱)	۱	(۱,۱,۳)	۰/۰۹۷۱
$L_۴$	(۱/۳,۱,۱)	(۱/۵,۱/۳,۱)	(۱/۳,۱,۱)	۱	۰/۱۲۳۱

جدول شماره ۶- ماتریس مقایسات زوجی معیارها نسبت به هم

معیار	$C_۱$	$C_۲$	$C_۳$	$C_۴$	W
$C_۱$	۱	(۵,۷,۹)	(۱/۹,۱/۹,۱/۷)	(۷,۹,۹)	۰/۱۳۵۳
$C_۲$	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۱	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	(۷,۹,۹)	۰/۰۶۷۵
$C_۳$	(۷,۹,۹)	(۵,۷,۹)	۱	(۵,۷,۹)	۰/۷۴۸۵
$C_۴$	(۱/۹,۱/۹,۱/۷)	(۱/۹,۱/۹,۱/۷)	(۱/۹,۱/۷,۱/۵)	۱	۰/۰۴۸۶

آصف زارع، استادیار گروه کنترل دانشگاه آزاد اسلامی گناباد
آدرس پست الکترونیکی: **asefzare@yahoo.com**

محمد رجبی‌مقدم نوقابی*، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد
آدرس پست الکترونیکی: **rajabim37@yahoo.com**

علی وحیدیان کامیاد، استاد گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **Avkamyad@yahoo.com**

*سخنران

بهینه سازی نظریهٔ پرسش و پاسخ مبتنی بر منطق فازی برای شخصی سازی سامانهٔ آموزشیار هوشمند

نفیسه صابری ، غلامعلی منتظر

چکیده. سامانه های آموزشیار هوشمند سعی در تطبیق یادگیرنده با منابع آموزشی دارند که نظرات خبرگان و پسخورهای یادگیرندگان نقش مهمی در این هماهنگی ایفا می کنند به طوری که برنامه ریزی درسی پویا بوده و مبتنی بر پسخورهای یادگیرندگان است. حال اگر به هر دلیلی این پسخورها حاوی داده معتبری نبوده و یا با عدم قطعیت همراه باشند، سامانهٔ آموزشیار هوشمند(سامانه) از کارایی لازم برخوردار نیست. هدف از این تحقیق مطلع ساختن سامانه از پسخورهای نامعتبر یادگیرندگان دربارهٔ میزان درک آنها نسبت به درس ارائه شده است. در این تحقیق از دو سیستم استنتاج فازی به طور همزمان استفاده شده که یکی مبتنی بر پسخورهای یادگیرندگان و دیگری مبتنی بر داده های معتبر درون سامانه است که خروجی هر دو سیستم بیانگر درک کلی یادگیرنده نسبت به درس ارائه شده است و در صورت وجود تفاوت بارز بین خروجی این دو سیستم، سامانه به وجود داده های نامعتبر در پسخورها پی برده و اقداماتی را در رفع این مشکل انجام می دهد. ارزیابی و برنامه ریزی درسی در این سیستم پیشنهادی بر اساس نظریهٔ پرسش- پاسخ و مبتنی بر پسخورهای فازی برای یک درس مقطع کارشناسی مهندسی نرم افزار اجرا شد و با این رویکرد پیشنهادی و حذف داده های نامعتبر، سامانه موفق به ارائه توصیه های شخصی شدهٔ دقیق تر شد که رضایت یادگیرندگان را به همراه داشت، همچنین استفاده از این روش منجر به بهینه سازی نظریهٔ پرسش - پاسخ فازی و گام مهمی در شخصی سازی محیط آموزش الکترونیکی است تا با افزایش کیفیت یاددهی- یادگیری و ارزیابی آنان، شاهد افزایش رضایت یادگیرندگان از محیط آموزشی بدون حضور فیزیکی یاددهنده باشیم. شایان ذکر است که از موتور استنتاج ممدانی و توابع عضویت گوسی همراه با نافازیگر گرانیگاه استفاده شده است.

۱- مقدمه

یکی از ملزومات نظام آموزش الکترونیکی وجود مکانیزمی شخصی‌شده برای کمک به یادگیری مؤثر یادگیرنده است(Wang,2006). شخصی‌سازی در آموزش وب بنیاد بعلت تفاوت های یادگیرندگان از نظر دانش قبلی، تجربیات، انگیزه و تواناییهای رفتاری اهمیت داشته و سطح مختلفی از آموزش را می‌طلبد(Kabassi & Virvou,2004)و دیگر اینکه یادگیرنده مانند کلاس خصوصی به تنهایی با سامانه و یاددهنده در تعامل است که این امر سبب شده تا خدمات شخصی‌شده در سیستمهای کاربردی مبتنی بر وب بسیار مورد توجه قرار گیرد(Chen et al., 2006). محیطهای یادگیری هوشمند[1] محیطی را فراهم می‌کند که به کمک آن می‌توان کاربران را هنگام‌کار با رایانه پایش کرد و به آنها در انجام وظایف و تکالیفشان یاری رساند. ضمن اینکه در این محیطها تعامل یادگیرنده با سامانه از اهمیت بسزایی برخوردار است؛ بدین معنی که برنامه ریزی درسی از پیش تعریف شده نبوده و بر اساس همین تعاملات است(Kabassi & Virvou,2004)، همچنین در این محیط با ایجاد پسخوری مناسب، به یاد دهنده نیزکمک می شود تا راهنمایی مناسب تری را بر اساس میزان یادگیری و توانمندی یادگیرنده به او عرضه کند(Schaffino et al., 2008). نظریهٔ پرسش- پاسخ[2] از معروفترین معیارهای ارزیابی میزان یادگیری است(Baker & Frank,1992). یکی از پارامترهای مهم در این نظریه، میزان دشواری درس ارائه شده و آزمون برگزار شده است، میزان دشواری را خبرگان تعیین کرده و با پسخورهای یادگیرندگان پس از آزمون تعدیل می شود. در سامانه ها پس از ارائه و برگزاری آزمون از یادگیرنده دو سؤال دربارهٔ میزان سختی و میزان درک او نسبت به درس ارائه شده پرسیده می شود (Gladun et al.,2009 & Chen & Duh,2008 & Schiaffino et al.,2008). توجه به پسخورهای یادگیرندگان و پایش توانمندی آنها از ملزومات یادگیری مؤثر است(Gladun et al.,2009). در متون موضوع از ادغام منطق فازی با نظریه پرسش- پاسخ و مبتنی بر دو سؤال مذکور استفاده شده که سعی در کاهش عدم قطعیت موجود در پسخورهای یادگیرندگان داشته اند(Chen & Duh,2008) و حاصل سیستم استنتاج فازی آن، میزان درک کلی یادگیرنده نسبت به درس ارائه شده است. مشکل موجود و فلسفهٔ شکل گیری تحقیق حاضر این است که اینگونه سیستم ها اعتماد زیادی به صحّت پسخورها داشته که اگر یادگیرندگان به این سؤالات به هر دلیلی پاسخ درستی ندهند، مدل یادگیرندهٔ حاصل از این پسخورها قابل اعتماد نبوده و توصیه های سامانه نیز یادگیری را به سمت رضایت و موفقیت تحصیلی رهنمون نخواهد شد. بنابراین لزوم وجود سیستمی به عنوان مکمّل روش موجود احساس می شود تا سامانه در چنین مواقعی نیز بتواند توصیه های

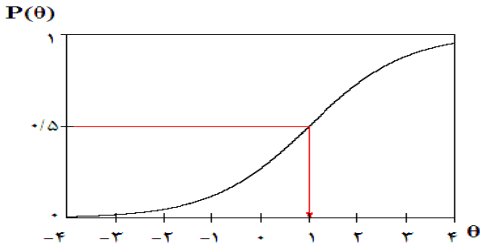
[1] Intelligent Learning Environment (ILE)
[2] Item Response Theory

واژه های کلیدی : آموزش الکترونیکی ، شخصی سازی، توصیه های یادگیری، سامانهٔ آموزشیار هوشمند، منطق فازی، نظریهٔ پرسش- پاسخ فازی

شخصی شدهٔ دقیقی را ارائه کند. هدف از این تحقیق معرفی و بکارگیری دو متغیر زبانی علاوه بر متغیر های زبانی موجود در متون موضوع است که عبارتند از میزان زمان مطالعه یا پاسخ گویی به آزمون و میزان توانمندی یادگیرنده. قواعد فازی استفاده شده در سیستم استنتاج نیز با نظرات خبرگان استخراج شد که خروجی آن نیز میزان درک کلی یادگیرنده نسبت به درس ارائه شده است چرا که میزان توانمندی یادگیرنده مواردی از قبیل میزان دشواری درس ارائه شده، دانش پیشین و نمره خام آزمون را در خود مستتر داشته و با ادغامش با متغیر زبانی میزان زمان مطالعه و پاسخگویی که آنهم بر روی میزان دشواری دروس مؤثر است، می تواند با تخمین دقیقی میزان درک یادگیرنده را براورد کند. در متون موضوع از متغیرهای زبانی زمان پاسخگویی و نمره خام یادگیرنده پس از آزمون استفاده شده است(Bai and Chen,2008, شهرکی و همکاران،۱۳۸۸) که در تحقیق حاضر، بجای نمره خام از توانمندی یادگیرنده مبتنی بر نظریه پرسش و پاسخ استفاده شد که معیار جامع تری نسبت به نمره خام آزمون است. به طور کلی می توان از خروجی سیستم پیشنهادی، به عنوان پیش فرض و مکمّل سیستم های موجود استفاده کرد به طوریکه تفاوت بارز میان خروجی سیستم استنتاج فازی حاصل از میزان دشواری و میزان درک با سیستم پیشنهادی در این تحقیق، نشانگر وجود خطا در پسخور های یادگیرنده بوده و لزوم پرسش مجدد از یادگیرنده را با تأکید بر اهمیت صحت پاسخگویی می طلبد. در ادامه به تشریح نظریهٔ پرسش - پاسخ پرداخته و با مرور اجمالی نظریهٔ مجموعه های فازی وارد بحث سنجش میزان یادگیری یادگیرندگان در سامانهٔ آموزشیار هوشمند خواهیم شد.

۲- نظریهٔ پرسش - پاسخ

بسیاری از موقعیتهای روانشناسی و تربیتی با اندازه‌گیری متغیری زیربنایی و بنیادی همچون هوش سر و کار دارند. اغلب نمی‌توان این متغیر را به طور مستقیم اندازه گرفت و تنها به گونه‌ای شهودی ادراک می‌شود. به همین ترتیب توانایی تحصیلی و ویژگیهای آن مانند کسب نمرهٔ خوب، یادگیری آسان مطالب جدید، مرتبط ساختن منابع گوناگون اطلاعات با یکدیگر و استفادهٔ مؤثر از زمان مطالعه، مورد بحث قرار می‌گیرد. برای بیان چنین صفتهای مکنونی در نظریهٔ پرسش- پاسخ از اصطلاح کلی « توانایی»[3] (Baker, 2001) یا «مهارت»[4] (Wainer, 1990) استفاده می‌شود. فرض بر این است که می‌توان توانایی را بر پایهٔ مقیاسی، که دارای نقطهٔ میانی صفر، واحد اندازه‌گیری یک و دامنه‌ای از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت، اندازه‌گیری کرد. مقیاس فوق برای بیان میزان توانایی فردی و نیز برای مقایسهٔ توانایی افراد مختلف با یکدیگر به کار می رود(Baker, 2001). با آنکه دامنهٔ نظری توانایی بین منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت قرار دارد ملاحظات عملی معمولاً آن را در دامنهٔ مثلاً بین ۴- تا ۴+ محدود می‌کند(Schaffino et al., 2008). یکی از رویکردهای متداولِ اندازه‌گیری توانایی، تدوین آزمون و بدست آوردن نمرهٔ خام آزمون‌شونده است اما در این نظریه هدف اساسی این است که معلوم شود آزمون‌شونده به پاسخ درست هر پرسش به طور منفرد دست یافته است یا خیر. در نتیجه بیشتر آزمونهایی که در این نظریه به کار می‌روند پرسشهای چندگزینه‌ای است که به صورت دو ارزشی نمره‌گذاری می‌شوند. هر آزمون‌شونده دارای توانایی منحصر به فردی است، از این رو می‌توان به وی مقدار عددی(θ) را منتسب کرد که جایگاهش را در مقیاس توانایی مشخص کند. برای هر سطح از توانایی، احتمال این که آزمون‌شونده‌ای با آن سطح توانایی به پرسش مورد نظر پاسخ درست دهد برابر با $P(\theta)$ است. چنانچه مقدار $P(\theta)$ به عنوان تابعی از توانایی (θ) رسم شود نتیجه مشابه شکل ۱ خواهد شد (Baker, 2001) که رابطهٔ بین احتمال پاسخ درست به یک پرسش و مقیاس توانایی را توصیف می‌کند که به منحنی مشخصهٔ پرسش (ICC)[5] مشهور است. بدیهی است هر یک از پرسشها دارای منحنی مشخصه‌ای منحصر به فرد است.



شکل۱ – نمونه‌ای از منحنی مشخصهٔ پرسش

تابع $P(\theta)$بر اساس تعداد پارامترهای مورد محاسبه به سه مدل تک پارامتری، دو پارامتری و سه پارامتری تقسیم‌بندی می‌شود که پارامترها عبارتند از: میزان دشواری، میزان حدس[6] و میزان تمایز[7] است که در این تحقیق، برای محاسبهٔ توانمندی یادگیرنده از مدل تک پارامتری مبتنی بر میزان دشواری طبق رابطهٔ (۱) استفاده شده است.

[3] ability
[4] proficiency
[5] Item Characteristic Curve (ICC)
[6] Gussing Parameter

$$P(\theta) = \frac{1}{1+\exp(-D(\theta - b))} \quad (۱)$$

در رابطهٔ (۱) b پارامتر دشواری پرسش($-۳\leq b\leq ۳$)، ثابت D برابر ۱/۷۰۲ و θ سطح توانایی است. پارامتر دشواری نقطه‌ای در مقیاس توانایی است که احتمال پاسخ درست به پرسش در آن نقطه برابر با ۰/۵ است (به عنوان مثال پارامتر دشواری منحنی مشخصهٔ پرسش نشان داده شده در شکل ۱ برابر با عدد ۱ است). شیب منحنی مشخصهٔ پرسش به عنوان تابعی از سطح توانایی تغییر می‌کند و زمانی به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسد که سطح توانایی برابر با دشواری پرسش باشد. (Baker, 2001). تخمین توانایی یادگیرنده طبق رابطهٔ ۲ بدست می آید:

$$\hat{\theta} = \frac{\Sigma_k^q \ \theta_k \ L(u_1, u_2, ..., u_n \mid \theta)\ A(\theta_k)}{\Sigma_k^q \ L(u_1, u_2, ..., u_n \mid \theta)\ A(\theta_k)} \quad (۲)$$

$\hat{\theta}$ تخمین توانایی یادگیرنده، $L(u_1, u_2, \ldots, u_n|\theta)$، تابع درستنمایی برای سطح توانایی کمتر از θ است که $L(u_1, u_2, \ldots, u_n|\theta)$توسط رابطه (۳) محاسبه می شود(Chen and Duh,2008)

$$L(u_1, u_2, ..., u_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} P_i(\theta)^{u_i} Q_i(\theta)^{1-u_i} \quad (۳)$$

در رابطهٔ (۳)، $Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$ معرّف احتمال پاسخ نادرست به پرسش i اُم در سطح توانایی θ است. همچنین u_i برای پاسخ درست به پرسش i اُم برابر یک و برای پاسخ نادرست برابر صفر است(Wainer, 1990) . قابل توجه است که در این روش توانمندی یادگیرنده در فاصله ۳- تا ۳ بدست می آید. در این بخش نظریهٔ پرسش-پاسخ و نحوهٔ محاسبهٔ میزان توانمندی یادگیرنده تشریح شد. در این تحقیق پس از ارائه هر درس و برگزاری آزمون، توانمندی یادگیرنده بروز شده و سامانه متناسب با هر توانمندی، توصیه هایی را ارائه کرد و با محاسبه تابع اطلاعات طبق رابطه (۴) ، درس بعدی با مدّنظر داشتن دشواری و تناسب آن با توانمندی، به یادگیرنده پیشنهاد شد.

$$I(\theta) = D^2 P(\theta) Q(\theta) \quad (۴)$$

برای گرفتن آزمون و گذر از این درس نیز از تابع اطلاعات استفاده می شود. به طوری که برای هر درس بانکی از سؤالات با در نظر داشتن پارامترهای سه گانه نظریهٔ پرسش-پاسخ و توسط روشهای آماری و نظرات خبرگان طراحی شده و متناسب با هر یادگیرنده، آزمونی پیشنهاد می شود. روش حداکثر اطلاعات با در نظر داشتن دشواری درس، بیانگر این است که هر درس بر اساس میزان دشواری اش، منتقل کننده سطحی از اطلاعات به یادگیرنده است و توصیه می کند که درسی پیشنهاد شود که حاوی بیشترین اطلاعات باشد بطوریکه مقدار تابع اطلاعات بدست آمده کمتر از توانمندی یادگیرنده باشد. قابل توجه است که پس از مطالعهٔ درس و برگزاری آزمون، دربارهٔ میزان دشواری و میزان درک یادگیرنده نسبت به درس ارائه شده سؤالاتی پرسیده شده و سپس تابع اطلاعات برای ارائه درس و آزمونی با حداکثر اطلاعات محاسبه می شود. مشکل اینجاست که پاسخهای یادگیرندگان با عدم قطعیت همراه است که اینجا محل ورود منطق فازی است تا با کاهش عدم قطعیت، سامانه بتواند توصیه های شخصی شده دقیق تری را ارائه کند. در بخش سوم به اختصار نظریهٔ مجموعه های فازی معرفی خواهد شد.

۳- نظریهٔ مجموعه های فازی

نظریه مجموعه های فازی برای اولین بار توسط عسگر لطفی‌زاده در سال ۱۹۶۵میلادی مطرح شد(Zadeh, 2001). منطق فازی، منطقی چندارزشی است که بین گزاره‌های «درست» و « نادرست» معمول، امکان تعریف ارزشهای بینابینی را فراهم می‌کند. عمده توجه این منطق بر کیفیت و استدلال بخشیدن به واژگان و زبان طبیعی است که معانی مبهم دارند. در سیستم‌های عملی، اطلاعات مهم از دو منبع سرچشمه می‌گیرند: یکی افرادِ خبره که دانش و آگاهی شان را در مورد سیستم با زبان طبیعی بیان می‌کنند و منبع دیگر اندازه گیریها و مدل‌های ریاضی که از قواعد فیزیکی مشتق شده‌اند. لذا مسألهٔ مهم، ترکیبِ این دو نوع اطلاعات در طراحی سیستم‌هاست و اینکه بتوان دانش بشری را در چهارچوبی مشابه مدل‌های ریاضی فرمولبندی کرد. این کار از طریق تابع عضویت تحقق می یابد به طوری که هر مجموعهٔ فازی با تابع عضویت خاص خود قابل تعریف است و هر عضو مجموعهٔ آن با درجهٔ عضویتی بین صفر تا یک مشخص می‌شود. بدین ترتیب به عنوان نمونه می توان نظرات افراد را در قالب متغیرهایی کیفی بیان کرد که کاربرد فراوانی در حوزه های مختلف و از جمله آموزش الکترونیکی دارد. روند رو به رشد آموزش الکترونیکی و لزوم شخصی سازی این محیط از یکطرف و اهمیت تعامل

[7] Discrimination Parameter

یادگیرندگان با سامانه و توجه به پسخورهای آنان و وجود عدم قطعیت در این پسخورها، یکی از دلایل ورود منطق فـازی بـه ایـن عرصـه است. در این تحقیق در ادغام نظریهٔ پرسش- پاسخ با منطق فازی از موتور استنتاج ممـدانی و توابـع عضـویت گوسـی همـراه بـا نافـازیگر گرانیگاه استفاده شده است.

۴- سنجش توانمندی یادگیرندگان در سامانهٔ آموزشیار هوشمند به کمک نظریهٔ فازی

همچنان که اشاره شد روش مؤثر برای کاهش عدم قطعیت نهفته در ذهن افراد، به کارگیری منطق فازی است. قواعد فازی، توصیفی کیفی از روابط ورودی- خروجی را با استفاده از متغیر های زبانی فراهم می کند. در سامانهٔ پیشنهادی، درس مورد نظر به درس پارهای مشخص تفکیک و میزان دشواری هر درس پار بر اساس روش های آماری و نظر خبرگان تعیین شد. پس از ارائه هر جلسه درسی برای سنجش میزان یادگیری یادگیرنده ، آزمونی به عمل آمد و توانمندی یادگیرندگان محاسبه شد و با توجه به پسخورهای یادگیرندگان، ارائه دروس به طور شخصی شده و مبتنی بر تناسب توانمندی یادگیرنده با سطح دشواری مطالب درسی انجام شد؛ بدین ترتیب که یادگیرندگان پس از اجرای آزمون دربارهٔ میزان دشواری درس و میزان درکشان نسبت به محتوای ارائه شده مورد سؤال قرار گرفتند . در متون موضوع از متغیر های زبانی میزان دشواری درس ارائه شده و میزان درکشان نسبت به درس به عنوان ورودی سیستم استنتاج فازی استفاده شده است(Chen & Duh,2008) که نمونه ای از قواعد در جدول ۱ آمده است(سیستم استنتاج مبتنی بر پسخورهای یادگیرنده).

جدول۱– قواعد فازی برای استخراج میزان درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده

میزان درک یادگیرنده دشواری درس	کم	متوسط	زیاد
خیلی زیاد	خیلی کم	کم	متوسط
زیاد	کم	کم	متوسط
متوسط	کم	متوسط	زیاد
کم	کم	متوسط	خیلی زیاد
خیلی کم	خیلی کم	زیاد	خیلی زیاد

در این مرحله توانمندی یادگیرنده با در نظر داشتن پسخورهای او که بصورت فازی تعیین شده، بروز رسانی می شود.

$$\theta_{j+1} = \begin{cases} \{\theta_j + (\theta_w - \theta_j) \times u_d & \cdot \le u_d \le ./۴۵ \\ \{\theta_j & ./۴۵ \le u_d \le ./۵۵ \\ \{\theta_j + (\theta_c - \theta_j) \times u_d & ./۵۵ \le u_d \le ۱ \end{cases} \quad (۴)$$

در رابطه (۴) u_d، درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده و خروجی سیستم استنتاج فازی است که اگر $\cdot \le u_d \le ./۴۵$ بدین معناست که یادگیرنده قسمت اعظم درس را نفهمیده است.(θ_j توانمندی یادگیرنده قبل از ارائه درس، θ_w تخمینی از توانمندی یادگیرنده ای است که درس j+1 ام را به خوبی درک نکرده است و θ_c تخمینی از توانمندی یادگیرنده ای است که درس j+۱ ام را به خوبی درک کرده است)(Chen and Duh,2008).

$$I_{j(\theta)} = \frac{(1.7)^2}{\left[e^{1.7(\theta - b_j)}\right]\left[1+e^{-1.7(\theta - b_j)}\right]^2} \quad (۵)$$

در رابطه (۵)، θ با مقدار بدست آمده از رابطه (۴) و b_j نیز که میزان دشواری است پس از اعلام پسخورهای یادگیرندگان و تعدیل میزان بیان شده توسط خبرگان در رابطهٔ ۵ جایگزین می شود. سامانه ها اهمیت خاصی برای پسخورهای یادگیرندگان قائل بوده و به عنوان نمونه ارائه توصیه ها و برنامه ریزی درسی نیز بر اساس همین پسخورهاست و برای کاهش عدم قطعیت این پسخورها از منطق فازی استفاده شده است ولی این رویکرد در مواردی که یادگیرنده به هر دلیلی پاسخ صحیحی را در پسخورهایش اعلام نکند، کارایی لازم را ندارد. هدف از این تحقیق ، معرفی رویکردی است که به موازات موارد مذکور، بتواند سامانه را از رخداد چنین شرایطی آگاه کند. بدین ترتیب که با استفاده از دو متغیر زبانی میزان زمان مطالعه و یا پاسخگویی به آزمون و میزان توانمندی یادگیرنده به عنوان ورودی سیستم استنتاج فازی، قواعدی با نظر خبرگان استخراج شد که بیانگر میزان درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده است. درتمام سامانه های مبتنی بر نظریهٔ پرسش- پاسخ، توانمندی یادگیرنده پس از هر آزمون محاسبه و بروز رسانی و در سابقهٔ یادگیرنده ذخیره شده و قابل

دسترسی است و دیگر اینکه توانمندی یادگیرنده مبتنی بر نظریهٔ پرسش- پاسخ، مواردی از جمله میزان دشواری درس، نمرهٔ خام و دانش پیشین یادگیرنده را در خود مستتر دارد و در ترکیب با متغیر زبانی زمان که آنهم بر میزان دشواری دروس ارائه شده مؤثر است، تبدیل به پارامتر جامع و کاملی شده که می تواند با دقت خوبی میزان درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده را براورد کند. زمان نیز بر میزان دشواری دروس و حتی تأثیر آن بر پسخورهای یادگیرندگان مؤثر است. نمونه ای از قواعد استخراج شده توسط خبرگان در جدول ۲ آمده است(سیستم استنتاج مبتنی بر سامانه). در این تحقیق قبل از محاسبه روابط ۴ و ۵ (توانمندی یادگیرنده و تابع اطلاعات)، خروجی دو سیستم استنتاج فازی با هم مقایسه شد و در مواردی که تفاوت بارزی وجود داشت به جای استفاده از مقادیر سیستم استنتاج فازی پسخورهای یادگیرنده، u_d با مقادیر سیستم استنتاج فازی سامانه(متغیر زبانی زمان مطالعه و توانمندی) مقداردهی شد و بدین ترتیب این رویکرد پیشنهادی منجر به بهینه سازی نظریهٔ پرسش- پاسخ فازی شد.

جدول۲ – قواعد فازی برای استخراج میزان درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده

توانمندی یادگیرنده / زمان مطالعه	خیلی کم	کم	متوسط	زیاد	خیلی زیاد
خیلی کم	خیلی کم	خیلی کم	کم	متوسط	زیاد
کم	خیلی کم	کم	متوسط	متوسط	زیاد
متوسط	کم	کم	متوسط	زیاد	خیلی زیاد
زیاد	کم	متوسط	زیاد	زیاد	خیلی زیاد
خیلی زیاد	متوسط	متوسط	زیاد	خیلی زیاد	خیلی زیاد

همچنین سامانه در این موارد توصیه ای شخصی شده را به یادگیرنده ارسال کرد که در آن علاوه بر شرح اهمیت صحّت پسخورها، به یادگیرنده تذکراتی داده و در سابقهٔ او ذخیره شد تا یادگیرنده بداند به رغم عدم حضور یاددهندهٔ فیزیکی، این سامانه علاوه بر پایش عملکرد او، به صحت و سقم پسخورهایش هم آگاه است. در این تحقیق در مجموع ۴۰ قاعده توسط خبرگان استخراج شد. قابل ذکر اینکه خروجی این دو سیستم که بیانگر میزان درک کلی یادگیرنده دربارهٔ درس ارائه شده است، با تقریب خوب و با اختلاف کمتر از ۰.۰۱ از یکدیگر بدست آمد که نشانگر معادل سازی خوب متغیر های زبانی در این دو سیستم استنتاج فازی است. قابل ذکر اینکه هزینهٔ اجرای همزمان دو سیستم استنتاج فازی باید مدّنظر باشد که در جامعهٔ آماری این تحقیق به علّت خطای زیاد یادگیرندگان قابل توجیه بود.

۶- نتیجه‌گیری

شخصی سازی مستلزم توجه به پسخورهای یادگیرندگان است که رویکرد پیشنهادی تحقیق حاضر برای غلبه بر دو مشکل سامانه های آموزشیار هوشمند در مورد پسخور های همراه با عدم قطعیت و یا پاسخ های نادرست یادگیرندگان است که برای حل این دو معضل از دو سیستم استنتاج فازی به طور همزمان استفاده شد. وجود تفاوت بارز بین خروجی این دو سیستم استنتاج فازی، نشانگر وجود داده های نامعتبر در پسخور های یادگیرنده است. افزایش توانمندی و هوشمندی سامانه ها در پایش یادگیرنده و سنجش صحّت پسخورهای یادگیرندگان از دیگر نتایج این تحقیق به شمار آمده و بکارگیری این رویکرد پیشنهادی منجر به بهینه سازی خروجی سیستم استنتاج فازی مبتنی بر نظریهٔ پرسش- پاسخ است. اجرای این سامانه پیشنهادی بر روی ۳۰ نفر از دانشجویان با ارائه درسی از گرایش مهندسی کامپیوتر در مقطع لیسانس و پسخورهای یادگیرندگان حاکی از رضایت ایشان بوده و روند صعودی و یا ثابت نمودار منحنی مشخصه پاسخ در نظریه پرسش و پاسخ، بیانگر موفقیت این سیستم پیشنهادی در کسب رضایت و موفقیت تحصیلی یادگیرندگان و ارائه توصیه های شخصی شده دقیق است.

۷- قدردانی

شایان ذکر است که این مقاله حاصل فعالیتی تحقیقاتی است که بخشهایی از آن با حمایت مرکز تحقیقات مخابرات ایران تحت قرارداد ۵۰-۰۶-۸۸ اجرا شده است، از این رو نگارندگان بر خود لازم می‌دانند از پشتیبانی‌های آن مرکز صمیمانه سپاسگزاری کنند.

مراجع

[1] شهرکی مقدم،یعقوبی، مظاهری(۱۳۸۸)،کاربرد آزمونهای الکترونیکی در ارزیابی تحصیلی دانشجویان بر مبنای نظریه فازی، کنفرانس دانشگاه الکترونیکی،دانشگاه تربیت مدرس.

[2] Baker, F. (2001), *The basics of item response theory*, ERIC clearing house on assessment and evaluation.

[3] Chen,LIU,Chang(2006), *Personalized curriculum sequencing utilizing modified IRT for web-based instruction*, ESWA, 30, 378-396.

[4] Kabbasi,Virvou(2004), *Personalized adult e-training on computer use based on multiple attribute decision making*, Interacting with Computers, 16,115-132.

[5] Wainer (1990), *Computerized Adaptive Testing*, Hillsdale New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

[6] Wang(2006), *Application of Componential IRT Model for Diagnostic Test in a Standard conformant eLearning System*,ICALT'06.

[7] Zadeh, *Fuzzy sets Theory and its Applications*, Kluwer Publishing Company,1985.
[8] Chen,Duh(2008), *Personalized web-based tutoring system based on fuzzy IRT*, ESWA 2298-2315.
[9] Bai,Chen(2008), *Evaluating students'learning achievement using fuzzy*, ESWA, Vol. 34 , pp.399–410.
[10] Gladun,Rogushina,Garcia,Martinez-Bejar,Fernandez-Breis(2009), *An application of intelligent techniques and semantic web technologies in e-learning environments*, ESWA 36 ,1922–1931
[11] Schiaffino,Garcia,Amandi(2008), *eTeacher:Providing personalized assistance to e-learning students*,Computers&Education 51, 1744–1754

نفیسه صابری*، دانشگاه تربیت مدرّس، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی فنّاوری اطلاعات، پستی ۱۷۹-۱۴۱۱۵، تلفن و دورنگار: ۸۲۸۸۳۹۹۰-۰۲۱ (عهده دار مکاتبات)
آدرس پست الکترونیکی: **saberi@modares.ac.ir**

غلامعلی منتظر، دانشیار گروه مهندسی فنّاوری اطلاعات، دانشکده فنی ومهندسی ، دانشگاه تربیت مدرّس
آدرس پست الکترونیکی: **montazer@modares.ac.ir**

*سخنران

طراحی یک سیستم هوشمند برای پارک کامیون بر مبنای یادگیری تقویتی و منطق فازی

زهرا معینی، وحید صیدی قمشه، محمد تشنه لب

چکیده. در نمونه هایی از مسائل یادگیری تقویتی که فضای حالت به‌صورت پیوسته می‌باشد، استفاده از جدول مرجع برای نگهداری مقدارهای ارزش _ عمل به نظر غیر ممکن می‌رسد. دراین گونه مسائل نیازمند راهکاری جهت تقریب ارزش به ازای هر زوج حالت-عمل می‌باشیم. ورودی این سیستم تقریب (ویژگی هایی از) متغیرهای حالتی است که وضعیت عامل در محیط را مشخص می کند. این سیستم می تواند خطی باشد یا غیر خطی. به ازای هر عضو از مجموعه عمل های عامل یک سیستم تقریب داریم که ارزش حالت به ازای عمل را مشخص می کند.

از طرف دیگر در بسیاری از مسائل دنیای واقعی علاوه بر فضای حالات، فضای عمل های عامل نیز پیوسته می‌باشد. در چنین مواردی استفاده از سیستم‌های فازی جهت استنتاج در فضای اعمال و انتخاب یک عمل نهایی می تواند سودمند باشد. در این قسمت سعی داریم با ترکیب الگوریتم یادگیری تقویتی و ترکیب دو ایده فازی کردن فضای اعمال و حالات و تقریب ارزش بایک سیستم خطی، سیستم هوشمندی جهت پارک کامیون[1] که هم فضای حالت و هم فضای عمل پیوسته دارد، معرفی نماییم. در نهایت نیز موفقیت الگوریتم پیشنهادی را با شبیه سازی های صورت گرفته بر روی مساله پارک کامیون نشان خواهیم داد.

۱- مقدمه

یادگیری، توانایی بهبود رفتار بر اساس تجربیات و مشاهدات قبلی است. یادگیری ماشین با این هدف به طور گسترده ای در هوش مصنوعی مطرح شد که ماشین‌هایی یادگیر و در نتیجه قابل انعطاف‌تر و هوشمندترایجاد کند. یک ماشین با مجهز شدن به ابزار یادگیری، می‌تواند به طور پیوسته عملکردش را بهبود بخشد و کارایی آن بیشتر شود. یادگیری تقویتی یکی از پرکاربردترین زمینه‌های تحقیقاتی دریادگیری ماشین است[۲۲-۱]. دریادگیری تقویتی عامل با سعی و خطا و استفاده از تجربه سعی در بهینه کردن رفتارش دارد. عامل ها می‌توانند مشخصه‌های محیط را مشاهده کنند که‌این مشخصه‌ها فضای حالت عامل‌یادگیرنده را تشکیل می‌دهند. سپس در هر بازه زمانی عامل با انجام عملیاتی، محیط را تحت تأثیر قرار می‌دهد، بنابراین عامل ورودی‌های مختلفی را در بازه زمانی بعدی با توجه به عمل قبلی دریافت می‌کند. علاوه بر ورودی جدید، عامل‌یادگیرنده در هر زمان‌یک سیگنال تقویتی که میزان مناسب بودن عمل قبلی را نشان می‌دهد دریافت می‌کند که به آن پاداش می‌گویند و با توجه به‌این‌که عمل مناسبی بوده‌یا نه این مقدار می‌تواند مثبت یا منفی باشد. در فضاهای محدود و گسسته ارزش هر عمل در ازای وقوع یک حالت در یک جدول مرجع به نام جدول Q نگهداری می شود[۵،۲،۱]. هر سطر از این جدول مشخص کننده یک حالت و هر ستون آن مشخص کننده یک عمل می باشد. عامل بر اساس این جدول و سیاستی که دارد تصمیم می‌گیرد که چه کاری انجام دهد. اما در محیط های بزرگ و پیچیده که حالت‌ها به صورت پیوسته هستند استفاده از یک جدول مرجع عملاً غیر ممکن می‌باشد. مشکل وقتی جدی تر می شود که مجموعه اعمال عامل نیز پیوسته بوده و دیگر محدود به چند عمل نباشند. یکی از راه‌های عمومیت بخشیدن به حالت‌ها در یک محیط پیوسته و تولید مجموعه عمل‌های پیوسته استفاده از سیستم‌های استنتاج فازی می‌باشد[۲۳]. هنگامی‌که محیط فازی می‌گردد، تعدادی تابع تعلق که همان مجموعه های فازی می‌باشد را روی دامنه متغیرهای محیط قرار می‌دهیم؛ سپس هر متغیری که با آن مواجه شویم بر اساس میزان تعلقی که به هریک از مجموعه های فازی دارد توصیف می گردد[۶،۷،۱۸،۱۹]. قواعد فازی این امکان را فراهم می‌آورد که در جاهایی که عدم قطعیت داریم استنتاجی مانند انسان داشته باشیم [۲۳].

دراین مقاله سعی داریم الگوریتم یادگیری sarsa که یکی از الگوریتم های مطرح در یادگیری تقویتی می باشد[۱] را با استفاده از منطق فازی برای فضاهایی که هم مجموعه حالت و هم مجموعه عمل‌ها پیوسته هستند توسعه دهیم. سپس کارایی الگوریتم را با کمک سیستم‌های تقریب تابع ارزش-عمل افزایش دهیم. در نهایت از این الگوریتم استفاده کرده و یک سیستم هوشمند برای مساله پارک کامیون طراحی کنیم. در این مساله هدف طراحی یک کنترل کننده خودکار برای پارک کامیون با حرکت رو به عقب می‌باشد[۲۴]. دراین جا فرض بر آن است که فرد خبره ای (راننده کامیون) نداریم تا از دانش آن استفاده کرده و اعمال وی را شبیه سازی نماییم. بلکه عامل هوشمند بر اساس سعی و خطا باید یاد بگیرد که چگونه کامیون را پارک نماید.

واژه های کلیدی: یادگیری تقویتی ، سیستم فازی ، مساله پارک کامیون ، الگوریتم **sarsa** .

بخش های مختلف این مقاله در ادامه به این صورت می باشد. در بخش دوم مقاله به معرفی الگوریتم پیشنهادی خواهیم پرداخت. در بخش سوم مساله پارک کامیون را معرفی می نماییم و چگونگی حل این مساله با الگوریتم پیشنهادی را ذکر خواهیم نمود. در بخش چهارم به بیان نتایج شبیه سازیها خواهیم پرداخت و در نهایت در بخش پنجم نتیجه گیری و پیشنهادات را خواهیم داشت.

۲- معرفی الگوریتم پیشنهادی

در این بخش به معرفی الگوریتم یادگیری تفاضل زمانی sarsa ی فازی باسیستم خطی تقریب ارزش می پردازیم. در ابتدا مجموعه های فازی را بر روی محیط مساله و بازه عملهای عامل قرار می دهیم. در این حالت هر قاعده R_i مشخص کننده یک ناحیه در فضای حالت‌ها می‌باشد که متناظر با این ناحیه‌یک عمل از بین مجموعه اعمال انتخاب می‌شود. هر عمل دراین قاعده‌یک ارزش (مقدار Q) دارد که عامل ازاین ارزش جهت انتخاب عمل استفاده می‌کند. به عبارت دیگر جدول Q به گونه ای توسعه می یابد که هر سطر از آن به جای یک حالت به یک مجموعه حالت اشاره دارد؛ همچنین هر ستون آن به جای یک عمل به یک مجموعه عمل اشاره می کند. این مجموعه ها فازی هستند و کل فضای حالت ها و عملها را پوشش می دهند. در این حالت یک خانه بصورت $Q(\tilde{s}_i, \tilde{a}_j)$، که $\tilde{s}_i, \tilde{a}_j$ هر دو مجموعه های فازی هستند، توصیف می گردد.

بنا بر آنچه که در الگوریتم‌های یادگیری تقویتی گفته شد این خانه مشخص کننده یک ارزش حالت-عمل می‌باشد که در الگوریتم پیشنهادی این ارزش توسط یک تقریب گر خطی، بر مبنای ترکیب وزن دار متغیرهای حالت مشخص می گردد. هر سطر از جدول به صورت یک قاعده فازی R_i مانند زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&if\ x_1\ is\ A_1^i\ and\ x_2\ is\ A_2^i\ and\ \dots and\ x_n\ is\ A_n^i\ then\\
&a_1\ is\ B^1\ with\ w_0^i + w_1^i x_1 + \cdots + w_n^i x_n\ or\\
&a_2\ is\ B^2\ with\ w_0^i + w_1^i x_1 + \cdots + w_n^i x_n\ or\\
&\vdots\\
&a_m\ is\ B^m\ with\ w_0^i + w_1^i x_1 + \cdots + w_n^i x_n.
\end{aligned}
$$

و

$$
\begin{aligned}
&Q(S_i, B^j) = w_0^i + w_1^i x_1 + \cdots + w_n^i x_n,\\
&S_i = < A_1^i, A_2^i, \cdots, A_n^i > .
\end{aligned}
$$

بطوری‌که $< x_1, x_2, \dots, x_n >$ متغیرهای تشکیل دهنده هر حالت ؛ A_j^i تابع تعلق برای متغیر j امِ فضای حالت در قاعده i و B^m تابع تعلق برای عمل m-ام می باشد. $Q(S_i, B^j)$ نیز خانه متناظر با حالت S_i و عمل B^j می باشد که همان‌طور که گفته شد S_i, B^j مجموعه های فازی هستند. با توجه به نکات گفته شده تعداد قواعد برابر با حاصلضرب تعداد توابع تعلق متغیرهای حالت در یکدیگر خواهد بود. برای مقادیر حقیقی بردار ورودی $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ خروجی y سیستم فازی تاکاگی- سوگنو مبنی بر موتور استنتاج حاصلضرب

ممدانی برای k قاعده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$
y = \frac{\sum_{i=1}^{k} \Phi_i(x).\overline{y}_i(x)}{\sum_{i=1}^{k} \Phi_i(x)} \qquad (۱)
$$

Φ_i را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$
\Phi_i(x) = \prod_{j=1}^{n} \mu_{ij}(x_j) \qquad (۲)
$$

دراین رابطه μ_{ij} اشاره به j -امین تابع تعلق در قانون i-امین دارد. $\overline{y}_i(x)$ نیز مرکز دسته عمل انتخاب شده در قاعده i-ام می باشدکه آن را عمل محلی i-ام می نامیم.

در الگوریتم پیشنهادی ارزش حالت عمل به‌صورت زیر معین می‌شود

$$Q(S_i, B^j) = w_0^i + w_1^i x_1 + \cdots + w_n^i x_n \quad (۳)$$

که همان‌طور که اشاره شد دراین رابطه B^j مشخص کننده تابع تعلق عملی که با توجه به سیاست عامل در قاعده i انتخاب می‌شود. در آغاز کار w_i ها صفر هستند. فرض‌کنید عامل با انجام‌یک عمل در حالت x_t قرار می‌گیرد. با توجه به میزان تعلقی که حالت x_t به توابع تعلق دارد و عملی که در هر قاعده با توجه به سیاست عامل انتخاب می‌شود (عمل محلی) و با استفاده از رابطه (۱) عمل اصلی عامل انتخاب می‌شود.رابطه (۴) چگونگی انتخاب عمل اصلی را نشان می‌دهد:

$$a_t^G = \sum_{i=1}^{k} a_t^i \phi_i(x_t) \quad (۴)$$

در رابطه فوق a_t^G عمل اصلی در گام t و a_t^i عمل محلی در گام t که با توجه به سیاست عامل در قاعده R_i انتخاب می‌شود. همچنین $\phi_i(x_t)$ تابع پایه فازی می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi_i(x) = \frac{\Phi_i(x)}{\sum_{i=1}^{k} \Phi_i(x)} \quad (۵)$$

همچنین مقدار $Q(x_t, a_t^G)$ که ارزش حالت x_t را به ازای عمل a_t^G معین می‌کند به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q(x_t, a_t^G) = \sum_{i=1}^{k} Q(s_i, a_t^i)\phi_i(x_t) \quad (۶)$$

با توجه به الگوریتم sarsa اکنون باید ارزش هر حالت- عمل را بروز رسانی نماییم. رابطه بروز رسانی به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &\text{Target}Q(s_i, a_t^i) = Q(s_i, a_t^i) + \alpha\tilde{\varepsilon}_{t+1}\phi_i(x_t) \\ &\tilde{\varepsilon}_{t+1} = r_{t+1} + \gamma Q(x_{t+1}, a_{t+1}^G) - Q(x_t, a_t^G) \end{aligned} \quad (۷)$$

اکنون باید مقدار $Q(s_i, a_t^i)$ را به ازای $i = 1, 2, \ldots k$ بروز رسانی کنیم. برای به روز رسانی‌یک خطای MSE را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &e(s_i, a_t^i) = \text{target}Q(s_i, a_t^i) - Q(s_i, a_t^i) \\ &E(s_i, a_t^i) = 0.5e(s_i, a_t^i)^2 \end{aligned} \quad (۸)$$

حال بر اساس‌این خطا و روش‌های بهینه سازی می‌توانیم پارامترهای $Q(s_i, a_t^i)$ را به روز رسانی کنیم. الگوریتم‌های بهینه سازی می‌توانند از خانواده گرادیان نزولی‌یا کمترین مربعات بازگشتی ویا الگوریتم‌های بهینه سازی هوشمند باشند. الگوریتم کامل در ادامه آمده است. برای هر متغیری که در ساخت یک حالت شرکت می‌کند بر اساس دامنه ای که دارد چند مجموعه فازی در نظر می‌گیریم. سپس با توجه به‌این مجموعه‌های فازی قسمت مقدم قوانین فازی را می‌سازیم. بردار وزنهای $w_{k\times(n+1)}$ را برای هر عمل مقدار دهی اولیه می‌نماییم. k تعداد قوانین و n تعداد متغیرهای سازنده هر حالت می‌باشند. بدیهی است که اگر m عمل داشته باشیم m تا بردار $w_{k\times(n+1)}$ خواهیم داشت.برای هر اپیزود گام‌های زیر را تکرار می‌کنیم:

۱- $t = 0$ و از حالت اولیه x_0 شروع می‌کنیم و با توجه به سیاست عامل‌یک عمل محلی در هر قاعده انتخاب می‌شود. سپس بر اساس رابطه (۴) عمل اصلی a_0^G را انتخاب کنید.

۲- برای گام t در اپیزود کارهای زیر را انجام بده:

۲-۱- با انجام عمل a_t^G به حالت جدید x_{t+1} بروید و پاداش r_{t+1} را دریافت کنید.

۲-۲- ارزش حالت-عمل $Q(x_t, a_t^G)$ و $Q(x_{t+1}, a_{t+1}^G)$ (برای محاسبه‌این مقدار به a_{t+1}^i برای هر قاعده نیاز داریم که با توجه به سیاست عامل تعیین می‌شود) را با توجه به رابطه (۶) بدست آورید.

۲-۳- بر اساس رابطه (۷)، مقدار target را برای هر عمل انتخاب شده در هر قاعده بدست آورید

۲-۴- برای اعمالی که در هر قاعده انتخاب شده‌اند یک تابع خطا به فرم (۸) بدست آورده و مقادیر w را بر اساس‌یک الگوریتم بهینه سازی به روزرسانی کنید

۲-۵- $a_t^i = a_{t+1}^i$, $x_t = x_{t+1}$.

۳- چنانچه x_t یک حالت پایانی است پایان در غیراین‌صورت $t = t+1$ و برگرد به گام ۲.

۳- مساله پارک کامیون

۳-۱- معرفی مساله

دراین مساله‌یک کامیون داریم. مکان کامیون توسط سه متغیر y,x,φ مشخص می‌شود. φ زاویه کامیون نسبت به محور افق و y,x مختصات محل کامیون می‌باشد. کنترل کامیون با فرمان صورت می‌پذیرد بدین معنی که فرمان را در زاویه مورد نظر قرار می‌دهیم و بایک فشار پدال گاز کامیون‌یک واحد حرکت می‌کند. زاویه فرمان را θ می‌نامیم. دراین مساله فرض می‌کنیم فضای کافی بین محل پارک و کامیون وجود دارد لذا از متغیر y صرف نظر می‌کنیم. لذا در پی طراحی کنترل کننده ای هستیم که ورودی‌های آن x,φ و خروجی آن θ می‌باشد. یعنی هر لحظه با توجه به موقعیت کامیون معین شود که فرمان چند درجه باید چرخانده شود. دامنه تغییراین متغیرها به شکل $\theta \in [-40^\circ,-40^\circ]$و $\phi \in [-90^\circ,270^\circ]$ و $x \in [0,20]$ است. هدف نهایی پارک کامیون در محل $x=10$ و $\varphi = 90$ می باشد. معادلات این سیستم به صورت زیر می باشد:

$$x(t+1) = x(t) + \cos\big(\varphi(t)+\theta(t)\big) + \sin\big(\theta(t)\big)\sin\big(\varphi(t)\big) \quad (۹)$$

$$y(t+1) = y(t) + \sin\big(\varphi(t)+\theta(t)\big) - \sin\big(\theta(t)\big)\cos\big(\varphi(t)\big) \quad (۱۰)$$

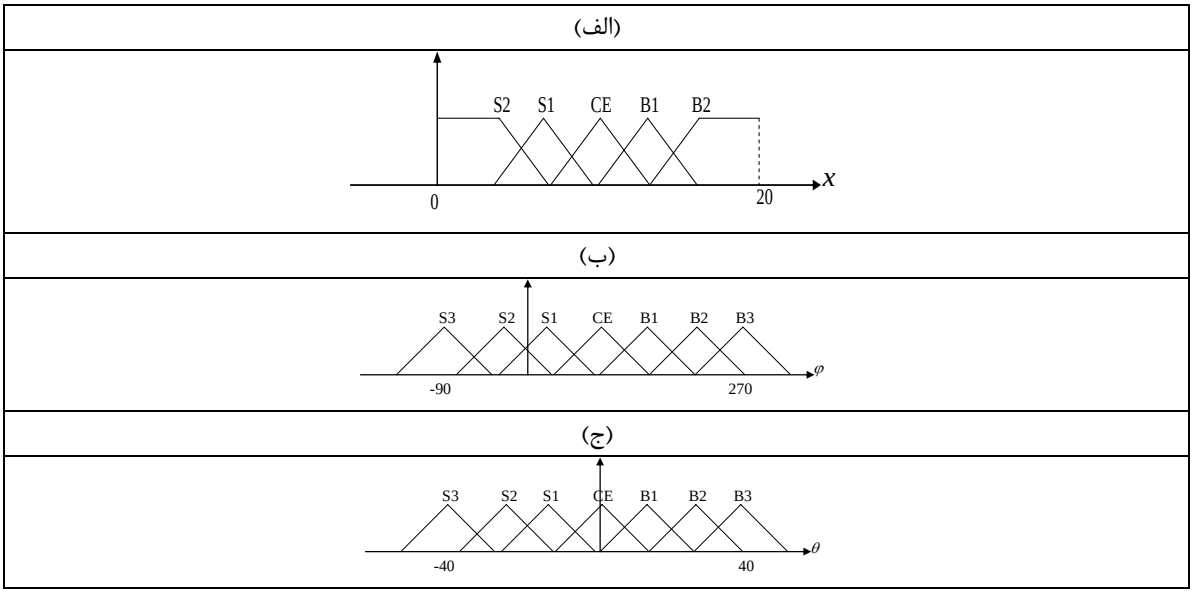
$$\varphi(t+1) = \varphi(t) - \sin^{-1}\left[\frac{2\sin(\theta(t))}{b}\right] \quad (۱۱)$$

۳-۲- مساله پارک کامیون به عنوان مساله یادگیری تقویتی

نکاتی که برای حل مساله پارک کامیون با الگوریتم پیشنهادی قابل توجه است در ادامه آمده است:

فازی کردن حالت ها و عمل ها

در این مساله هر حالت ازمحیط به صورت زوج $< x,\varphi >$ مشخص می شود. برای فازی کردن حالت‌ها پنج مجموعه فازی مطابق شکل (۱) قسمت الف برای x و هفت مجموعه مطابق شکل(۱) قسمت ب برای φ در نظر می گیریم. برای زاویه فرمان یا همان عمل نیز مطابق شکل(۱) قسمت ج هفت مجموعه در نظر می‌گیریم.



شکل(۱) : مجموعه های فازی برای حالتها و عملها. الف) متغیرx از فضای حالت ب) متغیر φ از فضای حالت ج) عمل یا زاویه فرمان θ.

همان‌گونه که در شکل(۱) مشخص است توابع تعلق به صورت مثلثی هستند و به صورت یکنواخت در فضای ورودی توزیع شده‌اند.

چگونگی تعیین نقاط شروع برای اپیزودها

نقاط شروع باید به گونه‌ای باشد که به صورت یکنواخت در حالت‌های مساله توزیع شود. برای رسیدن به این هدف متغیر x را از ۱ تا ۲۰ با گام یک تغییر می دهیم، لذا ۲۰ مقدار برای x بدست می آید. برای هر یک از این مقادیر x زاویه φ را از ۹۰- تا ۲۷۰، با گام ۱۰ تغییر می دهیم لذا ۳۶ حالت برای متغیر φ نیز ایجاد می‌شود. مشاهده می‌شود که در مجموع ۷۲۰ حالت آغازین داریم که اپیزودها را از این نقاط شروع می کنیم.

چگونگی اختصاص پاداش

برای پاداش به این‌گونه عمل شده است یک بازه برای x و یک بازه برای φ در نظر گرفته‌ایم. این بازه در ابتدای کار کلیه محدوده مجاز یعنی $[0,20]$ برای x و $[-90,270]$ برای φ می باشد. سپس با متناسب افزایش تعداد اپیزودها این بازه ها به سمت نقطه هدف کوچک می شوند تا نهایتا در اپیزودهای پایانی بازه ها تبدیل به نقاط هدف می گردند. حال برای اختصاص پاداش چنان‌چه عامل در اثر عملی که انجام می دهد در بازه تعیین شده باشد متناسب با بزرگی بازه یا به عبارت بهتر متناسب با شماره اپیزود یک پاداش مثبت دریافت می کند؛ و اگر خارج از بازه تعیین شده برود همین پاداش را به صورت منفی دریافت می کند و بیشترین مقدار این پاداش در اپیزود(های) پایانی و برابر با ۱ می باشد. بدیهی است که کمترین مقدار این پاداش۱- است. در هر اپیزود اختصاص پاداش دو حالت استثنا دارد. یکی وقتی به نقطه هدف برسد که در این صورت پاداش ۱۰۰ را به عنوان یک جایزه بزرگ دریافت می کند و یکی وقتی که از محدوده مجاز خارج شود که در این صورت با ۱۰۰- تنبیه می شود. اگر عامل در اثر عملی که انجام می دهد در بازه تعیین شده باشد اپیزود به پایان می رسد. اگر نباشد تا زمانی ادامه می دهد که یا در بازه تعیین شده قرار بگیرد یا از فضای مجاز خارج شود.

۴- تعیین پارامترها و نتایج شبیه سازی

در شبیه سازی‌ها مقدار α را برابر با ۰.۵، γ را برابر با ۰.۹ و نرخ آموزش الگوریتم گرادیان نزولی را برابر با ۰.۰۱ در نظر گرفته ایم. تعداد عمل‌ها را در هر اپیزود حداکثر ۱۰۰ تا لحاظ کرده ایم. میانگین نتایج را به ازای ۱۵ بار اجرا به ازای تعداد اپیزودهای مختلف در جدول (۱) مشاهده می نمایید. واریانس جواب‌ها تقریبا صفر می باشد. ستون اول در جدول تعداد اپیزودها، ستون دوم درصد حالتهایی که با توجه به ۷۲۰ حالت آزمایش در نظر گرفته شده و منجر به حالت نهایی گشته است. برای آزمایش ۱۰۰ حالت در محدوده مجاز به صورت تصادفی ایجاد می کنیم و آن را با استفاده از جدول Q بدست آمده آزمایش می نماییم. نتایج این آزمایش را در ستون سوم جدول مشاهده می نمایید.در فضای مجاز حالت‌هایی هستند که هرگز به هدف منجر نمی شوند وبا یک تعداد حرکت(هر حرکتی باشد) از فضای مجاز مساله خارج می شوند. در ستون‌های چهارم و پنجم نتایج شبیه سازی با حذف این حالت ها را مشاهده می نمایید(حالت هدف با یک بازه کوچک قابل قبول است $\Delta x = 0.5, \Delta\varphi = 5^\circ$).

جدول(۱): نتایج شبیه سازیها.(الف): درصد تعداد حالت‌هایی که در اپیزود نهایی به هدف رسیده اند. (ب): درصد حالت‌هایی که در حالت‌های آزمایش به هدف رسیده اند. (ج): درصد تعداد حالت‌هایی که در اپیزود نهایی به هدف رسیده اند(با حذف حالت‌های محال). (د): درصد حالت‌هایی که در حالت‌های آزمایش به هدف رسیده اند.

تعداد اپیزودها	(الف)	(ب)	(ج)	(د)
۵۰۰۰	۷۵	۶۸	۸۹	۸۵
۱۰۰۰۰	۸۶	۸۱	۹۵	۹۳
۲۰۰۰۰	۹۴	۹۳	۱۰۰	۱۰۰
۴۰۰۰۰	۹۷	۹۷	۱۰۰	۱۰۰

۵- نتیجه گیری

در این مقاله برای یادگیری در محیط های پیچیده که هم دارای فضای حالت و هم فضـای عمـل پیوسـته هسـتند، الگـوریتمی پیشـنهاد دادیم. این الگوریتم ابتدا جدول ارزش- عمل را فازی می نمود، سپس با توجه به حالت ورودی بر اساس اسـتنتاج فـازی عمـل مطلـوب را پیدا نموده سپس با الگوریتم sarsa ی فازی شده و الگوریتم گرادیان نزولی وزن‌های جدول را به روز رسانی می کرد. از ویژگی‌های مهـم این الگوریتم تطبیق پذیر بودن جدول فازی آن می باشد که با توجه به نتایج بدست آمده در بخش قبل کارایی بالایی دارد. علاوه بـر ایـن الگوریتم مطرح شده برای تصمیم گیری نیازی ندارد که به او یاد داده شود چه تصمیمی بهینه است، بلکه خـود بـا سـعی و خطـا تصـمیم گیری بهینه را یاد می گیرد. این موضوع سبب می گردد تا برای تصمیم گیری در سیستم‌های پیچیده بی نیاز از دانش فرد خبره باشیم.
سپس از الگوریتم پیشنهادی استفاده نموده و مساله پارک کامیون را برای نخستین بار با الگوریتم یادگیری تقویتی حل نمودیم. یک نکته مهم در این مساله چگونگی اختصاص پاداش می باشد که آن را نیز با یک ایده ابتکاری مطرح نمودیم. در موفقیت نهایـت کـار خـود را بـا شبیه سازی الگوریتم و نمایش نتایج نشان دادیم.

مراجع

[1] R. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.

[2] L. P. Kaelbling, M. L. Littman and A. W. Moore, *Reinforcement learning: A survey*, J. Artif. Intell. Res., vol. 4, pp. 237–287, 1996.

[3] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, *Neuro-Dynamic Programming*. Belmont, MA: Athena Scientific, 1996.

[4] R. Sutton, *Learning to predict by the methods of temporal difference*, Mach. Learn., vol. 3, no. 1, pp. 9–44, Aug. 1988.

[5] C. Watkins and P. Dayan, *Q-learning*, Mach. Learn, vol. 8, no. 3/4, pp. 279–292, 1992.

[6] D. Vengerov, N. Bambos, and H. Berenji, *A fuzzy reinforcement learning approach to power control in wireless transmitters*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern., vol. 35, no. 4, pp. 768–778, Aug. 2005.

[7] H. R. Beom and H. S. Cho, *A sensor-based navigation for a mobile robot using fuzzy logic and reinforcement learning*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 25, no. 3, pp. 464–477, Mar. 1995.

[8] C. I. Connolly, *Harmonic functions and collision probabilities*, Int. J.Rob. Res., vol. 16, no. 4, pp. 497–507, Aug. 1997.

[9] W. D. Smart and L. P. Kaelbling, *Effective reinforcement learning for mobile robots*, in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom., 2002,pp. 3404–3410.

[10] T. Kondo and K. Ito, *A reinforcement learning with evolutionary state recruitment strategy for autonomous mobile robots control*, Robot. Auton. Syst., vol. 46, no. 2, pp. 111–124, Feb. 2004.

[11] M. Wiering and J. Schmidhuber, *HQ-learning*, Adapt. Behav, vol. 6, no. 2, pp. 219–246, 1997.

[12] A. G. Barto and S. Mahanevan, *Recent advances in hierarchical reinforcement learning*, Discret. Event Dyn. Syst.: Theory Appl., vol. 13, no. 4, pp. 41–77, Oct. 2003.

[13] R. Sutton, D. Precup, and S. Singh, *Between MDPs and semi-MDPs: A framework for temporal abstraction in reinforcement learning*, Artif. Intell., vol. 112, no. 1, pp. 181–211, Aug. 1999.

[14] T. G. Dietterich, *Hierarchical reinforcement learning with the MAXQ value function decomposition*, J. Artif. Intell. Res., vol. 13, pp. 227–303, 2000.

[15] G. Theocharous, *Hierarchical learning and planning in partially observable Markov decision processes*, Ph.D. dissertation, Michigan State Univ., East Lansing, MI, 2002.

[16] A. J. Smith, *Applications of the self-organising map to reinforcement learning*, Neural Netw., vol. 15, no. 8/9, pp. 1107–1124, Oct. 2002.

[17] P. Y. Glorennec and L. Jouffe, *Fuzzy Q-learning*, in Proc. 6th IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst., 1997, pp. 659–662.

[18] S. G. Tzafestas and G. G. Rigatos, *Fuzzy reinforcement learning control for compliance tasks of robotic manipulators*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern., vol. 32, no. 1, pp. 107–113, Feb. 2002.

[19] M. J. Er and C. Deng, *Online tuning of fuzzy inference systems using dynamic fuzzy Q-learning*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern., vol. 34, no. 3, pp. 1478–1489, Jun. 2004.

[20] C. L. Chen, H. X. Li, and D. Y. Dong, *Hybrid control for Robot Navigation: A hierarchical Q-learning algorithm*, IEEE Robot. Autom. Mag., vol. 15, no. 2, pp. 37–47, Jun. 2008.

[21] S. Whiteson and P. Stone, *Evolutionary function approximation for reinforcement learning*, J. Mach. Learn. Res., vol. 7, pp. 877–917, Dec. 2006.

[22] M. Kaya and R. Alhajj, *A novel approach to multiagent reinforcement learning: Utilizing OLAP mining in the learning process*, IEEE Trans.Syst., Man, Cybern. C, Appl. Rev., vol. 35, no. 4, pp. 582–590, Nov.2005.

[23] J. S. R. Jang, C. T. Sun and E. Mizutani, *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1997.
Wang, Lie-Xin, A Course in fuzzy system and control, Prentice Hall PTR,pp157-160,1997

زهرا معینی*، دانشگاه آزاد اسلا می واحد علوم و تحقیقات
آدرس پست الکترونیکی: **zahra.moeini@gmail.com**

وحید صیدی قمشه، دانشگاه آزاد اسلا می واحد علوم و تحقیقات
آدرس پست الکترونیکی: **seydi@ieee.org**

محمد تشنه لب، دانشکده مهندسی برق دانشگاه خواجه نصیر طوسی
آدرس پست الکترونیکی: **Teshnehlab@eetd.kntu.ac.ir**

*سخنران

پارک هوشمند اتومبیل همراه با موانع ثابت و متحرک

مرتضی شرفی، آصف زارع و علی وحیدیان کامیاد

چکیده. طراحی مسیر حرکت رو به عقب اتومبیل در بین موانع ثابت و متحرک به شکل بهینه یکی از پیچیده ترین مسایل در حیطه مهندسی است که با توجه به جنس، شکل، و نوع حرکت اتومبیل و همچنین محدودیت زمانی در دستیابی به هدف، پیچیدگی های آن افزایش می یابد . در این مقاله با استفاده از جدول جستجو برای طراحی سیستم های فازی از روی داده های ورودی خروجی به کمک استلزام ممدانی حرکت رو به عقب اتومبیل شبیه سازی شده است. پس از شبیه سازی حرکت رو به عقب اتومبیل، این کار با قرار دادن یک سری موانع در مسیر حرکت اتومبیل توسعه داده شده است. در ابتدا فرض شده که موانع ثابت باشند و مسیر یابی با موانع ثابت صورت پذیرفته است. در ادامه موانع را به صورت متحرک در نظر گرفته و سعی شده است که اتومبیل بتواند محل پارک اصلی خود را با عبور از بین موانع ثابت و متحرک بیابد. این کار به گونه ای صورت گرفته است که تعداد موانع می تواند نا محدود و حرکت موانع هم می تواند به صورت کامل تصادفی تعریف شود. در هر صورت اتومبیل برای یافتن جایگاه پارک، باید حرکت خود را با موانع چه ثابت و چه متحرک وفق دهد که همان طور که در نتایج مشاهده می کنید این کار به خوبی صورت پذیرفته است.

۱- مقدمه

به صورت عامیانه، دانش بشری را در زمینه یک مسئله فنی خاص می توان به دو دسته تقسیم نمود: دانش خودآگاه و دانش ناخود آگاه. در دانش خود آگاه منظور این است که دانش را می توان به صورت صریح و در قالب کلمات بیان کرد و در دانش ناخودآگاه منظور ما وضعیت هایی است که انسان خبره می داند چه کاری انجام می دهد ولی نمی تواند آن را به طور دقیق در قالب کلمات بیان کند. در دانش خودآگاه ما خیلی ساده می توانیم از انسان خبره بخواهیم رفتار خود را در قالب عبارت های اگر آنگاه فازی بیان کرده و آن را در سیستم های فازی قرار دهیم. یا می توانیم به شخص خبره بگوییم که انجام کار را به ما نشان دهد و هنگامی که او در حال نمایش است، ما او را به دید جعبه سیاه نگریسته و ورودی ها و خروجی های او را مورد سنجش قرار می دهیم. در این حالت دانش ناخودآگاه به مجموعه ای از زوج های ورودی خروجی تبدیل می شود[۱۳].

برنامه ریزی مسیر (path planning) دامنه ای وسیع تر از مهندسی کنترل دارد. و در طول ۱۵ – ۲۰ سال گذشته مکررا رشد کرده و بصورت بخش مهمی در سیستم های کنترل هوشمند در آمده است.

مسیر: با شنیدن کلمه مسیر اولین موضوعی که به ذهن می رسد این است که هدفی را در موقعیتی نشان می دهد. و منحنی ای است که چگونگی رسیدن یک جسم متحرک به هدف با طی کمترین مسافت را مشخص می کند.

در سال ۱۹۹۱ شخصی به نام جی-سی-لتمبه (J.C.Latombe) مقاله ای نظری و نه کاربردی در این زمینه ارائه نمود که بعد ها مرجع بسیاری از تئوری ها و تجربیات بعدی بر اساس کاربرد های آن گردید. بعد از حدود یک دهه اولین کتابی که در این زمینه منتشر شد توسط ام-بردلی (M.Bardly) و دیگران ارائه گردید.[۱]

ده سال تحقیقات و تجربیات به روشن شدن این موضوع کمک کرد که : فرآیند حرکت می تواند بسیار موثر تر و سازمان یافته تر باشد به شرط این که جسم در محیط آزمایش بصورت همزمان بتواند موقعیت خود و موانع را تعیین نماید.

در تحقیقات فعلی تکنیک کلی و عملی، شناسایی جزییات محیط حرکت اتومبیل است که سپس این جزییات به الگوریتم های مورد نظر اعمال می شوند.

تحقیقات وسال ها تلاش باعث خلق تئوری غنی موقعیت محیطی و فضایی بوسیله تبدیلات quad_tree شد. [۲]

در ادامه کوشش شد که موقعیت محیط به یک سیستم با ساختار خودسازمانده توزیع شده اعمال شده و با نام SoBoS[1] مطرح گردید.

سئوال بعدی که باید برای آن جوابی پیدا می شد این بود که:

رابطه بین دینامیک محیط و طراحی مسیر چیست؟ [۳]

در ادامه تمام نتایج کارهای قبلی در چارچوب تئوری کوتاهترین خطوط ترسیمی[2] آمده که منجر به نوع معادلات هامیلتون-ژاکوبین[3] گردید.

1 Self_organization Body Schema

2 Minimal-Geodesics Theory

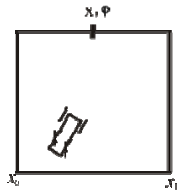
3 Hamilton-Jacobi

پس از آن شبکه های عصبی در طراحی مسیر جا پایی برای خود باز کردند.[۴] و بلافاصله کنترل کننده های پیش بین برای بهبود عملکرد روش های معمول برای اجتناب از برخورد روبات ها با موانع پیشنهاد گردیده و مسائل گوناگونی نیز با الگوریتم های پیش بین حل گردید.[۵و۶]

در ادامه کار دو دانشمند بنام های وانهام-رامات (Wonham-Ramatge) تئوری کنترل را با ادغام در تئوری مسیریابی با نام جدید "کنترل نظارتی" بیان کردند. این تئوری نتایجی موثر از خود نشان داد و به تدریج پایه ای برای کنترل نظارتی گردید و کم کم رشد کرده و جهت طراحی مسیر نیز برای سیستم های همواره گسسته بصورت فرموله درآمد. این سطح نظارتی می تواند پیش بینی متغیر[1] نیز نامیده شود.

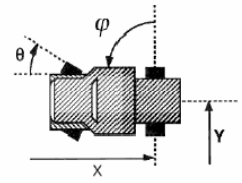
۲- طرح مسئله

حرکت رو به عقب کامیون در یک بار انداز برای حمل بار یک مسئله کنترل غیر خطی است. با استفاده از روش کنترل متعارف، ما می توانیم ابتدا یک مدل ریاضی از سیستم تهیه کرده، سپس طراحی یک کنترل کننده را بر اساس تئوری کنترل غیر خطی انجام دهیم. راه حل دیگر، طراحی کنترل کننده ای است که رفتار انسان را شبیه سازی کند. که ما راه حل دوم را انتخاب نموده ایم. فرض بر این بوده است که یک راننده با تجربه در دسترس بوده و ما می توانیم وضعیت های مختلف کامیون و رفتار متناظر با آن را هنگامی که کامیون را رو به عقب می راند، بسنجیم. کامیون و ناحیه بار گیری (پارک) در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۱- نموداری شماتیک از اتومبیل مورد نظر و محل پارک این اتومبیل

مکان کامیون توسط سه متغییر حالت y, x, φ تعیین می شوند.



شکل ۲- متغییر های حالت موثر در حرکت هوشمند اتومبیل رو به عقب

θ = زاویه چرخها

φ = زاویه کامیون

x , y = مکان فعلی کامیون

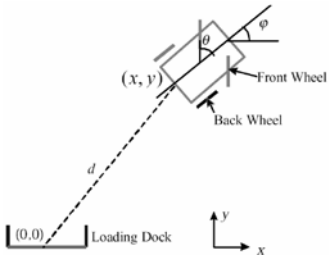
کنترل کامیون از طریق زاویه فرمان θ صورت می گیرد. و فقط حرکت رو به عقب در اینجا مجاز می باشد. کامیون در هر مرحله با یک تغییر مکان ثابت عقب می رود. فرض شده است که فاصله کافی بین کامیون و محل پارک وجود دارد به نحوی که لازم نیست y را به عنوان یک متغیر حالت در نظر بگیریم. هدف طراحی کنترل کننده ای است که ورودی های آن (x,φ) و خروجی آن θ باشد به گونه ای که حالت نهایی در $(x_f,\phi_f)=(50,90^\circ)$ خواهد بود. فرض بر این است که :

$$x\in[0,100],\varphi\in[-90^\circ,270^\circ],\theta\in[-40^\circ,40^\circ]$$

بدین معنی که :

$$V=[-40^\circ,40^\circ]\ ,\ U=[0,100]\times[-90^\circ,270^\circ]$$

1 Variable lookahead

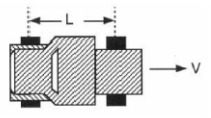


شکل ۳- بررسی وضعیت چرخ ها و نیز محل قرارگیری نهایی اتومبیل

ابتدا زوج های ورودی – خروجی $(x^p, \varphi^p; \theta^p)$ را تولید می کنیم. که این کار با سعی و خطا و تجربه شخص خبره صورت گرفته است.

محدودیت های حل مساله :

- سرعت کامیون ثابت و برابر V است.
- طول کامیون برابر L است.



شکل ۴- محدودیت های موجود در اتومبیل برای حرکت در مسیر مورد نظر

برای شبیه سازی سیستم کنترل، ما به مدل ریاضی کامیون نیاز داریم. برای این منظور از مدل تقریبی زیر استفاده می کنیم[۱۳]:

$$x(t+1) = x(t) + \cos[\varphi(t) + \theta(t)] + \sin[\theta(t)]\sin[\varphi(t)]$$

$$y(t+1) = y(t) + \sin[\varphi(t) + \theta(t)] - \sin[\theta(t)]\cos[\varphi(t)]$$

$$\varphi(t+1) = \varphi(t) - \sin^{-1}\left[\frac{2\sin(\theta(t))}{l}\right]$$

برای راحتی محاسبات جهت استفاده در نرم افزار MATLAB می توان این فرمول ها را به صورت مختلط نمایش داد:

$$p = x + jy$$

$$\frac{dp}{dt} = V(\cos\theta)e^{j\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{V}{L}\sin\theta$$

طول و سرعت کامیون نیز در برنامه تعریف شده ، قابل تغییر است.

۳- طراحی مجموعه های کنترل فازی

در اینجا به توضیح چگونگی پیاده سازی مجموعه های فازی در MATLAB می پردازیم.

مجموعه های فازی این مساله عبارتند از :

مجموعه مکان طولی کامیون :

خیلی راست ، راست ، وسط ، چپ ، خیلی چپ

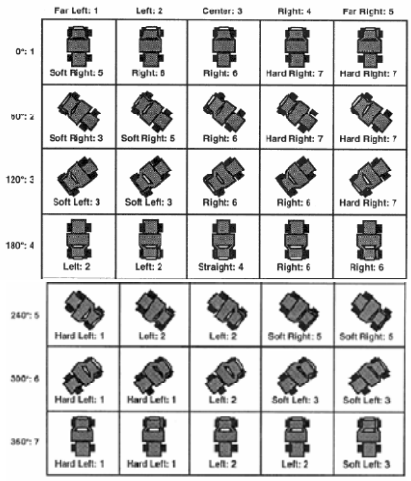
مجموعه زاویه کامیون (به درجه) :

۰ ، ۶۰ ، ۱۲۰ ، ۱۸۰ ، ۲۴۰ ، ۳۰۰ ، ۳۶۰

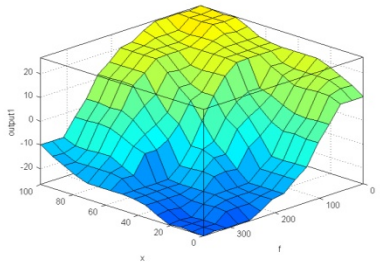
مجموعه زاویه چرخها :

راست سریع ، راست ، راست به آرامی ، مستقیم ، چپ به آرامی ، چپ ، چپ سریع

در کل ۳۵ قانون فازی خواهیم داشت که عبارتند از :



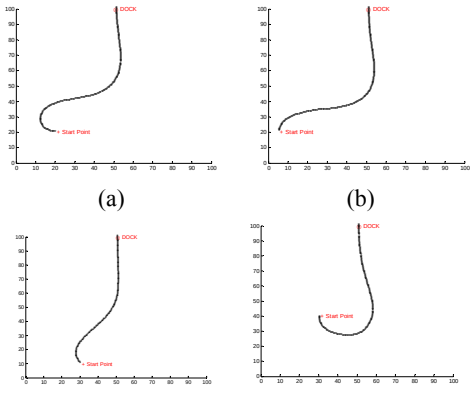
شکل ۵- مجموعه قواعد فازی تولید شده



شکل ۶- نمایش سطح کنترل برای کنترل کننده فازی

برنامه تا وقتی به مقصد نرسیده و یا به دیواره ها برخورد نکرده است اجرا می شود و در صورتی که فضای کافی برای حرکت نداشته باشد(به دیواره ها برخوردکند) متوقف می شود.

۳۵ قاعده فازی بیان شده ی کنترل کننده فازی با موفقیت خط سیر اتومبیل را از هر شرایط اولیه ای از نقطه شروع به پایان تولید می کند. نتیجه نهایی برنامه برای چند شرط اولیه دلخواه به قرار زیر است:



(a) (b)

(c) (d)

شکل ۷- نمونه هایی از ساختار حرکتی کنترل کننده فازی برای موقعیت های اولیه مختلف (x, y, φ). که شکل (a) مربوط به شرایط اولیه $(20,20,270)$ و (b) $(5,20,180)$ و (c) $(3,10,220)$ و در نهایت (d) $(30,40,-10)$ می باشد.

۴- طراحی کنترل کننده فازی جهت حرکت رو به عقب اتومبیل با وجود موانع ثابت و متحرک

۴-۱- توپولوژی مسئله طراحی مسیر

یک مجموعه مانند X یک فضای توپولوژی نامیده می‌شود اگر هر مجموعه از زیر مجموعه های X مجموعه ای باز باشد بطوری که شرایط زیر حفظ شوند:

۱- اجتماع تعداد قابل شمارشی از مجموعه های باز خود یک مجموعه باز باشد.

۲- فصل مشترک تعداد محدودی از مجموعه های باز یک مجموعه باز باشد.

مجموعه های باز و بسته مستقیما در تعریف توپولوژی ظاهر می‌شوند. فرض کنید X یک فضای توپولوژی باشد در این صورت یک زیر مجموعه $C \subset X$ بصورت یک مجموعه بسته تعریف شده است اگر و فقط اگر $C \setminus X$ یک مجموعه باز باشد.

همانگونه که ملاحظه گردید نقاط مرزی مجموعه ها مهمترین نقاط قابل بحث یک مجموعه هستند. البته شرایط گوناگونی وجود دارد که تحت آن شرایط یک نقطه ،نقطه مرزی نامیده شود. اگر X یک توپولوژی و U یک زیر مجموعه دلخواه از X و x یک عضو X باشد شرایط زیر تعلق x به U را معین می‌کند:

۱- x می‌تواند در همسایگی U باشد.

۲- x می‌تواند داخل Uباشد.

۳- x می‌تواند روی مرز U باشد.

مجموعه U می‌تواند شامل یکی از مرز های X باشد یا نباشد. مثالی از توپولوژی در R^n را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

می‌خواهیم برای هر عدد صحیح n، $X = R^n$ بصورت یک توپولوژی باشد که این خود مستلزم توصیف یک مجموعه باز است.

همانگونه که ملاحظه می‌شود همه فضا را می‌توان با استفاده از اجتماع کره های باز نمایش داد. برای حالت های ۲ بعدی نیز می‌توان از دایره های باز برای پوشش مجموعه های دلخواه در محیط استفاده نمود. از تعاریف فوق و توابع اولیه می‌توان محدوده هر مانعی را بصورت دلخواه بیان نمود.

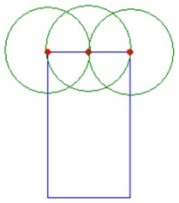
۵- پیکر بندی موانع

تا قبل از این مرحله C را به عنوان کل فضای مسئله تعریف نمودیم. در این قسمت بخش هایی از C را که اتومبیل ممکن است با آنها که به عنوان مانع معرفی می‌شوند برخورد کند، قسمت حذف شده از C با نام ناحیه مانع شناخته می‌شود. قسمت باقی مانده C جایی است که صراحتاً می‌توان گفت اگر مسئله جواب داشته باشد، جواب مسئله در این قسمت واقع شده است. الگوریتم طراح مسیر باید مسیری را در قسمت باقی مانده C از نقطه شروع تا رسیدن به نقطه هدف بیابد.

حال به توضیح این می پردازیم که تشخیص موانع چطور انجام می شود. فرض می کنیم که سه سنسور فاصله یاب در عقب کامیون به شکل زیر نصب شده است. دایره های سبز نشان دهنده میدان دید این سنسور هاست. از سنسور وسط برای اندازه گرفتن فاصله کامیون از مانع استفاده می شود.

از سنسور های کناری برای تشخیص اینکه مانع در کدام سمت کامیون قرار دارد.

شکل تشخیص فاصله موانع در شکل زیر آمده است.



شکل ۸- قرار گیری سنسور های فاصله یاب برای تشخیص این که مانع در کدام سمت و در چه فاصله ای قرار دارد.

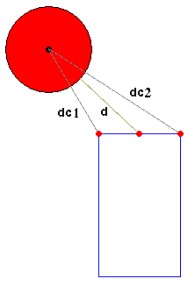
همانگونه که در شکل زیر مشاهده می شود، dc1 فاصله سنسور گوشه عقب سمت راست (از دید راننده کامیون) تا مانع است.

dc2 فاصله گوشه عقب سمت چپ (از دید راننده) از مانع و d فاصله عقب کامیون از مانع است.

در زمانی که dc1 از dc2 کوچکتر است یعنی مانع در سمت راست (از دید راننده) کامیون قرار دارد.

همچنین اگر dc1 بزرگتر از dc2 باشد یعنی مانع در سمت چپ کامیون (از دید راننده) قرار دارد.

سنسور های تعریف شده قابلیت تشخیص هرگونه مانعی در محدوده عملکرد خود دارند. که عموماً در عمل از سنسور های آلتراسونیک استفاده می شود که اساس عملکرد آنها نیز بر اساس سنجش فاصله می باشد.



شکل ۹- محل قرارگیری سنسور های مورد نظر و شیوه یافتن فاصله از مانع و نیز تشخیص سمت قرارگیری مانع مورد نظر

۶- بررسی حرکت رو به عقب اتومبیل از بین موانع ثابت

هنگامی که در مسیر حرکت رو به عقب تومبیل موانع ثابتی قرار گیرد، اتومبیل باید برای رسیدن به محل پارک، خود را با برخی از محدودیت های موجود در مسیر تطبیق دهد.

۶-۱- محدودیت های موجود

برخی از محدودیت های موجود را می توان به صورت زیر بیان نمود که اتومبیل باید در مواجه شدن با این محدودیت ها تصمیم درست را اتخاذ نموده و بتواند مسیر خود را جهت پارک در جایگاه مورد نظر تشخیص دهد.

الف) **اندازه مانع**:

در طول مسیر ممکن است موانعی با اندازه های مختلف قرار گیرد.

۱- ممکن است اندازه مانع آنقدر بزرگ باشد که مسیر موجود برای رسیدن به نقطه هدف را کاملاً پوشش داده و اتومبیل با شرایط اولیه داده شده ناگزیر از برخورد با مانع باشد. که در این حالت اتومبیل قبل از برخورد باید متوقف شود.

۲- همچنین ممکن است اندازه مانع آنقدر کوچک باشد که اتومبیل به راحتی بتواند از روی مانع عبور کند! که در این حالت باید کنترل کننده به گونه ای طراحی شود که اتومبیل را از روی مانع عبور دهد.

۳- و در نهایت اندازه مانع ممکن است به گونه ای باشد که انومبیل بتواند با تغییر مسیر خود از مسیر اصلی و تطبیق دادن خود با مانع، پس از عبور از مانع به محل پارک خود برود.

هر سه حالت بالا در طراحی کنترل کننده فازی، مد نظر قرار گرفته تا اتومبیل بتواند با حاشیه امنیت بیشتری طی مسیر کند.

ب) محل قرار گیری موانع

محل قرارگیری موانع در طی مسیر نیز اهمیت ویژه ای دارد. چرا که موانع می توانند:

۱- بگونه ای در مسیر قرار گیرند که اتومبیل نتواند با توجه به محدودیت اندازه ای که دارد از بین موانع ثابت موجود مسیر خود را بیابد و ناگزیر از برخود باشد.

۲- بگونه ای در مسیر قرار گیرند که اتومبیل بتواند با تغییر مسیر، از بین موانع گذشته و در نهایت به نقطه نهایی مورد نظر که همان محل پارک آن می باشد برسد.

۷- بررسی حرکت رو به عقب اتومبیل از بین موانع متحرک

آنچه در واقعیت اتفاق می افتد این است که در مسیر اتومبیل علاوه بر موانع ثابت، موانع متحرک نیز می تواند قرار بگیرد که اتومبیل ما باید بتواند در مواجه با موانع چه ثابت و چه متحرک عکس العمل مناسبی از خود نشان دهد. هنگامی که مانع متحرک در مسیر قرار می گیرد، یافتن مسیر برای اتومبیل کمی پیچیده تر می شود چرا که برخی محدودیت های جدید بوجود می آید. اتومبیل مورد نظر ما همانگونه که در ابتدا بیان شد دارای ابعاد و سرعت خاصی است. در مورد بعد یک اتومبیل که بحث شد ولی محدودیت سرعت اتومبیل که به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است در هنگام وجود موانع متحرک که آنها نیز دارای سرعتی غیر قابل اندازه گیری (البته برای اتومبیل مورد نظر) نیز می باشد یک محدودیت غیر قابل چشم پوشی به نظر می رسد.

برای رفع این مشکل دو راهکار به نظر می رسد.

۱- اول این که با وجود سنسور های نصب شده بر آن موقعیت مانع متحرک را تشخیص داده و با توجه به نرخ نزدیک شدن مانع به آن سرعت خود را کم و یا زیاد کند تا به مانع برخورد نکند. این راهکار زیاد عملی به نظر نمی رسد زیرا سرعت مانع ممکن است متغیر باشد و نیز با توجه به ثابت و یکنواخت در نظر گرفتن سرعت اتومبیل، این کار مناسب به نظر نمی رسد!

۲- دوم این که سرعت اتومبیل ما یکنواخت در نظر گرفته شود، اما با استفاده از سنسور های نصب شده بر روی اتومبیل در هر لحظه فاصله جسم متحرک تا اتومبیل ما سنجیده شود، و در صورت تشخیص برخورد با مانع اتومبیل مسیر خود را عوض کند به گونه ای

که با مانع برخورد نکند. ما از این روش برای مسیر یابی اتومبیل از بین مانع متحرک استفاده نمودیم. که البته واضح است آن را می توان به موانع ثابت و متحرک به طور همزمان تعمیم داد.

در حالتی که موانع ثابت در مسیر وجود دارند ابتدا باید اندازه و مکان دقیق مانع ها مشخص شوند. مانع ها را به صورت دایره ای در نظر گرفته شده اند که البته برای شکل مانع محدودیتی نداریم.

الگوریتم داده شده در بالا را برای دو مانع ثابت و یک مانع متحرک (که البته در تعداد موانع ثابت و متحرک محدودیتی نداریم) اجرا می کنیم.

اگر فاصله کامیون تا مانع کمتر از ۱۵ باشد ،

اگر مانع در سمت راست بود فرمان را ۱۵ درجه به سمت راست می چرخانیم تا عقب کامیون از مانع دور شود.

اگر مانع در سمت چپ بود فرمان را ۱۵ درجه به سمت چپ می چرخانیم تا عقب کامیون از مانع دور شود.

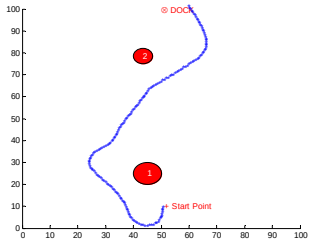
اگر فاصله کامیون تا مانع بیش از ۱۵ بود فرمان را به حالت اول برمی گردانیم. همین الگوریتم می تواند جهت موانع متحرک بیشتر نیز بکار رود که سرعت های مختلفی را می توان برای موانع انتخاب نمود.

کنترل کننده فازی با موفقیت وظایف محوله را به انجام رسانیده است.

در زیر می توان نتیجه برنامه را برای وضعیت های مختلف مشاهده نمود. شبیه سازی به گونه ای صورت گرفته است که برنامه قابلیت اضافه نمودن تعداد نامحدودی مانع ثابت و متحرک را دارا می باشد.

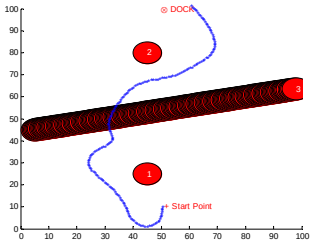
نتایج برنامه را در زیر می توانید مشاهده نمایید:

نمونه ۱ – مانع ثابت



شکل ۱۰- حرکت اتومبیل از بین دو مانع ثابت با اندازه های متفاوت و البته متعارف

نمونه ۲- مانع متحرک



شکل ۱۱- حرکت اتومبیل از بین دو مانع ثابت با اندازه های متفاوت و البته متعارف و یک مانع متحرک

۸- نتیجه گیری

با استفاده از کنترل کننده فازی بر اساس جدول جستجو توانستیم ابتدا مسیر مناسبی جهت پارک و یا محل بارگیری یک کامیون، بدون وجود موانع طراحی کنیم. در ادامه سعی شد که در طول مسیر موانع مختلفی به صورت ثابت و متحرک قرار گیرد. کنترل کننده فازی که طراحی شد با توجه به عملکرد تطبیقی خود توانست مسیر خود را به خوبی از میان موانع ثابت و متحرک تشخیص دهد.

مراجع

[1] M. Brady, et al, *Robot Motion: Planning and Control*, MIT Press, 1982.

[2] A. A. Maciejewski and J. J. Fox, *Path Planning and the Topology of Configuration Space*, IEEE Journal on Robotic and Automation, Vol. 9, No. 4, Aug, 1993, pp. 444-45.

[3] R. H. T. Chan, P. K. S. Tam, and D. N. K. Leung, *A Neural Network Approach for Solving the Path Planning Problem*, 0-7803-1254-6/1993 IEEE, pp. 2454-2457

[4] J. Domingo and J. Pelechano, ***Measurement and Storage of a Network of Jacobians as a Method for the Visual Positioning of a Robot Arm*** , Journal of Intelligent and Robotic Systems, Kluwer Acad. Publ., Vol 16, 1996, pp. 407-422.
[5] W. K Gawronski and T. Mlynar, ***Predictive Algorithm for Aiming an Antenna,*** NASA Tech. Briefs, Vol.17, No. 11, Item 10, Nov. 1993.
[6] N. H. McClamroch and D. Wang, ***Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots***, IEEE Trans, on Automatic Control, Vol. 33, 1988, pp. 419-426.
[7] Steven M. LaValle, ***PLANNING ALGORITHMS***, University of Illinois 2006
[8] M. Sharir. ***Algorithmic motion planning***. In J. E. Goodman and J. O'Rourke, editors,Handbook of Discrete and Computational Geometry, 2nd Ed., pages 1037–1064. Chapman and Hall/CRC Press, New York, 2004.
[9] Pashkar Hingwe and Jen-Yu Wang, Meihua Tai , Masayoshi Tomizoka, ***Lateral Control of Heavy Vehicles for Automated Systems*** California Path Program Institute of Transportation studies University of California, Berkeley.
[10] P.J. Huber, ***Robust Statistics***. New York: Wiley, 1981
[11] S.-G. Kong, and B. Kosko, ***Differential Competitive learning for centroid estimation and phoneme recognition*** , IEEE Trans.
B.kosko , ***fuzzy entropy and conditioning***,Inform. Sci., vol.40,pp.165-174, 1986
[۱۲] سیستم های فازی و کنترل فازی- لی وانگ- ترجمه دکتر محمد تشنه لب- انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی- فروردین۷۸

مرتضی شرفی*، عضو باشگاه پژوهشگران جوان واحد- دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد
آدرس پست الکترونیکی: **mortezasharafi@gmail.com**

آصف زارع، استادیار گروه کنترل دانشگاه آزاد اسلامی گناباد

علی وحیدیان کامیاد، استاد گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

*سخنران

سیستم تایید هویت انسان از روی سیگنال گفتار با استفاده از ANFIS در دو حالت نویزی و بدون نویز

زهره سوزنچی کاشانی، مهدی یعقوبی، محمدرضا اکبرزاده توتونچی

چکیده .درحال حاضر تحقیقات زیادی در گرایش‌های پردازش گفتار در سطح دنیا درحال انجام است که عموما از روش‌های هوش مصنوعی نظیر شبکه‌عصبی و الگوریتم ژنتیک استفاده می‌کنند. در این مقاله روشی مبتنی بر استفاده از سیستم استنتاج فازی بر مبنای شبکه تطبیقی **(ANFIS)** برای سیستم تایید هویت افراد ارائه کرده‌ایم. در روش پیشنهادی با جمع‌آوری داده-های گفتار فارسی، اقدام به شناسایی هویت گویندگان فارسی زبان می‌شود و برای این منظور سه دسته از ویژگی‌های گفتار استفاده می‌شود که عبارتند از: ضرایب پیشگویی خطی[۱] و طول کلمه، شدت[۲] و تن صدا[۳] و همچنین ویژگی‌های فرکانسی سیگنالهای صوت که با استفاده از سری فوریه استخراج شده است. نسبت پذیرش یا عدم پذیرش افراد توسط سیستم در دو حالت نویزی و بدون نویز با استفاده از **ANFIS**های با شعاع‌های گوناگون محاسبه شده است. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده این است که صدای افراد نیز برای سیستم تشخیص هویت مناسب است. در پایان، به مقایسه نتایج در دو حالت نویزی و بدون نویز می-پردازیم و نشان می‌دهیم که ویژگی‌های استخراج شده در برابر نویز مقاوم هستند.

۱. مقدمه

با وجود آنکه روش نام کاربر و کلمهٔ عبور از نظر پیاده‌سازی بسیار ساده می‌باشد، به این دلیل که تضمین نمی‌کند شخص دارندهٔ یک شناسهٔ مجاز همان شخصی است که شناسهٔ مزبور برای استفادهٔ اختصاصی او در نظر گرفته شده، امنیت مورد انتظار برای سیستمها را تأمین نمی‌نماید. امروزه ویژگی‌هایی که از آنها برای تعیین هویت استفاده می‌شوند عبارتند از: صدا، اثر انگشت، و عنبیه چشم[1]، که هریک از آنها از نظر استفاده و امنیت دارای مزایا و معایبی هستند. در میان همه آنها، صوت ویژگی پرکاربردتری است که برای کاربر نیز ساده است و سرعت بیشتری در تعیین اعتبار دارد. در زمینه تشخیص الگوی صوت توسط شبکه ANFIS تاکنون کار زیادی صورت نگرفته و در مقاله-های محدودی که وجود دارد بیشتر به این موضوع از دید عمومی و معرفی تکنیک پرداخته شده‌است. نتایج این تحقیق کاملا عملی و حاصل کار برنامه‌ای به زبان مطلب می‌باشد و نتایج به‌صورت جدول در پایان ارائه شده‌است. در برخی مقالات نمونه‌های صوت را بدون تغییر به عنوان ورودی شبکه عصبی در نظر گرفته‌اند، که این مسئله باعث طولانی شدن مراحل آموزش شبکه و حساسیت زیاد نتایج به نویز می‌باشد. روش ارائه شده در این مقاله بواسطه وجود یک مرحله تغییر داده‌های صوت، مقداری از مشکلات بالا را کم می‌کند، به‌این صورت که بعد از حذف سکوت[2]، برخی ویژگی‌ها از صدای افراد استخراج می‌شوند و سپس توسط ANFIS، عمل تعیین اعتبار از روی آن ویژگی‌ها انجام می-شود.

۲. سیستم تایید صوت

همانطور که مشخص است، براساس صدای افراد، می‌توان آنها را تشخیص داد، نه بر اساس پیغامی که می‌دهند. بنابراین می‌توان به عنوان سیستم بیومتریک از آن نام برد. سیستم تشخیص گوینده[۴] دو نوع می‌باشد، یکی بازشناسی گوینده[۵] و دیگری، تایید هویت گوینده[۶] [3]است. در سیستم تایید هویت، گوینده با ارائه یک شناسه، ادعای هویت یک کاربر خاص را می‌نماید و درصورت صحت ادعای او به عنوان فرد مجاز پذیرفته می‌شود اما در سیستم بازشناسی، گوینده عبارت عبور خود را بیان می‌کند و سیستم او را از بین تمام کاربران خود، تشخیص می‌دهد. همچنین سیستم تشخیص گوینده به دو دسته وابسته به متن و مستقل از متن نیز تقسیم میشود[4]. روش این مقاله بر اساس مفهوم تایید هویت‌گوینده می‌باشد. سیستم تایید هویت گوینده در اینجا، می‌تواند ۴ نوع تصمیم بگیرد:[5]

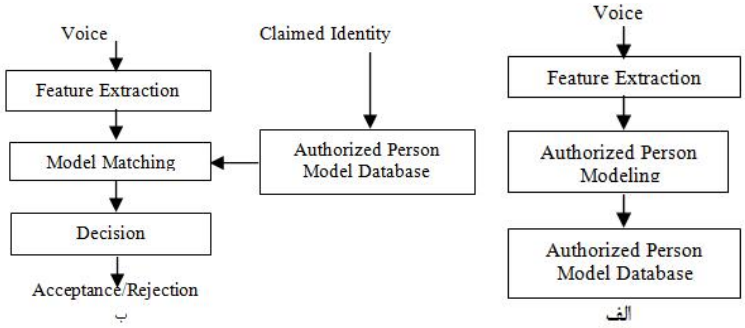
۱- فرد مجاز پذیرفته شود، ۲- فرد مجاز پذیرفته نشود، ۳- فرد غیر مجاز پذیرفته شود، ۴- فرد غیر مجاز پذیرفته نشود.

دقت سیستم مورد نظر، براساس نپذیرفتن افراد مجاز و پذیرفتن افراد غیرمجاز به‌دست می‌آید. مقدار به‌دست آمده از محاسبه مقدار نپذیرفتن افراد مجاز، به عنوان نرخ نپذیرفتن نادرست[۷] (FRR) و مقدار به‌دست آمده از محاسبه مقدار پذیرفتن افراد غیرمجاز، به عنوان نرخ پذیرش نادرست[۸] (FAR) به‌کار برده می شود. این مقادیر بر حسب درصد، به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$FRR=NFR/NAA*100\%$$
$$FAR=NFA/NIA*100\%$$

واژه‌های کلیدی: تشخیص هویت گوینده، سیستم استنتاج فازی بر مبنای شبکه تطبیقی(ANFIS) ، ضرایب پیشگویی خطی، ویژگی شدت و تن صدا، ویژگی‌های فرکانسی

که در اینجا، NFR[۹] وNFA[۱۰] تعداد پذیرفتن و نپذیرفتن نادرست و NAA[۱۱] و NIA[۱۲] تعداد کل دسترسی‌های افراد مجاز و غیرمجاز را نشان می‌دهد. شکل۱ ساختار اصلی سیستم تایید هویت‌گوینده را نشان می‌دهد، این سیستم نیز دارای دو فاز است.

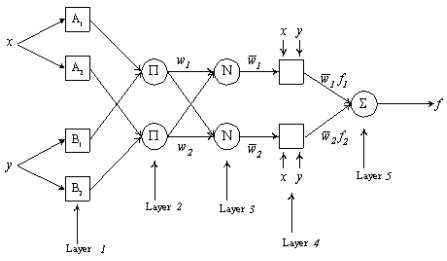


شکل ۱: شمای کلی از سیستم تایید هویت گوینده

فاز اول، آموزش یا فاز ثبت‌نام می‌باشد که در شکل ۱ قسمت الف نمایش داده شده است. در این فاز افراد مجاز ثبت‌نام می‌شوند و صدای آنها ضبط می‌گردد. سپس ویژگی‌های صداهای ضبط شده استخراج می‌شوند، که این ویژگی‌ها به عنوان مدل برای افراد مجاز استفاده می‌شوند. فاز دوم، در سیستم پیشنهادی، آزمایش یا فاز عملیاتی نامیده می‌شود که در شکل ۱ قسمت ب شرح داده شده‌است. در این مرحله، برای شناسایی افراد از آنها درخواست صدا می‌شود. سپس صدای آنها پردازش می‌شود و با صداهایی که به عنوان نمونه وجود دارند، مقایسه می‌شود. در این فاز تصمیمی که سیستم می‌گیرد براین اساس است که آیا ویژگی‌های استخراج شده با نمونه‌ها مطابقت دارند یا نه. برای اینکه پاسخ قطعی برای پذیرفتن یا نپذیرفتن افراد، وجود داشته باشد، باید یک حدآستانه در نظر گرفت. اگر مقدار تشابه بین صدای ورودی و نمونه‌ها بیشتر از حدآستانه باشد، پذیرفته می‌شوند، و اگرنه رد می‌شوند.

۳. شناسایی گوینده بر مبنای مدل ANFIS

در این بخش به بررسیANFIS می‌پردازیم که مخفف شبکه وفقی بر اساس سیستم استنتاج فازی می‌باشد. در ادامه به شرح مختصری در مورد معماری ANFIS می‌پردازیم: ANFIS توسط Jang پیشنهاد شد[6,7] و ساختار آن شامل قابلیت‌های استنتاج فازی و انطباق-پذیری شبکه عصبی می‌باشد. ANFIS، روشی است برای بهبود بخشیدن به قوانین سیستم فازی با کمک الگوریتم آموزش داده‌های تست (آموزش) در شبکه عصبی مصنوعی. در مقایسه با شبکه عصبی مصنوعی، ANFIS به خاطر تنظیم‌پذیری پارامترهای سیستم فازی، سریعتر آموزش می‌بیند و همچنین دقت بالاتری دارد. در شکل۲، یک ANFIS را مشاهده می‌کنید که از نوع Sugeno است و دارای دو ورودی و یک خروجی می‌باشد.



شکل ۲: شمایی از معماری ANFIS

ما در اینجا برای طراحی پارامترهای مقدم از روش subtractive clustering با مقادیر شعاع‌های گوناگون استفاده می‌کنیم. برای آموزش ANFIS، از الگوریتم آموزش ترکیبی، استفاده می‌کنیم.

به‌طور خلاصه، مراحل ساخت ANFIS، بر اساس مدل صوت، به صورت زیر است: ۱- جمع‌آوری داده‌های صوت و استخراج ویژگی از داده‌ها ۲- تعیین پارامترهای ورودی ۳- آموزش ANFIS با استفاده از الگوهای ورودی و به‌دست آوردن خروجی با توجه به پارامترهای تالی ۴- ارزیابی آموزش ANFIS با داده‌های آموزش

۴. جمع‌آوری داده‌ها

داده‌های استفاده شده در این مقاله، بیان یک کلمه فارسی توسط گویندگان می‌باشد. برای جمع‌آوری این داده‌ها، ابتدا توسط هر گوینده، تعداد ۲۰ نمونه از کلمه مورد نظر بیان شده و ضبط گردید، سپس سکوت بین کلمات گفته شده در هر جمله با استفاده از نرم افزار PRAAT[8] حذف و هر یک از نمونه‌ها در فایلهای مجزا ذخیره گردید(PRAAT نرم‌افزاری برای آنالیز و تحلیل آواها و تغییرات صوت می‌باشد). لازم به ذکر است، داده‌های این پروژه در محیطی که دارای دیوارهای آکوستیک یا دکوراتیو هستند جمع‌آوری شده است، این نوع محیط‌ها ایزوله‌اند و از برگشت صدا (اکو) جلوگیری می‌کنند. در هنگام پیاده‌سازی، نیاز است که طول کلیه نمونه‌ها یکسان‌سازی شود. برای این منظور طول کلیه نمونه‌ها، معادل با بزرگترین نمونه قرار داده شده و فضای خالی با مقدار صفر پر شده است. برای مقایسه بین ویژگی‌های داده‌های سالم و نویزی نیز به داده‌های سالم نویز اضافه می‌کنیم که این کار را توسط جعبه ابزار موجود در مطلب به‌نام colea انجام می‌دهیم[۹]. در شکل ۳ دو نمونه سیگنال سالم و نویزی را مشاهده می‌کنید.



الف: نمایش سیگنال گفتارگوینده در حالت بدون نویز



ب: نمایش سیگنال گفتارگوینده بعد از اضافه نمودن نویز توسط colea با SNR=10

شکل ۳: مقایسه سیگنال گفتار گوینده در دو حالت تمیز و نویزی

۴-۱- استخراج ویژگی

استخراج ویژگی همان پردازش تبدیل سیگنال‌های خام صوت به بردار ویژگی‌ها است که برای طبقه‌بندی[۱۳] استفاده می‌شود. ویژگی‌ها کمیت‌هایی هستند که از پیش پردازش صوت به دست می‌آیند و می‌توان برای بازنمایی صوت از آنها استفاده کرد. در روش پیشنهادی، ابتدا هر جمله نمونه، به تعداد ۲۰ زیرکلمه[۱۴] تقسیم شده و خصوصیات مختلف هر یک از زیرکلمات استخراج و در بازشناسی گفتار مورد استفاده قرار گرفته است. سه دسته ویژگیهای مجزا استخراج شده است که به عنوان ورودی‌های شبکه ANFIS می‌باشند و در ادامه به شرح آنها می‌پردازیم:

۴-۱-۱- استخراج ضرایب LPC

LPC به طور خلاصه به روشی آماری گفته می‌شود که توسط آن ضرایبی برای پیش‌بینی سیگنال با دقت نسبتاً بالا محاسبه می‌گردد. در این روش از هر سیگنال نمونه برداری و یکسری ضرایب، با روشهای ریاضی به گونه‌ای محاسبه و تولید می‌شوند که در تمام طول سیگنال با اعمال این ضرایب در یکسری نمونه‌های متوالی از سیگنال و ترکیب آنها تخمین نسبتاً خوبی از نمونه بعدی سیگنال ایجاد گردد. برای استخراج ضرایب LPC ابتدا، هر یک از سیگنالهای کلمات نمونه بین صفر و یک نرمال شده و سپس هر کدام به ۱۰ بلوک تقسیم و برای هر بلوک تعداد مناسبی ضریب LPC، با استفاده از نرم افزار MATLAB استخراج گردید، که مجموعا از این تعداد به همراه ویژگی طول هر کلمه به عنوان ویژگی‌های صوت استفاده کرده‌ایم.

۴-۱-۲- استخراج ویژگیهای فرکانسی صوت

ویژگیهای فرکانسی هر سیگنال صوتی با استفاده از تبدیل فوریه استخراج می‌گردد. بنابراین، ما نیز جهت استخراج ویژگیهای فرکانسی کلمات نمونه، ابتدا هرکلمه را به تعداد ۱۰ بلوک تفکیک و سپس توسط تبدیل فوریه ضرایب آنها را استخراج کردیم. آنچه از ضرایب فرکانسی بدست آمده و در کار ما مورد استفاده قرار گرفته است، سه ویژگی ماکزیمم، میانه و میانگین فرکانس هر کلمه می‌باشد که به همراه انرژی سیگنال هر زیر کلمه به عنوان ویژگی چهارم بکارگرفته شده‌اند.

۴-۱-۳- استخراج ویژگیهای مربوط به شدت و تن صدا

بسامد و یا زیر و بمی، و بلندی یا شدت دو مشخصه صوت می‌باشند. زیر و یا بم بودن صوت به فرکانس (تواتر) صوت بستگی دارد، هر قدر فرکانس صوت بیشتر باشد، صدا زیر تر و هر قدر فرکانس پایین تر باشد، صدا بم ترخواهد بود. به تعداد امواج صوتی در واحد زمان (ثانیه) فرکانس می‌گویند که واحد آن نیز هرتز است. بلندی صوت به دامنه صوت بستگی دارد، هر قدر دامنه صوت بیشتر باشد، بلندی صدا نیز بیشترخواهد بود. شدت و بلندی صدا با مقیاس دسی‌بل اندازه گیری می‌شود. شدت صوت به بزرگی نوسانات در فشارهوا توسط امواج صوتی ایجاد می‌گردند، اطلاق می‌گردد. پس از استخراج این ویژگی‌ها توسط نرم‌افزار PRAAT می‌توان آنها را در یک فایل ذخیره کرد و به عنوان ورودی به شبکه در نظر بگیریم.

۵. نتایج آزمایش

در این تحقیق، ابتدا صدای ۹ نفر ضبط گردید به‌این صورت که هریک از افراد یک کلمه واحد را ۲۰ مرتبه تکرار کردند که این کار در محیطی با دیوارهای آکوستیک انجام شد. همچنین با توجه به تحقیقات انجام شده معلوم گردید، ویژگی‌های صدای افراد در بیان کلماتی که حروف صدادار دارند بارزتر می‌باشد زیرا ویژگی pitch صدا در حروف صدادار بارزتر است. از این ۹ نفر، ۲ نفر را به عنوان افراد مجاز و ۵ نفر دیگر را به عنوان افراد غیرمجاز درنظر گرفته‌ایم. همچنین برای تست شبکه از صدای ۲ فرد دیگر نیز به عنوان افراد غیرمجازی که ویژگی‌های آنها در داده‌های آموزش موجود نبود، استفاده کرده‌ایم. برای تایید هویت هر فرد، از سه مجموعه داده به‌طور مجزا استفاده می‌شود که عبارتند از ضرایب پیشگویی خطی و طول کلمه، شدت و تن صدا و همچنین ویژگی‌های فرکانسی سیگنالهای صوت که با استفاده از سری فوریه استخراج شده است، همچنین برای هر مجموعه، با نسبت سه به یک روی داده‌ها آموزش تست انجام داده‌ایم. نتایج بدست آمده در مراحل مختلف آموزش و تست ضرایب در جدول‌های ۱تا۳ مشاهده می‌شوند. در این جداول نتایج مربوط به داده‌های نویزی را نیز مشاهده می‌کنید. همانطور که مشخص است تغییرات زیادی دیده نمی‌شود و این نکته بیانگر این موضوع است که ویژگی‌های انتخاب شده ویژگی‌های مناسبی هستند و در حضور نویز دچار مشکل نمی‌شوند. در هر یک از جدول‌ها مقدار شعاع ANFIS (Radius) را تغییر داده و نتایج را مقایسه کرده‌ایم. در جداول،p1وp2 نمایانگر افراد مجاز، p3،p5،p6،p7وp8 نشان‌دهنده افراد غیرمجاز و p4وp9 نیز، افراد غیرمجاز جدیدی هستند که در داده‌های آموزش وجود نداشتند.

۶. نتیجه‌گیری و بحث آینده

با توجه به نتایج بدست آمده در روش پیشنهادی ما مشاهده می‌شود که روش ارائه شده در مورد داده‌های جمع آوری شده، نتایج بهتری نسبت به سایر روشهای ارائه شده تاکنون تولید می‌کند. نتایج بدست آمده فعلی با تعداد محدودی داده آموزش داده شده و تست گردیده است. برای بررسی بهتر و کسب نتایج بهتر در این زمینه می‌توان از داده‌های بیشتری استفاده نمود.

مراجع

[1] Anonymous, 2004. *Door-access-control System Based on Finger-vein Authentication*. Hitachi Review. Available online at http://www.hitachi.com/rev/archive/2004.

[2] Yingen Xiong, *Speaker Identification System using HMM and Mel Frequency Cepstral Coefficient, Pattern Recognition and Clustering*, May 2006.

[3] Campbell, J.P, *Speaker Recognition*, a Tutorial. In Proc. IEEE., pp: 1437-1462. 1997.

[4] Nalini K.Ratha, Andrew Senior and Ruud M.Bolle, IBM Thomas J.Watson Research Center : *Automated biometrics*

[5] Wahyudi, Winda Astuti, Syazilawati Mohamed: *Intelligent Voice-Based Door Access Control System Using Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems (ANFIS) for Building Security*, Journal of Computer Science 3 (5): 274-280, 2007.
[6] Jang, J.S.R., C. T. Sun and E. Mizutani. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA. 1997.
[7] Jang, J.S. *ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system*, IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, vol. 23, pp.665-685, May/June, 1993.
[8] www.praat.org
[۹] سوزنچی زهره، زوار متینه،راحتی سعید: بررسی سیستم بازشناسی گفتار برمبنای ANFIS و SVM در دو حالت نویزی و بدون نویز، سومین کنگره مشترک سیستم های فازی و هوشمند، یزد.

جدول۱: جدول مقایسه نتایج حاصل از ضرایب LPC با تفکیک داده‌های بدون نویز و نویزی آموزش و تست به نسبت ۳به۱و با شعاع‌های گوناگون

	Radius=0.5 بدون نویز		Radius=1 بدون نویز		Radius=0.5 نویزی		Radius=1 نویزی	
	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR
P1	-	10	-	10	-	0	-	20
P2	-	10	-	20	-	0	-	0
P3	0		4		8		0	
P4	0		5		0		0	
P5	0		0		0		4	
P6	0		0		0		4	
P7	0		0		0		0	
P8	0		0		0		0	
P9	0		0		25		25	

جدول۲: جدول مقایسه نتایج حاصل از ضرایب FFT با تفکیک داده‌های بدون نویز و نویزی آموزش و تست به نسبت ۳به۱و با شعاع‌های گوناگون

	Radius=0.5 بدون نویز		Radius=1 بدون نویز		Radius=0.5 نویزی		Radius=1 نویزی	
	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR
P1	-	20	-	18	-	0	-	0
P2	-	40	-	40	-	0	-	0
P3	4		0		8		4	
P4	0		0		10		0	
P5	0		0		0		0	
P6	4		0		0		0	
P7	0		0		0		0	
P8	0		0		0		0	
P9	0		0		50		35	

جدول۳: جدول مقایسه نتایج حاصل از ضرایب PITCH و INTENSITY با تفکیک داده‌های بدون نویز و نویزی آموزش و تست به نسبت ۳به۱و با شعاع‌های گوناگون

	Radius=0.5 بدون نویز		Radius=1 بدون نویز		Radius=0.5 نویزی		Radius=1 نویزی	
	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR	FAR	FRR
P1	-	0	-	0	-	0	-	0
P2	-	0	-	0	-	0	-	0
P3	0		0		0		0	
P4	0		0		0		0	
P5	0		0		0		0	
P6	0		0		0		0	
P7	0		0		0		0	
P8	0		4		0		0	
P9	0		0		22		0	

[۱] LPC: linear prediction coefficients
[۲] Intensity
[۳] Pitch
[۴] speaker recognition
[۵] speaker identification

[۶] speaker verification
[۷] FRR: False Rejection Rate
[۸] FAR: False Acceptance Rate
[۹] NFR: Number of False Rejection
[۱۰] NFA: Number of False Acceptance
[۱۱] NAA: Number of Authorized person attempts
[۱۲] NIA: Number of Impostor person attempts
[۱۳] classification
[۱۴] Sub Word

زهره سوزنچی کاشانی*، مدرس گروه کامپیوتر، سازمان سما (وابسته به دانشگاه آزاد اسلامی)- واحد مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **z.soozanchi@gmail.com**

مهدی یعقوبی، استادیار گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **yaghobi@mshdiau.ac.ir**

محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دانشیار گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد
آدرس پست الکترونیکی: **akbarzadeh@ieee.org**

*سخنران

حذف نویز فلفل نمکی در تصویر با روش مبتنی بر سیستم عصبی- فازی

زین العابدین قلی زاده ، حسین ابراهیم نژاد

چکیده. در این مقاله یک روش مقاوم برای حذف نویز فلفل نمکی از تصاویر دیجیتالی ارائه می کنیم که قادر است نویز فلفل نمکی با چگالی زیاد را بصورت چشمگیری از تصویر نویزی حذف کند. این روش، علاوه بر حذف نویز، اطلاعات مفید تصویر از قبیل لبه را حفظ می کند. در روش پیشنهادی، ترکیبی از سیستم عصبی- فازی و یک پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام مورد استفاده قرار می گیرد. سیستم عصبی- فازی یک بار آموزش داده شده و در ساختار اصلی قرار می گیرد. در ساختار اصلی، بعد از سیستم عصبی- فازی یک پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام را پیشنهاد می کنیم که عملکرد سیستم عصبی - فازی را بصورت قابل توجهی بهبود می بخشد. فیلتر های متداول نویز فلفل نمکی از قبیل فیلتر median استاندارد و سایر فیلترهای بر مبنای آن قادر به حذف نویز با چگالی زیاد نیستند و برای حذف نویز با چگالی پایین تر نیز لبه تصویر را تا حدودی از بین می برند. نتایج آزمایش برتری روش ما را نسبت به فیلترهای متداول نویز فلفل نمکی تایید می کند.

۱ . مقدمه

نویز فلفل نمکی نوع خاصی از نویز می باشد که در اثر اختلالات جوی، میدانهای الکترومغناطیسی و خطاهای انتقال ایجاد می شود. این نویز، بصورت تغییر ناگهانی و کوتاه مدت در سطوح خاکستری تصویر مدل می شود. یک کلاس مجزا از فیلتر های غیر خطی برای حذف نویز فلفل نمکی توسعه داده شده اند؛ اکثر آنها بر مبنای فیلتر median استاندارد می باشند[۲و۱] و برخی از آنها از خاصیت rank statistics استفاده می کنند[۴و۳]. یکی از معیارهای فیلتر مناسب این است که با حذف نویز، اطلاعات مفید سیگنال را حفظ کند. برای نویز فلفل نمکی با چگالی بالا، فیلتر های معمول این نویز، نمی توانند هم نویز را حذف کنند و هم اطلاعات مفید سیگنال را حفظ کنند. آنها یا نویز را با هزینه از بین بردن اطلاعات مفید تصویر حذف می کنند یا برای حفظ اطلاعات مفید سیگنال میزان نویز کمتری از تصویر را حذف می کنند.

در این مقاله یک روش ترکیبی با استفاده از سیستم عصبی - فازی مشابه [۵] و یک پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام برای حذف نویز فلفل نمکی از تصاویر دیجیتالی ارائه می کنیم که با حفظ اطلاعات مفید تصویر از قبیل لبه، میزان نویز را بطور چشمگیری کاهش می دهد. در مرحله اول، سیستم عصبی - فازی را با استفاده از تصویر آلوده به نویز فلفل نمکی(ورودی اپراتور) و تصویر بدون نویز(خروجی اپراتور) آموزش می دهیم. در موقع آزمایش، در ساختار اصلی بعد از سیستم عصبی - فازی یک پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام قرار می دهیم که این پس پردازنده، عملکرد سیستم عصبی - فازی را با استفاده از هیستوگرام تصویر حاصل از خروجی آن بهبود می دهد. بلوک دیاگرام ساختار پیشنهادی در شکل(۱) نشان داده شده است. نتایج آزمایش برتری روش ارائه شده را در برابر فیلتر های معمول نویز فلفل نمکی از قبیل median تایید می کند.

بقیه مقاله بصورت زیر تنظیم شده است: در بخش ۲ سیستم عصبی - فازی را توضیح می دهیم. در بخش ۳ ساختار پیشنهادی را ارائه می کنیم. نتایج آزمایش و نتیجه گیری نیز به ترتیب در بخش ۴ و ۵ آمده است.

۲. سیستم عصبی- فازی

سیستم استنتاج فازی (FIS) یک روش محاسباتی براساس مفاهیم تئوری مجموعه فازی، قوانین if-then و منطق فازی می باشد[6]. در بین تعداد زیادی از مدلهای فازی، مدل فازی sugeno که اولین بار در [7] و [8] ارائه شده است. یکی از پرکاربردترین مدل به خاطر قابلیت تفسیر بالا، راندمان بالای محاسباتی و مناسب برای بهینه سازی با استفاده از تکنیکهای وفقی می باشد. یک سیستم عصبی - فازی (ANFIS)، یک سیستم FIS در چهارچوب شبکه عصبی فازی می باشد. سیستم عصبی - فازی ، ترکیبی از قابلیت یادگیری شبکه های عصبی مصنوعی و قابلیت مدلسازی غیرقطعیت سیستم های فازی می باشد. برای یک سیستم عصبی - فازی با دو ورودی x و y و یک خروجی f بصورت مدل sugeno مرتبه اول یک مجموعه قواعد عمومی با دو قاعده if-then بصورت زیر بیان می شود.

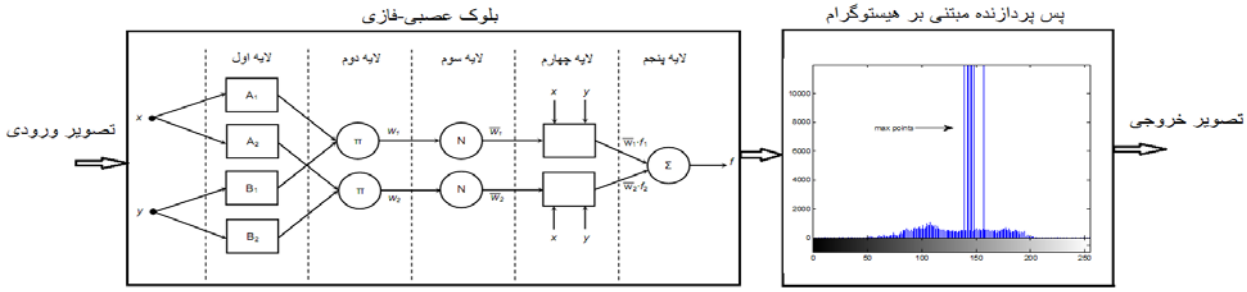
قاعده اول: اگر x از تابع عضویت A_1 و y از تابع عضویت B_1 باشد در اینصورت:

$$f_1=p_1x + q_1y + r_1 \qquad (۱)$$

قاعده دوم: اگر x از تابع عضویت A_2 و y از تابع عضویت B_2 باشد در اینصورت:

واژه های کلیدی : سیستم عصبی- فازی، فیلترهای غیرخطی، پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام، نویز فلفل نمکی

$$f_2=p_2x + q_2y + r_2 \qquad (۲)$$



شکل۱: بلوک دیاگرام ساختار پیشنهادی

A_i و B_i توابع عضویت فازی هستند و q_i ، p_i و r_i پارامترهایی هستند که در فرایند یادگیری باید بدست آیند. یک سسیتم عصبی - فازی از پنج لایه تشکیل یافته است. هر گره در لایه اول از تابع عضویت بصورت زیر تشکیل یافته است:

$$O_i^1 = \begin{cases} \mu_{A_i}(x) & , \quad i = 1,2 \\ \mu_{B_{i-2}}(y) & , \quad i = 3,4 \end{cases} \qquad (۳)$$

که $\mu_{A_i}(x)$ و $\mu_{B_{i-2}}(y)$ بعنوان تابع عضویت فازی(membership function) در نظر گرفته می شوند. O_i^n به خروجی iام لایه nام اشاره می‌کند. در این مقاله از توابع عضویت bell تعمیم یافته بصورت زیر استفاده شده است:

$$Bell(x ;a ,b ,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} \qquad (۴)$$

$\{ a_i, b_i, c_i \}$ پارامترهایی هستند که شکل تابع عضویت را تغییر می دهند. پارامترهای این لایه، پارامترهای اولیه نامیده می شوند.

هر گره در این لایه دوم قدرت firing قاعده iام را با عمل ضرب، طبق رابطه(۵)، بدست می دهد. سپس، در لایه سوم نسبت به مجموع قدرت firing کل قواعد، طبق رابطه (۶)، نرمالیزه می شود.

$$O_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y) \quad , \text{for } i = 1,2 \qquad (۵)$$

$$O_i^3 = \overline{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad , \quad \text{for } i = 1,2 \qquad (۶)$$

لایه چهارم: در این لایه هر گره عمل زیر را انجام می دهد.

$$O_i^4 = \overline{w_i} f_i = \overline{w_i}(p_i x + q_i y + r_i) \quad , \text{ for } i = 1,2 \qquad (۷)$$

$\overline{w_i}$خروجی لایه سوم بوده و $\{p_i, q_i, r_i\}$ پارامترهای ثانویه نامیده می شوند.

لایه پنجم: در این لایه فقط یک گره وجود دارد که خروجی نهایی را با جمع سیگنالهای ورودی بصورت زیر بدست می دهد.

$$O^5 = f = \sum_{i=1}^{2} \overline{w_i} f_i = \frac{w_1 f_1 + w_2 f_2}{w_1 + w_2} \qquad (۸)$$

با توجه به توضیحات بالا دیده می شود که سیستم عصبی فازی دارای دو نوع پارامتر اولیه و ثانویه می باشد. در طول فرایند یادگیری، پارامترهای اولیه در لایه اول و پارامترهای ثانویه در لایه چهارم تنظیم می شوند تا نتیجه مطلوب سیستم استنتاج فازی FIS بدست آید. در این مقاله از الگوریتم یادگیری ترکیبی [6و9] استفاده می شود که روش حداقل مربع LMS را با الگوریتم کاهش گرادیان ترکیب می کند.

۳. روش پیشنهادی

بلوک دیاگرام روش پیشنهادی در شکل(۱) نشان داده شده است. عنصر پایه در روش پیشهادی ما یک سیستم عصبی - فازی sugeno مرتبه اول با سه ورودی و یک خروجی می باشد. برای هر ورودی از سه تابع عضویت از نوع bell تعمیم یافته استفاده می شود. شکل(۲-ب) تنظیمات یادگیری را برای یک سیستم عصبی - فازی نشان می دهد. یکبار سیستم عصبی - فازی آموزش داده می شود سپس، در ساختار نشان داده شده در شکل(۱) قرار می گیرد. با توجه به آزمایشات انجام شده و آموزش سیستم عصبی - فازی با عکسهای مختلف دیده شد که سیستم عصبی - فازی با اینکه نویز فلفل نمکی را از تصویر حذف می کند، دارای یک مشکل عمده می باشد. به این صورت

که در تصویر نهایی، طبق شکل(۴-ب)، تعدادی مقادیر خاکستری خاصی را در جاهای مختلف تصویر به مقدار زیاد ایجاد می کند. علاوه بر آن ممکن است در خروجی سیستم عصبی - فازی مقادیر منفی، بزرگتر از ۲۵۵ واعشاری تولید کند. برای حل این مشکل، یک پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام را پیشنهاد می کنیم. که عملکرد آن دربخش(۳-۲) توضیح داده شده است. نحوه آموزش سیستم عصبی - فازی نیز در بخش(۳-۱) آمده است.

۳-۱ آموزش سیستم عصبی - فازی

تنظیمات یادگیری اپراتور نرووفازی در شکل (۲-ب) نشان داده شده است. قسمتی از تصویر boat را آغشته به نویز فلفل نمکی کرده، طبق شکل(۲-ج)، و از آن بعنوان ورودی بلوک عصبی - فازی جهت آموزش استفاده می کنیم. و از تصویر بدون نویز، طبق شکل(۲-الف)، بعنوان تصویر مطلوب استفاده می‌کنیم. در این مقاله، چون از سیستم عصبی - فازی با سه ورودی استفاده می شود به همین منظور پنجره های ۳×۳ از تصویر ورودی را در نظر می گیریم. برای پیکسل مرکزی هر پنجره می توان آرایشهای مختلفی از پیکسلهای همسایگی آن را در نظر گرفته و از آنها بعنوان ورودی بلوک عصبی - فازی استفاده کرد. در شکل (۳) سه حالت از آرایش همسایگی پیکسل مرکزی نشان داده شده است. ما در آزمایشمان از پیکسلهای همسایگی افقی پیکسل مرکزی، طبق شکل (۲-ب)، استفاده کرده ایم. در خروجی بلوک عصبی - فازی نیز، به ازای هر پنجره از تصویر ورودی پنجره متناظر آن از تصویر مطلوب را در نظر گرفته و پیکسل مرکزی آن را بعنوان خروجی اپراتور در نظر می گیریم. در شکل(۲-ب)، x مربوط به تصویر ورودی و $\acute{x}$ مربوط به تصویر خروجی، حالتی از شکل (۳-الف)، می باشد.

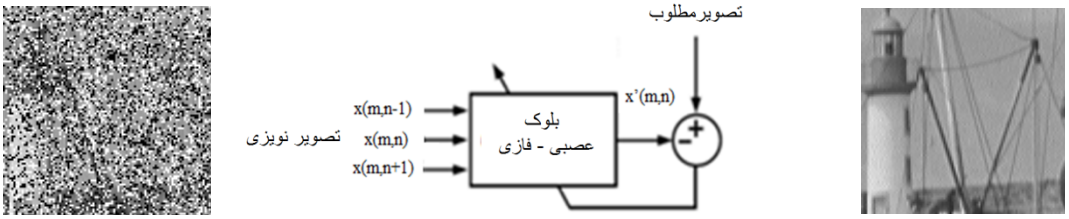
۳-۲ پس پردازنده

پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرام بعد از بلوک عصبی- فازی قرار گرفته و اعمال زیر را بر روی خروجی بلوک عصبی- فازی انجام می دهد:

- در مرحله اول، خروجی بلوک عصبی - فازی را مورد ارزیابی قرار می دهد. اگر منفی باشد به جای آن صفر و اگر بزرگتر از ۲۵۵ باشد به جای آن ۲۵۵ قرار می دهد. و اگر بین صفر و ۲۵۵ باشد آن را گرد می کند.

$$y_1(m,n)=\begin{cases} 0 & if\ y(m,n)<0 \\ 255 & if\ y(m,n)>255 \\ round\big(y(m,n)\big) & otherwise \end{cases} \qquad (۱۰)$$

y(m,n) خروجی بلوک عصبی - فازی می باشد. m و n به ترتیب به سطر و ستون تصویر اشاره می کند



شکل۲ : تصاویر یادگیری با تنظیمات یادگیری برای آموزش سیستم عصبی - فازی. الف) تصویر مطلوب ، ب) ساختار یادگیری ، ج تصویر نویزی ورودی.

x(m-1,n-1)	x(m-1,n)	x(m-1,n+1)
x(m,n-1)	x(m,n)	x(m,n+1)
x(m+1,n-1)	x(m+1,n)	x(m+1,n+1)

ج

x(m-1,n-1)	x(m-1,n)	x(m-1,n+1)
x(m,n-1)	x(m,n)	x(m,n+1)
x(m+1,n-1)	x(m+1,n)	x(m+1,n+1)

ب

x(m-1,n-1)	x(m-1,n)	x(m-1,n+1)
x(m,n-1)	x(m,n)	x(m,n+1)
x(m+1,n-1)	x(m+1,n)	x(m+1,n+1)

الف

شکل۳ : آرایش مختلف همسایگی برای پیکسل مرکزی.

- در مرحله دوم، هیستوگرام نتیجه بدست آمده از مرحله قبل (y_1) را محاسبه می کنیم. در این هیستوگرام هر مقدار خاکستری که تعداد آن از یک مقدار سطح آستانه (th) بیشتر باشد، آنها را بعنوان مقادیر خاکستری نامطلوب در نظر می گیریم که توسط سیستم عصبی - فازی در جاهای مختلف تصویر به مقدار زیاد تولید شده است. طبق شکل(۴-الف)، متغیر max points را به آنها اختصاص می دهیم. توجه کنید که تعداد max points معمولا کمتر از ۱۰ می باشد. مقدار سطح آستانه از رابطه (۱۱) بدست می آید.

مختصات نقاط max points را در تصویر y_1 پیدا می کنیم. در تصویرy_1 ، پنجره هایی به اندازه ۳×۳ به مرکز مختصات نقاط max points ، طبق شکل (۴-د)، در نظر می گیریم. در پنجره های حاصل مقدار میانگین درایه های نامساوی با max points را حساب کرده و به جای پیکسل مرکزی آن پنجره قرار می دهیم. توجه شود اگر در پنجره مذکور همه درایه ها برابر با maxpoints باشند در اینصورت از کل درایه های پنجره میانگین می گیریم.

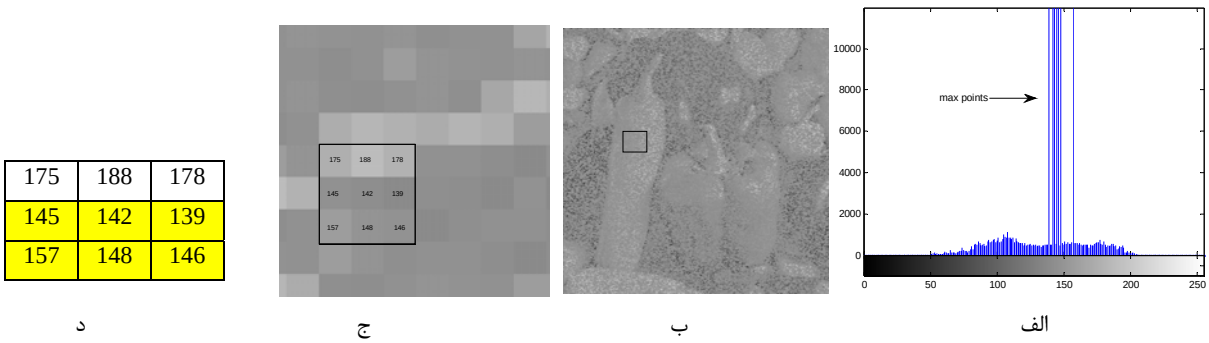
درپایین با یک مثال نحوه عملکرد پس پردازنده مبتنی بر هیستوگرامرا نشان می دهیم. شکل(۴-الف) یک مثال از نقاط max points برای تصویر peppers را نشان می دهد. که در اینجا دارای مقادیر ۱۳۹، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۵،۱۴۶،۱۴۸ و ۱۵۷می باشد. شکل (۴-ب) خروجی سیستم عصبی - فازی برای تصویر peppers را نشان می دهد. از این تصویر یک قسمت دلخواهی را مانند شکل(۴-ج) انتخاب می کنیم. سپس، از آن یک پنجره ۳×۳ با پیکسل مرکزی برابر با یکی ازنقاط max points ، مطابق با شکل(۴-د) در نظر گرفته و برای پیکسل مرکزی آن، عدد مطلوب را محاسبه می کنیم. نقاط با رنگ زرد مقادیر مربوط به max points می باشند که توسط بلوک عصبی - فازی بطور نامطلوب در تصویر ایجاد شده اند. در نتیجه برای بدست آوردن مقادیر صحیح پیکسل مرکزی پنجره مذکور بصورت زیر عمل می کنیم.

Center point=round((175+188+178)/3)=180

مقدار سطح آستانه از رابطه زیر بدست می آید:

$$th=\frac{m\times n}{38} \qquad (۱۱)$$

m و n به ترتیب تعداد سطر و ستون تصویر می باشد. و عدد ۳۸ بصورت تجربی با آزمایشهای متعدد بر روی تصاویر مختلف بدست آمده است.



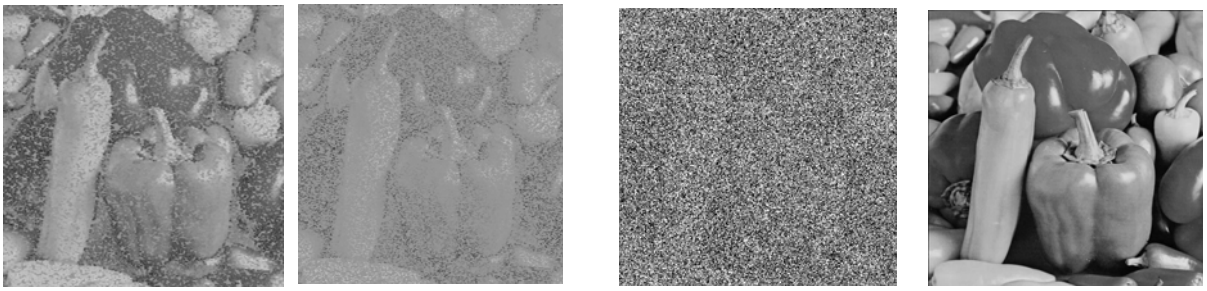
175	188	178
145	142	139
157	148	146

الف ب ج د

شکل۴ : الف) هیستوگرم تصویر خروجی سیستم عصبی - فازی برای تصویرpeppers ، ب) خروجی سیستم عصبی - فازی برای تصویرpeppers ، ج بخشی از تصویر خروجی دارای مقادیر maxpoints، د) پنجره ۳ ×۳ از تصویر (ج) با پیکسل مرکزی max points.

۴. نتایج آزمایش

در آزمایشمان، ابتدا سیستم عصبی - فازی را با استفاده از تصاویر شکل(۲) آموزش داده سپس در ساختار اصلی در شکل(۱) قرار می دهیم. برای آزمایش، تصویر دلخواهی مانند peppers را با نویز فلفل نمکی با چگالی ۹۰٪ آلوده می کنیم. سپس تصویر آلوده به نویز را به ساختار پیشنهادی اعمال می کنیم. نتیجه در شکل (۵) نشان داده شده است. در شکل (۵)، الف) شکل اصلی ، ب) شکل نویزی با چگالی ۹۰٪، ج) خروجی سیستم عصبی - فازی، د) خروجی نهایی بعد از پس پردازنده مبتنی بر هیستوگراممی باشد. باید توجه کنیم که چگالی نویز آنقدر بالاست که هیچ کدام از فیلترهای معمول نویز فلفل نمکی قادر به حذف نویز و بازگردانی تصویر اصلی به صورت قابل قبولی نخواهند بود. در حالیکه روش پیشنهادی ما توانسته نویز را بصورت قابل قبولی حذف کند.



الف ب ج د

شکل۵ : نتایج آزمایش بر روی تصویر peppers . الف) تصویر اصلی، ب) تصویر نویزی با چگالی نویز ۹۰٪ ج) خروجی سیستم عصبی - فازی، د) خروجی نهایی روش پیشنهادی.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از شبکه عصبی - فازی روشی را برای حذف نویز فلفل نمکی ارائه کردیم که نتایج قابل توجهی را برای حذف نویز در مقابل فیلتر های بر اساس median بدست می دهد. زمانی که چگالی نویز خیلی زیاد است فیلترهای بر اساس median نمی توانند نتایج قابل قبولی را بدست دهند. علاوه براین برخی از اطلاعات مفید تصویر از قبیل لبه را از بین می برند. در حالیکه روش پیشنهادی با حذف میزان قابل توجهی از نویز، لبه های تصویر را نیز حفظ می کند.

مراجع

[1] H. Lin, Jr. A. N. Willson: *Median filters with adaptive length*. IEEE Trans. On Circuits Syst. 35 (1998) 675–690.

[2] T. Sun, Y. Neuvo: *Detail-preserving median based filters in image processing*. Pattern Recognition Letters. 15(4) (1994) 341–347.

[3] A. C. Bovik, T. S. Huang, D. C. Munson, Jr.: *A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics*. IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing. ASSP–31(6) (1983) 1342–1349.

[4] R. C. Hardie, K. E. Barner: *Rank conditioned rank selection filters for signal restoration*. IEEE Trans. on Image Processing. 3 (1994) 192–206.

[5] M. Nachtegael, D. Vander Weken. E.E. Kerre, W. Philips: *Soft Computing in Image Processing, Recent Advances*, volume 210 of Studies In Fuzziness and Soft Computing, Chapter 8, pp. 209-237, 2006.

[6] J.-S. R. Jang, C. T. Sun, E. Mizutani: *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ. (1997).

[7] T. Takagi, M. Sugeno: *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 15 (1985) 116–132.

[8] M. Sugeno, G. T. Kang: *Structure identification of fuzzy model. Fuzzy Sets and Systems*. 28 (1988) 15–33.

[9] J.-S. R. Jang: *ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system*. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics. 23 (1993) 665–685.

زین العابدین قلی زاده*، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق، آزمایشگاه تحقیقاتی بینائی کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **z_gholizade@sut.ac.ir**

حسین ابراهیم نژاد، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی برق، آزمایشگاه تحقیقاتی بینائی کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **ebrahimnezhad@sut.ac.ir**

* سخنران

کاربرد مدل فازی در تحلیل فضایی مخاطرات ژئومورفولوژیکی در حوزه رود کرج

منیژه قهرودی تالی

چکیده. مدلسازی مخاطرات ژئومورفولوژیکی به منظور تحلیل فضایی احتمال وقوع خطرپذیری انجام می شود. ماهیت پیچیده و غیر دقیق پدیده های مخاطره آمیز از جمله حرکات توده ای، سیل ، رانش، نشست و غیره سبب شده که مدل فازی در مخاطرات موجود حوضه های رودخانه ای مورد استفاده واقع شود. حوضه رود کرج از جمله حوضه هایی است که مستعد پذیرش مخاطرات ژئومورفولوژیکی می باشد. در این پژوهش با استفاده از داده های توپوگرافی رقومی ۱:۲۵۰۰۰ ، تصاویر ماهواره ای و داده های اقلیمی ، متغیر های موثر در مخاطرات ژئومورفولوژیکی شناسایی شد و براساس تئوری مجموعه های فازی، سطوح هر متغیر دارای عضویت در مجموعه یک متغیر شد. سپس بر اساس روابط بین لایه ای با توابع مدل فازی تلفیق شدند و براساس مشاهدات میدانی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج تحقیق نشان داد که مدل فازی نگرش درستی از توزیع فضایی مخاطرات ژئومورفولوژیکی دارد و در حدود ۶۰ درصد از حوضه سد کرج احتمال وقوع مخاطرات ژئومورفولوژیکی وجود دارد.

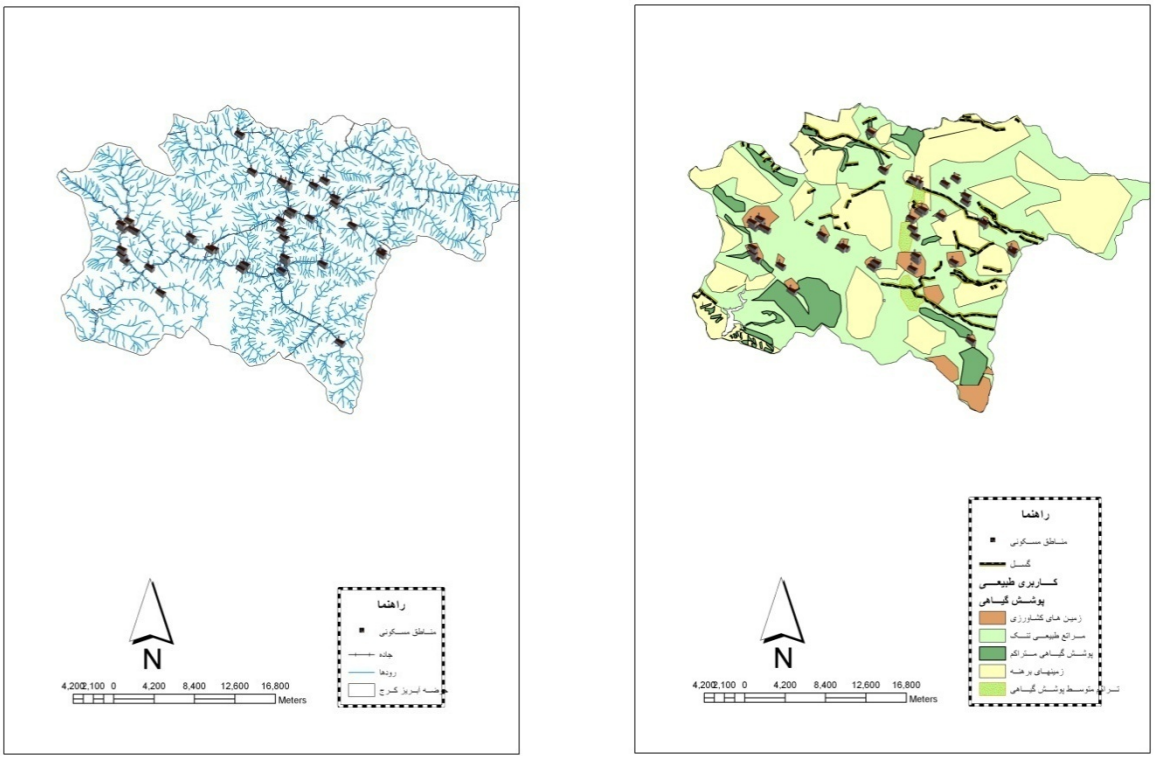
۱. مقدمه

مخاطرات ژئومورفولوژیکی از پدیده هایی است که در اثر استفاده ناصحیح انسان در محیط زیست تشدید می شود. حوضه های آبریز بویژه هنگامی که برای تأمین آب مورد استفاده قرار می گیرند ، دچار مخاطرات ناشی از ناپایداری سیستمهای ژئومورفولوژیکی می شوند. تحلیل فضایی این مخاطرات از طریق شناسایی و تلفیق عوامل موثر بر مخاطرات طبیعی صورت می پذیرد . چگونگی تلفیق داده های فضایی برای تحلیل مکانی مخاطرات به دیدگاههای نظری محققین بستگی دارد. در این راستا ژئومورفولوژیست ها تلاش نمودند که مخاطرات ژئومورفولوژیکی را در یک روند قابل پیش بینی تبیین کنند. یکی از روشهای مورد استفاده در این زمینه روش تعادلی است. مزیت خاص این روش نسبت به روش های دیگر امکان تحلیل های مقداری و کمی است در نتیجه قابلیت پیش بینی و تعمیم را دارد. از طرفی چون ترکیب متغیرهای طبیعی از پیچیدگی های خاصی برخوردار است و دارای تعریف های دقیق و اثر های قطعی نمی باشند، لذا انتخاب مدل تلفیق و تحلیل کمی از اهمیت زیادی برخوردار است.

مدل منطقی فازی از مدلهایی است که در تحلیلهای فضایی پدیده ها در محیط GIS مورد استفاده قرار می گیرد. نظریه مجموعه های فازی بر منطق فازی (چند ارزشی) استوار بوده و اساساً در شرایط ابهام ارائه می شود. هر متغیر، هم زمان در مجموعه های (کلاسهای) مختلف ولی به درجات متفاوت عضویت می گیرد. درجات عضویت مقادیر بین صفر و یک قرار می گیرند (Vanalphen and striigel, 2000). از طرف دیگر ترکیب لایه ها با توابعی منطقی انجام می گیرد به عبارت دیگر در این مدل یک متغیر با یک وزن یا ضریب حضور نمی یابد بلکه نحوه حضور آن با درجه ای از عضویت صورت می پذیرد و توابع فازی تلفیق لایه ها را با عملیات جبری فازی به انجام می رساند..(Chang, et al., 2008)

این پژوهش حوضه سد کرج انجام شده است. این حوضه که در پایین دست سد امیر کبیر به عنوان بستر شهر کرج می باشد از حوضه های کوهستانی ایران می باشد که در گیر با مخاطرات ژئومورفولوژیکی از جمله تخریب توسط فرآیندهای ترموکلاستی،کریوکلاستی و انحلال، ناپایداری دامنه ای، رانش، سیلاب و تخریب ناشی از تکانهای زمین می باشد. حوضه سد کرج بین طول‌های ′۰۰ ° ۵۱ تا ′۲۵ ° ۵۱ و عرض‌های ′۵۰ ° ۳۵ تا ′۱۴ ° ۳۶ قرار داشته و مساحت آن ۸۲۹۵۱۷۵۰۰ متر مربع و محیط آن ۲۲۱.۹۶ کیلومتر می باشد. ارتفاع حداکثر حوضه ۴۳۶۰ متر و حداقل ارتفاع آن ۱۶۳۰ متر می باشد. شیب متوسط حوضه ۲۲/۲ درصد می‌باشد.

واژه های کلیدی: مخاطرات ژئومورفولوژیکی، مدل فازی، حوضه کرج،تحلیل فضایی



شکل ۱: ویژگیهای جغرافیایی حوضه رود کرج

۲. داده ها و روش تحقیق

داده های مورد استفاده در این پژوهش شامل نقشه های توپوگرافی ۱:۲۵۰۰۰ که از سازمان نقشه برداری تهیه شد و سپس مدل رقومی ارتفاع برمبنای آن تهیه شد. همچنین شبکه هیدروگرافی ، مراکز سکونتگاهی، جاده ها و چشمه ها و چاهها نیز از آنها استخراج گردید. از تصاویر ماهواره ای ETM برای تهیه نقشه پوشش گیاهی استفاده شد. داده های زمین شناسی و گسله ها از نقشه زمین شناسی برداشت گردید، مشاهدات میدانی برای تکمیل داده ها انجام شد. و مجموع لایه ها در سیستم تصویر UTM با سلولهای ۵۰ متری مورد تحلیل قرار گرفت.

ابتدا برای متغیرهای موثر در مخاطرات ژئومورفولوژیکی لایه های جداگانه ساخته شد و توسط تاثیری که هرمتغیر در تولید مخاطرات دارد عضویت های آنها بر اساس رابطه ۱ تعریف شده است .

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \text{Min} \\ \dfrac{x - \text{Min}}{\text{Max}} & \text{Min} < x < \text{Max} \\ & x > \text{Max} \end{cases} \qquad (1)$$

سپس تلفیق لایه ها به این ترتیب زیر صورت گرفت:

۱. لایه پوشش گیاهی به دلیل اینکه به عنوان واسطه بین بستر زمین و عناصر اقلیمی عمل می کند و از شدت تخریب می کاهد با لایه مقاومت سنگها در برابر تخریب با تابع OR تلفیق شدند(رابطه ۲).

$$\mu_{combination} = MAX(\mu_A, \mu_B, \mu_C, \ldots) \qquad (2)$$

۲. لایه تغییر سطوح ارتفاعی ، شیب و درجه شیب به دلیل دارا بودن رابطه خطی با مخاطرات ژئومورفولوژیکی با تابع SUM تلفیق شدند (رابطه۳)

$$\mu_{combination} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - \mu_i) \quad (3)$$

۳. لایه های گسلها، شبکه زهکشی و شبکه جاده ها که از لایه های خطی در این پژوهش بود و با اجرای تابع فاصله بر روی آنها ، فواصل تا پدیده های خطی برحسب متر محاسبه شد و از آنجا که این لایه ها به عنوان متغیر های تشدید کننده مخاطرات ژئومورفولوژیکی محسوب شدند و حضور آنها همدیگر را تشدید می نمود لذا با تابع AND ترکیب شدند (رابطه۴)

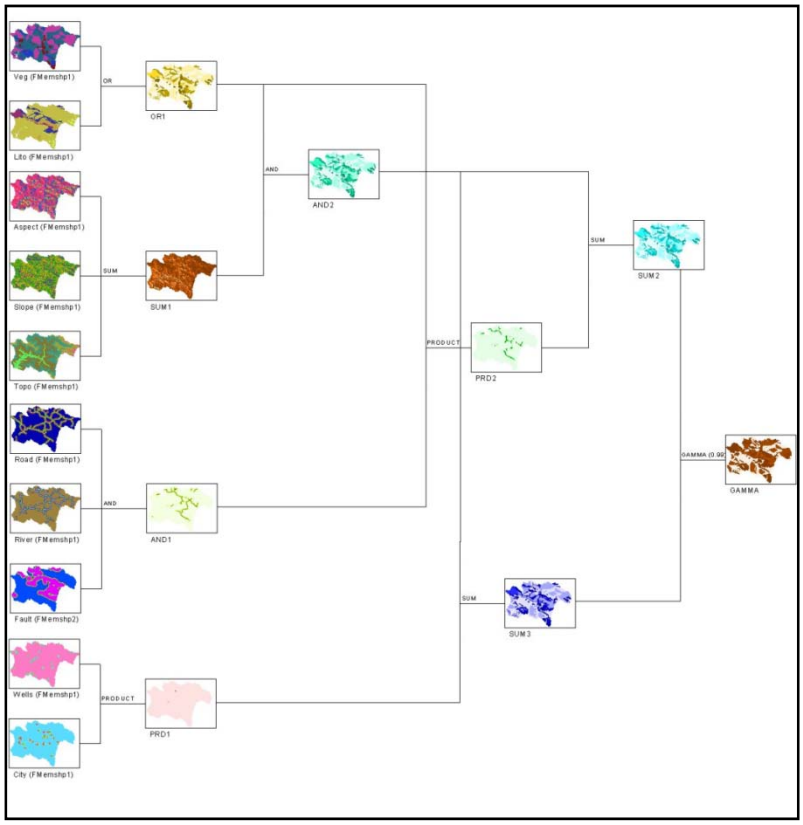
$$\mu_{combination} = MIN(\mu_A, \mu_B, \mu_C, \ldots) \quad (4)$$

۴. تجمع های مسکونی و چشمه ها و چاههای آب از پدیده های نقطه ای در این تحقیق هستند. این دو لایه نیز توسط تابع فاصله پهنه بندی شد و بدلیل نقش افزاینده آن ها توسط تابع Product ترکیب شدند(رابطه ۵)

$$\mu_{combination} = \prod_{i=1}^{n} \mu_i \quad (5)$$

۵. تلفیقی در مرحله دوم از لایه ها براساس الگوریتم زیر (شکل ۲) انجام شد و آنالیز نهایی بر اساس Gamma, ۰.۹۹ انجام شد زیرا اگر y=1 باشد ترکیب لایه ها برابر تابع SUM است و اگر y=0 ترکیب لایه ها برابر تابع Product است (Zimmermann and Zysno ,1980).تغییر رنج گاما، به بدست آوردن بهترین خروجی در ترکیب لایه ها کمک می کند که در اینجا رنج بالاتر از ۰.۹ با بهترین تطبیق از مشاهدات میدانی منطبق بود (رابطه ۶).

$$\mu_{combination} = (\text{Fuzzy algebraic sum})^{\gamma} * (\text{Fuzzy algebraic product})^{1-\gamma} \quad (۶)$$

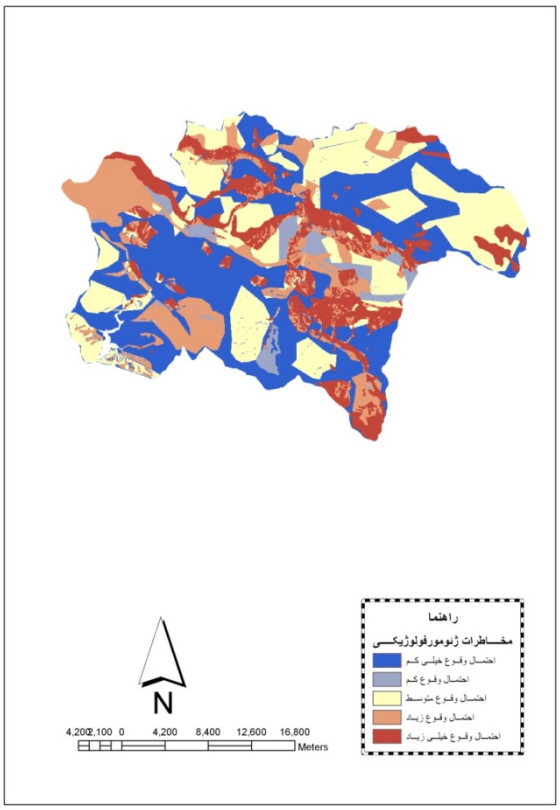


شکل۲ : مراحل ترکیب لایه ها بر اساس مدل منطقی فازی

۳. نتیجه گیری

مخاطرات ژئوموفولوژیکی از پدیده هایی است که تنها معلول شرایط طبیعی نیست، بلکه فرآیندهایی که در تخریب و تجزیه بستر زمین تلاش می کنند نیز در ایجاد آن نقش بسزایی دارند. بیشتر مدلهای خطر پذیری با تأکید بر فرآیندهای آب و باد عمل می کنند و سایر فرآیندهای مولد سیستمهای شکل زایی را نادیده می گیرند. مدلهای ریاضی و منطقی این ارجحیت را بر مدلهای تجربی دارند که محدودیت ذهنی محقق را کم می کنند و امکان تحقیق در قالب سیستمهای شکل زایی را فراهم می سازند. اجرای توابع منطقی در مدل فازی این امکان را فراهم می سازد که از ترکیب روابط ریاضی و منطقی، پدیده خطر پذیری را در دیدگاه جدیدی مورد ارزیابی قرار می دهد(Chang, et al., 2008).

در این تحقیق با استفاده از توابع ،AND، Sum، Product و Gamma مخاطرات در حوضه سد کرج مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان می دهد که قابلیت تغییر روابط منطقی یا ریاضی بر اساس نظرات کارشناسی می تواند دیدگاههای جدیدی از مدلسازی مخاطرات زمین را مطرح سازد. نتایج خروجی گامای ۰.۹۹ این حوضه را در ۵ کلاس خطر پذیری خیلی کم، کم، متوسط، زیاد و خیلی زیاد قرار داد به طوریکه از مساحت کل حوضه سد کرج که برابر ۸۲۹۵۱۷۵۰۰ متر مربع است. ۱۶.۱۳ درصد آن پتانسیل ایجاد مخاطرات ژئومورفولوژیکی را در حد خیلی زیاد دارا است ، ۱۷.۴۲ درصد نیز در رده بعدی یعنی با پتانسیل بالا است. ۲۶. ۳۵ درصد با پتانشسل متوسط است به عبارت دیگر در حدود ۶۰ درصد حوضه سد کرج احتمال وجود پدیده مخاطره آمیز را دارد که مشاهدات میدانی شاهدی بر وقوع آنها می باشند. تنها۳۵.۵۷ درصد از حوضه دارای ریسک خیلی پایین و ۴.۵۵ درصد دارای ریسک خطرپذیری پایین است. که این به دلیل وجود اراضی عریان در سنگهای نامقاوم، شیب های زیاد و شکستگی های متعدد است که نظم مورفولوژیکی آن به دلیل حضور سازه های انسانی از جمله سد کرج، شبکه جاده ها و . . . می باشد.



شکل۳: توزیع فضایی مخاطرات ژئومورفولوژیکی در حوضه رود کرج با مدل فازی

مراجع

[1] قدوسی ، جمال. ۱۳۸۲ . کاربرد الگوی منطق فازی در سیستم اطلاعات جغرافیایی برای الگوسازی مورفولوژی فرسایش خندقی . مرکز تحقیقات حفاظت خاک و ابخیزداری کشور . وزارت جهاد سازندگی.

[2] قهرودی تالی،منیژه ، رستمی، فرض الله، ۱۳۸۸، کاربرد مدل Fuzzy-Logic در ارزیابی فرسایش پذیری مطالعه موردی : حوضه آبریز سدزاگرس،دومین همایش علوم جغرافیایی دانشگاه پیام نور، مهر ماه ۱۳۸۸، ارومیه

[3] یمانی، مجتبی . دادرسی،ابوالقاسم. داورزنی، زهرا.۱۳۸۴. پهنه بندی فرسایش در حوضه آبخیز داورزن با استفاده از الگوی منطق فاری . مجلهٔجغرافیا و توسعهٔ ناحیه ای ، شمارهٔ پنجم، صص۱۸۴-۱۹۹.

[4] Chang, Ni-Bin. Parvathinathan, G. Breeden, Jeff B. (2008). *Combining GIS with fuzzy multicriteria decision-making for landfill sitting in a fast-growing urban region*. Journal of Environmental Management 87 (2008) 139–153

[5] Mitra. B, Scott. H. D, Dixon. J. C, Mckimmey. J. M. (1998) *Applications of Fuzzy Logic to The prediction Of Soil Erosion in a Large Watershed*. Geoderma 86, 183-2

[6] Vanalphen B .J. and Stoorvogel, J .J. (2000). *A Functional approach to Soil Characterization In support Of Precision agriculture*. Soil Sci. Soc. Amer. J. 64: 1706-1713.

[7] Zadeh, L. , *Fuzzy sets*. Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353. (1965).

[8] Zadeh, L., *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning*. Information Sciences, Vol. 8, pp. 199–249, 301–357; Vol. 9, pp. 43–80. (1975) .

[9] Zadeh, L.., *Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, No. 1, pp. 3–28 (1978).

منیژه قهرودی تالی*، دانشکده علوم زمین، گروه جغرافیای طبیعی دانشگاه شهید بهشتی و دانشگاه تربیت معلم

آدرس پست الکترونیکی: **M-Ghahroudi@sbu.ac.ir**

*سخنران

پیش‌بینی خشکسالی با دیدگاه یک‌ساله با استفاده از مدل فازی- عصبی و شاخص‌های اقلیمی، مطالعه موردی زاهدان

مهدی اژدری مقدم، محمود خسروی و حسین حسین‌پور نیکنام

چکیده. تحقیق حاضر تلاشی است برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد در شهر زاهدان با استفاده از مقادیر پیشین شاخص خشکسالی بارندگی استاندارد شده (SPI) و ۱۹ عدد از شاخص‌های اقلیمی. بدین منظور از قابلیت‌های سیستم استنتاج فازی- عصبی تطبیقی (ANFIS) برای ساخت مدل‌های پیش‌بینی و از شاخص خشکسالی SPI برای نمایش کمی خشکسالی استفاده گردید. در ابتدا از روش محاسبه همبستگی، برای تحلیل ارتباط میان خشکسالی‌ها و شاخص‌های اقلیمی استفاده شده و مناسب‌ترین شاخص‌های اقلیمی انتخاب گردیدند. در مرحله بعد پیش‌بینی خشکسالی‌ها در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه صورت پذیرفت. ترکیبات مختلفی از متغیرهای ورودی در مدل‌های پیش‌بینی فازی- عصبی ANFIS وارد گردیدند. شاخص خشکسالی SPI نیز به عنوان خروجی مدل‌ها معرفی شد. نتایج نشان داد که استفاده از سری‌های زمانی مشابه سال قبل شاخص خشکسالی SPI در پیش‌بینی خشکسالی‌های ۱۲ ماهه مؤثر می‌باشد. همچنین از بین شاخص‌های اقلیمی مورد بررسی، شاخص Nino4 مناسب‌ترین نتایج را ارائه داد.

۱. مقدمه

خشکسالی وضعیتی از کمبود بارندگی و افزایش دماست که در هر وضعیت اقلیمی ممکن است رخ دهد. توصیف زمانی و مکانی خشکسالی بسیار مشکل است. ممکن است هفته‌ها یا ماه‌ها طول بکشد تا مشخص شود که آیا واقعاً خشکسالی اتفاق افتاده است یا خیر [۱]. خشکسالی با اینکه از نظر فراوانی رخداد، در سطح پایین‌تری نسبت به بسیاری از دیگر بلایای طبیعی قرار دارد، اما در به جای گذاشتن خسارات جانی و مالی رتبه‌ی اول را در کشور ما دارا می‌باشد [2]. تحقیقات انجام گرفته نشان می‌دهد که شهر زاهدان با ۴۳٪ فراوانی خشکسالی ، رتبه سوم در کشور را از آن خود کرده است [۳].

جهت بیان کمی خشکسالی از شاخص‌هایی استفاده می‌شود که اطلاعات لازم درباره‌ی آغاز، خاتمه و شدت خشکسالی را در مقیاس‌های زمانی و مکانی مختلف فراهم می‌آورند. در بین انواع شاخص‌های ارائه شده برای این منظور، شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI) بیشترین توجه محققین را به خود معطوف داشته است [۴]. از سویی دیگر اگرچه در بررسی خشکسالی‌ها، استفاده از مدل‌هایی بر اساس روش‌های تصادفی و احتمالاتی سابقه‌ای طولانی دارد، اما بسیاری از این تکنیک‌ها روابط بین متغیرها را خطی فرض کرده و در مدل کردن پدیده‌های غیرخطی مانند سری‌های زمانی هیدرولوژیکی با شکست مواجه می‌شوند. از این رو پژوهشگران برای ساختن مدل‌های پیش‌بینی معتبر، به استفاده از تکنیک‌های مدل‌کننده‌ی غیرخطی نظیر سیستم‌های فازی و مدل‌های فازی- عصبی روی آورده‌اند [۴] و [۵] و [۶]. البته در استفاده از مدل‌هایی نظیر مدل فازی- عصبی، انتخاب متغیرهای ورودی از مهمترین بخش‌های محاسبات مربوط می‌باشد. در این راستا با شناخت شاخص‌های بزرگ مقیاس اقلیمی، تلاش محققین به این سمت سوق پیدا کرد که روابطی بین این شاخص‌ها و تغییرات بارش تعریف کنند که بتواند در پیش‌بینی خشکسالی‌ها به‌کار رود [۴] و [۶].

نیکنام و همکاران (۱۳۸۹) از قابلیت‌های سیستم استنتاج فازی- عصبی تطبیقی (ANFIS) برای پیش‌بینی خشکسالی‌های پاییزه شهر زاهدان بهره جستند. برای این منظور از متغیرهایی نظیر بارندگی و شاخص‌های اقلیمی بعنوان ورودی‌های مدل‌ها استفاده نموده و به پیش‌بینی شاخص خشکسالی SPI پاییزه پرداختند. نتایج، نشان از قابلیت مدل ANFIS در پیش‌بینی فصلی خشکسالی در منطقه مورد مطالعه داشت [۷]. فرخ نیا و همکاران (۱۳۸۷) از سیگنال‌های بزرگ مقیاس اقلیمی به منظور پیش‌بینی خشکسالی استان تهران استفاده نموده و از روش‌های شبکه‌های عصبی- مصنوعی (ANN) و فازی- عصبی به منظور مدل‌سازی پیش‌بینی استفاده کردند [۴]. باکانلی و همکاران (Bacanli, et al. 2008) از مدل ANFIS به منظور پیش‌بینی خشکسالی در کشور ترکیه استفاده نمودند. نتایج نشان داد که ترکیب مقادیر پیشین بارندگی و شاخص SPI با یکدیگر، بهبود عملکرد مدل‌ها را به همراه دارد. مقایسات انجام گرفته با نتایج روش‌های شبکه‌ی عصبی FFNN و رگرسیون خطی چندگانه، نشان از ارجحیت مدل ANFIS نسبت به دو مدل دیگر داشت [8]. ذونعمت و تشنه‌لب (Zounemat & Teshnehlab. 2008) از مدل ANFIS به منظور پیش‌بینی جریان روزانه سه رودخانه واقع در ایالات متحده امریکا استفاده نمودند. نتایج بدست آمده، با یک مدل رگرسیونی (AR) مورد مقایسه قرار گرفت که نشانگر برتری مدل فازی- عصبی در پیش‌بینی بود [9].

کلمات کلیدی: خشکسالی، پیش‌بینی، شاخص خشکسالی SPI، شاخص‌های اقلیمی، مدل فازی- عصبی، زاهدان.

تحقیق حاضر تلاشی است برای پیش‌بینی خشکسالی شهر زاهدان با استفاده از ۱۹ عدد از انواع شاخص‌های اقلیمی و مقادیر پیشین شاخص خشکسالی SPI. همچنین از قابلیت‌های روش ANFIS برای مدل‌سازی استفاده گردیده است. پیش‌بینی وضعیت خشکسالی بر مبنای مقادیر شاخص خشکسالی SPI در مقیاس ۱۲ ماهه و برای یک سال بعد صورت گرفته است.

۲. مفاهیم نظری

۱.۲. شاخص خشکسالی SPI

در سال ۱۹۹۳ محققین دانشگاه ایالتی کلرادو (Mckee, et al. 1993) جهت هشدار اولیه و کمک به ارزیابی شدت خشکسالی، یک شاخص بدون بعد و بسیار پرکاربرد با مبنای احتمالاتی به نام شاخص بارندگی استاندارد شده ارائه دادند [10]. محاسبه SPI از آنجا که توزیع بارندگی معمولاً از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند، تا حدودی پیچیده می‌باشد. برای محاسبه آن می‌توان ابتدا بارندگی ماهیانه و یا مجموع بارندگی در هر بازه زمانی دلخواه (۳ ماهه، ۶ ماهه و ...) را با استفاده از یک توزیع مناسب مانند توزیع گاما و یا پیرسون تیپ سه برازش داد [۱۱] و [8]. مقادیر موجود در محدوده (۱و۱-) مطابق گروه‌بندی انجام گرفته توسط مکی، در محدوده نرمال قرار داشته و هرچه بیشتر به سمت مقادیر مثبت و منفی می‌شویم، به‌ترتیب شاهد ترسالی‌ها و خشکسالی‌های شدیدتر خواهیم بود.

۲.۲. شاخص‌های اقلیمی

الگوهای ارتباط از دور بر درجه حرارت، بارش، مسیر طوفان‌ها و موقعیت و شدت رودبادها بر روی مناطق وسیع تأثیر می‌گذارند. این الگوها بر اساس فشار هوا و دمای سطح آب اقیانوس‌ها محاسبه شده و تحت عنوان شاخص‌های اقلیمی (Climate Indices) بصورت کمی بیان می‌گردند. بررسی‌ها نشان می‌دهند که تأثیر الگوهای ارتباط از دور بر شدت خشکسالی استان سیستان‌وبلوچستان متقارن نبوده و بعبارت دیگر برخی از الگوها در شرایط خشکسالی نمود بیشتری پیدا کرده و فعال‌تر ظاهر می‌شوند. در مجموع حدود ۷۰ درصد از تغییرات SPI سالانه‌ی استان به وسیله این الگوها تبیین می‌گردد [۱۲].

در تحقیق حاضر ۱۹ عدد شاخص اقلیمی مورد استفاده قرار گرفت که این شاخص‌ها در جدول ۱ آمده‌اند. شاخص‌های مزبور در مرحله مدل‌سازی بعنوان ورودی‌های مدل ANFIS بکار خواهند رفت. این شاخص‌ها از وب‌سایت اینترنتی اداره ملی اقیانوس و اتمسفر[۱] ایالات متحده امریکا اخذ گردیدند [13].

جدول ۱- شاخص‌های اقلیمی بکار رفته در مدل‌ها

ردیف (i)	شاخص اقلیمی	ادامه ردیف(i)	شاخص اقلیمی	ادامه ردیف(i)	شاخص اقلیمی	ادامه ردیف(i)	شاخص اقلیمی	ادامه ردیف(i)	شاخص اقلیمی
۱	SOI	۵	TNI	۹	Nino 3.4	۱۳	MEI	۱۷	AMM
۲	PNA	۶	TNA	۱۰	Nino 4	۱۴	EPO	۱۸	NAO
۳	WHWP	۷	SW Monsoon	۱۱	Nino 3	۱۵	BEST	۱۹	WP
۴	TSA	۸	QBO	۱۲	Nino 1+2	۱۶	AMO		

۳.۲. سیستم استنتاج فازی- عصبی تطبیقی (ANFIS)

مدل‌های فازی- عصبی که توسط جنگ (Jang. 1993) گسترش یافت، جهت تسهیل فرآیند یادگیری و انطباق، منطق فازی را با شبکه‌های عصبی- مصنوعی ترکیب می‌کند [[13]. در واقع در مدل‌های فازی- عصبی، برای حل مشکل شناسایی پارامترهای سیستم استنتاج فازی (FIS)، از یک شبکه تطبیقی که حالت عمومی شبکه عصبی پیشرو چندلایه می‌باشد، استفاده می‌شود. یک شبکه تطبیقی، ساختار پیشرو چندلایه‌ای است که رفتار کلی خروجی آن بوسیله مقدار یک مجموعه از پارامترهای قابل اصلاح تعیین می‌گردد. با استفاده از این شبکه عصبی تطبیقی، مشکل اصلی استفاده از سیستم استنتاج فازی که همان بدست آوردن قواعد "اگر-آنگاه" فازی و بهینه‌سازی پارامترهای مدل می‌باشد برطرف می‌گردد. معمول‌ترین نوع سیستم استنتاج فازی که قابلیت قرارگیری در یک شبکه تطبیقی را دارا می‌باشد سیستم فازی تاکاگی-سوگنو می‌باشد که خروجی آن یک رابطه خطی است و پارامترهای آن را می‌توان با ترکیب روش‌های حداقل مربعات خطا و انتشار خطا به عقب بر اساس کاهش گرادیان برآورد نمود[۴].

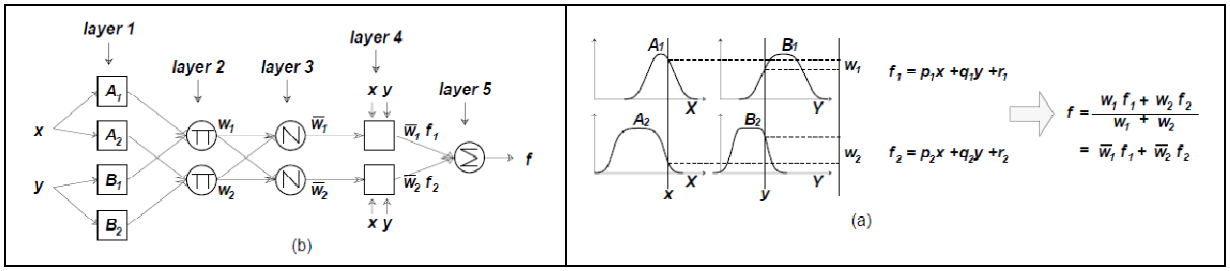
یک نمونه از سیستم استنتاج فازی سوگنو در شکل ۱- (a) نشان داده شده است. برای سادگی کار، فرض می‌شود که FIS مورد بررسی از دو ورودی x و y و یک خروجی f تشکیل شده و همچنین پایگاه قانون در آن شامل دو قانون "اگر-آنگاه" باشد. قوانین موجود در این سیستم عبارتند از:

قانون اول: $\mathbf{IF}\ x=A_1\ \text{AND}\ y=B_1,\ \mathbf{THEN}\ f_1=p_1+q_1+r_1$.

۱- National Oceanic & Atmospheric Administration

قانون دوم: $\mathbf{IF}\ x=A_2\ \mathrm{AND}\ y=B_2,\ \mathbf{THEN}\ f_2=p_2+q_2+r_2$.

که در آن A_1 و A_2 توابع عضویت برای ورودی x؛ B_1 و B_2 توابع عضویت برای ورودی y و در نهایت p_1، q_1، r_1، p_2، q_2، r_2 پارامترهای تابع خروجی هستند [9]. شکل ۱- (b)، ساختار ANFIS معادل با سیستم استنتاجی فوق را نشان می‌دهد.



شکل ۱- (a) مکانیزم سیستم استنتاج فازی سوگنو با دو متغیر ورودی و دو قانون؛ (b) ساختار ANFIS معادل سیستم فازی قسمت a [13].

در تحقیق حاضر از روش خوشه‌بندی کاهشی برای استخراج قوانین سیستم فازی- عصبی و بهینه‌سازی پارامترهای توابع عضویت استفاده شده است. نوع سیستم استنتاج فازی بکار رفته همانطور که قبلاً نیز ذکر شد، سیستم سوگنو با توابع عضویت گوسین می‌باشد. برای آموزش مدل از الگوریتم آموزش ترکیبی با تعداد تکرار epoch=100 استفاده گردید. تعداد بهینه قوانین نیز با سعی و خطا بدست آمد.

۳. بحث و نتایج

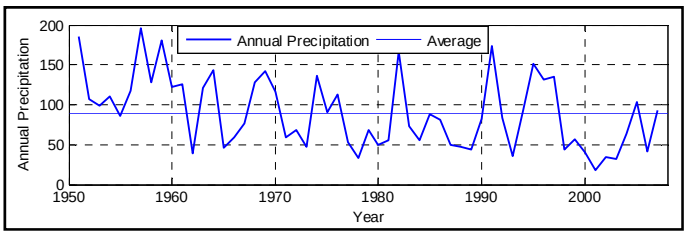
۱.۳. منطقه مورد مطالعه

داده‌های بارندگی مورد نیاز برای این تحقیق، از ایستگاه سینوپتیک زاهدان متعلق به سازمان هواشناسی اخذ گردید. این داده‌ها در دوره آماری ۲۰۰۷-۱۹۵۱ قرار داشته و علاوه بر آنکه از طول دوره مناسبی برخوردار بودند به لحاظ آماری نیز با کمترین نواقص روبرو بودند. اطلاعات آماری سری زمانی بارندگی سالیانه و همچنین موقعیت جغرافیایی ایستگاه مورد مطالعه در جدول ۲ آمده است. شکل ۲، سری زمانی بارندگی سالیانه ایستگاه سینوپتیک زاهدان را به همراه مقدار میانگین آن در بازه زمانی ۲۰۰۷-۱۹۵۱ نمایش می‌دهد.

جدول ۲- موقعیت جغرافیایی ایستگاه مورد مطالعه [۳] و اطلاعات آماری سری زمانی بارندگی سالیانه آن

نام ایستگاه	ارتفاع از سطح دریا (متر)	مختصات جغرافیایی		اطلاعات آماری سری زمانی بارندگی سالیانه (۲۰۰۷-۱۹۵۱)					
		عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	میانگین (mm)	حداکثر (mm)	حداقل (mm)	انحراف از معیار	چولگی *	درجه اوج **
زاهدان	۱۳۷۰	۲۹° ۲۸´	۶۰° ۵۳´	۸۹/۹	۱۹۶/۱	۱۸/۳	۴۴/۹	۰/۵۳	-۰/۶

* skewness
** kurtosis

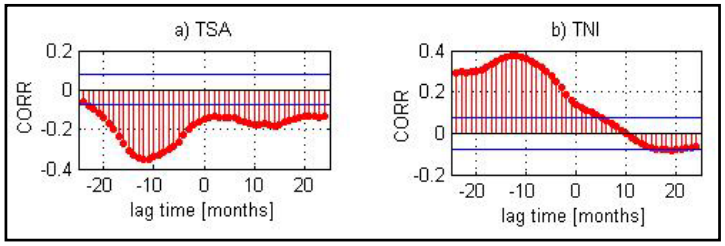


شکل ۲- نمودار بارندگی سالیانه و میانگین آن بر حسب میلیمتر در ایستگاه سینوپتیک زاهدان (۲۰۰۷-۱۹۵۱)

۲.۳. مدل‌های ساخته شده

مرسوم‌ترین و در عین حال منطقی‌ترین روش در ارزیابی ارتباط بین پارامترهای اقلیمی، بررسی همبستگی بین آنها می‌باشد [۶]. لذا در ابتدا همبستگی بین شاخص خشکسالی SPI در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه (SPI-12) و ۱۹ عدد شاخص اقلیمی با تأخیرهای زمانی (Lag) مختلف بررسی گردید تا مؤثرترین شاخص‌های اقلیمی مشخص شوند. طبق بررسی‌های انجام گرفته، در مقیاس ۱۲ ماهه، تنها وجود ارتباط معنادار بین خشکسالی و پنج مورد از شاخص‌های اقلیمی مورد بررسی تأیید گردید. این شاخص‌ها با شماره ۴، ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ در جدول ۱ مشخص شده و به ترتیب عبارتند از شاخص‌های TSA، TNI، QBO، Nino 4 و Nino 1+2. شکل ۳ نمودارهای

همبستگی بین شاخص خشکسالی SPI در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه و دو مورد از شاخص‌های اقلیمی مذکور را نشان می‌دهد. در هر کدام از این موارد، ۲۴ تأخیر زمانی مثبت و ۲۴ تأخیر زمانی منفی مورد توجه قرار گرفته و تنها ستون‌هایی که خارج از باندهای افقی و موازی آبی رنگ قرار گرفته باشند نشان دهنده وجود همبستگی معنادار در آن تأخیر زمانی در سطح اعتماد ۹۵ درصد می‌باشند.



شکل ۳. نمودار ضرایب همبستگی (Cross Correlations) بین شاخص خشکسالی SPI در مقیاس ۱۲ ماهه و شاخص‌های اقلیمی

در بخش بعد برای پیش‌بینی خشکسالی از سری زمانی ماهیانه متغیرهای ورودی و خروجی در بازه زمانی ۵۶ ساله ۲۰۰۷-۱۹۵۲ استفاده گردید. پارامتر خروجی در تمامی مدل‌های ساخته شده عبارتست از شاخص خشکسالی SPI در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه و پارامترهای ورودی به مدل‌ها نیز عبارتند از ۱۹ عدد شاخص اقلیمی بعلاوه مقادیر پیشین شاخص خشکسالی SPI. این پارامترها در ادامه به‌ترتیب با علامت CI-i (CI مخفف Climate Indices بوده و i نیز شماره شاخص‌های اقلیمی بکار رفته در این تحقیق می‌باشد که از ۱ تا ۱۹ تغییر کرده و شرح آنها در جدول ۱ آمد) و SPI نمایش داده می‌شوند. جدول ۳، شامل اطلاعات مدل‌های ساخته شده است. طول دوره آماری مجموعاً معادل ۶۷۲ =۱۲*۵۶ ماه می‌باشد که ۷۰ درصد از این دوره (معادل ۴۶۸ ماه) جهت آموزش و ۳۰ درصد باقی‌مانده (معادل ۲۰۴ ماه) جهت ارزیابی مدل‌های ساخته شده مورد استفاده قرار گرفت.

جدول ۳. مدل‌های ساخته شده برای پیش‌بینی پیوسته خشکسالی. پارامتر خروجی در تمام مدل‌ها عبارتست از SPI-12.

شماره مدل	پارامتر(های) ورودی	توضیحات
۱	SPI(t)	استفاده از شاخص SPI-12 ماه جاری برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۲	SPI(t, t-1)	استفاده از شاخص SPI-12 کنونی و یک ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۳	SPI(t, t-1, t-2)	استفاده از شاخص SPI-12 کنونی، یک و دو ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۴	SPI(t, t-1, t-2, t-3)	استفاده از شاخص SPI-12 کنونی، یک، دو و سه ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۵	SPI(t, t-1, t-2, t-3, t-4)	استفاده از شاخص SPI-12 کنونی، یک، دو، سه و چهار ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۶	SPI(t, t-1, t-2, t-3, t-4, t-12)	افزودن آمار مشابه سال گذشته شاخص SPI-12 به ورودی‌های قبلی برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۷	CI-i * (t)	استفاده از شاخص‌های اقلیمی ماه جاری برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۸	CI-i (t, t-1)	استفاده از شاخص‌های اقلیمی ماه جاری و یک ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۹	CI-i (t, t-1, t-2)	استفاده از شاخص‌های اقلیمی ماه جاری، یک و دو ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۱۰	CI-i (t, t-1, t-2, t-3)	استفاده از شاخص‌های اقلیمی ماه جاری، یک، دو و سه ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد
۱۱	CI-i (t, t-1, t-2, t-3, t-4)	استفاده از شاخص‌های اقلیمی ماه جاری، یک، دو، سه و چهار ماه قبل برای پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد

* متغیر i شماره شاخص اقلیمی بوده و عبارتست از i=1 to 19

در جدول فوق، هر سطر نمایانگر یک مدل می‌باشد که برای مقیاس زمانی ۱۲ ماهه اعمال شده است. لازم به ذکر است که در مدل‌های شماره ۷ تا ۱۱، تنها شاخص‌های اقلیمی که در بخش گذشته، همبستگی مناسبی را با شاخص SPI نشان داده بودند وارد مدل‌ها گردیده‌اند.

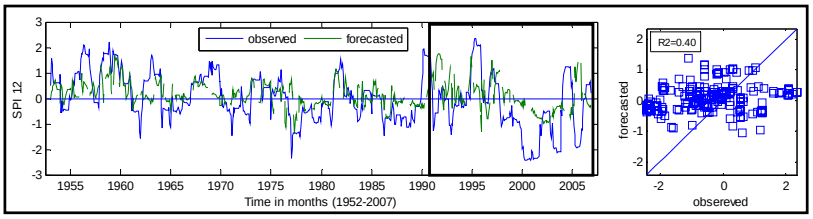
۳.۳. بررسی نتایج بدست آمده از مدل‌ها

به منظور ارزیابی نتایج مدل‌های ساخته شده از سه پارامتر ضریب همبستگی (CORR)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و خطای میانگین قدر مطلق خطا (MAE) استفاده شده است. جدول ۴ حاوی نتایج ارزیابی مدل‌های ساخته شده در بخش قبل می‌باشد. البته به دلیل محدودیت فضا، در ردیف‌های ۷ تا ۱۱ جدول زیر، تنها نتایج مربوط به شاخص اقلیمی Nino 4 با i=10 که مناسب‌ترین جواب را از بین شاخص‌های اقلیمی مورد بررسی بدست داده است، نمایش داده شده است.

جدول ۴. ارزیابی نتایج پیش‌بینی خشکسالی در مقیاس ۱۲ ماهه

ردیف	متغیرهای ورودی	تعداد قوانین فازی	آموزش			ارزیابی		
			CORR	RMSE	MAE	CORR	RMSE	MAE
۱	SPI(t)	5	0.34	0.79	0.65	0.25	1.23	1.02
۲	SPI(t, t-1)	4	0.36	0.78	0.64	0.18	1.27	1.05
۳	SPI(t, t-1, t-2)	3	0.30	0.80	0.66	0.13	1.28	1.07
۴	SPI(t, t-1, t-2, t-3)	4	0.40	0.77	0.62	0.18	1.28	1.06
۵	SPI(t, t-1, t-2, t-3, t-4)	4	0.45	0.75	0.59	0.28	1.25	1.02
۶	SPI(t, t-1, t-2, t-3, t-4, t-12)	5	0.59	0.69	0.53	0.40	1.26	1.04
۷	nina4 (t)	2	0.11	0.83	0.69	-0.18	1.33	1.10
۸	nina4 (t, t-1)	4	0.22	0.82	0.68	-0.06	1.34	1.09
۹	nina4 (t, t-1, t-2)	4	0.32	0.80	0.65	-0.18	1.35	1.11
۱۰	nina4 (t, t-1, t-2, t-3)	4	0.32	0.79	0.66	-0.22	1.37	1.12
۱۱	nina4 (t, t-1, t-2, t-3, t-4)	5	0.37	0.78	0.65	-0.19	1.38	1.12

شکل ۴، نمایانگر مقایسه بین سری‌های زمانی مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی شده شاخص خشکسالسی SPI در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه توسط مدل شماره ۶ می‌باشد. این مدل شامل پیش‌بینی خشکسالی یک سال بعد با استفاده از مقادیر مشابه یک سال قبل شاخص خشکسالی SPI می‌باشد.کادر مستطیلی مشخص شده در این نمودار، نشانگر محدوده ارزیابی داده‌ها می‌باشد، این محدوده همانطور که قبلاً نیز ذکر شد، ۳۰ درصد مجموع داده‌ها را تشکیل می‌دهد.



شکل ۴. مقایسه مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی شده SPI-12 با استفاده از مدل شماره ۶

۴. نتایج

در مطالعه حاضر به بررسی تأثیر شاخص‌های اقلیمی بر روی بی‌نظمی‌های مربوط به بارش و متعاقب آن رخداد خشکسالی‌ها پرداخته شد. مدل‌های پیش‌بینی با استفاده از مدل فازی- عصبی ANFIS توسعه داده شده و در نهایت نتایج بدست آمده مورد ارزیابی قرار گرفتند. نتایج بدست آمده از این تحقیق را می‌توان در موارد ذیل خلاصه نمود:

- بررسی سری‌های زمانی شاخص SPI، نمایانگر وجود نوعی بی‌نظمی شدید در روند خشکسالی‌های ۱۲ ماهه است. بدین معنا که رخداد خشکسالی‌های شدیدتر به طور محسوسی در اواخر دوره آماری مورد بررسی مشهود می‌باشد.
- محاسبه ضرایب همبستگی بین خشکسالی و شاخص‌های اقلیمی، بیانگر وجود ارتباط معنادار بین شاخص خشکسالی SPI در مقیاس ۱۲ ماهه و شاخص‌های اقلیمی TSA، TNI، QBO، Nino 4 و Nino 1+2 بود.
- بررسی نتایج بدست آمده از پیش‌بینی خشکسالی ۱۲ ماهه نشان داد که استفاده از آمار مشابه سال قبل خشکسالی، یعنی t-12 در کنار گام‌های زمانی t، t-1، t-2، t-3 و t-4 شاخص خشکسالی SPI، مدل مناسبی را برای پیش‌بینی خشکسالی تشکیل داد. همچنین استفاده از شاخص‌های اقلیمی نتوانست نتایج قابل قبولی را ارائه دهد. با این حال از میان شاخص‌های مورد بررسی، شاخص اقلیمی Nino4 مناسب‌ترین نتایج را ارائه داد.
- افزودن بر تعداد قوانین مدل‌های ANFIS ساخته شده، علاوه بر آنکه پیچیدگی مدل‌ها را به دنبال داشت، از عملکرد آنها نیز کاست. لذا همانطور که مشاهده شد، تعداد قوانین فازی از ۵ قانون فراتر نرفت.

قدردانی

از شرکت آب و فاضلاب استان سیستان و بلوچستان به خاطر حمایت‌های مالی در حین انجام تحقیقات، تقدیر و تشکر بعمل می‌آید.

منابع

[۱] علیزاده، ا.، اصول هیدرولوژی کاربردی، چاپ هفدهم ، دانشگاه امام رضا، مشهد، ۱۳۸۳.

[2] The OFDA/CRED International Disaster Database, www.em-dat.net, 2009.

[۳] پایگاه اطلاع رسانی سازمان هواشناسی کشور، www.weather.ir، ۱۳۸۵.

[۴] فرخ‌نیا، ا.، مرید، س.، قائمی، ه.، داده‌کاوی روی سیگنال‌های بزرگ‌مقیاس اقلیمی برای پیش‌بینی بلندمدت خشکسالی، سومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه تبریز، تبریز، ۱۳۸۷.

[۵] انوری، ص.، ارتقاء مدل‌های هوشمند جهت پیش‌بینی جریان رودخانه با استفاده از داده‌های توزیع مکانی اقلیمی و سطح برف، پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ۱۳۸۷.

[۶] باقرزاده‌چهره، ک.، ارزیابی سیگنال‌های هواشناسی در پیش‌بینی خشکسالی با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در استان تهران، پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ۱۳۸۴.

[۷] نیکنام، ح.، اژدری‌مقدم، م.، خسروی، م.، استفاده از مدل فازی-عصبی و الگوهای ارتباط از دور جهت پیش‌بینی خشکسالی مطالعه موردی زاهدان، چهارمین کنگره بین‌المللی جغرافیدانان جهان اسلام، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ۱۳۸۹.

[8] Bacanli, U., Firat, M., & Dikbas, F., *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) for drought forecasting, Stoch Environ Res Risk Assess*, DOI 10.1007/s00477-008-0288-5, Springer, 2008.

[9] Zounemat Kermani, M., & Teshnehlab, M., Using *adaptive neuro-fuzzy inference system for hydrological time series prediction*, Applied Soft Computing, 2008.

[10] McKee T.B., Doesken N.J., Kleist J., *The relationship of drought frequency and duration to time steps*, Preprints, 8th Conference on Applied Climatology, January 17–22 Anaheim, California, 1993.

[۱۱] رضیئی، ط.، دانش‌کارآراسته، پ.، اختری، ر.، ثقفیان، ب.، بررسی خشکسالی‌های هواشناسی (اقلیمی) در استان سیستان و بلوچستان با استفاده از نمایه SPI و مدل زنجیره مارکف، تحقیقات منابع آب ایران، سال سوم، شماره اول، تهران، ۱۳۸۶.

[۱۲] خسروی، م.، بررسی روابط بین الگوهای چرخش جوی کلان مقیاس نیمکره شمالی با خشکسالی‌های سالانه سیستان و بلوچستان، مجله جغرافیا و توسعه، زاهدان، ۱۳۸۳.

[13] NOAA, http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/climateindices/list/, 2009.

[14] Jang, J.-S.R., ANFIS: *adaptive network based fuzzy inference system*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 23 (3), 1993.

مهدی اژدری مقدم، دانشجوی کارشناسی ارشد عمران آب، دانشگاه سیستان و بلوچستان.
آدرس پست الکترونیکی: **hosein.p.n@gmail.com**

محمود خسروی، دانشیار گروه جغرافیا طبیعی (اقلیم شناسی)، دانشگاه سیستان و بلوچستان.
آدرس پست الکترونیکی: **khosravi@hamoon.usb.ac.ir**

حسین حسین‌پور نیکنام*، استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.
آدرس پست الکترونیکی: **mazhdary@hotmail.com**

* سخنران

پیش‌بینی رواناب ناشی از ذوب برف با استفاده از نروفازی

مهدی وفاخواه، محسن محسنی ساروی، محمد مهدوی، سید کاظم علوی پناه

چکیده. پیش‌بینی رواناب حاصل از ذوب برف یکی از چالش‌های مهم در مدیریت حوزه‌های آبخیز می‌باشد. تحقیق حاضر با هدف شبیه‌سازی رواناب حاصل از ذوب برف به کمک نروفازی و داده‌های اندازه‌گیری در حوزه آبخیز طالقان صورت گرفته است. بدین منظور ۳۸ تصویر سنجنده مودیس مربوط به سالهای ۲۰۰۳، ۲۰۰۴، ۲۰۰۵ و ۲۰۰۶ از سازمان فضایی ایران دریافت گردید و سطح پوشش برف در هر یک از تصاویر استخراج و با توجه به عمق و چگالی برف میزان حجم آب معادل برف در طی سالهای فوق‌الذکر محاسبه گردید. سپس داده‌های ارتفاع بارندگی روزانه، درجه حرارت روزانه، ارتفاع معادل برف روزانه و دبی روزانه در سالهای فوق‌الذکر در دسترس بوده که ۵۰٪ آنها برای آموزش، ۲۵٪ برای صحت‌سنجی و ۲۵٪ برای آزمایش مورد استفاده قرار گرفته است. از مدل نروفازی برای پیش‌بینی رواناب ناشی از ذوب برف استفاده شد. نتایج نشان داد نروفازی دارای کارآیی بالایی در پیش‌بینی جریان می‌باشد.

۱. مقدمه

در علوم مهندسی منابع آب و هیدرولوژی شناخت و تحلیل تغییرات زمانی و مکانی بارش و آبدوی سطحی از نیازهای اساسی محسوب می‌شود. برآورد رواناب حاصل از بارش در یک حوزه آبخیز از جهات گوناگون بلندمدت و کوتاه‌مدت دارای اهمیت می‌باشد. پیش‌بینی کوتاه‌مدت عموماً برای مدیریت نیروگاه‌های برقابی و پیش‌بینی وقوع سیلاب مورد استفاده قرار گرفته و پیش‌بینی بلندمدت بیشتر برای مدیریت حوزه آبخیز و تدوین سیاست‌های بهره‌برداری از مخزن مورد استفاده قرار می‌گیرند(کارآموز و همکاران، ۱۳۸۳). فرآیند بارندگی- رواناب، فرآیندی غیر خطی و از حیث زمانی و مکانی کاملاً تصادفی می‌باشد و تشریح آن با مدل‌های ساده به راحتی امکان پذیر نیست. برای بررسی این فرآیند پیچیده تاکنون مدل‌های زیادی پیشنهاد شده است. تمامی این مدل‌ها به سه دسته اصلی فیزیکی، تجربی و تحلیلی تقسیم می‌شوند. مدل‌های تجربی از توابع انتقالی ریاضی برای نشان دادن ارتباط بین تغییرات جوی و رواناب بهره می‌گیرند. مدل‌های تحلیلی در واقع شکل ساده شده قوانین فیزیکی که بر سیکل هیدرولوژی حاکم است، طراحی شده و با پارامترهایی که بیانگر ویژگی‌های حوضه است نشان داده می‌شوند(نوری و همکاران، ۱۳۸۴). با توجه به مزایای متعدد و کاربردهای منطق فازی در هیدرولوژی و منابع آب، استفاده از این روش‌ها به صورت روزافزونی در حال افزایش می‌باشد. برای مثال تحقیقات Chang و Chen (۲۰۰۱)، Xiong و همکاران (۲۰۰۱)، Mahabir و همکاران (۲۰۰۳)، Nayak و همکاران (۲۰۰۴)، Vernieuwe و همکاران (۲۰۰۵)، Aqil و همکاران (۲۰۰۷)، Singh و Deo (۲۰۰۷) و Mukerji و همکاران (۲۰۰۹) در ایران نیز حسامی رستمی و همکاران (۱۳۸۳) همگی کارآیی بالاتر نروفازی را در مقایسه با سایر روشهای مدلسازی مانند شبکه عصبی مصنوعی، سری زمانی و رگرسیون در پیش‌بینی رواناب ذکر نموده‌اند در همه تحقیقات انجام شده بارندگی و دبی به عنوان ورودی مورد استفاده قرار گرفته‌اند ولی هیچ یک از تحقیقات انجام شده از آب معادل برف به عنوان ورودی استفاده نکرده‌اند. تحقیق حاضر درصدد است تا با استفاده از بارندگی، دما و ارتفاع آب معادل برف، میزان رواناب خروجی از حوزه آبخیز طالقان را پیش‌بینی نماید

۲. مواد و روش‌ها

۲. ۱. ویژگی‌های منطقه مورد تحقیق

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق بخشی از حوزه آبخیز طالقان است که خروجی آن نزدیک روستای گلینک در محل ایستگاه آب‌سنجی می‌باشد. این بخش شامل سراب حوزه آبخیز طالقان و بخشی از حوزه میانی آن است. منطقه مورد مطالعه، بین عرض جغرافیایی ″۳۰ ′۰۵ °۳۶ تا ″۱۵ ′۱۱ °۳۶ شمالی و طول جغرافیایی ″۰۰ ′۴۵ °۵۰ تا ″۲۲ ′۱۱ °۵۱ شرقی واقع است. این بخش حوضه به طور عمده کوهستانی می‌باشد که حداکثر و حداقل ارتفاع آن به ترتیب ۴۴۰۰ و ۱۷۹۰ متر از سطح دریا بوده و ارتفاع متوسط منطقه نیز ۲۷۳۴ متر از سطح دریا است. مساحت منطقه مورد مطالعه۸۰۴۳۷/۵۲ هکتار می‌باشد.

واژه های کلیدی: نروفازی، پیش‌بینی رواناب، آب معادل برف، حوزه آبخیز طالقان.

۳ .۱.داده‌های رقومی سنجنده MODIS ماهواره‌های Terra و Aqua

سنجنده MODIS[1] ماهواره‌های Terra و Aqua با ۳۶ باند با قدرت تفکیک زمینی ۲۵۰ تا ۱۰۰۰ متر که ۱۱ باند آن در محدوده‌ی نور مرئی، ۹ باند در محدوده‌ی مادون قرمز نزدیک، ۶ باند در مادون قرمز حرارتی، ۴ باند در محدوده‌ی مادون قرمز موج کوتاه و ۶ باند آن در محدوده‌ی مادون قرمز امواج بلند تنظیم شده است. باندهای طیفی زیاد و همچنین بالا بودن قدرت تفکیک مکانی داده‌های ماهواره MODIS توانایی تولید نقشه‌های پوشش برف را بهبود بخشیده است. تعداد ۳۸ گذر در این تحقیق استفاده شد(جدول ۱).

جدول ۱ تصاویر سنجنده MODIS مورد استفاده

ردیف	تاریخ	ردیف	تاریخ	ردیف	تاریخ
۱	۲۰۰۳/۰۱/۰۴	۱۴	۲۰۰۴/۰۲/۱۵	۲۷	۲۰۰۵/۰۴/۰۲
۲	۲۰۰۳/۰۱/۱۵	۱۵	۲۰۰۴/۰۲/۲۶	۲۸	۲۰۰۵/۰۴/۱۵
۳	۲۰۰۳/۰۱/۲۹	۱۶	۲۰۰۴/۰۳/۰۴	۲۹	۲۰۰۶/۰۱/۰۱
۴	۲۰۰۳/۰۲/۱۶	۱۷	۲۰۰۴/۰۳/۱۷	۳۰	۲۰۰۶/۰۱/۱۴
۵	۲۰۰۳/۰۲/۲۸	۱۸	۲۰۰۴/۰۳/۲۵	۳۱	۲۰۰۶/۰۱/۳۰
۶	۲۰۰۳/۰۳/۰۱	۱۹	۲۰۰۴/۰۴/۰۱	۳۲	۲۰۰۶/۰۲/۰۴
۷	۲۰۰۳/۰۳/۱۰	۲۰	۲۰۰۴/۰۴/۱۲	۳۳	۲۰۰۶/۰۲/۱۵
۸	۲۰۰۳/۰۴/۰۸	۲۱	۲۰۰۴/۰۴/۳۰	۳۴	۲۰۰۶/۰۲/۲۷
۹	۲۰۰۳/۰۴/۱۵	۲۲	۲۰۰۵/۰۱/۰۴	۳۵	۲۰۰۶/۰۳/۰۶
۱۰	۲۰۰۳/۰۴/۲۸	۲۳	۲۰۰۵/۰۱/۱۱	۳۶	۲۰۰۶/۰۳/۱۶
۱۱	۲۰۰۴/۰۱/۲۱	۲۴	۲۰۰۵/۰۳/۰۷	۳۷	۲۰۰۶/۰۳/۲۹
۱۲	۲۰۰۴/۰۱/۳۰	۲۵	۲۰۰۵/۰۳/۱۵	۳۸	۲۰۰۶/۰۴/۰۵
۱۳	۲۰۰۴/۰۲/۰۲	۲۶	۲۰۰۵/۰۳/۲۶		

۴ .۱. روش کار

۴ .۱ .۱.استخراج سطح پوشش برف از تصاویر سنجنده MODIS

تصاویر مورد استفاده طبق مشخصات عمومی مندرج در Header گذرها، زمین مرجع شدند. نمونه‌گیری مجدد[2] به روش نزدیکترین همسایه[3] صورت پذیرفت. تصحیحات جوی بر روی تصاویر توسط نرم‌افزار انجام گرفت. به جزء موارد جزئی تصاویر مورد استفاده فاقد پوشش ابر بر روی منطقه مورد مطالعه بود. در سایر موارد ابرها به روش تصحیح پیکسل و استفاده از داده‌های زمانی قبل یا بعد، نزدیک به زمان تصویربرداری، پوشش ابر در آنها از بین رفت. برای تهیه نقشه پوشش برف الگوریتمی به وسیله هال و همکاران در سال ۲۰۰۲ با استفاده از باندهای با قدرت تفکیک زمینی ۵۰۰ به منظور جدا نمودن برف از ابر ارائه شده است. از باندهای ۴ و ۶ به طور اتوماتیک برای استخراج شاخص برفی تفاضلی نرمال شده(NDSI) و بر اساس معادله ۱ محاسبه می‌گردد.

$$NDSI = \frac{MODIS_{Band\,4} - MODIS_{Band\,6}}{MODIS_{Band\,4} + MODIS_{Band\,6}} \qquad (۱)$$

در این رابطه: NDSI شاخص برفی تفاضلی نرمال شده، $MODIS_{Band4}$ تصویر باند چهارم سنجنده MODIS پس از انجام تصحیحات رادیومتریک و $MODIS_{Band6}$ تصویر باند شش سنجنده MODIS پس از انجام تصحیحات رادیومتریک است. از این شاخص می‌توان برای تفکیک برف و یخ از یکدیگر و همچنین برای جداسازی برف از ابرهای ارتفاع بالای اتمسفر نظیر ابرهای کومولونیبوس استفاده نمود. علاوه بر شاخص مذکور، الگوریتم پوشش برف در صورتی یک پیکسل را برف تلقی خواهد نمود که شرایط مندرج در ذیل محقق شده باشد.

- باند دو دارای بازتابش بیش از ۱۱ درصد باشد،

[1] Moderate Resolution Imaging Spectro-Radiometer
[2] Resampling
[3] Nearest Neighbour

- باند چهار دارای بازتابش برابر یا بیشتر از ۱۰ درصد باشد، و
- در مجموع باید مقدار NDSI بیشتر از ۰/۴ برآورد گردد.

لازم به توضیح است که نقشه‌ی برفی نهایی در فرمت باینری بوده و از منطق بولین پیروی می‌کند و در این مدل، کل تصویر به دو پهنه برفی و بدون برف طبقه‌بندی می‌گردد.

۴. ۱. ۲.تعیین آب معادل برف

با مراجعه به سازمان تحقیقات منابع آب آمار عمق و چگالی برف در ایستگاه‌های برف‌سنجی در سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۴ دریافت شد. به منظور تعیین میزان آب معادل برف از طریق هم‌پوشانی پلی‌گونهای تیسن و نقشه پهنه‌بندی پوشش برف، میزان آب معادل برفی در هر ایستگاه محاسبه گردید.

۴. ۱. ۳.نروفازی

در این تحقیق داده‌های متوسط بارندگی روزانه(P) بر حسب میلیمتر، متوسط دمای روزانه(t) بر حسب درجه سانتی‌گراد، ارتفاع آب معادل برف روزانه(SWE) بر حسب متر و متوسط دبی روزانه(Q) بر حسب مترمکعب برثانیه در ایستگاه‌های هیدرومتری جوستان، مهران جوستان، علیزان جوستان و گلینک در سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۴ به مدت چهار سال در ماه‌های ژانویه(دی)، فوریه(بهمن)، مارس(اسفند) و آوریل(فروردین) و کلاً ۴۸۱ داده در هر ایستگاه هیدرومتری موجود بود. به منظور شبیه‌سازی ورودی‌های مربوط به یک دوره زمانی پیشین($Q_t=f(P_{t-1}, t_{t-1}, SWE_{t-1})$ استفاده گردید.کل داده‌ها به سه دسته آموزش[۴]، صحت‌سنجی[۵] و آزمایش[۶] تقسیم شد به طوری‌که ۵۰٪ داده‌ها برای آموزش (۲۳۹ داده)، ۲۵٪ برای صحت‌سنجی(۱۱۹ داده) و ۲۵٪ برای آزمایش(۱۱۹ داده) استفاده گردید. در طراحی مدل نروفازی، از شبکه عصبی چند لایه پیش‌خور(MFNN) با الگوریتم یادگیری پس انتشار خطا و سیستم استنتاج فازی ساگنو با تابع ورودی تفاوت دو سیگموئید و تابع خروجی خطی و برای غیر فازی نمودن از تابع میانگین متحرک استفاده گردید و از نرم‌افزار Matlab نسخه ۲۰۰۹ برای مدلسازی نروفازی استفاده گردید. تعداد توابع عضویت استفاده شده در این تحقیق، ۱۲۵ تابع می‌باشد و به منظور ارزیابی مدل از ریشه میانگین مربع خطا($RMSE$)(رابطه ۳) استفاده شد.

(۳)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Z^{*}_{(x_i)} - Z_{(x_i)}\right)^2}$$

در این رابطه: $Z^{*}_{(x_i)}$: مقدار برآورد شده متغیر مورد نظر، $Z_{(x_i)}$: مقدار اندازه‌گیری شده متغیر مورد نظر و n: تعداد نمونه‌ها می‌باشد.

۳. بحث و نتیجه‌گیری

۳. ۱.مدلهای پیش‌بینی رواناب حاصل از ذوب برف

بر اساس روش تحقیق ارائه شده مدلهای پیش‌بینی به دست آمد. جداول ۲ پارامترهای آماری داده‌های ورودی و خروجی (دبی مشاهده‌ی) مورد استفاده را نشان می‌دهد.

[۴] Training Set
[5] Validation Set
[6] Test Set

جدول ۲ خصوصیات داده‌های مورد استفاده در این تحقیق

ایستگاه هیدرومتری / پارامتر		ارتفاع آب معادل برف (متر)	بارندگی (میلی‌متر)	دما (درجه سانتی‌گراد)	دبی (مترمکعب بر ثانیه)
گلینک	تعداد داده‌ها	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱
	میانگین	۴۷۲/۶۲	۱/۷۹	۳/۷۹	۱۸/۶۱
	انحراف از معیار	۵۶۴/۱۱	۳/۶۲	۶/۰۵	۱۷/۶۵
	حداکثر	۳۲۷۵/۵۴	۲۸/۶۵	۲۰/۴۰	۹۸/۱۰
	حداقل	۰	۰	-۱۱/۲۷	۳/۴۳
جوستان	تعداد داده‌ها	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱
	میانگین	۹۳/۲۳	۱/۹۷	۳/۷۹	۱۰/۴۷
	انحراف از معیار	۱۱۹/۸۹	۴/۱۸	۶/۰۵	۹/۷۹
	حداکثر	۹۴۲/۸۰	۳۵/۴۰	۲۰/۴۰	۵۷/۱
	حداقل	۰	۰	-۱۱/۲۷	۲/۱۹
مهران جوستان	تعداد داده‌ها	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱
	میانگین	۱۷۶/۹۵	۲/۵۴	۳/۷۹	۲/۵۲
	انحراف از معیار	۱۳۸/۵۷	۴/۵۴	۶/۰۵	۲/۲۳
	حداکثر	۳۵۹/۱۸	۲۸/۳۴	۲۰/۴۰	۱۲/۴۰
	حداقل	۰	۰	-۱۱/۲۷	۰/۱۴
علیزان جوستان	تعداد داده‌ها	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱	۴۸۱
	میانگین	۲۰۰/۰۷	۲/۳۱	۳/۷۹	۲/۴۴
	انحراف از معیار	۴۸۷/۱۲	۴/۸۷	۶/۰۵	۲/۴۱
	حداکثر	۵۶۶۴/۸۸	۳۷/۸۳	۲۰/۴۰	۱۶/۵۰
	حداقل	۰	۰	-۱۱/۲۷	۰/۳۴

جدول ۳ عملکرد مدل‌های ورودی برای پیش‌بینی رواناب حاصل از ذوب برف در ایستگاه‌های هیدرومتری گلینک، جوستان، مهران جوستان و علیزان جوستان را نشان می‌دهند.

جدول ۳ عملکرد مدل‌ها برای پیش‌بینی رواناب حاصل از ذوب برف

ایستگاه هیدرومتری	آموزش	صحت‌سنجی	آزمایش	ایستگاه هیدرومتری	آموزش	صحت‌سنجی	آزمایش
گلینک	۰/۰۵۲	۰/۷۳	۰/۸۴	مهران جوستان	۰/۰۵۲	۰/۴۰۴	۱/۲۷
جوستان	۰/۰۶۶	۰/۵۸۵	۱/۸۸۹	علیزان جوستان	۰/۰۵۲	۰/۱۸۴	۲/۹۸

در جدول ۳ اعداد، میزان ریشه میانگین مربع خطا($RMSE$) و میزان اریبی را نشان می‌دهند و در حالت ایده‌ال باید مساوی صفر باشند. با توجه به این اعداد مدل‌های به دست آمده دارای کارآیی بالایی در مرحله آموزش بوده ولی در مرحله صحت‌سنجی و آزمایش کارآیی آنها کاهش یافته است ولی به طور کلی نروفازی کارآیی بالایی را در پیش‌بینی رواناب ناشی از ذوب برف نشان می‌دهد که با تحقیقات پیشین در این رابطه همخوانی دارد.

منابع

۱. حسامی رستمی، ر.، افشار، ع. و موسوی، س.ج.، ۱۳۸۳، مدل پیش‌بینی سیلاب با استفاده از سیستم استنباط فازی-عصبی تطبیقی و مقایسه آن با روش رگرسیون همراه با حل مثال موردی حوزه آبخیز کرخه، CD مجموعه مقالات اولین کنفرانس سالانه منابع آب ایران، انجمن علوم و مهندسی منابع آب ایران، دانشکده فنی دانشگاه تهران.

۲. کار آموز، م .، عراقی، ش. و رضوی، س. س.، ۱۳۸۳. مدلسازی هیدرواقلیمی پیش بینی جریان ورودی به مخزن: کاربرد شبکه های عصبی مصنوعی، CD مجموعه مقالات اولین کنفرانس سالانه منابع آب ایران، انجمن علوم و مهندسی منابع آب ایران، دانشکده فنی دانشگاه تهران.

۳. نوری، م.، رهنما، م.ب. و پیره، ع.، ۱۳۸۴. مقایسه مدل جدید NWN و ANN در فرآیند شبیه سازی جریان رودخانه غازان چای، CD مجموعه مقالات پنجمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشکده مهندسی دانشگاه باهنرکرمان.

4. Aqil, M., Kita, I., Yano, A., and Nishiyama, S. (2007). ***A comparative study of artificial neural networks and neuro-fuzzy in continuous modeling of the daily and hourly behavior of runoff***. Journal of Hydrology, 337(1-2), 22-34.

5. Chang, F. J., and Chen, Y. C. (2001). ***A counter propagation fuzzy-neural network modeling approach to real time streamflow prediction***. Journal of Hydrology, 245(1-4), 153-164.

6. Mahabir, C., Hicks, F. E., and Fayek, A. R. (2003). ***Application of fuzzy logic to forecast seasonal runoff***. Hydrological Processes, 17(18), 3749-3762.

7. MATLAB Fuzzy Logic Toolbox Reference Manual, Version 7.6.0 (2008). The Math Works Inc. Natick, Mass.

8. Mukerji, A., Chatterjee, C., and Singh Raghuwanshi, N. (2009). ***Flood forecasting using ANN, neuro-fuzzy, and neuro-GA models***. Journal of Hydrologic Engineering, 14(6), 647-652.

9. Nayak, P. C., Sudheer, K. P., Rangan, D. M., and Ramasastri, K. S. (2004). ***A neuro-fuzzy computing technique for modeling hydrological time series***. Journal of Hydrology, 291(1-2), 52-66.

10. Singh, P., and Deo, M. C. (2007). ***Suitability of different neural networks in daily flow forecasting***. Applied Soft Computing Journal, 7(3), 968-978.

11. Vernieuwe, H., Georgieva, O., De Baets, B., Pauwels, V. R. N., Verhoest, N. E. C., & De Troch, F. P. (2005). ***Comparison of data-driven Takagi-Sugeno models of rainfall- discharge dynamics***. Journal of Hydrology, 302(1-4), 173-186.

12. Xiong, L., Shamseldin, A. Y., and O'Connor, K. M. (2001). ***A non-linear combination of the forecasts of rainfall-runoff models by the first-order Takagi-Sugeno fuzzy system***. Journal of Hydrology, 245(1-4), 196-217.

مهدی وفاخواه*، دانشکده منابع طبیعی دانشگاه تربیت مدرس

آدرس پست الکترونیکی: **Vafakhah@modares.ac.ir**

محسن محسنی ساروی، دانشکده منابع طبیعی دانشگاه تهران

محمد مهدوی، دانشکده منابع طبیعی دانشگاه تهران

سید کاظم علوی پناه، گروه جغرافیا دانشگاه تهران

*سخنران

شبکه های عصبی فازی دینامیکی

افروز عبادت، فریدون شعبانی نیا

چکیده. در این مقاله یک ساختار شبکه عصبی فازی دینامیک که یک سیستم فازی TSK را بر روی شبکه RBF گسترش یافته پیاده سازی می کند، بهبود داده شده است. ویژگی اصلی این شبکه این است که الگوریتم آموزشی به کار گرفته شده به صورت سلسله مراتبی و روی خط عمل می کند و از طرف دیگر نرون ها با توجه به میزان تاثیرشان بر شبکه به صورت دینامیکی حذف و یا اضافه می شوند. برای تعیین وزن های شبکه از روش حداقل مربعات متعامد استفاده شده است که یک روش مقاوم برای حل عددی مسائل حداقل مربعات می باشد.

۱. مقدمه

یکی از مهمترین مباحث مطرح شده در علوم و مهندسی مدلسازی سیستم ها است. در گذشته همواره سعی بر این بوده است که با به کار گیری ابزار های ریاضی موجود بتوان سیستم را مدل کرد. اما چنین روش هایی در اکثر موارد منجر به جواب های رضایت بخش نمی شود. از طرف دیگر از آنجایی که اکثر سیستم هایی که با آنها سر و کار داریم دارای رفتار های غیر خطی و پیچیده هستند، برای مدلسازی آنها ناگزیر به استفاده از ابزار های متنوعی همچون روش های هوشمند به طور مثال شبکه های عصبی و فازی می شویم. در واقع یک سیستم فازی یا شبکه عصبی را می توان یک تقریبگر مدل[1] دانست. [1]. بررسی های تئوری نشان می دهد که سیستم های استنتاج فازی و شبکه های عصبی تقریبگر های جهانی هستند یعنی قادر هستند با هر تابع دلخواه را با یک دقت مطلوب تخمین بزنند[1]. علاوه بر مشکلاتی همچون غیر خطی بودن مدل و پیچیدگی که ذکر شد، مسئله دیگری که وجود دارد این است که بیشتر پروسه هایی که در دنیای واقعی با آنها رو به رو می شویم، دینامیکی هستند و یک وابستگی زمانی بین خروجی و ورودی ها ی زمان های گذشته و حالت های سیستم وجود دارد. این در حالی است اکثر مدل هایی که به کمک شبکه های عصبی و منطق فازی به دست می آید، استاتیکی هستند یعنی خروجی در هر لحظه از زمان فقط به ورودی ها در همان لحظه بستگی دارد. به علاوه درجه واقعی سیستم معمولاً مشخص نمی باشد [2]. در چنین شرایطی تنها مدل هایی می توانند پاسخگو باشند که خودشان دینامیک باشند. به عنوان یک نمونه می توان از شبکه های عصبی بازگشتی نام برد که تقش مهمی در شناسایی و کنترل بسیاری از پروسه های واقعی دارند. هر چند مدل سازی های فازی در مقایسه با شبکه های عصبی دینامیکی در زمینه مدل سازی سیستم های دینامیکی بسیار ضعیف ترند[2] اما با توجه به ویژگی های مثبت این نوع مدل سازی ها، در سال های اخیر ترکیب هر دو روش بالا به کار رفت که منجر به شکل گیری دسته جدیدی از شبکه ها به نام شبکه های عصبی فازی(FNN[2]) شد که ویژگی های مثبت سیستم های استنتاج فازی و شبکه های عصبی را به صورت توأم در بر دارند [1]. در چنین شبکه هایی برای آموزش شبکه معمولاً از الگوریتم پس انتشار استفاده می شود (به عنوان نمونه مرجع [3] مشاهده شود). ایده اصلی به این صورت است که تعدادی تابع عضویت تعریف می شود و تعداد قوانین نیز یا بر اساس اطلاعات طراح و یا به کمک روش های سعی و خطا تعیین می شود. در نهایت پارامتر ها به کمک الگوریتم آموزش پس انتشار به روز رسانی می شوند[4]. اما در این نوع شبکه ها با دو مشکل عمده مواجه می شویم : یکی سرعت پایین آن به علت افتادن در مینیمم های محلی است که این موضوع باعث می شود به کارگیری آن در پروسه های زمان حقیقی غیر ممکن شود و دیگری اینکه در اکثر موارد شناسایی خود ساختار نیز مشکل است[1]. با توجه به مشکلات ذکر شده راه حل های مختلفی پیشنهاد شده است. در [1] یک ساختار دینامیکی برای شبکه های عصبی فازی ارائه شده است که سیستم فازی TSK را بر پایه شبکه های RBF گسترش یافته، اجرا می کند و از یک روش آموزش جدید استفاده می نماید. ایده اصلی الگوریتم به این صورت است که بدون بخش پنهان (hidden unit) شروع به کار می کند و پس از آن نرون ها بر اساس میزان تأثیرشان بر عملکرد شبکه اضافه یا حذف می شوند. بنابراین نه تنها می توان پارامترها را تنظیم کرد بلکه ساختار شبکه نیز به طور همزمان تنظیم می شود. چنین شبکه هایی را Dynamic Fuzzy Neural Network یا به اختصار D-FNN می نامند. همان طور که گفته شد شبکه پیشنهادی یک شبکه RBF می باشد. شبکه های عصبی گوسی همواره با مشکل بعد مواجه هستند و تعداد وزن هایی که در آنها باید تنظیم شود به صورت نمایی با افزایش ورودی ها افزایش می یابد [6]. روش های

[1] model approximator
[2] fuzzy neural network

واژه های کلیدی

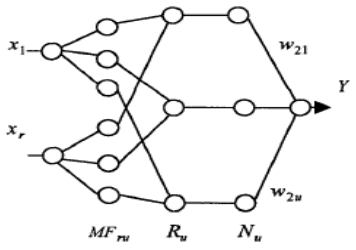
مختلفی برای این منظور پیشنهاد شده است. از آنجایی که تجزیه متعامد، یک روش مقاوم برای حل عددی مسائل حداقل مربعات می باشد و از طرف دیگر برای محاسبه وزن های لایه خروجی در یک شبکه RBF بسیار مناسب است و با توجه به اینکه ساختار پیشنهادی در [1] بر پایه شبکه های RBF گسترش یافته می باشد، در این مقاله ساختار پیشنهاد شده در [1] به کار گرفته شده و برای تعیین وزن های شبکه از یک روش مبتنی بر حداقل مربعات به نام OLS[3] استفاده می شود. این مقاله از۶ بخش تشکیل شده است. در بخش دوم ساختار شبکه های عصبی فازی دینامیکی توضیح داده شده است. بخش سوم شامل معیارهای ساخت نرون می باشد. تنظیم پارامترهای RBF unitها و همچنین وزن ها به ترتیب در بخش های ۴ و ۵ آورده شده است. بخش ۶ به بیان تکنولوژی هرس کردن اختصاص داده شده است. در بخش ۷ام نتایج شبیه سازی ها و مقایسه با سایر روش ها آورده شده است.

۲. ساختار شبکه های عصبی فازی دینامیکی

ساختار این شبکه مطابق [1] تعیین می شود و در شکل ۱ نشان داده شده است.

لایه اول: هر گره در این لایه نشان دهنده یک متغیر ورودی زبانی است.

لایه دوم: هر گره در این لایه نمایانگر یک تابع عضویت به فرم تابع گوسی است:



شکل۱- ساختار شبکه عصبی فازی دینامیک

$$\mu_{ij}(x_i) = \exp(-\frac{(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_j^2}) \quad \text{i=1, 2, … , r , j=1, 2, … , u} \qquad (۱)$$

که r تعداد متغیرهای ورودی، u تعداد توابع عضویت، σ_j پهنای j-امین تابع عضویت مربوط به x_i، c_{ij} مرکز j-امین تابع عضویت مربوط به x_i و μ_{ij} j-امین تابع عضویت مربوط به x_i هستند.

لایه سوم: هر گره در این لایه نشان دهنده یک بخش شرطی ممکن برای قوانین فاری است. برای قانون j-ام، R_j، خروجی به این صورت است :

$$\varphi_j = \exp(-\frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_j^2}) = \exp(-\frac{\|X - C_j\|^2}{\sigma_j^2}) \qquad \text{j=1, 2, … , u} \qquad (۲)$$

که $X=(x_1, \dots, x_r)$ و C_j مرکز j-امین واحد RBF است.

لایه چهارم: گره های این لایه را با نام گره های N یا نرمالیزه[4] می شناسیم. واضح است که تعداد گره های N برابر با تعداد گره های R است. خروجی هرگره برابر است با:

$$\psi_j = \frac{\varphi_j}{\sum_{k=1}^{u}\varphi_k} = \frac{\exp(-\frac{\|X - C_j\|^2}{\sigma_j^2})}{\sum_{k=1}^{u}\exp(-\frac{\|X - C_j\|^2}{\sigma_j^2})} \qquad \text{j=1 , … , u} \qquad (۳)$$

لایه پنجم: هر گره در این لایه نمایانگر یک متغیر خروجی به عنوان مجموع سیگنال های ورودی به آن گره است :

[3] Orthogonal Least Square
[4] normalized nodes

$$y(x) = \sum_{k=1}^{u} w_{2k} . \psi_k = \frac{\sum_{k=1}^{u} w_{2k} \exp(-\frac{\|X - C_k\|^2}{\sigma_k^2})}{\sum_{k=1}^{u} \exp(-\frac{\|X - C_k\|^2}{\sigma_k^2})} \quad (۴)$$

که y مقدار متغیر خروجی و w_{2k} وزن هر قانون می باشد. برای یک مدل TSK :

$$w_{2j} = k_{j0} + k_{j1} x_1 + \ldots + k_{jr} x_r \qquad j=1,2, \ldots , u \quad (۵)$$

به هر گره در لایه سوم یک RBF unit می گوییم. اگر تعداد این RBF unit ها مشخص نباشد و لازم باشد که تعیین شوند آنگاه نمی توان یک ساختار از پیش تعیین شده و مشخص از لحاظ تعداد گره ها برای شبکه قائل شد و این موضوع منجر به هدایت ما به سمت یک الگوریتم آموزش جدید میشود که قابلیت تعیین RBF unit های مناسب برای شبکه را به صورت اتوماتیک داشته باشد.

۳. معیار های ساخت نرون

۳-۱) فاکتور های ساخت نرون

۳-۱-۱) *خطاهای سیستم :* معیار خطا به این صورت بیان می شود : برای i- امین نمونه ورودی- خروجی (X_i, t_i) که در آن X_i بردار ورودی و t_i خروجی مطلوب می باشد، خروجی شبکه یعنی y_i را برای ساختار موجود به کمک رابطه (۱) محاسبه می کنیم. طبق تعریف :

$$\|e_i\| = \|t_i - y_i\| \quad (۶)$$

اگر $k_e < \|e_i\|$ شود، RBF unit مربوطه باید اصلاح شود. مقدار k_e با توجه به حداکثر خطای قابل قبول برای D-FNN تعیین می شود.

۳-۱-۲) *باند تطبیق*[5] *:* معیار تطبیق به این صورت بیان می شود : برای i- امین نمونه ورودی خروجی (X_i, t_i) فاصله بین X_i و C_j را محاسبه می کنیم

$$d_i(j) = \|X_i - C_j\| \qquad j=1 , 2 , \ldots , u \quad (۷)$$

که u تعداد RBF unit های موجود می باشد. مقدار عبارت زیر را محاسبه می کنیم :

$$d_{\min} = \arg\min(d_i(j)) \quad (۸)$$

اگر $d_{\min} > k_d$ شود، RBF unit مربوطه باید اصلاح شود در غیر این صورت نمونه ورودی- خروجی (X_i, t_i) قابل نمایش به کمک نزدیک ترین RBF unit می باشد. k_d شعاع مؤثر باند تطبیق است.

۳-۲) آموزش سلسله مراتبی[6]

ایده اصلی روش این است که باند تطبیق هر RBF unit ثابت نیست و به صورت دینامیکی به کمک روش زیر تنظیم می شود :
ابتدا باند های تطبیق را بزرگ انتخاب می کنیم تا یک آموزش کلی داشته باشیم . پس از آن برای داشتن آموزش دقیق به تدریج باند ها کاهش می یابند. به کمک این ایده یک روش ساده بر پایه یک تابع کاهشی برای کاهش همزمان شعاع مؤثر هر RBF unit و شاخص خطا به کار گرفته می شود. در واقع به جای یک k_d و k_e ثابت، آنها را به صورت زیر انتخاب می کنیم :

$$k_e = \max[e_{\max} \times \beta^i, e_{\min}], k_d = \max[d_{\max} \times \gamma^i, d_{\min}]$$

که در معادلات بالا داریم :

[5] Accommodation boundary
[6] Hierarchical learning

$e_{\max}$ حداکثر خطا است که یک مقدار از پیش تعیین شده می باشد، $e_{\min}$ دقت مطلوب برای خروجی شبکه، β ثابت همگرایی، $d_{\max}$ بزرگ ترین طول فضای ورودی، $d_{\min}$ کوچک ترین طول مطلوب و γ ثابت نزولی می باشد.
ایده اصلی آموزش سلسله مراتبی این است که ابتدا نقاطی را که مشکل دارتر هستند یعنی دارای یک خطای بزرگ بین مقدار مطلوب و خروجی واقعی می باشند اما RBF unit ای آنها را پوشش نمی دهد، پیدا کند و آنها را تحت پوشش قرار دهد. به این عمل coarse learning می گویند. زمانی که مقادیر k_e و k_d به ترتیب به $e_{\min}$ و $d_{\min}$ برسد آموزش دقیق تر شبکه آغاز می شود.

۴. تنظیم پارامتر های RBF unit

پس از اینکه یک نرون ایجاد شد، اولین کاری که باید انجام بدهیم تنظیم پارامتر هایش میباشد. پهنای RBF unit ها نقش بسزایی در عمکرد آنها دارد. اگر این پهنا کمتر از فاصله بین ورودی های همسایه باشد، شبکه خروجی مناسبی در پاسخ به ورودی هایی که برای آنها طراحی نشده نخواهد داشت. از طرف دیگر اگر این پهنا بسیار زیاد باشد، خروجی گره فارغ از ورودی همواره بزرگ است . بنابراین یک *RBF unit* جدید با پارامتر های زیر ایجاد می کنیم :

$$C_i = X_i \qquad (۹)$$

$$\sigma_i = k \times d_{\min} \ , \ k=1.05\sim1.2 \qquad (۱۰)$$

که k را فاکتور هم پوشانی[۷] می نامیم و تعیین کننده میزان هم پوشانی میان پاسخ های RBF unit ها می باشد.
هنگامی که اولین الگوی ورودی- خروجی به شبکه داده می شود اولین نرون با پارامتر های $C_1 = X_1$ و $\sigma_0 = \sigma_1$ ساخته می شود. در اینجا σ_0 یک ثابت از پیش تعیین شده است.
توجه به این نکته ضروری است که تنها حالتی که $d_{\min} > k_d$ و $\|e_i\| > k_e$ منجر به ساخت نرون می شود و برای سه حالت ممکن دیگر الگوریتم به این صورت است :
حالت اول : $d_{\min} < k_d$ و $\|e_i\| < k_e$: این حالت نشان می دهد شبکه به خوبی با زوج ورودی خروجی (X_i, t_i) سازگاری دارد. در این حالت تنها کار لازم به روز رسانی وزن های w_2 است.
حالت دوم : $d_{\min} > k_d$ و $\|e_i\| < k_e$: این حالت نشان می دهد که سیستم در حالت کلی خوب است و فقط ورن ها باید تنظیم شوند.
حالت سوم : $d_{\min} < k_d$ و $\|e_i\| > k_e$: این حالت نشان می دهد که هر چند X_i می تواند به RBF unit های همسایه داده شود اما عملکرد RBF unit چندان مناسب نیست. به عبارت دقیق تر پهنای نزدیک ترین گره RBF و تمامی وزن ها باید به صورت همزمان به روز رسانی شود. برای نزدیک ترین k – امین RBF unit :

$$\sigma_k^i = k_w \times \sigma_k^{i-1} \ , \ k_w = 1.1 \sim 1.3 \qquad (۱۱)$$

که در معادله بالا k_w یک ثابت از پیش تعیین شده می باشد[1].

۵. تنظیم وزن ها

برای تنظیم وزن های شبکه مطابق آنچه قبلاً گفته شد و در [5] آمده است از روش OLS استفاده می شود.
فرض کنید n نمونه جهت آموزش شبکه در اختیار داریم که در ماتریس های ورودی $P \in R^{r \times n}$ و خروجی $T \in R^n$ ذخیره شده است. خروجی های گره های N را با توجه به معادلات بالا می توان به دست آورد.

[7] overlap factor

$$\psi = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{u1} & \cdots & a_{un} \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

برای هر ورودی $X_j(x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{rj})$ خروجی y_j سیستم برابر است با : $y_j = \sum_{i=1}^{u} w_{2i}\psi_i$

معادله فوق به فرم فشرده به این صورت است : $W_2\Psi = Y$

که برای مدل S، $W_2 \in R^u$ و $\psi \in R^{u\times n}$ و برای مدل TSK به صورت زیر است :

$$W_2 = (k_{10} \cdots k_{u0} k_{11} \cdots k_{u1} \cdots k_{1r} \cdots k_{ur}) \quad (۱۳)$$

$$\psi = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{u1} & \dots & a_{un} \\ a_{11}.x_{11} & \dots & a_{1n}.x_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{u1}.x_{11} & \dots & a_{un}.x_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{11}.x_{r1} & \dots & a_{1n}.x_{rn} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{u1}.x_{r1} & \dots & a_{un}.x_{rn} \end{pmatrix} \quad (۱۴)$$

هدف این است که وزن های بهینه $W_2^* \in R^{(r+1)u}$ به گونه ای محاسبه شوند که با توجه به تعریف $\widetilde{E} = \|T - Y\|$ مقدار انرژی یعنی $\widetilde{E}^T\widetilde{E}$ مینیمم شود[1].

حال کافی است یک مسئله least square چند متغیره را حل کنیم تا وزن W را به گونه ای تعیین کنیم که تابع هزینه زیر min شود.

$$J(W) = \|E\|_F = \left\|Y^T - \Psi^T W_2^T\right\| \quad (۱۵)$$

که در آن $\|*\|_F$ نشان دهنده نرم frobenius میباشد که به صورت زیر تعریف میشود:

$$\|A\|_F^2 = trace(A^T A) \quad (۱۶)$$

فرض کنید Ψ^T یک ماتریس full rank باشد (اگر مراکز توابع پایه مجزا باشند این اتفاق می افتد) در این صورت میتوان آن را تجزیه کرد:

$$\Psi^T = Q\begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

که در آن Q یک ماتریس n*n است که دارای خاصیت $QQ^T = Q^TQ = I$ و R یک ماتریس $ru * ru$ بالا مثلثی با مرتبه ای برابر با مرتبه Q میباشد[5].

با توجه به اینکه F-norm یک ماتریس تبدیل متعامد حفظ می شود، خواهیم داشت:

$$J(W) = \left\lfloor Q^TY^T - Q^T\Psi^T W_2^T \right\rfloor \quad (۱۸)$$

$$Q^TY^T = \begin{bmatrix} \hat{Y} \\ \widetilde{Y} \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

که در معادله فوق $\hat{Y}$ یک ماتریس $1 * n$ و $\widetilde{Y}$ یک ماتریس (n-ru)*1 است .

$$J(W)=\left\|\begin{bmatrix}\hat{Y}\\ \widetilde{Y}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}R\\ 0\end{bmatrix}\right\|_F=\left\|\begin{bmatrix}\hat{Y}-RW_2^T\\ \widetilde{Y}\end{bmatrix}\right\|_F \qquad (۲۰)$$

بنابراین وزن بهینه ای که تابع هزینه را مینیمم می کند، از حل معادله زیر بدست می آید:

$$RW_2^T=\hat{Y} \qquad (۲۱)$$

۶. تکنولوژی هرس کردن[8]

در الگوریتمی که تا اینجا توضیح داده شد هنگامی که یک نرون ساخته می شود امکان حذفش وجود ندارد. گاهی اوقات یک نرون ممکن است در ابتدا فعال باشد اما در نهایت اثر کمی روی شبکه داشته باشد. بنابراین هرس کردن برای شناسایی سیستم های غیر خطی دینامیک ضروری است. اگر گره های پنهان غیر فعال را بتوان در طول پروسه آموزش شبکه شناسایی و حذف کرد، شبکه بهینه تری خواهیم داشت.

یک روش مناسب جستجوی یک سازش بین دقت و پیچیدگی است. معیار به کار گرفته شده در این مقاله، معیار Akaike's final prediction error(FPE) [5] است:

$$FPE=\frac{1+\beta(\frac{n_p}{N})}{1-\beta(\frac{n_p}{N})}V \qquad (۲۲)$$

که در آن n_p تعداد وزن ها در لایه خروجی شبکه و β فاکتور وزن (weighting factor) است که در اینجا $\beta=1$ می باشد و V به این صورت تعریف می شود:

$$V=\left\|\widetilde{Y}(N)\right\|_F^2/(N) \qquad (۲۳)$$

الگوریتم فوق را می توان به این صورت خلاصه کرد:

۱)مقدار اولیه V و FPE را برای شبکه اولیه بدست می آوریم.

۲)در هر مرحله یکی از centre ها را حذف می کنیم و پس از محاسبه وزن ها و تابع هزینه جدید ، V_j را محاسبه می کنیم.

۳)مقدار $k=\arg\min(V_j)$ قرار می دهیم و FPE را برای کوچک ترین افزایش در V محاسبه می کنیم (FPE_k)

۴)اگر $FPE>FPE_k$ باشد، مرکز k ام را حذف می کنیم و $R=R_k$ ، $V=V_k$ ، $FPE=FPE_k$ ، $\hat{Y}=\hat{Y}_k$ و $u=u-1$ قرار می دهیم و به مرحله دوم باز می گردیم.

۵)انتخاب مراکز را متوقف می کنیم و وزن های بهینه را به روشی که قبلا ذکر شد، محاسبه میکنیم.

۷. نتایج شبیه سازی ها

مثال۱) تقریب تابع استاتیک : تابعی که می خواهیم آن را تقریب بزنیم چند جمله ای هرمیت است که به صورت زیر تعریف می شود :

$$f(x)=1.1(1-x+2x^2)\exp(-\frac{x^2}{2})$$

پارامتر هایی که در طراحی شبکه به کار گرفته شده به صورت زیر است:

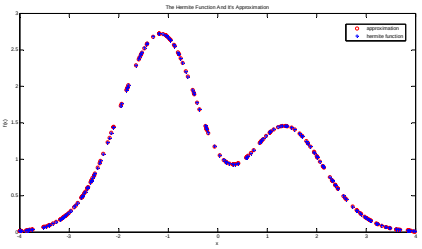
$$d_{\min}=0.2, e_{\max}=1, e_{\min}=0.02, d_{\max}=2, \beta=0.9, k_{err}=0.0015, \sigma_0=2, \gamma=0.977$$

با نمونه برداری از تابع مورد نظر در بازه [-4,4] به صورت تصادفی ۲۰۰ داده ورودی و خروجی به عنوان داده های آموزشی به دست می آوریم. در نهایت برای مقایسه نتایج به دست آمده یا نتایج سایر شبکه ها معیار RMSE استفاده می شود.

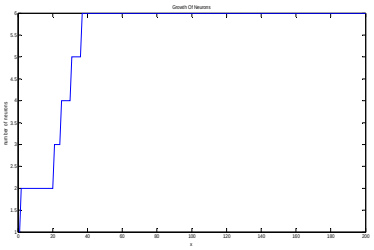
جدول۱ : مقایسه ساختار و عملکرد شبکه های مختلف

[8] pruning technology

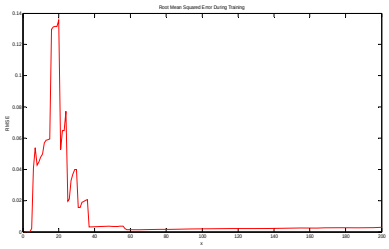
RANELF	M-RAN	OLS	D-FNN[1]	D-FNNپیشنهادی	
13	7	7	6	6	تعداد گره ها
0.0262	0.009	0.0095	0.0056	0.0028	RMSE



شکل۲: نتایج آموزش



شکل۳ : تولید گره ها در طول آموزش



شکل4 : مقدارrmse در طول آموزش

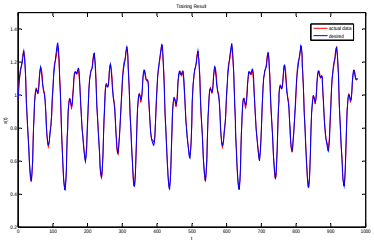
مثال2) پیش بینی Mackey-Glass Time-Series : این تابع به صورت زیر تعریف می شود:

$$x(t+1)=(1-a)x(t)+\frac{bx(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)}$$

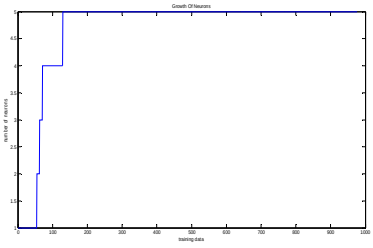
که مقادیر a، b وτ به ترتیب ۰.۱، ۰.۲ و۱۷ می باشد و x(0)=1.2 است. مدل پیش بینی به این صورت تعریف می شود :

x(t+6)=f[x(t), x(t-6), x(t-12), x(t-18)]

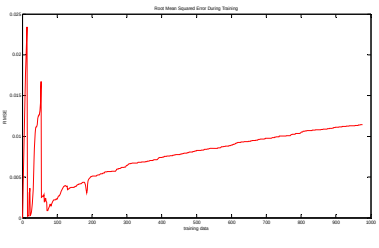
به منظور آموزش شبکه از ۱۰۰۰ داده ورودی خروجی بین t=124 و t=1123 استفاده شده است.



شکل۶ : نتایج آموزش



شکل۷ : تولید گره ها در طول آموزش



شکل۸ : مقدارrmse در طول آموزش

جدول۲ : مقایسه ساختار و عملکرد شبکه های مختلف

RBF-AFS	OLS	D-FNN	D-FNNپیشنهادی	
21	13	5	5	تعداد گره ها
0.0107	0.0158	0.0132	0.0114	RMSE

نتیجه گیری:

در این مقاله یک ساختار شبکه عصبی فازی دینامیک که یک سیستم فازی TSK را بر روی شبکه RBF گسترش یافته پیاده سازی می کند، برای تقریب توابع به کار گرفته شد. ویژگی اصلی این شبکه این است که الگوریتم آموزشی به کار گرفته شده به صورت سلسله مراتبی و روی خط عمل می کند و از طرف دیگر نرون ها با توجه به میزان تاثیرشان بر شبکه به صورت دینامیکی حذف و یا اضافه می شوند. برای تعیین وزن های شبکه از روش حداقل مربعات متعامد استفاده شده است که یک روش مقاوم برای حل عددی مسائل حداقل مربعات می باشد و نتایج شبیه سازی ها تشان دهنده برتری این روش نسبت به سایر روش ها می باشد. البته باید توجه شود که این روش در مقایسه با روش حداقل مربعات که قبلاً استفاده شده در بعضی موارد تا حدودی زمان برتر است و برای مواردی که دقت مهمتر از سرعت باشد مناسب تر می باشد هر چند در سایر موارد هم قابلیت به کارگیری دارد.

مراجع

[1]Shiqian Wu, Meng Joo Er, *Dynamic Fuzzy Neural Networks—A Novel Approach to Function Approximation*, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS, VOL. 30, NO. 2, APRIL 2000

[2] P. Mastorocostas, J. 13. Theochnris, *A Generalized TSK Dynamic Fumy Ncurtil Nehvorlr: Application to Adaptive Noise Cancelation*

[3] C. F. Juang and C. T. Lin, *An on-line self-constructing neural fuzzy inference network and its applications*, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, pp. 12–32, 1998.

[4] R. P. Li and M. Mukaidono, *A new approach to rule learning based on fusion of fuzzy logic and neural networks*, IEICE T rans. Inf. Syst., vol. E78-d, pp. 1509–1514, 1995

[5] J. Barry Gomm, Ding Li Yu, *Selecting Radial Basis Function Network Centres with Recursive Orthogonal Least Squares Training*, IEEE TRANSACTIONS ON NEURALNETWORKS, VOL. 11, NO. 2, MARCH 2000

[6] Meng H. Fun, Martin T. Hagan, *Recursive Orthogonal Least Squares Learning with Automatic Weight Selection for Gaussian Neural Networks*, in, 1999, pp.1496-1500

[7] J.-S. R. Jang, *ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system*, IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., vol. 23, pp. 665–684,1993.

[8] C. T. Lin, *A neural fuzzy control system with structure and parameter learning*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 70, pp. 183–212, 1995.Authorized licensed use limited to: Shiraz University. Downloaded on December 9, 2009 at 06:13 from IEEE Xplore. Restrictions apply.364 IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS, VOL.30,NO.2,April2000.

[9] Y. Lu, N. Sundararajan, and P. Saratchandran, *A sequential learning scheme for function approximation by using minimal radial basis function network*:, Neural Comput., vol. 8, pp. 461–478,1997

افروز عبادت *، دانشگاه شیراز، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **afrooz.ebadat@gmail.com**

فریدون شعبانی نیا، دانشگاه شیراز، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
آدرس پست الکترونیکی: **shabani@shirazu.ac.ir**

* سخنران

کنترل فازی تطبیقی کشتی با استفاده از معیار H_∞ و در حضور رویتگر حالت

معصومه جعفری ، فریدون شعبانی نیا

چکیده. در سال های اخیر مسئله کنترل کشتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله یک کنترلر فازی تطبیقی با معیار H_∞ در حضور رویتگر حالت به منظور کنترل کشتی پیشنهاد می گردد. دلیل استفاده از رویتگر حالت، فرض در دسترس نبودن متغیرهای حالت می باشد. در نهایت نیز نتایج شبیه سازی آورده خواهد شد.

۱. مقدمه

در سال های اخیر، کنترل کشتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است و روش هایی نیز به این منظور ارائه شده است . در [1] از کنترل فازی تطبیقی با معیار H_∞ به منظور طراحی یک تنظیم کننده خودکار کشتی استفاده شده است. در این مقاله هدف، کنترل کشتی با فرض در دسترس نبودن متغیرهای حالت می باشد. از این رو، روش پیشنهادی در [1] در کنار رویتگر حالت بکار گرفته می شود.

کنترل فازی تطبیقی، خود شامل دو روش مستقیم و غیر مستقیم می باشد. در حالت مستقیم، از سیستم های منطق فازی به عنوان کنترلر استفاده می شود و قوانین کنترل فازی مستقیما در کنترلر به کار گرفته می شوند. در روش غیرمستقیم، ابتدا سیستم با استفاده از سیستم های منطق فازی مدل می شود، سپس این توصیف های فازی مستقیما در کنترلر به کار گرفته می شوند[5]. در [2-4]، پایداری سیستم کنترل فازی تطبیقی اثبات شده است، ولی وجود خطای انطباق و اغتشاشات خارجی، باعث می شود خطای بین سیگنال مرجع و خروجی سیستم کاملاً حذف نگردد. بنابراین تکنیک کنترل با معیار H_∞ که نقش مهمی در پایدارسازی مقاوم و حذف اغتشاش دارد، در کنار کنترل فازی تطبیقی استفاده شده است تا خطای بین سیگنال مرجع و خروجی سیستم به یک سطح از پیش تعیین شده کاهش یابد [5].

در این مقاله، از کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم در کنار تکنیک H_∞ استفاده خواهد شد. در ضمن با توجه به فرض در دسترس نبودن متغیرهای حالت سیستم، از ایده رویتگر حالت استفاده می شود.

در بخش دوم این مقاله، مدل ریاضی کشتی و معادلات دینامیکی آن بیان می گردد. در بخش سوم تقریب زننده های فازی عصبی که به منظور تقریب قسمت ها ی ناشناخته سیستم استفاده می شوند معرفی می شوند. در بخش چهارم ابتدا کنترلر فازی تطبیقی با معیار H_∞ در حضور رویتگر حالت طراحی می شود و سپس به اثبات پایداری پرداخته خواهد شد. شبیه سازی و نتیجه گیری نیز در قسمت های پنجم و ششم ارائه می شوند.

۲. مدل ریاضی کشتی

مدل دینامیکی کشتی که در رابطه (۱) آورده شده است، زاویه رادار کشتی(δ) را به زاویه heading (φ) آن مرتبط می کند و توسط Norbin در سال ۱۹۶۳ ارائه شده است [6].

$$T\ddot{\varphi} + K.H_N(\dot{\varphi}) = K.\delta$$
$$H_N(\dot{\varphi}) = n_3\dot{\varphi}^3 + n_2\dot{\varphi}^2 + n_1\dot{\varphi} + n_0 \qquad (1)$$

$H_N(\dot{\varphi})$ قابلیت مانور غیرخطی می باشد. به منظور حفظ تقارن در بدنه کشتی لازم است مقدار n_2 برابر با صفر باشد. معمولا مقدار n_0 که بیانگر بایاس می باشد، به علت اغتشاشات محیطی مانند موج و جریانات، غیر قابل شناسایی می باشد. تابع $H_N(\dot{\varphi})$ می تواند از ارتباط بین δ و φ در حالت تعادل ($\dot{\phi} = \ddot{\phi} = \dot{\delta}$) بدست آورده شود. در آزمایشی که به spiral test معروف می باشد، مقدار $H_N(\dot{\varphi})$ به صورت زیر تقریب زده می شود [8,7]:

$$H_N(\dot{\varphi}) = n_3\dot{\varphi}^3 + n_1\dot{\varphi}$$

در معادله های بالا K یک گین است که واحد آن یک بر ثانیه و T یک ثابت زمانی بر حسب ثانیه می باشد که مقدار این پارامترها تابع سرعت مستقیم کشتی و طول آن می باشند. مدل فضای حالت کشتی در زیر آورده شده است:

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -\frac{K}{T}H(x_2) + \frac{K}{T}u \qquad (2)$$

که خروجی $y = x_1$ و ورودی $u = \delta$ می باشد. اگر $\varphi = x_1$ و $\dot{\varphi} = x_2$ قرار دهیم، معادلات زیر حاصل می شود:

واژه های کلیدی- کشتی، کنترل فازی تطبیقی ، رویتگر حالت، معیار H_∞

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}(f(x,t)+g(x,t)u+d) \quad (3)$$

$$y=\begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

d نشان دهنده اغتشاشات خارجی می باشد. توابع غیرخطی f و g به صورت زیر تعریف می شوند:

$$g(x,t)=\frac{K}{T}$$

$$f(x,t)=-\frac{K}{T}H_N(\dot{\varphi})=-\frac{K}{T}\left\{n_3\dot{\varphi}^3+n_1\dot{\varphi}\right\}$$

۳.تقریب زننده های فازی عصبی

به منظور تقریب توابع f و g در معادله (۳) می توان از شبکه فازی-عصبی سوگینو که دارای قوانینی به صورت زیر است، استفاده نمود:

$$R^l: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^l \text{ and}.... \text{and } x_n \text{ is } A_n^l \text{ then } \overline{y^l}=\sum_{i=1}^{n} w_i^l x_i + b^l$$

که R^l ، lامین قانون فازی ، $l=1,.....,L$ ، $x=\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & .... & x_n\end{bmatrix}^T$ متغیرهای ورودی (مقدمه) ، y متغیر خروجی (نتیجه) و b^l ، w_i^l پارامترهای مدل های خطی محلی می باشند. این مدل، مدل سوگینو مرتبه اول است. اگر $w_i^l=0$ قرار داده شود، مدل سوگینو مرتبه صفر بدست می آید که با استفاده از آن می توان توابع f و g را به صورت زیر تخمین زد.

$$\hat{f}(x\mid\theta_f)=\theta_f^T\zeta(x)$$

$$\hat{g}(x\mid\theta_g)=\theta_g^T\varphi(x)$$

$\varphi(x)$ تابعی با اعضایی به صورت زیر می باشد:

$$\varphi^l(x)=\frac{\prod_{i=1}^{i=n}\mu_{A_i}^l}{\sum_{i=1}^{L}\prod_{i=1}^{i=n}\mu_{A_i}^l(x_i)} \qquad l=1,.....,L$$

در این مقاله از مدل سوگینو مرتبه صفر استفاده خواهد شد.

۴.کنترل فازی تطبیقی با معیار H_∞ در حضور رویتگر حالت

سیستم تک ورودی تک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$x^{(n)}=f(x,t)+g(x,t)u+d \quad (4)$$

باید توجه داشت که f و g توابع غیرخطی نامعلوم و d اغتشاش جمع شونده نامعلوم می باشد. مدل فضای حالت این سیستم را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x}=Ax+B\left[f(x)+g(x)u+d\right]$$

$$y=C^Tx$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & ... & 0\\ 0 & 0 & 1 & ... & 0\\ .. & .. & .. & .. & .\\ 0 & 0 & ... & 0 & 1\\ 0 & 0 & .. & 0 & 0\end{bmatrix}_{n\times n}, B=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ ..\\ 0\\ 1\end{bmatrix}_{n\times 1}, C^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & .. & 0 & 0\end{bmatrix}_{1\times n}$$

هدف از طراحی کنترلر این است که خروجی سیستم یک سیگنال مرجع کران دار x_d را دنبال کند. در حضور اغتشاشات غیر گوسی w ، دنبال کردن موفق سیگنال مرجع x_d با معیار H_∞ ، به این معنی می باشد (ρ تنظیم کننده سطح خطا می باشد) که [9-11] :

$$\int_0^T e^TQe dt \le \rho^2\int_0^T w^Twdt \quad (5)$$

اگر بردار حالت x در دسترس نباشد و توابع غیرخطی f و g نامعین باشند، یک قانون کنترل مناسب برای سیستم معادله (۴)، به صورت زیر می باشد [12].

$$u = \frac{\left[x_d^{(n)} - \hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f) + K_c{}^T\hat{e} + u_a + u_s\right]}{\hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g)} \qquad (6)$$
$$e^T = \left[e \quad \dot{e} \quad \dots \quad e^{(n-1)}\right], K^T = \left[k_n \quad k_{n-1} \quad \dots \quad k_1\right]$$

ضرایب k_i که $i = 1,\dots n$ می باشد، طوری انتخاب می شوند که چند جمله ای $e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e$ پایدار باشد.
ترم کنترل کننده ناظر (u_s) که همان ترم H_∞ در سیگنال کنترل می باشد، به منظور جبران خطای تقریب w و همچنین اغتشاش جمع شونده d به کار می رود. ترم u_a نیز به منظور جبران خطای رویتگر استفاده می شود. و طراحی فازی تطبیقی در حضور رویتگر به صورت زیر می باشد:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\left[\hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f) + \hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g)u - u_a - u_s\right] + K_o(y - C^T\hat{x}) \qquad (7)$$
$$\hat{y} = C^T\hat{x}$$

که K_o، ماتریس گین رویتگر می باشد و بنحوی طراحی می شود که معادله مشخصه $A - K_o C^T$ پایدار باشد. اگر خطای رویتگر را $e = x - \hat{x}$ تعریف کنیم، خواهیم داشت:

$$\dot{e} = (A - K_o C^T)e + B\left[f(x) - \hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f)\right] + B(\left[g(x) - \hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g)\right]u + u_a + u_s + d) \qquad (8)$$
$$\tilde{y} = y - \hat{y} = C^T e$$

فرض می شود که x و $\hat{x}$ متعلق به مجموعه های بسته U_x و $U_{\hat{x}}$ باشندکه به صورت زیر تعریف شده اند:

$$U_{\hat{x}} = \left\{\hat{x} \in R^n : \|\hat{x}\| \le m_{\hat{x}} < \infty\right\} \quad , \quad U_x = \left\{x \in R^n : \|x\| \le m_x < \infty\right\}$$

که m_x و $m_{\hat{x}}$ پارامترهای طراحی می باشند. هم چنین فرض می شود که وزن های θ_{f} و θ_{g} در نواحی کران دار $M_{\theta_{\mathrm{g}}}$ و $M_{\theta_{\mathrm{f}}}$ که به صورت زیر تعریف می شوند، تغییر کنند.

$$M_{\theta_g} = \left\{\theta_g \in R^n : \left\|\theta_g\right\| \le m_{\theta_g}\right\} \quad , \quad M_{\theta_f} = \left\{\theta_f \in R^n : \left\|\theta_f\right\| \le m_{\theta_f}\right\}$$

$m_{\theta_{\mathrm{g}}}$ و $m_{\theta_{\mathrm{f}}}$ مقادیری ثابت و مثبت می باشند. مقادیر θ_{f}^* و θ_{g}^* که تقریب بهینه θ_{f} و θ_{g} می باشند، از تعریف زیر حاصل می شوند:

$$\theta_g^* = \arg_{\theta_g \in M_{\theta_g}} \min\left[\sup_{\hat{x}\in U_{\hat{x}}, x\in U_x}\left|\hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g) - g(x)\right|\right] \quad , \quad \theta_f^* = \arg_{\theta_f \in M_{\theta_f}} \min\left[\sup_{\hat{x}\in U_{\hat{x}}, x\in U_x}\left|\hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f) - f(x)\right|\right]$$

اگر تقریب توابع f و g به ازای بهترین تخمین بردار وزن θ_f و θ_g (θ_{f}^* و θ_{g}^*) را $\hat{f}(x\mid\theta_f^*)$ و $\hat{g}(x\mid\theta_g^*)$ بنامیم. خطای تقریب فازی w به صورت زیر تعریف خواهد شود.

$$w = \left[f(x,t) - \hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f^*)\right] + \left[g(x,t) - \hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g^*)\right]u$$

آنگاه دینامیک خطا مطابق رابطه (۹)خواهد بود:

$$\dot{e} = (A - K_o C^T)e + B\left[\hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f^*) - \hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f)\right] + B\left[\hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g^*) - \hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g)\right]u + B\left[f(x) - \hat{f}(\hat{x}\mid\theta_f^*) + g(x) - \hat{g}(\hat{x}\mid\theta_g^*)u\right]$$
$$= (A - K_o C^T)e + B(\tilde{\theta}_f^T\zeta(\hat{x}) + \tilde{\theta}_g^T\varphi(\hat{x})u) + B(u_a + u_s) + B(w + d)$$

(9)

در این رابطه $\tilde{\theta}_f$ برابر $\theta_f - \theta_f^*$ و $\tilde{\theta}_g$ برابر $\theta_g - \theta_g^*$ خواهد بود.
حال اگر خطای دنبال کردن سیگنال مرجع به صورت زیر تعریف شود:

$$\hat{e} = X_d - \hat{x} \quad , \quad X_d = \left[x_d \quad \dot{x}_d \quad \dots \quad x_d^{(n-1)}\right]^T$$

می توان $\dot{\hat{e}}$ را به صورت $\dot{\hat{e}} = -\dot{\hat{x}} + AX_d + Bx_d^{(n)}$ تعریف نمود. در نتیجه رابطه (۹) بدست می آید.

$$\dot{\hat{e}} = (A - BK_c)\hat{e} - K_o C^T e \qquad (8)$$

۱.۴-اثبات پایداری کنترل فازی تطبیقی با معیار H_∞ در حضور رویتگر حالت

به منظور اثبات پایداری فرضیات زیر را در نظر می گیریم:

فرض۱) برای ماتریس های مثبت معین و داده شده P_1 و P_2، ماتریس های مثبت معین Q_1 و Q_2 می توان یافت که در معادلات (۱۱) و (۱۲) صدق کنند.

$$(A-BK_c^T)^T P_1 + P_1(A-BK_c^T) + Q_1 = 0 \tag{11}$$

$$(A-K_oC^T)^T P_2 + P_2(A-K_oC^T) - P_2B(\frac{2}{r}-\frac{1}{\rho^2})B^T P_2 + Q_2 = 0 \tag{12}$$

$$P_2B = C$$

فرض۲) قوانین کنترل u_s و u_a و قوانین تطبیق بردار پارامترها به صورت زیر انتخاب می شوند که γ_1 و γ_2 گین های تطبیق هستند.

$$u_s = -\frac{1}{r}e^T P_2 B \tag{13}$$

$$u_a = K_o^T P_1 \hat{e} \tag{14}$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 \varphi(\hat{x}) B^T P_2 e u \quad , \quad \dot{\theta}_f = -\gamma_1 \zeta(\hat{x}) B^T P_2 e \tag{15}$$

قضیه۱) اگر قوانین کنترل u_sو u_a به صورت (۱۳) و (۱۴) انتخاب شوند و قوانین به روز رسانی پارامترها بر اساس (۱۵) در نظر گرفته شوند، قانون کنترلی که طبق رابطه (۶) تعریف می شود، معیار H_∞ را برای سیستم غیرخطی (۴) که متغیرهای حالت آن در دسترس نیستند، برآورده می سازد.

اثبات) تابع لیاپانوفی به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$V = \frac{1}{2}\hat{e}^T P_2 \hat{e} + \frac{1}{2}e^T P_2 e + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_f{}^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_g{}^T \tilde{\theta}_g \tag{16}$$

اگر از این تابع مشتق زمانی بگیریم و مشتق $\hat{e}$ و e را از معادله های (۹) و (۱۰) جایگزین کنیم، با جایگزینی $\dot{\theta}_f$ و $\dot{\theta}_g$ و u_a از روابط (۱۴) و (۱۵) و قرار دادن $w_1 = w + d$ ، داریم:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \frac{1}{2}e^T Q_2 e + e^T P_2 B u_s + \frac{1}{r}e^T P_2 BB^T P_2 e + e^T P_2 B w_1 - \frac{1}{2\rho^2}e^T P_2 BB^T P_2 e$$

طبق رابطه (۱۳) و هم چنین با استفاده از لم۱، نهایتاً مشتق تابع لیاپانوف خواهد شد :

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\hat{e}^T Q_1 \hat{e} - \frac{1}{2}e^T Q_2 e + \frac{1}{2}\rho^2 w_1^T w_1$$

لم۱)

$$\frac{1}{2}e^T P_2 B w_1 + \frac{1}{2}w_1{}^T B^T P_2 e - \frac{1}{2\rho^2}e^T P_2 BB^T P_2 e \le \frac{1}{2}\rho^2 w_1{}^T w_1$$

با انتگرال گیری از مشتق لیاپانوف در بازه زمانی 0 تا T و از آنجا که $V(T) \ge 0$ است، نامساوی زیر برقرار می شود:

$$\int_0^T (\hat{e}^T Q_1 \hat{e} + e^T Q_2 e)dt \le 2V(0) + \rho^2 \int_0^T \|w_1\|^2 dt$$

با فرض وجود $M_w > 0$ که رابطه $\int_0^\infty \|w_1\|^2 dt \le M_w$ را برآورده سازد و با قرار دادن $Q = diag(Q_1, Q_2)$ و $E^T = \begin{bmatrix} \hat{e}^T & , & e^T \end{bmatrix}$ داریم:

$$\int_0^\infty E^T Q E dt \le 2V(0) + \rho^2 M_w$$

این رابطه نشان دهنده برآورده شدن رابطه (۵) می باشد و در حقیقت پایداری کنترلر فازی تطبیقی با معیار H_∞ در حضور رویتگر حالت، اثبات می گردد.

۵.شبیه سازی

به منظور شبیه سازی، پارامترهای مدل کشتی را طبق [1] به صورت $K=1.0\,s^{-1}$, $T=1.0s, n_3=10^{-2}, n_1=10^{-3}$ انتخاب می کنیم. زمان نمونه برداری برابر $T_S=.01$ خواهد بود و زمان اجرای برنامه 30 ثانیه می باشد. اغتشاش d ، یک موج سینوسی با دامنه .05 و فرکانس1. می باشد. به منظور تخمین هر یک از توابع غیر خطی f و g ، قوانین فازی با توابع عضویت گوسی که دارای واریانس 3 می باشند و میانگین آن ها در در جدول۱ بیان شده است، استفاده می شود.

Rule	$c_1^{(l)}$	$c_2^{(l)}$
$R^{(1)}$	−1.0	−0.3
$R^{(2)}$	−1.0	−0.1
$R^{(3)}$	−1.0	0.1
$R^{(4)}$	−1.0	0.3
$R^{(5)}$	−0.5	−0.3
$R^{(6)}$	−0.5	−0.1
...	...	...
$R^{(16)}$	1.0	0.3

جدول۱:مقادیر میانگین توابع عضویت گوسین

نرخ های یادگیری $\gamma_1=.015, \gamma_2=.035$ می باشد. اگر سیگنال مرجع را سیگنال سینوسی با دامنه 5. و دوره تناوب 15 در نظر بگیریم، ماتریس های P_1 و P_2 و Q_1 و Q_2، گین کنترلر K_c و گین رویتگر K_o که از حل معادلات (۱۱) و (۱۲) حاصل شده اند، به صورت زیر می باشند. شکل های (۱) و (۲) مقادیر واقعی و تخمین زده شده متغیرهای حالت و شکل (۳) سیگنال کنترلی مورد نیاز را نشان می دهند.

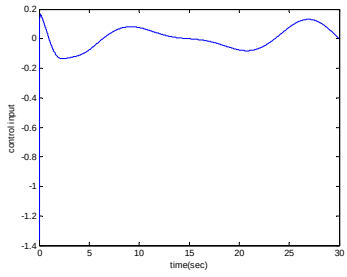
$$Q_1=Q_2=\begin{bmatrix}10 & 0\\ 0 & 10\end{bmatrix},\ K_o=\begin{bmatrix}1.7\\ 1.7\end{bmatrix},\ \rho=.235\ K_c=\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}$$

$$P_1=\begin{bmatrix}13.75 & 2.5\\ 2.5 & 1.875\end{bmatrix}, P_2=\begin{bmatrix}3.0637 & -.1322\\ -.1322 & 2.2682\end{bmatrix},\ x(0)=\begin{bmatrix}.06\\ .1\end{bmatrix}=\hat{x}(0)$$

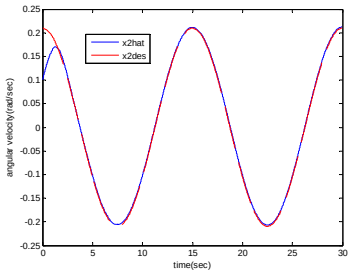
اگر سیگنال مرجع را سیگنالی دندانه اره ای در نظر بگیریم، ماتریس های P_1 و P_2 و Q_1 و Q_2 ، گین کنترلر K_c و گین رویتگر برابر با مقادیر زیر می باشند. مقادیر تخمینی و واقعی متغیرهای حالت و هم چنین سیگنال کنترلی مورد نیاز در شکل های (۴) تا (۶) آورده شده است (در تمامی شکل ها، منظور از x2des,x1des ، مقدار متغیرهای حالت مرجع و x2hat,x1hat مقدار تخمین متغیرهای حالت می باشند).

$$Q_1=Q_2=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix},\ K_o=\begin{bmatrix}5\\ 16\end{bmatrix},\ K_c=\begin{bmatrix}4\\ 9\end{bmatrix}$$

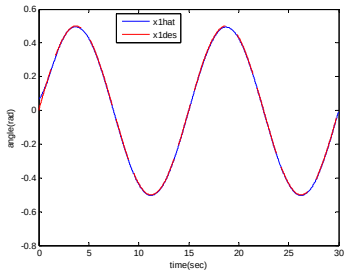
$$P_1=\begin{bmatrix}4.2083 & .375\\ .375 & .2083\end{bmatrix},\ x(0)=\begin{bmatrix}0\\ .05\end{bmatrix}=\hat{x}(0),\ P_2=\begin{bmatrix}3.5854 & -1.0980\\ -1.0980 & .6519\end{bmatrix}$$



شکل ۱- مقادیر تخمین و واقعی متغیر حالت اول



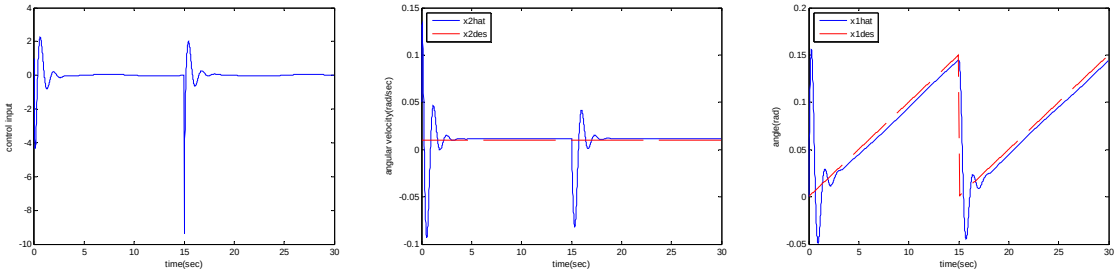
شکل۲- مقادیر تخمین و واقعی متغیر حالت دوم



شکل۳-سیگنال کنترل

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، با فرض در دسترس نبودن متغیرهای حالت، یک کنترل کننده فازی تطبیقی با استفاده از معیار H_∞ و در حضور رویتگر حالت طراحی گردید. همان طور که شبیه سازی ها نشان می دهند، با استفاده از روش پیشنهادی، متغیر های حالت سیستم به خوبی تخمین زده می شوند و سیگنال کنترل نیز دارای مقدار قابل قبولی می باشد.



شکل ۴- مقادیر تخمین و واقعی متغیر حالت اول

شکل۵- مقادیر تخمین و واقعی متغیر حالت دوم

شکل۶-سیگنال کنترل

مراجع

[1] G.Rigatos, S.Tzafestas, *Adaptive fuzzy control for the ship steering problem*, Mechatronics 16, pp.479–489, 2006.

[2] L.X.wang, *Adaptive Fuzzy Systems and control: Design and Stability Analysis*. Englewood Cliffs ,NJ:Prentice-Hall,1994

[3] L.X.Wang, *Stable adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems*,IEEE trans,Fuzzy syst.Vol.1,pp.146-155,1993

[4] L.X.Wang, J.M.Mendel ,*Fuzzy Basis Function, Universal Approximation and orthogonal Least Square Learning*, IEEE Trans.Neural Networks, Vol.3, No.4,pp.807-814,1992.

[5] B.S.Chen, C.H.Lee , Y.C.Chang , *H^∞ Tracking Design of Uncertain Nonlinear SISO Systems: Adaptive Fuzzy Approach*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.4, No.1, 1996.

[6] Layne JR , Passino KM. *Fuzzy model reference learning control for ship steering*. IEEE Control Syst Mag 1993;13(6):23–34.

[7] Fossen TI, Strand JP. *Nonlinear ship control. In: IFAC conference on control applications in marine systems (CAMS'98*), Fukuoka,Japan, October 1998.

[8] Yang Y, Zhou C. *Adaptive fuzzy H_∞ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach*. IEEE Trans Fuzzy Syst 2005;13(1).

[9] B.A.Francis, *A Course in H^∞ Control Theory, Lecture Notes in Control Inform*. Sci.,Vol.8, Springer Verlay, Berlin,1987.

[10] A.Stoorvogel, *The H^∞ Control Problem: A State Space Approac*h, New York:Prentice Hall,1992.

[11] J.Doyle, K.Glover, P.P.Khargonekar, B.A.Francis, *State Space Solution to Standard H^∞ Control Problems*, IEE Trans. Automat. Contr. Vol.34, No.8,PP.831-847,1989.

[12] T.Shaocheng, C.Bin, W.Yongfu, *Fuzzy adaptive output feedback control for MIMO nonlinear systems*, Fuzzy Sets and Systems 156, pp. 285–299, 2005.

معصومه جعفری*، دانشگاه شیراز، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آدرس پست الکترونیکی: **jafarimasoumeh@yahoo.com**

فریدون شعبانی نیا، دانشگاه شیراز، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آدرس پست الکترونیکی: **shabani@shirazu.ac.ir**

*سخنران

طراحی کنترلر فازی-عصبی تطبیقی براساس معیار H^∞ برای دسته ای از سیستم های غیرخطی نامعین

مریم سلیمی فرد، فریدون شعبانی نیا

چکیده. در این مقاله یک کنترلر فازی-عصبی تطبیقی مستقیم برای دسته ای از سیستم های غیرخطی نامعین تک ورودی-تک خروجی و در حضور اغتشاش خارجی پیشنهاد می گردد. کنترلر پیشنهادی از ترکیب دو کنترلر تشکیل شده است. کنترلر اول، یک کنترلر فازی-عصبی تطبیقی است که دارای دو فاز آموزش ساختار و آموزش پارامترها می باشد. فاز آموزش ساختار، شامل الگوریتم تولید و حذف قوانین فازی و فاز آموزش پارامترها شامل قوانین به روز رسانی پارامترهای شبکه می باشد. بمنظور کاهش خطای تقریب کنترلر اول و همچنین تضعیف اثر اغتشاش خارجی، کنترلر دوم براساس معیار H^∞ طراحی می گردد. توابع عضویت مربوط به قوانین فازی، گوسی و غیرمتقارن در نظر گرفته شده اند. قوانین به روز رسانی پارامترها با استفاده از تئوری لیاپانوف حاصل می شوند و در اینصورت پایداری سیستم کنترل حلقه بسته تضمین خواهد شد. نهایتاً کنترلر پیشنهادی به یک سیستم دینامیکی مرتبه دوم اعمال می گردد. نتایج بدست آمده کارآمدی کنترلر پیشنهادی را بخوبی نشان می دهند.

۱. مقدمه

اخیراً شبکه عصبی-فازی که مزایای استنتاج فازی و آموزش عصبی را تواماً در بر دارد، مورد توجه بسیاری خصوصاً در حل مسائل کنترلی قرار گرفته است [1-6]. اگرچه در این روش ها از ساختار آموزش عصبی جهت تنظیم اتوماتیک توابع عضویت و قوانین فازی استفاده می شود، ولی ساختار شبکه عصبی-فازی باید با سعی و خطا مشخص شود. زیرا در نظر گرفتن تعادل میان تعداد قوانین و کارایی مطلوب کنترلر دشوار می باشد. اگر تعداد قوانین زیاد باشد، بار محاسباتی زیادی خواهیم داشت، که در کاربردهای عملی مناسب نخواهد بود. از طرفی چنانچه تعداد قوانین کم انتخاب شود، عملکرد کنترلر برای رسیدن به کارایی مطلوب رضایت بخش نخواهد بود.

برای حل مشکل تعیین ساختار شبکه عصبی-فازی، روش self structuring معرفی شد. در این روش، قوانین فازی بطور اتوماتیک و بدون نیاز به اطلاعات قبلی تولید می شوند [7-12]. معمولاً توصیف ریاضی قوانین موجود بعنوان یک مجموعه از کلاسترها بیان می شود؛ اگر ورودی جدید از این کلاسترها دور باشد، یک قانون جدید تولید می شود و وقتی که یک قانون بی اهمیت باشد، این قانون حذف خواهد شد. ولی این روش، بار محاسباتی زیادی خواهد داشت و منجر به کندی سرعت آموزش می شود.

معمولاً برای ساده کردن طراحی سیستم های فازی، از توابع عضویت ثابت و متقارن (مثلثی یا گوسی) استفاده می‌شود. بنابراین برای رسیدن به دقت تقریب مشخصی، باید تعداد زیادی قانون فازی بکار برد. استفاده از توابع عضویت غیر متقارن، توانایی آموزش و قابلیت انعطاف شبکه عصبی را بهبود می‌بخشد؛ همچنین رسیدن به جواب دقیق را آسانتر می‌سازد [13-17].

در دو دهه گذشته، در بسیاری از مسائل پایدار سازی مقاوم و حذف اغتشاش، از تئوری کنترل بهینه H^∞ استفاده شده است. با استفاده از این تکنیک در طراحی کنترلر فازی، می توان تاثیر خطای تقریب سیستم فازی و اغتشاش خارجی را زیر یک سطح دلخواه نگه داشت [18].

در این مقاله یک کنترلر فازی-عصبی تطبیقی مستقیم جهت کنترل دسته ای از سیستم های غیرخطی نامعین و در حضور اغتشاش خارجی، پیشنهاد شده است. کنترلر پیشنهادی از ترکیب دو کنترلر تشکیل شده است. کنترلر اول، یک کنترلر فازی-عصبی تطبیقی مستقیم است که جهت تقریب کنترلر ایده آل طراحی می گردد. در طراحی این کنترلر از الگوریتم تطبیق ساختار [13] استفاده شده است؛ این الگوریتم دارای دو فاز آموزش ساختار و آموزش پارامترها می باشد. فاز آموزش ساختار، شامل الگوریتم تولید و حذف قوانین فازی جهت رسیدن به ساختار بهینه شبکه و فاز آموزش پارامترها شامل قوانین به روز رسانی پارامترهای شبکه می باشد. کنترلر دوم بمنظور کاهش خطای تقریب و تضعیف اثر اغتشاش خارجی، براساس معیار H^∞ طراحی می گردد. توابع عضویت استفاده شده در این مقاله، گوسی و غیر متقارن می باشند که این امر توانایی آموزش و انعطاف شبکه را بهبود می بخشد. تمامی قوانین به روز رسانی پارامترها با استفاده از تئوری لیاپانوف حاصل می شوند و در اینصورت پایداری سیستم کنترل حلقه بسته تضمین می گردد. نهایتاً کارایی کنترلر

واژه های کلیدی- الگویتم تطبیق ساختار، توابع عضویت غیر متقارن، شبکه عصبی-فازی، کنترل تطبیقی، معیار H^∞.

پیشنهادی با اعمال به یک سیستم دینامیکی مرتبه دوم بررسی می گردد.
این مقاله شامل پنج بخش می باشد. در بخش دوم، صورت مسئله کنترل بیان می شود. در بخش سوم، مراحل طراحی کنترلر تشریح می گردد. نتایج شبیه سازی در بخش چهارم و نتیجه گیری در بخش پنجم ارائه خواهد گردید.

۲. بیان صورت مسئله

سیستم غیرخطی تک ورودی-تک خروجی مرتبه n را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(\mathrm{X}) + g(\mathrm{X})u + d \\ y &= x \end{aligned} \qquad (۱)$$

که $u \in \Re$ ، $y \in \Re$ و $\mathrm{X} = [x\ \dot{x} \cdots x^{(n-1)}]^{\mathrm{T}} \in \Re^n$ بترتیب ورودی، خروجی و بردار حالت سیستم می باشد. فرض می شود که تمام حالتها قابل اندازه گیری هستند. توابع f ، g و اغتشاش خارجی d، نامعلوم ولی کراندار می باشند. سیستم فوق هنگامی کنترل پذیر است که $g(\mathrm{X}) \neq 0$ باشد. هدف یافتن قانون کنترلی است، بنحوی که خروجی سیستم خروجی مطلوب y_r را دنبال نماید. در اینصورت خطای تعقیب بصورت زیر تعریف می شود:

$$e = y_r - y \qquad (۲)$$

اگر توابع f و g کاملاً معلوم و اغتشاش خارجی صفر باشد، در اینصورت می توان قانون کنترلی ایده آلی بصورت (۳) طراحی نمود:

$$u^* = \frac{1}{g(\mathrm{X})}[-f(\mathrm{X}) + y_r^{(n)} + K^{\mathrm{T}} e] \qquad (۳)$$

که $e = [e\ \dot{e} \cdots e^{(n-1)}]^{\mathrm{T}} \in \Re^n$ و $K = [k_1 \cdots k_n]^{\mathrm{T}} \in \Re^n$ می باشد. با جایگذاری (۳) در معادله سیستم، دینامیک خطا بصورت زیر حاصل می شود:

$$e^{(n)} + k_n e^{(n-1)} + \cdots + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0 \qquad (۴)$$

اگر ضرایب $k_i, i = 1,\ldots,n$ متناظر با ضرایب یک چند جمله ای هرویتز انتخاب شوند، دراینصورت به ازای هر شرط اولیه ای، $\lim_{t\to\infty} e = 0$. از آنجا که توابع f و g نامعلوم فرض می شوند، در این مقاله، کنترلر ایده آل (۳) توسط شبکه عصبی-فازی تطبیقی مستقیم تقریب زده می شود. علاوه بر این، بمنظور کاهش خطای تقریب و همچنین تضعیف اثر اغتشاش خارجی، کنترلر دومی نیز بر مبنای معیار H^∞ طراحی می گردد تا خطا را زیر سطح تضعیف ρ نگه دارد. معیار H^∞ که جهت طراحی کنترلر دوم در نظر گرفته می شود، بصورت زیر می باشد [18].

$$\int_0^{\mathrm{T}} e^{\mathrm{T}} Q e\, dt \le e^{\mathrm{T}}(0) P e(0) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}(0) + \rho^2 \int_0^{\mathrm{T}} \omega^{\mathrm{T}} \omega\, dt \quad \forall T \in [0,\infty),\ \ \omega \in L_2[0,T] \qquad (۵)$$

که e بردار خطای تعقیب، $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$ بردار خطای پارامترهای شبکه عصبی-فازی، ω مجموع خطای ناشی از تقریب کنترلر و اغتشاش خارجی، $Q = Q^{\mathrm{T}} \ge 0$ و $P = P^{\mathrm{T}} \ge 0$ ماتریس های وزن، $\gamma > 0$ گین تطبیق و ρ یک سطح تضعیف از پیش تعیین شده می باشند.

۳. طراحی کنترلر

در این بخش، ابتدا مروری کوتاه بر شبکه عصبی-فازی خواهیم داشت، سپس الگوریتم تطبیق ساختار شبکه عصبی-فازی جهت تولید و حذف قوانین فازی بیان می شود. در ادامه نیز نحوه طراحی کنترلر تشریح می گردد.

۱.۳. شبکه عصبی-فازی

خروجی شبکه عصبی-فازی را می توان به فرم برداری $y = w^{\mathrm{T}}\phi(\mathrm{X}, m, \sigma_l, \sigma_r)$ نشان داد که $\phi = [\phi_1\ \phi_2 \cdots \phi_N]^{\mathrm{T}}$ بردار شدت آتش شدن هر قانون و $w = [w_1\ w_2 \cdots w_N]^{\mathrm{T}}$ بردار وزن های شبکه (وزن هر قانون فازی) می باشد. شدت آتش شدن قانون kام بصورت زیر تعریف می شود.

$$\phi_k = \prod_{i=1}^{n} \zeta_{ik} \qquad (۶)$$

که ζ_{ij} تابع عضویت گوسی و غیر متقارن، به ازای iامین ورودی و j امین قانون فازی می باشد، که توسط میانگین (m_{ij})، انحراف معیار سمت چپ (σ_{ij}^l) و انحراف معیار سمت راست (σ_{ij}^r) مطابق رابطه (۷) توصیف می شوند.

$$\zeta_{ij} = \begin{cases} \exp(-\dfrac{(x_i - m_{ij})^2}{2(\sigma_{ij}^{l})^2 + \varpi}) \; if \; -\infty < x_i \le m_{ij} \\ \exp(-\dfrac{(x_i - m_{ij})^2}{2(\sigma_{ij}^{r})^2 + \varpi}) \; if \; m_{ij} \le x_i < \infty \end{cases} \qquad (۷)$$

از آنجا که ممکن است پارامترهای σ_{ij}^{r} و σ_{ij}^{l} در طول آموزش صفر شوند، در تعریف توابع عضویت گوسی از یک ثابت مثبت کوچک ϖ نیز استفاده شده است. برای سادگی در نوشتن روابط، مجموعه‌ی پارامترهای مربوط به توابع عضویت قوانین موجود را به فرم برداری زیر نشان داده خواهد شد:

$$m = [m_{11} \cdots m_{n1} \; m_{12} \cdots m_{n2} \cdots\cdots \; m_{1N} \cdots m_{nN}]^{\mathrm{T}}$$
$$\sigma_l = [\sigma_{11}^{l} \cdots \sigma_{n1}^{l} \; \sigma_{12}^{l} \cdots \sigma_{n2}^{l} \cdots\cdots \; \sigma_{1N}^{l} \cdots \sigma_{nN}^{l}]^{\mathrm{T}}, \quad \sigma_r = [\sigma_{11}^{r} \cdots \sigma_{n1}^{r} \; \sigma_{12}^{r} \cdots \sigma_{n2}^{r} \cdots\cdots \; \sigma_{1N}^{r} \cdots \sigma_{nN}^{r}]^{\mathrm{T}} \qquad (۸)$$

۲.۳. الگوریتم تطبیق ساختار

در این بخش الگوریتم تطبیق ساختار شبکه عصبی-فازی که توسط [13] ارائه شده است، جهت تولید و حذف قوانین بیان می شود. توصیف ریاضی قوانین موجود را می توان بعنوان یک مجموعه از کلاسترها بیان نمود. در واقع هر کلاستر در فضای داده های ورودی-خروجی، بیانگر یک قانون است. شدت آتش شدن یک قانون به ازای هر داده ورودی x_i را می توان برحسب درجه ی تعلق این داده به کلاستر توصیف نمود. اگر شدت آتش شدن بسیار کوچک باشد، نشان دهنده این است که مقدار ورودی در لبه ی تابع عضویت موجود قرار دارد. در این حالت عملکرد خروجی مطلوب نخواهد بود، بنابراین برای بهبود عملکرد باید یک قانون فازی جدید با یک تابع تعلق جدید تولید شود. معیاری که برای تولید قانون جدید در نظر گرفته می شود، همان شدت آتش شدن قوانین در رابطه (۶) می باشد:

$$\beta_k = \phi_k, \quad k = 1,2,...,N(t) \qquad (۹)$$

که $N(t)$ تعداد قوانین فازی موجود در زمان t است. با تعریف

$$\beta_{\max} = \max_{1 \le k \le N(t)} \beta_k \qquad (۱۰)$$

اگر $\beta_{\max} \le G_{th}$ باشد، که $G_{th} \in (0,1)$ یک آستانه از پیش تعیین شده می باشد، داده ورودی از لبه ی محدوده توابع عضویت موجود دور است و بنابراین یک قانون جدید تولید می شود. میانگین و انحراف معیار استاندارد تابع عضویت جدید و همچنین وزن قانون جدید بصورت زیر انتخاب می شوند (x_i داده ورودی جدید و σ_i یک ثابت از پیش تعیین شده می باشد):

$$m_i^{new} = x_i, \quad \sigma_i^{l,new} = \sigma_i^{r,new} = \sigma_i, \quad w_{new} = 0 \qquad (۱۱)$$

برای پرهیز از رشد بی رویه ساختار شبکه و کاهش بار محاسباتی آن، از الگوریتم هرس کردن جهت حذف قوانین فازی بی ربط استفاده می شود. در این الگوریتم، یک شاخص برای تعریف اهمیت هر قانون فازی معرفی می گردد. اگر شدت آتش شدن β_r از یک مقدار آستانه P_{th} کوچکتر باشد، نشانگر این است که رابطه ی ورودی با rامین قانون ضعیف است و بنابراین شاخص مربوط به rامین قانون کاهش می یابد؛ و اگر $\beta_r \ge P_{th}$ باشد، بیانگر این است که ورودی در محدوده ی rامین قانون فازی قرار دارد و در نتیجه شاخص مربوط به آن قانون افزایش می یابد. شاخص مربوط به rامین قانون بصورت زیر تعریف می شود:

$$I_r(t+1) = \begin{cases} I_r(t).\exp(-\tau_1) & if \beta_r \le P_{th} \\ I_r(t).[2 - \exp(-\tau_2(1 - I_r(t)))] & if \beta_r \ge P_{th} \end{cases}, r = 1,2,...,N(t) \qquad (۱۲)$$

که P_{th} مقدار آستانه هرس کردن و τ_1 و τ_2 پارامترهای طراحی می باشند. حال اگر $I_r \le I_{th}$ باشد (که I_{th} نیز یک آستانه از پیش تعیین شده است)، rامین قانون فازی حذف می شود. در کاربردهای زمان حقیقی که بار محاسباتی موضوع مهمی است، باید P_{th} بزرگ انتخاب شود تا قوانین بیشتری حذف شوند.

۳.۳. توصیف کنترلر

اگر توابع f و g کاملاً معلوم باشند، در اینصورت می توان سیگنال کنترلی بصورت زیر تعریف نمود:

$$u^* = \bar{u} - \frac{u_h}{g(\mathrm{X})} \quad (۱۳)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{g(\mathrm{X})}[-f(\mathrm{X}) + y_r^{(n)} + K^{\mathrm{T}} e] \quad (۱۴)$$

ولی از آنجا که توابع f و g هر دو نامعلوم فرض می شوند، کنترلر $\bar{u}$ توسط شبکه عصبی-فازی بصورت (۱۵) تقریب زده می شود و کنترلر u_h نیز براساس معیار H^∞ طراحی می گردد.

$$u_{fnn} = \hat{w}^T \hat{\phi}(\mathrm{X}, \hat{\mathrm{m}}, \hat{\sigma}_l, \hat{\sigma}_r) = \hat{\phi}^T(\mathrm{X}, \hat{\mathrm{m}}, \hat{\sigma}_l, \hat{\sigma}_r)\hat{w} \quad (۱۵)$$

در اینصورت سیگنال کنترلی اعمالی به سیستم، مطابق با رابطه زیر خواهد بود:

$$u = \hat{w}^T \hat{\phi} - \frac{u_h}{g(\mathrm{X})} \quad (۱۶)$$

با جایگذاری (۱۶) در (۱) و ساده سازی معادله حاصل، خواهیم داشت:

$$\dot{e} = Ae + Bg(\mathrm{X})(\bar{u} - u_{fnn}) + B(u_h - d) \quad (۱۷)$$

که تعریف ماتریس A و بردار B بصورت زیر می باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_1 & -k_3 & \cdots & -k_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

خطای مدلسازی $\tilde{u}$ را بصورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{u} = \bar{u} - u_{fnn} = w^{*\mathrm{T}} \phi^*(\mathrm{X}, \mathrm{m}^*, \sigma_l^*, \sigma_r^*) + \Delta - \hat{w}^{\mathrm{T}} \hat{\phi}(\mathrm{X}, \hat{\mathrm{m}}, \hat{\sigma}_l, \hat{\sigma}_r) = \tilde{w}^{\mathrm{T}} \tilde{\phi} + \hat{w}^{\mathrm{T}} \tilde{\phi} + \tilde{w}^{\mathrm{T}} \hat{\phi} + \Delta \quad (۱۹)$$

که $\tilde{w} = w^* - \hat{w}$ و $\tilde{\phi} = \phi^* - \hat{\phi}$ و Δ خطای تقریب می باشد (بردار های * دار، بیانگر بردار پارامترهای بهینه می باشند). حال با بسط $\tilde{\phi}$ داریم:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi} &= \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_1 \\ \tilde{\phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial m} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial m} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_N}{\partial m} \end{bmatrix}_{m=\hat{m}} (m^* - \hat{m}) + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \sigma_l} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \sigma_l} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_N}{\partial \sigma_l} \end{bmatrix}_{\sigma_l=\hat{\sigma}_l} (\sigma_l^* - \hat{\sigma}_l) + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \sigma_r} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \sigma_r} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_N}{\partial \sigma_r} \end{bmatrix}_{\sigma_r=\hat{\sigma}_r} (\sigma_r^* - \hat{\sigma}_r) + h \\ &= \phi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \tilde{m} + \phi_{\sigma_l}^{\mathrm{T}} \tilde{\sigma}_l + \phi_{\sigma_r}^{\mathrm{T}} \tilde{\sigma}_r + h \end{aligned} \quad (۲۰)$$

که $\tilde{m} = m^* - \hat{m}$، $\tilde{\sigma}_l = \sigma_l^* - \hat{\sigma}_l$ و $\tilde{\sigma}_r = \sigma_r^* - \hat{\sigma}_r$ و h بردار ترم های مرتبه ۲ و بالاتر می باشد. با جایگذاری (۲۰) در (۱۹)، خطای مدلسازی بصورت زیر خلاصه می شود:

$$\tilde{u} = \tilde{w}^{\mathrm{T}} \hat{\phi} + \tilde{m}^{\mathrm{T}} \phi_m \hat{w} + \tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}} \phi_{\sigma_l} \hat{w} + \tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}} \phi_{\sigma_r} \hat{w} + \varepsilon \quad (۲۱)$$

ترم نامعین $\varepsilon = \hat{w}^{\mathrm{T}} h + \tilde{w}^{\mathrm{T}} \tilde{\phi} + \Delta$ می باشد. حال با جایگذاری (۲۱) در (۱۷)، و در نظر گرفتن $\omega_c = g(\mathrm{X})\varepsilon - d$، دینامیک خطا بصورت زیر حاصل می شود:

$$\dot{e} = Ae + Bg(\mathrm{X})(\tilde{w}^{\mathrm{T}} \hat{\phi} + \tilde{m}^{\mathrm{T}} \phi_m \hat{w} + \tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}} \phi_{\sigma_l} \hat{w} + \tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}} \phi_{\sigma_r} \hat{w}) + Bu_h + B(g(\mathrm{X})\varepsilon - d) \quad (۲۲)$$

فرض کنید که در سیگنال کنترلی (۱۶)، u_h بصورت زیر انتخاب شود:

$$u_h = -\frac{1}{r} B^{\mathrm{T}} P e \quad (۲۳)$$

که r یک ثابت مثبت و ماتریس $P = P^T \geq 0$ از معادله شبه ریکاتی (۲۴) حاصل می شود:

$$PA + A^{\mathrm{T}} P + Q - \frac{2}{r} PBB^{\mathrm{T}} P + \frac{1}{\rho^2} PBB^{\mathrm{T}} P = 0 \quad (۲۴)$$

در اینصورت قضیه زیر نتیجه می شود.

قضیه: اگر در سیستم غیرخطی (۱)، سیگنال کنترلی و قوانین به روز رسانی بصورت زیر انتخاب شوند، در اینصورت معیار H^∞ در رابطه (۵) به ازای سطح تضعیف ρ برقرار می شود.

$$u = \hat{w}^T\hat{\phi} - \frac{u_h}{g(\mathrm{X})},\quad u_h = -\frac{1}{r}B^{\mathrm{T}}Pe \tag{۲۵}$$

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{w}} = \eta_w\hat{\phi}^{\mathrm{T}}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe,\quad \dot{\hat{m}} = \eta_m\phi_m\hat{w}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe\\ &\dot{\hat{\sigma}}_l = \eta_{\sigma_l}\phi_{\sigma_l}\hat{w}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe,\quad \dot{\hat{\sigma}}_r = \eta_{\sigma_r}\phi_{\sigma_r}\hat{w}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe\end{aligned} \tag{۲۶}$$

که ثابت های مثبت η_w، η_m و η_{σ_r} η_{σ_l} بترتیب نرخ یادگیری بردار وزن، میانگین، انحراف معیار سمت چپ و انحراف معیار سمت راست می باشند.

اثبات: با توجه به دینامیک خطا، (۲۲)، تابع لیاپانوف را بصورت زیر انتخاب می کنیم:

$$V = \frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}Pe + \frac{1}{2\eta_w}\tilde{w}^{\mathrm{T}}\tilde{w} + \frac{1}{2\eta_m}\tilde{m}^{\mathrm{T}}\tilde{m} + \frac{1}{2\eta_{\sigma_l}}\tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}}\tilde{\sigma}_l + \frac{1}{2\eta_{\sigma_r}}\tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}}\tilde{\sigma}_r \tag{۲۷}$$

با مشتق گیری از تابع لیاپانوف فوق داریم:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\dot{e}^{\mathrm{T}}Pe + \frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}P\dot{e} - \frac{1}{\eta_w}\tilde{w}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{w}} - \frac{1}{\eta_m}\tilde{m}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{m}} - \frac{1}{\eta_{\sigma_l}}\tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\sigma}}_l - \frac{1}{\eta_{\sigma_r}}\tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\sigma}}_r$$

حال با جایگذاری (۲۱) در معادله فوق داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} = \frac{1}{2}[&e^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}Pe + u_h^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe + \hat{\phi}^{\mathrm{T}}\tilde{w}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe + \hat{w}^{\mathrm{T}}\phi_m\tilde{m}g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe + \hat{w}^{\mathrm{T}}\phi_{\sigma_l}^{\mathrm{T}}\tilde{\sigma}_l g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe\\ &+ \hat{w}^{\mathrm{T}}\phi_{\sigma_r}^{\mathrm{T}}\tilde{\sigma}_r g(\mathrm{X})B^{\mathrm{T}}Pe + \omega_c^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe + e^{\mathrm{T}}PAe + e^{\mathrm{T}}PBu_h + e^{\mathrm{T}}PBg(\mathrm{X})\tilde{w}^{\mathrm{T}}\hat{\phi} + e^{\mathrm{T}}PBg(\mathrm{X})\tilde{m}^{\mathrm{T}}\phi_m\hat{w}\\ &+ e^{\mathrm{T}}PBg(\mathrm{X})\tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}}\phi_{\sigma_l}\hat{w} + e^{\mathrm{T}}PBg(\mathrm{X})\tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}}\phi_{\sigma_r}\hat{w} + e^{\mathrm{T}}PB\omega_c] - \frac{1}{\eta_w}\tilde{w}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{w}} - \frac{1}{\eta_m}\tilde{m}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{m}} - \frac{1}{\eta_{\sigma_l}}\tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\sigma}}_l - \frac{1}{\eta_{\sigma_r}}\tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\sigma}}_r\end{aligned}$$

با مرتب کردن معادله

فوق و استفاده از روابط (۲۵) و (۲۶) داریم:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}Qe - \frac{1}{2}(\frac{1}{\rho}B^{\mathrm{T}}Pe - \rho\omega)^{\mathrm{T}}(\frac{1}{\rho}B^{\mathrm{T}}Pe - \rho\omega) + \frac{1}{2}\rho^2\omega_c^{\mathrm{T}}\omega_c \le -\frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}Qe + \frac{1}{2}\rho^2\omega_c^{\mathrm{T}}\omega_c$$

با انتگرال گیری از رابطه فوق از $t = 0$ تا $t = T$ داریم:

$$V(T) - V(0) \le -\frac{1}{2}\int_0^T e^{\mathrm{T}}Qe\,dt + \frac{1}{2}\rho^2\int_0^T \omega_c^{\mathrm{T}}\omega_c\,dt$$

از آنجاکه $V(T) \ge 0$، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}\int_0^T e^{\mathrm{T}}Qe\,dt \le V(0) + \frac{1}{2}\rho^2\int_0^T \omega_c^{\mathrm{T}}\omega_c\,dt$$

حال با استفاده از رابطه (۲۷) داریم:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\int_0^T e^{\mathrm{T}}Qe\,dt \le &\frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) + \frac{1}{2\eta_w}\tilde{w}^{\mathrm{T}}(0)\tilde{w}(0) + \frac{1}{2\eta_m}\tilde{m}^{\mathrm{T}}(0)\tilde{m}(0)\\ &+ \frac{1}{2\eta_{\sigma_l}}\tilde{\sigma}_l^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\sigma}_l(0) + \frac{1}{2\eta_{\sigma_r}}\tilde{\sigma}_r^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\sigma}_r(0) + \frac{1}{2}\rho^2\int_0^T \omega_c^{\mathrm{T}}\omega_c\,dt\end{aligned}$$

که این همان معیار H^∞ در رابطه (۵) است.

۴. شبیه سازی و بررسی نتایج

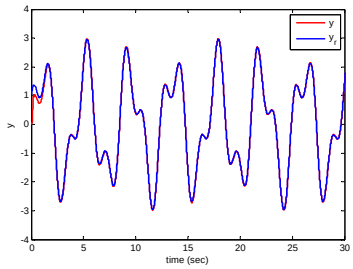
سیستمی که در این مقاله برای شبیه سازی در نظر گرفته شده است، یک سیستم دینامیکی مرتبه دوم با معادله زیر می باشد.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + d\\ y &= x_1\end{aligned}$$

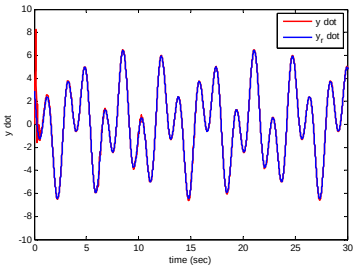
اغتشاش خارجی d، یک موج مربعی با دامنه ± 1 و دوره تناوب 2π و سیگنال مرجع بصورت $y_r = 2\sin(1.5t) + \cos(3.5t)$ می باشد. پارامترهای طراحی کنترلر بصورت زیر می باشند:

$$\eta_w = 50,\ \eta_m = 0.1, \eta_{\sigma_l} = \eta_{\sigma_l} = 1, \varpi = 0.05, G_{th} = 0.4, P_{th} = 0.3, I_{th} = 0.5, \tau_1 = 0.01, \tau_2 = 0.2,$$
$$k_1 = 2, k_2 = 1, r = 0.08, \rho = 0.2, Q = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 33.75 & 12.5 \\ 12.5 & 8.75 \end{bmatrix}$$

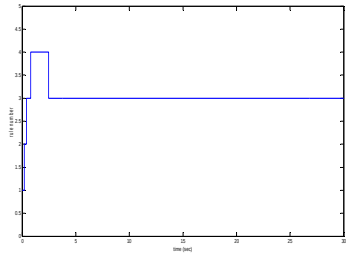
خروجی سیستم و مشتق آن بهمراه سیگنال مرجع بترتیب در شکل ۱ و ۲ رسم شده است. همانطور که از نتایج مشخص است، با اعمال کنترلر پیشنهادی، خروجی سیستم بخوبی سیگنال مرجع را دنبال می نماید. در شکل ۳ تعداد قوانین شبکه عصبی-فازی مورد استفاده جهت کنترل سیستم فوق، نشان داده شده است.



شکل ۱: خروجی سیستم و سیگنال مرجع



شکل ۲: مشتق خروجی سیستم و مشتق سیگنال مرجع



شکل ۳: تعداد قوانین شبکه عصبی-فازی

۵. نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترلر فازی-عصبی تطبیقی مستقیم برای دسته ای از سیستم های غیرخطی نامعین و در حضور اغتشاش خارجی پیشنهاد گردید. این کنترلر از ترکیب دو کنترلر تشکیل شده است. کنترلر اول، یک کنترلر فازی-عصبی است که جهت تقریب کنترلر ایده آل طراحی می شود و دارای دو فاز آموزش ساختار و آموزش پارامترها می باشد. کنترلر دوم بمنظور کاهش خطای تقریب و تضعیف اثر اغتشاش خارجی، براساس معیار H^∞ طراحی می گردد. توابع عضویت استفاده شده در این مقاله، گوسی و غیرمتقارن می باشند. قوانین به روز رسانی پارامترها با استفاده از تئوری لیاپانوف حاصل شدند. نهایتاً کنترلر پیشنهادی به یک سیستم دینامیکی مرتبه دوم اعمال گردید. نتایج بدست آمده کارآمدی روش پیشنهادی را بخوبی نشان می دهند.

مراجع

[1] C. T. Lin and C. S. G. Lee, *Neural Fuzzy Systems: A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.

[2] D. Nauck, F. Klawonn, and R. Kruse, *Foundations of Neuro-Fuzzy Systems*. New York: Wiley, 1997.

[3] R. Jang, C. T. Sun, and E. *Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Englewood Cliffs*, NJ: Prentice-Hall, 1997.

[4] Y.G. Leu, W.Y. Wang, T.T. Lee, *Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems*, IEEE Trans. Neural Networks 16 (2005) 853–861.

[5] C.M. Lin, Y.F. Peng, *Adaptive CMAC-based supervisory control for uncertain nonlinear systems*, IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 34 (2004) 1248–1260.

[6] C.H. Wang, H.L. Liu, T.C. Lin, *Direct adaptive fuzzy-neural control with state observer and supervisory controller for unknown nonlinear dynamical systems*, IEEE Trans. Fuzzy Systems 10 (2002) 39–49.

[7] S. Wu and M. J. Er, *Dynamic fuzzy neural networks—A novel approach to function approximation*, IEEE Trans. Syst., Man., Cybern. B, Cybern., vol. 30, no. 2, pp. 358–364, Apr. 2000.

[8] S. J. Lee and C. S. Ouyang, *A neuro-fuzzy system modeling with selfconstructing rule generation and hybrid SVD-based learning*, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 11, no. 3, pp. 341–353, Jun. 2003.

[9] C. Li, C. Y. Lee, and K. H. Cheng, *Pseudo-error-based self-organizing neuro-fuzzy system*, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, no. 6, pp. 812–819, Dec. 2004.

[10] G. B. Huang, P. Saratchandran, and N. Sundararajan, *An efficient sequential learning algorithm for growing and pruning RBF (GAP-RBF) networks*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern., vol. 34, no. 6, pp. 2284–2292, Dec. 2004.

[11] C. T. Lin, W. C. Cheng, and S. F. Liang, *An on-line ICA-mixturemodel-based self-constructing fuzzy neural network*, IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 52, no. 1, pp. 207–221, Jan. 2005.
[12] C.F. Hsu, *Self-organizing adaptive fuzzy neural control for a class of nonlinear systems*, IEEE Trans. Neural Networks 18 (2007) 1232–1241.
[13] C.-F. Hsu, P.-Z. Lin, T.-T. Lee, C.-H. Wang, *Adaptive asymmetric fuzzy neural network controller design via network structuring adaptation*, Fuzzy Sets and Systems (2008), doi: 10.1016/j.fss.2008.01.034.
[14] C. H. Lee and C. C. Teng, *Fine Tuning of Membership Functions for Fuzzy Neural Systems*, Asian Journal of Control, Vol. 3, No. 3, pp. 216-225, 2001.
[15] J.F. Baldwin, S.B. Karake, *Asymmetric triangular fuzzy sets for classification model*, Lecture Notes in Artificial Intelligent, Vol. 2773, 2003, pp. 364–370.
[16] C. Li, K. H. Cheng, and J. D. Lee, *Hybrid Learning Neuro-fuzzy Approach for Complex Modeling Using Asymmetric Fuzzy Sets*, Proc. Of the 17th IEEE International Conf. on Tools with Artificial Intelligence, pp. 397-401, 2005.
[17] C.J. Lin, W.H. Ho, *An asymmetric-similarity-measure-based neural fuzzy inference system*, Fuzzy Sets and Systems 152 (2005) 535–551.
[18] B. S. Chen and C. H. Lee, H^{∞} *tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: Adaptive fuzzy approach,* IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol.4, no.1, pp. 32-43, Feb. 1996.

مریم سلیمی فرد*، دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز
آدرس پست الکترونیکی: **maryamsalimifard@yahoo.com**

فریدون شعبانی نیا، دانشیار گروه قدرت و کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز
آدرس پست الکترونیکی: **shabani@shirazu.ac.ir**

* سخنران

بررسی تاثیر تغییر سطح لغزش در طراحی کنترل کننده‌های مد لغزشی فازی موتورDC بدون جاروبک

وحیدکاملی رحیمی، احمدمیرزایی

چکیده. این مقاله به معرفی و ابداع سطوح لغزش جدید در طراحی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی فازی موتور DC بدون جاروبک می‌پردازد. پارامترهای این سطوح لغزش به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که کنترل‌کننده مدلغزشیفازی مربوطه عملکرد مشابه‌ای از لحاظ پیگیری سرعت مرجع ارائه نمایند. کنترل‌کننده مدلغزشی فازی با رهیافت تقریب سیستم‌های فازی مبتنی بر جستجوی جدولی طرح گردیده و سطوح لغزش متفاوت پیشنهادی به عنوان ورودی‌های این کنترل‌کننده در نظر گرفته می‌شوند. این امر ما را قادر خواهد ساخت تا تاثیر هریک از این سطوح لغزش، برعملکردکنترل‌کننده مدلغزشی فازی به خوبی مشاهده گردد. نتایج آزمایشات تاثیر مثبت تغییر سطح لغزش را به عنوان حلقه کنترلی نامرئی در کنترل جریان موتور DC بدون جاروبک و تغییر مطلوب مشخصات همگرائی و سرعت فاز و لغزش بیان می‌دارد.

۱. مقدمه

موتورDCبدون جاروبک موتوریساده، قابل اعتماد و جایگزینی مناسب برای سرو موتورهای AC و DC است [۱]. به علاوه این موتورها دارای راندمان مطلوب، گشتاور بالا (به نسبت حجم) و ممان اینرسی پایین می باشند[۲]. لذا استفاده از این موتور در صنایع هوا– فضا، رباتیک، ماشین ابزارهای کنترل شده عددی، محرکه‌های دینامیکی، موقعیت‌یاب‌ها، وسایل پزشکی و دیگر کاربردها بصورت فزاینده‌ای در حال گسترش است[۱]. تحقیقات شگرفی به منظور تدارک کنترل‌کننده‌ای مناسب، به منظور تنظیم سرعت موتور DC بدون‌جاروبک وجود داشته واستراتژی‌های کنترلی بیشماری تا امروز پیشنهاد شده است[۳]. بخاطر مشخصات خاص این موتور از قبیل تغییرپذیری با زمان، غیرخطی بودن و تزویج قوی، طرح کنترل‌کننده مطلوب به دقت بیشتری محتاج است.

کنترل به روش PID روشی معمول در طراحی کنترل‌کننده‌های سرعت است[۴]. اما این کنترل‌کننده‌در مورد سیستم‌های غیرخطی بخصوص در هنگام حضور نوسانات پارامتری، عدم قطعیت‌ها و غیرخطی بودن بار عملکردی نامطلوب از خود بروز می‌دهد[۲و۴].

در سالهای اخیر روشهای مدرن کنترلی غیرخطی تنظیم سرعت نظیر کنترل تطبیقی ، فیلترکالمن، کنترل ساختار متغیر، کنترل فازی و کنترل با شبکه‌های عصبی وغیره بوجود آمده است[۴]. همچنین چندین طرح کنترلی تطبیقی درایو DC بدون جاروبک براساس مدل‌های خطی موتور ارایه گردیده است[۲].

تکنیک‌های کنترل مبتنی بر منطق فازی (که به قابلیت‌های انسانی در درک رفتار سیستم‌ها و نیز قواعد کنترلی وابسته‌اند) در سالهای متمادی و به گونه‌ای موفق، در کنترل سرعت درایو و بخصوص درایو موتور DCبدون جاروبک بکار گرفته شده است. اینچنین کنترل‌کننده ها ذاتا نسبت به اغتشاشات بار مقاوم و نیرومندند. مزیت دیگر این کنترل‌کننده‌ها سادگی اجراست. اما کاربرد کنترل‌کننده‌های فازی بخاطر مشکلاتی محدود شده است. در حال حاضر تحقیقات فراوان، منطق فازی و تکنیک‌های متداول را ترکیب ساخته تا این مشکلات مرتفع گردند. به عنوان مثال لی روش طراحی کنترل‌کننده‌ترکیبی فازیتناسبی به همراه کنترل‌کنندهID را پیشنهاد نموده و به نظر او، یکی از اهداف این پیشنهاد، بهبود عملکرد کنترلی کنترلرهای PID است[۳]. همچنین سیستم‌های فازی مبتنی بر شبکه‌های عصبی که سیستم هوشمند فازی – عصبی خوانده می‌شوند، در کنترل این سیستم غیرخطی (و بمنظور برطرف نمودن مشکلات کنترل‌کننده‌های PID گین ثابت و کنترل‌کننده‌های فازی) مطرح شده است. همچنین به منظور اصلاح گین کنترل‌کننده‌های موقعیت، کنترل‌کننده فازی – عصبی با کنترل‌کننده‌های IP و PD و تطبیقی تلفیق شده است[۲].

اما باید دانست که کنترل تطبیقی به منظور اجرای الگوریتم خود به شناسایی پیچیده پارامترها بصورت On-Line نیازمند است و بنابراین نسبت به تغییرات سریع بار بسیار حساس می باشد. کنترل فازی مستقل از مدل‌های ریاضی است و استفاده کامل از تجربیات متخصصان را فراهم می‌آورد. اما پارامترهای کنترل‌کننده فازی پس از تست‌ها و آزمایشات مکرر حاصل می‌آیند. به علاوه فقدان روشی سیستماتیک در تحلیل پایداری کنترل‌کننده‌های فازی احساس می‌شود.

به علاوه کنترل‌کننده‌های شبکه‌های عصبی، تابع‌های غیرخطی را توسط یادگیری پیوسته تنظیم می‌نمایند و در نتیجه سرعت پاسخ به اغتشاشات کند است. لذا به میکروپروسسورهای قدرتمندتر و سریعتر برای پیاده سازی الگوریتم شبکه های عصبی در کاربردهای عملی

نیازمند است[۱]. به منظور اصلاح این مشکلات می‌توان از رهیافت قدرتمند کنترل مدلغزشی در کنترل سرعت درایو موتور DC بدون جاروبک بهره برد.

۲. ضعف کنترل کننده‌های مد لغزشی موتورDC بدون جاروبک و نیاز به طرح روش‌های کنترل مد لغزشی اصلاح شده

همانطور که گفته شد مقالات متعدد مقاوم بودن روش لغزشی را در جنبه‌های مختلف از قبیل تغییر پارامترهای ماشین، نوسانات گشتاور بار، اعمال نویز و تغییرات مختلف سرعت و گشتاور بار نشان داده و مزیت آن را بر کنترل‌کننده‌های دیگر خاطر نشان ساخته‌اند. ولی با دقت بیشتر در ساختار این کنترل‌کننده‌ها مشکلات عدیده‌ای رخ می‌نماید. یکی از مشکلات شایع که در تمام کنترل‌کننده‌های مدلغزشی وجود دارد عبارت از پدیده Chattering است که با اعمال تکنیک‌هائی نظیر روش طراحی براساس لایه مرزی متغیر با زمان[۵] قابل رفع و جبران است. اما اعمال روش مدلغزشی در مورد موتور DC بدون جاروبک مشکلی حادتر را بروز می‌دهد.

با فرض معادلات خطی موتور DC بدون جاروبک [۷] و براساس قانون همگرائی سرعت ثابت [۵] به سیگنال کنترلی (۱) دست می‌یابیم:

$$V_{qs} = V_{qs}(eq) - K.sat(s/\phi)$$
$$V_{qs}(eq) = -\frac{1}{f}\left(\ddot{\omega}_{rd} - \lambda\dot{\tilde{\omega}}_r + a\dot{\omega}_r + b\omega_r + cT_L + d\dot{T}_L\right) \quad (۱)$$

Sat: تابع اشباع

با بررسی دقیق این سیگنال درمی‌یابیم که مشتقات سیگنال سرعت مرجع و گشتاور بار در این معادله ظاهر شده است. نتیجه اینکه در صورت تغییر سرعت مرجع و گشتاور بار بصورت ناگهانی (پله‌ای) واگرائی سیگنال کنترلی و افزایش ناگهانی آن و در نتیجه از هم پاشیدن شیرازه کنترلی کنترل‌کننده مدلغزشی و آسیب رسیدن به سیم‌پیچ‌های موتور را خواهیم داشت و در نتیجه نیاز به در نظر گرفتن محدودکننده‌های ولتاژ در ورودی موتور و یا اصلاح این روش احساس می‌شود.

۳. طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی فازی موتورDC بدون جاروبک

به منظور رفع مشکلات پیش گفته شده و همچنین به منظور پیاده‌سازی روش مدلغزشی توسط کنترل‌کننده‌های فازی، طرحی پیشنهاد می‌گردد که از یک طرف خصوصیات مثبت کنترل‌کننده‌های مدلغزشی همچون مقاوم بودن در مقابل نوسانات پارامتری و تغییرات گشتاور بار و نویز را در خود لحاظ نماید و از طرف دیگر بر مساله واگرائی این کنترل‌کننده‌ها در تغییرات فائق آید.

مقایسه‌ای دقیق بین کنترل لغزشی و کنترل فازی نشان می‌دهد که عملکرد این دو روش در بسیاری از حالات مشابه هستند. اگر بتوان کنترل‌کننده‌ای فازی طراحی نمود که قادر به تخمین سیگنال کنترلی طراحی شده در مرحله مدلغزشی بوده و بنابراین شروط لغزش، قانون همگرایی و همگرایی مولفه‌های خطای متغیرهای حالت به صفر را ارضاء نماید، آنگاه کنترل مدلغزشی فازی مورد نظر بدست آمده است و توسط کنترل‌کننده‌های فازی قادر به پیاده سازی قوانین کنترل مدلغزشی می باشیم. برای تقریب سیگنال کنترلی چندین روش وجود دارد که روش‌های تقریب مرتبه اول، تقریب مرتبه دوم، تقریب براساس داده های ورودی - خروجی، جدول جستجو، گرادیان نزولی، روش کمترین مربعات بازگشتی و خوشه سازی پاره‌ای از این تکنیک می‌باشند.

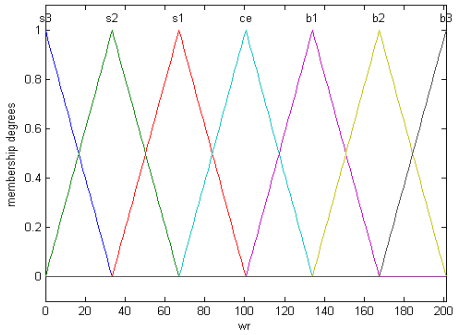
در این مقاله براساس روش جستجوی جدولی به طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی فازی می‌پردازیم. الگوریتم این روش بصورت ذیل است:

* فرض زوج‌های ورودی– خروجی بصورت ذیل:

$$(x_p, y_p),\ p = 1,\ldots,n$$
$$x_p \in [\alpha_1,\beta_1] * \cdots * [\alpha_n,\beta_n] \quad (۲)$$
$$y_p \in [\alpha_y,\beta_y]$$

* تعریف مجموعه‌های فازی مطلوب بصورتی که زوج‌های ورودی – خروجی را پوشش دهند.
* تولید یک قاعده از روی یک زوج ورودی– خروجی.
* انتساب یک درجه به هر قاعده تولید شده درگام قبل.
* ایجاد پایگاه قواعد فازی بصورتی که هیچ قانونی با یکدیگر در تعارض نباشند.
* ساخت سیستم فازی براساس پایگاه قواعد فازی.

با بکار بردن این الگوریتم و با توجه به ماتریس ورودی– خروجی حاصل از نمونه‌برداری، قوانین فازی بدست می‌آید[۷]. ورودی‌های کنترل‌کننده فازی ، بصورتسطح لغزش و مشتق آن و خروجی بصورت V_{qs} در نظر گرفته می‌شود. پایگاه قوانین کنترل‌کننده فازی با فرض توابع عضویت مثلثی شکل ۱ برای هر متغیر ورودی و خروجی و براساس الگوریتم روش جستجوی جدولی تعیین می‌گردد.



شکل ۱: توابع عضویت متغیرهای ورودی و خروجی جستجوی جدولی

این قوانین به فرم ذیل نوشته می‌شوند و عبارتند از:

s is x_1& ds/dt is x_2& then V_{qs} is y

جدول ۲: پایگاه قوانین کنترل کننده مدلغزشی فازی جستجوی جدولی

s	ds/dt	V_{qs}
S3	S3	S2
S2	S1	CE
S1	CE	B1
CE	B1	B2
B1	B2	S1
B2	B3	CE
B3	S2	S3

سرانجام با استفاده از جعبه ابزار FIS Editor موجود در نرم افزار MATLAB، سیستم فازی را براساس فرض‌های ذیل تشکیل می‌دهیم: سیستم فازی ممدانی،فازی سازی منفرد،نافازی سازی مرکز ثقل، T- نرم مینیمم، S- نرم ماکسیمم،استلزام مینیمم،ترکیب ماکسیمم.

٤. انواع سطوح لغزش

به منظور دستیابی به مشخصه‌های عملکردی مطلوب همچون دقت ردیابی دقیق، کاهش Chattering و پاسخ دینامیکی سریع، محققان به تعریف سطوح لغزش متنوعی پرداخته‌اند[۸-۱۰]. این مساله مهمترین نکته کلیدی است که در این مقاله بدان اشاره‌می‌شود زیرا تعریف سطح لغزش مورد نیاز، اولین گام در پی‌ریزی شالوده کنترل‌کننده مدلغزشیفازی بوده و در نتیجه با تغییر آن می‌توان مسیر کنترل را تعیین نمود. در نتیجه با تعریف سطوح لغزش‌جدید که مهمترین دستاورد و نوآوری این مقاله است به بسط مفهوم سطح لغزش و کارکرد آن درکنترل مدلغزشی فازی خواهیم پرداخت. از طرف دیگر با انجام آزمایشات تاثیر هر کدام از سطوح در سرعت پاسخ و محدود شدن خطای حالت ماندگار بررسی خواهد شد. برخی از این سطوح عبارتند:

$$S1(X,t) = (\frac{d}{dt} + \lambda)^{n-1}\tilde{x} \quad (۳)$$

$$S2(X,t) = (z\frac{d}{dt} + \lambda)^{n-1}\tilde{x} \quad (۴)$$

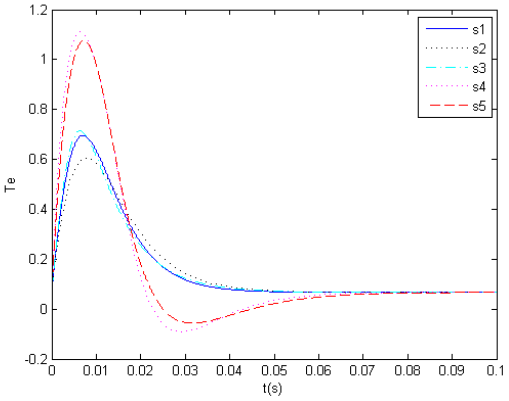
$$S3(X,t) = z(\frac{d}{dt} + \lambda)^{n-1}\tilde{x} \quad (۵)$$

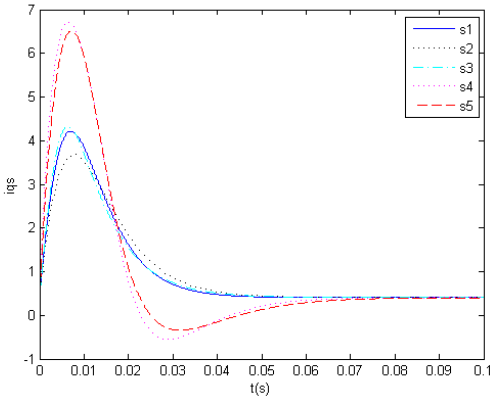
$$S4(X,t) = (\frac{d}{dt} + \lambda)^{n}\int_0^t \tilde{x}dt \quad (۶)$$

$$S5(X,t) = a_3(a_2\frac{d}{dt}+\lambda)^n \int_0^t \tilde{x}dt \quad (۷)$$

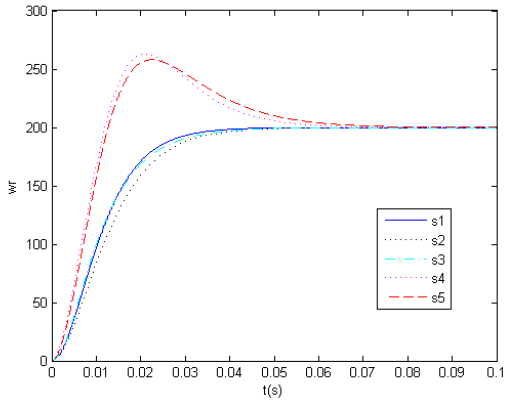
۵. پیاده‌سازی کنترل کننده مد لغزشی فازی و بررسی تاثیر سطوح لغزش مختلف

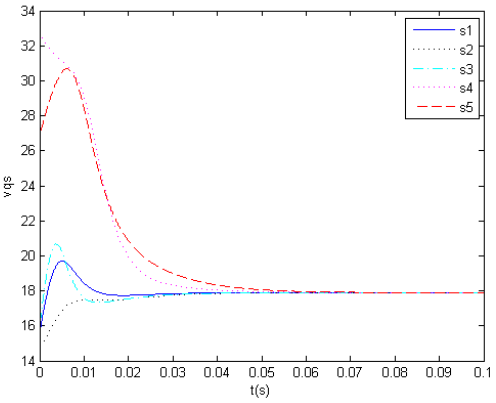
به منظور بررسی تاثیر هریک از سطوح لغزش تعریف شده در بخش قبل، کنترل‌کننده مدلغزشیفازی موتور DC بدون‌جاروبک متناظر طراحی می‌گردد. در این قسمت سطح لغزش متعارف ارائه شده در معادله (۱) به عنوان مرجع مقایسه در نظر گرفته شده و ویژگی سایر سطوح، نسبت به آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. منحنی‌های جریان، گشتاور، سرعت، سیگنال کنترلی و سطح لغزش کنترل‌کننده مدلغزشیفازی موتور به ترتیب در شکل‌های ۲ تا ۶ نمایش داده شده است.



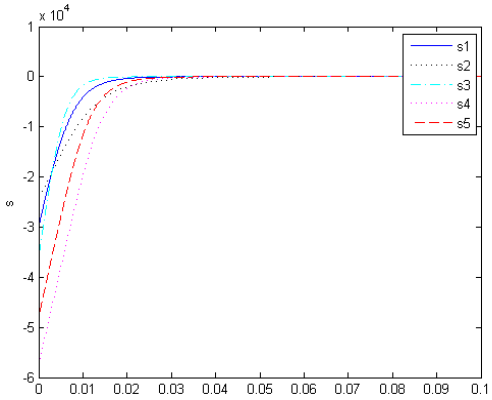


شکل۲: منحنی‌های جریان متناظر با سطوح لغزش پیشنهادیشکل۳: منحنی‌های گشتاور متناظر با سطوح لغزش پیشنهادی





شکل۴: منحنی‌های سرعت متناظر با سطوح لغزش پیشنهادیشکل۵: منحنی‌های سیگنال کنترل متناظر با سطوح لغزش پیشنهادی



شکل۶: منحنی‌های سطح لغزش متناظر با سطوح لغزش پیشنهادی

از منحنی‌های جریان و گشتاور اشکال ۱ و ۲ استنباط می‌گردد که مقدار پیک گشتاور و جریان حالت گذرای متناظر با تمام سطوح لغزش نسبت به سطح لغزش توصیف شده در معادله (۱) افزایش از خود نشان داده که این امر در مورد سطوح لغزش معادلات (۴) و (۵) (سطوح لغزش انتگرالی) میزانی برابر با ۱.۶ تا ۱.۷ برابر از خود نشان می‌دهد. در نتیجه می‌توان گفت تغییر سطح لغزش بصورت نامحسوس، حلقه

کنترلی جریانی ایجاد خواهد نمود که میزان جریان موتور را مورد کنترل قرار می‌دهد و در نتیجه با تغییر پارامترهای موجود در هر سطح لغزش می‌توان علاوه بر کنترل سرعت به کنترل جریان نیز دست یافت.

از منحنی سطوح لغزش کاملا هویداست که تغییر سطح لغزش، پدیده Chatteringرا کاملا تحت تاثیر قرار می‌دهد. بطوری‌که به ازای سطوح لغزش توصیف شده با معادلات (۴)، (۶) و (۷) کاهش این پدیده و به ازای سطح لغزش معادله (۵) افزایش آن را در پی خواهد داشت. همچنین کاربرد سطح لغزش معادله (۴) به کاهش دامنه سیگنال کنترل و تغییرات شدید در آن منجر می‌گردد. ولی استفاده از سطوح لغزش انتگرالی افزایش ناگهانی سیگنال کنترلی را در پی خواهد داشت که بسیار نامطلوب است.

با بررسی منحنی‌های شکل ۳ درمی‌یابیم که سطوح لغزش معادلات (۳) تا (۵) ویژگی های مشابهی از نظر سرعت از خود بروز می‌دهند ولی سطوح لغزش انتگرالی اگرچه خطای حالت ماندگار را بهبود می‌بخشند ولی افزایش اضافه جهش در این سیگنال را در پی‌دارند و در نتیجه عملکرد دینامیکی نامطلوب از خود بروز می‌دهند.

۶. نتیجه

تکنیک کنترلی مدلغزشی بسیار مقاوم در برابر نوسانات پارامتری، تداخلات نویز و عدم قطعیت‌ها است. در نتیجه در کنترل سیستم‌های غیرخطی بسیار مناسب عمل نموده و مشخصات مطلوبی ارائه می‌دهد. همچنین پیاده‌سازی این روش در مورد موتور DC بدون جاروبک که دارای معادلات عملکردی غیرخطی است بسیار کاراست. اما این کنترل‌کننده نسبت به تغیرات ناگهانی گشتاور بار و سیگنال مرجع بسیار حساس بوده و لزوم اصلاح این روش احساس می‌شود. پیاده‌سازی روش مدلغزشی توسط الگوریتم جستجوی جدولی فازی که به کنترل‌کننده مدلغزشیفازی منجر می‌گردد نه تنها سبب رفع مشکلات گفته شده می‌شود بلکه مزایای کنترل‌کننده‌های فازی را نیز بر طرح ایجاد شده، می‌افزاید. در این مقاله سطوح لغزش مختلف به منظور برداشتن اولین گام در طراحی کنترل‌کننده‌های مدلغزشیفازی، پیشنهاد گردید. آزمایشات برای کلیه طرح‌ها انجام و نتایج آن‌ها بطور کامل مورد بررسی قرار گرفت و سرانجام مشخص گردید که با تغییر سطوح لغزش می‌توان خصوصیات مختلفی از لحاظ کاهش Chattering، خطای حالت ماندگار، تغییرات سیگنال کنترلی و سرعت بدست آورد. همچنین دیده شد که این تغییر سطوح لغزش می‌تواند بخوبی به عنوان حلقه کنترلی نامحسوس جریان در کنترل موتور DC بدون جاروبک اتخاذ گردد.

مراجع

[1] T. Shi, N. Lu, Q. Zhang and C. Xia, *Brushless DC motor sliding mode control with Kalman Filter*, IEEE International Conference on Industrial Technology, 5 (2008), 1–6.

[2] G. Muammer , D. Besir and B. Cafer, *A Hybrid Neuro-Fuzzy Controller for Brushless DC Motors*, TAINN 2005, 125–132.

[3] B. Singh and A.H.N. Murthy, *integral-derivative controller for permanent magnet brushless DC motor*, Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology, 1 (2000), 185-191.

[4] W. Yingfa, X. Changliang, Z. Maohua and L. Dan, *Adaptive Speed Control for Brushless DC Motors Based On Genetic Algorithm and RBF Neural Network*, IEEE International Conference on Control and Automation, 3 (2007), 1219 – 1222.

[5] L. J. Hoon and Y. M. Joong, *A New improved continuous variable structure controller for accurately prescribed tracking control of BLDDservo motor*, Elsevire, Automatica *40* (2004), 2069-2074.

[6] L.X. Wang, *A course in fuzzy system and control* , Prentice Hall, New Jesy, 1996.

[۷] پاول سی کراس و اولگ واسن زوک، تئوری ماشین‌های الکتریکی، رحمت الله هوشمند و مهدی بانژاد ، چاپ اول، دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۳۷۸.

[8] I. C. Baik and K.H. Kim, *Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding control*, IEEE PESC 96 Record, 2 (1996), 1242-1247.

[9] T.L. Chern and Y.C. Wu, *Design of brushless DC position servo systems using integral variable structure approach*, IEE Proc. Electr. Power Appl,140 (1993), 27-34.

[10] J.H. Lee and J.S. Ko, *Design of continuous sliding mode controller for BLDDM with prescribed tracking performance*, Conf. Record, IEEE PESC*, 92 (*1992), 770-775.

وحید کاملی رحیمی*، دانشگاه یزد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه قدرت- الکترونیک

آدرس پست الکترونیکی: **kameli@stu.yazduni.ac.ir**

احمدمیرزایی، یزد- بلوار دانشگاه، دانشگاه یزد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه قدرت- الکترونیک

آدرس پست الکترونیکی:**mirzaei@yazduni.ac.ir**

*سخنران

E_x-eval-fin، سیستمی خبره جهت ارزیابی عملکرد مالی شرکت های سهامی

چیترا دادخواه، اندیشه سلیمی نژاد

چکیده. در محیط تجاری ناپایدار و نا مطمئن امروزی مدیران مالی و حسابداری بسبب تغییرات عوامل محیطی داخلی و خارجی همواره باید تصمیمات مهمی را اتخاذ نمایند که این تصمیمات در تعیین میزان کیفیت عملکرد مالی بسیار تأثیر گذارند. حتی وجود تغییرات بسیار معمولی آنها را با مسائلی همچون قیمتهای بالاتر کالاها و خدمات، کاهش حاشیه سود ناخالص، کاهش سهم بازار، افزایش میزان موجودیهای کالا و دریافتنی ها، اضافه شدن هزینه های توزیع، و غیره مواجه می سازد. بدلیل اینکه بسیاری از تصمیمات با استفاده از تکنیکهای سیستمهای اطلاعاتی سنتی به جستجوی راه حلها منجر نمی شوند، لذا لزوم یک راه و مسیر جدید که دانش یا تخصص را در یک محیط کامپیوتری وارد کرده و جا دهد کاملاً احساس می شود. از این رو هدف این مقاله، طراحی سیستمی خبره جهت کمک به تصمیم گیریهای مالی شرکتها می باشد. سیستم طراحی شده به نام Ex-eval-fin (EXpert EVALuation FINance) قادر است با توجه به مقدار نسبتهای مالی شرکت های مورد مشاوره عملکرد مالی آنان رااز نظر کیفی ارزیابی نماید. دانش ارزیابی سیستم Ex-eval-fin بر اساس مقدار متوسط صنعت و مقادیر مینییمم و ماکزیمم مربوط به هر نسبت مالی و برای شرکت درخواستی در صنعت انجام می گیرد. کلیه دانش های مورد نیاز جهت ارزیابی از کارشناسان مالی کسب شده و با استفاده از استنتاج رو به عقب و منطق فازی سیستم Ex-eval-fin به ارزیابی عملکرد آن شرکت می پردازد.

۱. مقدمه

از آنجا که پیشرفت فن آوری ارتباطات و اطلاعات در دنیای امروزه سیر صعودی داشته و به سرعت در حال رشد می باشد، عقب ماندن از این موضوع و ناتوانی از حرکت همراه با موج پرتلاطم فناوری اطلاعات نتیجه ای جز غرق شدن نخواهد داشت و از این رو توسعه فناوری ارتباطات و اطلاعات شرط بقای هرجامعه است و این امر زمانی تحقق می یابد که در سطح هرکشوری تمامی سازمانها مجهز به سیستم‌ـ هایی پیشرفته جهت انجام اکثر امور خود باشند. امروزه برای تأسیس یک شرکت هر چند کوچک تنها یک ایده ی خوب و پشتکار کافی نیست بلکه لازم است افراد متخصصی را نیز برای رفع و رجوع کار ها به خدمت بگیریم. پر واضح است که مؤسس شرکت خود نمی تواند همه این فنون را بیاموزد و بکار گیرد پس به نیروی متخصص نیازمند است. از طرف دیگر از آنجاییکه نیروی متخصص کمیاب می باشد، سطح تخصص افراد متفاوت است و دانش، هوش و تجربه نقش کلیدی در افراد متخصص بازی می کنند، بنابر این انتخاب دیگر، روی‌ـ آوردن به سیستم های خبره خواهد بود. یکی از پرکاربرد ترین حوزه های بکارگیری سیستم خبره در حوزه مالی می باشد.

۲. پایگاه دانش سیستم Ex-eval-fin

در فاز اکتساب دانش[1] با انجام مصاحبه با فرد متخصص (کارشناس مالی)و همچنین مراجعه به مستندات موجود دانش های مربوط به دامنه را جمع آوری کرده [4,5]و توسط روش بازنمایی دانش قاعده[2] یا سیستم تولید[3] که با ماهیت مسئله منطبق می باشد در پایگاه دانش سیستم ذخیره نموده ایم[1]. در سیستم Ex-eval-fin، پایگاه دانش شامل دانش های مربوط به گروههای نسبتها و زیر گروهها همچنین شامل تعاریف آنها و نیز قواعد مربوط به هر نسبت می باشد. گروههای نسبت انتخاب شده شامل نقدینگی، سودآوری، فعالیتی، بدهی و بازار می باشد که خود نسبت نقدینگی نیز شامل نسبت جاری، نسبت سریع و نسبت سرمایه در گردش خالص می باشد. جدول ۱ گروه های مالی و همچنین ارتباط هر یک از آنان را با نسبت های مالی نشان می دهد. بطور نمونه قاعده مربوط به نسبت جاری را با توجه به جدول ۱ و دانش های کسب شده از کارشناس مالی به صورت زیر در پایگاه دانش سیستم Ex-eval-fin ذخیره می نماییم.

[1] Knowledge Acquisition
[2] Rule
[3] Production System

واژه های کلیدی: سیستم خبره، نسبتهای مالی، متوسط صنعت، منطق فازی.

قاعده ۱ : اگر مقدار Current Asset برابر با V1 **و** مقدار Current liabilities برابر با V2 **آنگاه** مقدار نسبت جاری برابر با V1 / V2.

مقادیر مربوط به V1, V2 از طریق واسط کاربر برای هر شرکت مالی مورد ارزیابی سیستم قابل بدست آمدن می باشند. بدین ترتیب قواعد مربوط به هر نسبت بدست آمده در فاز اکتساب دانش را در پایگاه قواعد سیستم Ex-eval-fin در فرمت ckb. ذخیره نموده تا طراحی سیستم به صورت یک پوسته[4] صورت گیرد.

یکی از قواعد استنتاجی کسب شده از متخصص مالی در فاز اکتساب دانش مربوط به نسبت جاری به صورت زیر می باشد.

هر چقدر مقدار این نسبت بیشتر باشد وضعیت شرکت از لحاظ اعتبار سنجی قوی تر و از نظر سود آوری ضعیف تر می باشد.

هر چقدر مقدار این نسبت کمتر باشد وضعیت شرکت از لحاظ سود آوری قوی تر و از نظر اعتبار سنجی ضعیف تر می باشد.

برای اینکه ما بتوانیم منظور فرد خبره را از بیشتر و یا کمتر بودن نسبت در کامپیوتر ذخیره نماییم، سیستم Ex-eval-fin را به گونه ای طراحی نموده ایم که در هر سالی که عمل مشاوره با سیستم انجام می گردد ارزیابی عملکرد مالی بر اساس مقدار متوسط صنعت برای هر نسبت مالی خاص در همان سال صورت می گیرد. این مقدار توسط مهندس دانش و بر اساس اطلاعات صورت های مالی و مراجعه به مستندات در فاز اکتساب دانش قابل محاسبه می باشد. سیستم Ex-eval-fin حتی قادر می باشد که بجای مقدار متوسط صنعت برای هر نسبت مالی خاص از مقدار آن نسبت مالی در همان شرکت برای سالهای قبل، ارزیابی خود را انجام دهد. همچنین سیستم از دو مقدار کمترین و بیشترین برای هر نسبت مالی خاص در هر صنعت استفاده می نماید. این دو مقدار با بررسی وضعیت دو سال قبل شرکت هایی که در این صنعت خاص موجود هستند بدست آمده است. قابل ذکر است که سیستم انعطاف پذیری داشته و حتی می تواند این مقادیر را بر اساس وضعیت۳ ،۴ ،۵ و غیره از سال های قبل بدست آورد. این مقادیر را می توان همراه با متوسط صنعت در بانک اطلاعاتی سیستم Ex-eval-fin ذخیره نمود و در هر سال فقط می بایست با توجه به میزان بدست آمده در سال قبلی اطلاعات آنرا به روز درآورد.

فرض نمایید که سیستم Ex-eval-fin در صدد ارزیابی عملکرد مالی شرکت نیرو محرکه می باشد .این شرکت جزو شرکت های موجود درصنعت خودرو و قطعات و در طبقه قطعات خودرو می باشد. مقدار متوسط صنعت در سال ۸۶ برای نسبت جاری برای این طبقه از شر کت ها برابر با ۱.۲۸ می گردد.

به منظور تعیین اینکه مقدار هر نسبت چه تأثیری در میزان عملکرد مالی شرکت دارد، درصد تأثیر هر نسبت مالی در هر گروه مالی را نیز از فرد خبره اکتساب کرده که همه نتایج کار را در قالب بانک اطلاعاتی جدول ۱ مشاهده می نمایید.

۳. تشریح کننده[5]

سیستم Ex-eval-fin از طریق تعامل با کاربر و یک سری سؤال و جواب، نام شرکت مربوطه و مقادیراقلام مالی را از او دریافت می نماید. بعد از بازخوانی پایگاه قواعد، کاربر می تواند عمل مشاوره را آغاز نماید. سیستم ابتدا نسبت های مالی را با توجه به قواعد ذخیره شده در سیستم بر اساس اقلام مالی محاسبه کرده و ارزیابی مالی را آغاز می نماید. کاربر در پایان کار مشاوره از طریق واسط کاربر قادر خواهد بود که نتیجه ارزیابی شرکت مورد نظر خود را مشاهده نموده و توسط دستور How نیز چگونگی این ارزیابی را از سیستم جویا شود. سیستم Ex-eval-fin قادر به ذخیره سازی پاسخ نهائی در یک فایل برای مقایسه بیشتر و سوابق مالی شرکت می باشد. نگهداری این اطلاعات در بروز رسانی بانک اطلاعاتی مربوط به متوسط صنعت نیز کمک خواهد کرد. داشتن امکانات توصیف در سیستم Ex-eval-fin سبب افزایش قابلیت اعتماد کاربر به سیستم می گردد.

[4] shell
[5] Explanation

جدول ۱. بانک اطلاعاتی گروههای مالی همراه با نسبت های مالی

Financial groups	**Financial ratios**	**Financial items**	**Influence (percent)**	**min** 85 & 86	**max** 85 & 86	**Industry average** 86
Liquidity ratios	Current ratio	Current Asset Current Liabilities	٪70	0.69	3.73	1.28
	Quick ratio	Current Assets Inventory Prepayment Current Liabilities	٪10	0.33	3.73	0.79
	Networking capital ratio	Networking Capital Total Assets	٪20	0.19	0.46	0.12
Profitability ratios	Return on assets	Net income Total Assets	٪30	0.0004	0.37	0.1
	Return on equity	Networking Capital Stockholder’s Equity	٪60	0.002	0.54	0.29
	Profit margin	Networking Income Sales	٪10	0.0002	1.1	0.14
Activity analysis ratios	Assets turnover ratio	Sales Total Assets	٪40	0.27	2.28	1
	fixed asset turnover ratio	Sales Fixed Assets	٪15	0	12.72	5.32
	Accounts receivable turnover ratio	Account Receivable Sales	٪35	4.44	213.4	89.25
	Inventory turnover ratio	Cost of Goods Sold Inventory	٪10	1.05	16.97	4.69
Debt ratios	debt ratio	Total Liabilities Total Assets	٪70	0.18	0.89	0.62
	long term debt / total assets ratio	Long Term Debt Total Assets	٪10	0	0.23	0.05
	interest coverage ratio	Income before Interest & Income Tax Expenses Interest Expense	٪20	0.79	451.5	25.7
Market ratios	P/E ratio	Price Earning per Share	٪90	2.12	12.58	3.97
	Market to book ratio	Market Price of Stock Book Value per Share	٪10	0.6	12.85	1.8

۴. نحوه عملکرد سیستم در ارزیابی

برای اینکه سیستم Ex-eval-fin بتواند عملکرد مالی را به گونه ای که قابلیت فهم آن برای کاربر بهتر باشد، ارائه نماید از مقادیر کیفی استفاده نموده ایم. به این منظور سیستم طراحی شده از یک متغیر فازی که مقادیر ۰ تا ۱ را به خود اختصاص می دهد استفاده می نماید که با توجه به جدول 2 هر یک از مقادیر ما بین ۰ تا ۱ بیانگر یکی از مفاهیم کیفی مانند "خیلی بهتر" جهت کمک به ارزیابی کیفی عملکرد مالی شرکت ها می باشد. در ابتدا مقدار مینیمم و ماکزیمم هر نسبت مالی را با توجه به ارزش این نسبت در شرکت های موجود در صنعت و طبقه خاصی از صنعت و در دو سال گذشته بدست می آوریم. ارزش نسبت های مالی که سیستم Ex-eval-fin در حین مشاوره بدست آورده است (به طور نمونه برای نسبت های نقدینگی) را با توجه به مقدار متوسط صنعت (موجود در بانک اطلاعاتی سیستم)و مقدار ماکزیمم در سه محدوده "خیلی بهتر"و "بهتر" و "کمی بهتر" تقسیم می نماییم. به همین صورت نیز با در نظر گرفتن مقدار

متوسط صنعت با مقدار مینیمم سه محدوده "بدتر"و "کمی بدتر" و "خیلی بدتر" خواهیم داشت. جدول۲ ارتباط میان مقادیر فازی و مقادیر کیفی برای نسبت جاری را از نظر وضعیت اعتبارسنجی ارائه می نماید.

جدول 2. مقدار ارزش کیفی نسبت جاری از نظر اعتبار سنجی

ارزش کیفی نسبت جاری به متوسط صنعت	متغیر فازی	مقدار نسبت جاری
خیلی بهتر	۱	۳.۷۳
بهتر	۰.۸	۲.۹۲
کمی بهتر	۰.۶	۲.۱
		۱.۲۸
بدتر	۰.۴	۱.۰۸
کمی بدتر	۰.۲	۰.۸۸
حیلی بدتر	۰	۰.۶۹

ماکزیمم

متوسط صنعت

مینیمم

بطور نمونه قاعده کسب شده مرتبط با نسبت جاری[6]، با توجه به جدول ۲ به صورت زیر می باشد.

اگر مقدار نسبت جاری 0.69<= C.R <0.88 باشد

آنگاه سودآوری نسبت به متوسط صنعت خیلی بهتر **و**

اعتبارسنجی نسبت به متوسط صنعت خیلی بدتر است

دانش مربوط به این قاعده در بخش موتور استنتاج از سیستم Ex-eval-fin به صورت زیر بازنمایی می گردد.

Rule1: **If** CR.value < 0.88 **AND** CR.value >= 0.69

THEN Profitability = very good

AND credibility = very bad

سیستم Ex-eval-fin با استفاده ازاستراتژی جستجو رو به عقب۷ و دانش های موجود در پایگاه دانش سیستم عمل ارزیابی عملکرد مالی شرکت ها را انجام می دهد. تایید و اعتبارسنجی این دانش ها بسیار حائز اهمیت می باشد که استفاده از روش بازنمایی دانش قاعده و AV Pairs در سیستم امکان این را فراهم می نماید که از سیستم OAV-VVT expert [2,3].برای این منظور استفاده نماییم.

۵. تست سیستم

به منظور تست سیستم شرکت نیرو محرکه که در صنعت خودرو و قطعات و در طبقه قطعات خودرو می باشد را انتخاب نموده ایم. ۲۱ شرکت در این طبقه از صنعت خودرو قرار دارند. شرکت نیرو محرکه با مشاوره با سیستم Ex-eval-fin مقادیراقلام مالی مورد نیاز را ارسال می نماید و سپس سیستم عمل ارزیابی را با مقایسه مقادیر نسبتهای مالی محاسبه شده در سیستم با مقادیر متوسط صنعت در سال ۸۶ و همچنین مقدار مینیمم و ماکزیمم آنان که در جدول ۲ مشاهده نموده اید، انجام می دهد. نمونه ای از ارزیابی عملکرد مالی برای گروه اول مالی از جدول ۱ با توجه به مقادیر نسبت های مالی در شرکت نیرو محرکه به صورت زیردر اختیار کاربر قرار می گیرد.

از نظر **نسبت جاری** (۱.۰۴) سود آوری نسبت به متوسط صنعت بهتر و اعتبار سنجی نسبت به متوسط صنعت بدتر می باشد. وضعیت شرکت از لحاظ سود آوری در **نسبت سریع**۸(۰.۶۴) کمی بهتر و از نظر اعتبار سنجی کمی بدتر از مقدارمتوسط صنعت می باشد. با توجه به نسبت **سرمایه در گردش خالص**۹ (۰.۰۲) وضعیت شرکت از لحاظ سود آوری و ریسک سرمایه گذاری کوتاه مدت کمی بهتر، از نظر اعتبار سنجی و بازدهی دارایی ها کمی بدتر از مقدار متوسط صنعت می باشد.

[6] Current Ratio(CR)
[7] Backward chaining
[8] Quick Ratio
[9] Networking capital ratio

۶. نتیجه گیری

سیستم Ex-eval-fin سیستم هوشمندی می باشد که ارزیابی عملکرد مالی شرکت های سهامی را با توجه به نظر کارشناسان مالی و افراد متخصص انجام می دهد. این امر سبب افزایش قابلیت اعتماد به سیستم از طرف مدیران و تایید سیستم ارزیابی می گردد. از طرفی پایگاه دانش سیستم Ex-eval-fin گنجینه ای از دانش های چندین کارشناس مالی که معمولاً قابل دسترس نمی باشند نیز است. در بیشتر شر کت های مالی ارزیابی بر اساس مقایسه نسبت های خاص با مقادیر آنان در سال قبل برای همان شرکت انجام می گیرد. سیستم Ex-eval-fin قابلیت ارزیابی عملکر مالی شرکت ها را هم بر اساس مقادیر نسبت های مالی سالهای قبل و هم بر اساس مقدار متوسط صنعت در یک سال خاص و مقادیر مینیمم و ماکزیمم هر نسبت مالی در دو سال گذشته برای صنعت و طبقه بندی شرکت در آن صنعت که معیار مناسب تری است، انجام می دهد. سیستم Ex-eval-fin با استفاده از ذخیره سازی دانش ها در بانک اطلاعاتی این امکان را فراهم می نماید که این مقادیر در هر سال به روز در آمده و در اختیار سیستم جهت کمک به عملکرد ارزیابی قرار گیرند. با این روش ارزیابی مالی شرکت ها بر اساس دانش های به روز در صنعت می باشد. سیستم Ex-eval-fin با استفاده از متغیر فازی عمل ارزیابی را به صورت کیفی که قابلیت فهم آن برای مدیران راحت تر است، انجام می دهد. سیستم Ex-eval-fin قابل استفاده در کلیه شرکت های سهامی بوده و به عنوان یک دستیار به مدیران مالی در رابطه با تصمیم گیری های مهم مالی کمک نموده و سبب افزایش عملکرد مالی شرکت می گردد. همچنین سیستم Ex-eval-fin به کارشناسان مالی در تعیین مقدار متوسط صنعت در هر سال نیز کمک فراوان می نماید. در اکثر شر کت ها این کار به صورت دستی توسط کارشناسان مالی انجام می گیرد. استفاده از سیستم Ex-eval-fin سرعت ارزیابی عملکرد مالی در شرکت ها را نیز افزایش می دهد. طراحی سیستم Ex-eval-fin به گونه ای می باشد که کار با آن خیلی ساده و نیازی به داشتن دانش اضافی نمی باشد.

مراجع

[1] Dadkhah Chitra, abdollahzadeh barforosh Ahmad, ***Knowledge Representation in Decision Support Systems for Classification of Intelligence Application Systems***, Proceeding of the Fifth Annual International CSI Computer Conference (CSICC) ,2000,Tehran, Iran.

[2] Dadkhah Chitra, abdollahzadeh barforosh Ahmad, ***Design a Tool for Construction of Unique Knowledge Base for Expert Systems***, International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICSEng'05 and ICCIMA'05), IEEE, Las Vegas, USA, August 2005.

[۳] Dadkhah Chitra, abdollahzadeh barforosh Ahmad, ***OAV-VVT expert, An Active System for Verification and Validation of KB Using OAV Knowledge Representation***, Journal of Computer Society of Iran, 2005.

[4] The Risk Managment Association, Serving the Financial Services Industry, Introduction to Annual Statement Studies: Financial Ratio Benchmarks and General Organization of Content, , 2008

[5] Peter R. W. Demerjian, ***Financial Ratios and Credit Risk: The Selection of Financial Ratio Covenants in Debt Contracts***, January 11, 2007

[6] Shu-HengChen, Paul P.Wang, Tzu-WenKuo (Eds.), ***Computational Intelligence in Economics and Finance***, Volume II, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007

[7] Gary P. Moynihan, Vineet Jain,Robert W. McLeod and Daniel J. Fonseca, ***An Expert System for Financial Ratio Analysis,*** Int. Journal Financial Services Management, Vol. 1, Nos. 2/3, 2006

[8] R. Steve McDuffie_ & L. Murphy Smith, ***Impact of an Audit Reporting Expert System on Learning Performance: A Teaching Note***, Accounting Education: an international journal Vol. 15, No. 1, 89–101, March 2006

[9] W.P. Wagner, J. Otto, Q.B. Chung, ***Knowledge acquisition for expert systems in accounting and financial problem domains***, Knowledge-Based Systems 15 (2002) 439–447.

چیترا دادخواه، استادیار دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
آدرس پست الکترونیکی: **dadkhah@eetd.kntu.ac.ir**

اندیشه سلیمی نژاد*، کار شناسی ارشد دانشگاه علامه طباطبایی
آدرس پست الکترونیکی: **saliminezhad@ma_atu.ir**

*سخنران

سنجش پایداری توسعه در ایران با مدل فازی

لطفعلی عاقلی، میر عبداله حسینی

چکیده. در این مقاله، مفاهیم توسعه و توسعه پایدار به اختصار بیان شده، شاخص های ارزیابی توسعه پایدار مرور می شود و سپس درجه پایداری توسعه در ایران با کمک مدل فازی و استفاده از شاخص های مختلف توسعه اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی، محاسبه و با سایر کشورها مقایسه می شود. طبق محاسبات مقاله برای دوره تطبیقی ۲۰۰۰-۱۹۹۰ درجه پایداری، ضعیف ارزیابی می شود.

۱. مقدمه

توسعه نسبت به رشد، مفهوم جامع تری محسوب می شود. توسعه نه تنها گسترش تولیدات بلکه تحولات در ساختار اقتصاد کلان، تغییرات بنیادی در نظامهای آموزشی و بهداشتی، شیوه های کار، نهادها، آداب و رسوب اجتماعی و از همه مهمتر ارتقای حسابگری اقتصادی در رهبری اجتماعی را شامل می شود[۱]. هارتویک(۱۹۷۷)، توسعهٔ پایدار را مصرف غیر کاهنده در طول زمان می داند و نشان می دهد مادامی که موجودی سرمایه در طول زمان کاهش نیابد مصرف غیر کاهنده خواهد بود. توسعهٔ پایدار در واقع "توسعه ای است که نیازهای نسل حاضر را بدون لطمه زدن به توانایی نسلهای آینده در تامین نیازهایشان فراهم می سازد[۸]. در این راستا، پرمن و دیگران[1](۱۹۹۶)، پایداری را وضعیتی تعریف کرده اند که در آن:

(۱) مطلوبیت یا مصرف در طول زمان غیرکاهنده است، (۲) منابع برای حفظ فرصتهای تولید در آینده مدیریت می شوند، (۳) موجودی سرمایهٔ طبیعی در طول زمان غیرکاهنده است، (۴) منابع طبیعی برای حفظ بازدهی پایدار تدارک خدمات منابع مدیریت می شوند و (۵) حداقل شرایط پایداری اکوسیستم تضمین می شود[۵].

برای ارزیابی توسعه پایدار، شاخص های مختلفی پیشنهاد شده است. برای مثال، شاخص "رفاه اقتصادی پایدار" برای کشورهای آمریکا استرالیا، شیلی، آلمان، ایتالیا، هلند، سوئد و انگلستان حساب شده است. برای محاسبه این شاخص، مخارج مصرفی شخصی با شاخصی از نابرابری در آمد (ضریب جینی[2] یا شاخص اتکینسون[3]) موزون می شود وسپس منافع رفاهی (خدمات نیروی کارخانوارها) به آن اضافه شده و خسارات رفاهی (هزینه های آلودگی زیست محیطی و تخلیه منابع طبیعی) از آن کم می شود[۳]. گرلاف و دیگران[4](۲۰۰۲)، با کمک یک مدل تعادل عمومی کاربردی شامل ۲۷ بخش تولیدی و با یک مجموعه شاخص های پایداری زیست محیطی، انواع مختلفی از شاخص" درآمد ملّی پایدار" را برای کشور هلند به دست آوردند[۲]. پیرس و اتکینسون[5](۱۹۹۳) شاخص پایداری را با احتساب ارزش استهلاک سرمایه های طبیعی و ثابت برای ۲۲ کشور مختلف صنعتی و در حال توسعه برآورد کردند. مطابق نتایج و انتظارات، کشورهایی مثل آمریکا، آلمان، فنلاند، ژاپن، لهستان، دارای اقتصاد پایدار و کشورهایی نظیر بورکینافاسو، اتیوپی، اندونزی و ماداگاسکار دچار ناپایداری توسعه هستند[۴]. سازمان ملل، شاخص های توسعه پایدار را در گزارش سال ۲۰۰۱ خود معرفی کرده است[۷]. مهمترین این شاخص ها عبارتند از: امید به زندگی، درصد جمعیت برخوردار ازآب آشامیدنی سالم، نرخ مرگ و میر در هر هزار تولد، نرخ جُرم، نرخ رشد جمعیت، نرخ باسوادی، سطح منابع طبیعی تحت حفاظت، GDP سرانه، شدت مصرف مواد و انرژی، نسبت بدهی به GNP، ضریب جینی، سرانهٔ مصرف کودهای شیمیایی و آفت کش ها، نرخ جنگل زدایی، صید ماهی، نرخ بیکاری، نسبت دستمزد زنان به مردان، مخارج تحقیق وتوسعه، تعداد مشترکین اینترنت، درصد جمعیت زیر خط فقر، تولید زبالهٔ اتمی، تعداد خطوط تلفن، طول راهها و بزرگراهها و....در سطح جهانی رشد مداوم اقتصادی با تخریب لایهٔ ازن، گرمایش جهانی، انقراض گونه های ماهیان، تخریب جنگلها و فرسایش خاک، ناپایداری نظامهای طبیعی را به بار آورده است. این نظامها محدود به قوانین ترمودینامیک و برگشت ناپذیر هستند. تعریف و سنجش مفهوم پایداری به دلیل ابهام و پیچیدگی ذاتی مشکل است.

[1] . Perman *et al*
[2] . Gini Index
[3] . Atkinson
[4] . Gerlagh *et al*
[5] . Pearce and Atkinson

واژه های کلیدی: پایداری، توسعه، سیستم فازی، ایران

۲. سنجش پایداری توسعه با مُدل فازی

منطق فازی در پرداختن به مفهوم مبهم و چند وجهی پایداری، مناسب است. مُدلی فیلیس و دیگران[1](۲۰۰۱) برای ارزیابی پایداری توسعه، زیر نظام اکولوژیکی (شامل زمین، آب، هوا و تنوع زیستی) و زیر نظام انسانی(شامل امور اقتصادی، اجتماعی، آموزشی وسیاسی) را با هم ترکیب کرده و با منطق فازی، معیاری ار درجهٔ پایداری را به دست می دهد[۶]. مدل مذکور به دلیل انعطاف پذیری زیاد، قابلیت مقایسه بین شاخص های پایداری کشورهای مختلف را دارد. در اینجا با روش شناسی مشابه، درجهٔ پایداری توسعه برای ایران مورد سنجش قرار می گیرد. در این مدل، هریک از مولفه های زیر نظام های اکولوژیکی و انسانی به وسیلهٔ سه شاخص ارزیابی می شود:

شاخص فشار(فشار، نیرویی است که تمایل به تغییر وضعیت دارد مثل نرخ جنگل زدایی)، شاخص وضعیت(وضعیت، حالت فعلی یک مولفه است مثل اندازهٔ زمین جنگلی) و شاخص پاسخ(پاسخ، عکس العمل لازم برای تغییر فشار به سطحی است که وضعیت بهتر را تضمین نماید مثل حفاظت از یک منطقه).

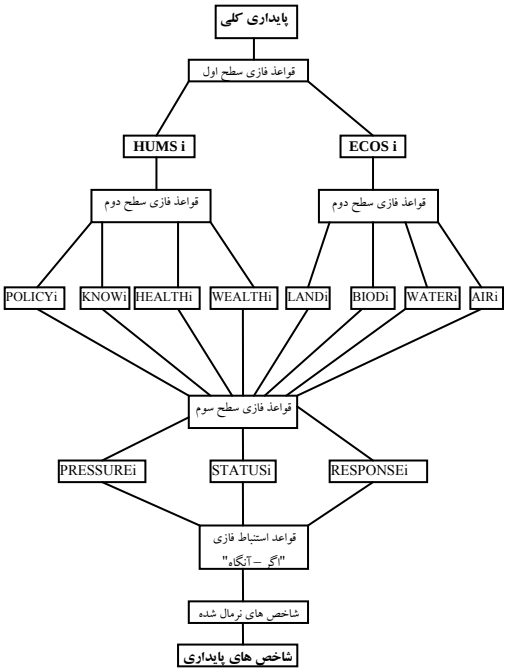
پایداری کلی (OS)[2] نظام تابعی از یکپارچگی زیر نظام های اکولوژیکی و انسانی است. شاخص های پایداری، به مثابه نهاده های نظام و بر اساس قواعد منطق فازی، متغیرهای زبانی سطح سوم یعنی یکپارچگی فشار($Pressure_i$)، یکپارچگی وضعیت ($Status_i$) و یکپارچگی پاسخ ($Response_i$) را ایجاد می کنند. این متغیرها با ترکیب های منطقی، منجر به متغیر های زبانی سطح دوم شامل یکپارچگی هوا (Air_i)، یکپارچگی آب ($Water_i$)، یکپارچگی زمین($Land_i$)، یکپارچگی تنوع زیستی ($Biod_i$) برای زیرنظام اکولوژیکی و یکپارچگی نظام بهداشتی ($Health_i$)، یکپارچگی نظام ثروت ($Wealth_i$)، یکپارچگی نظام دانش ($Know_i$) و یکپارچگی نظام سیاستگذاری ($Policy_i$) برای زیرنظام انسانی می باشند. همچنین با ترکیب منطقی متغیرهای زبانی سطح دوم، متغیرهای زبانی سطح اول، یعنی یکپارچگی اکولوژیکی($Ecos_i$) و یکپارچگی انسانی ($Hums_i$) حاصل شده و با ادغام این دو متغیر، پایداری کلی حاصل می شود. جدول (۱)، نهاده های نظام و متغیرهای زبانی سطح سوم و دوم و نمودار (۱) روش شناسی مُدل فازی برای سنجش پایداری را نشان می دهد.

جدول (۱) : شاخص های پایداری، متغیرهای زبانی سطح سوم و دوم[۶]

متغیر زبانی سطح سوم / متغیر زبانی سطح دوم	$Response_i$	$Status_i$	$Pressure_i$
$Land_i$	تولید انرژی، رشد جمعیت	تراکم جمعیت، شاخص تولید کشاورزی، وسعت کشور	خالص واردات انرژی، دریافت کمکهای غدایی، کل جمعیت
$Water_i$	منابع آب آشامیدنی	کیفیت آب، سطح جنگلها، دسترسی به آب سالم	آلودگی آب، برداشت آب تازه
$Biod_i$	سطوح حفاظت شده، جنگل کاری یا جنگل زدایی	سطح جنگلها، تعداد کل انواع گیاهان، ماهیان و پستانداران	گیاهان، ماهیان و پستانداران در معرض خطر
Air_i	مصرف سوختهای سنتی، مصرف برق	غلظت CO_2 و سایر گازهای گلخانه در اتمسفر	انتشار CO_2 **و** سایر آلاینده ها
$Policy_i$	درآمد مالیاتی	کمکهای رسمی توسعه ای، شاخص ریسک اعتباری	مخارج نظامی
$Wealth_i$	تأمین مالی دولت، رشد GDP ، صادرات	بدهی خارجی، ضریب GINI ، GNP سرانه	شاخص ضمنی GDP، واردات
$Health_i$	مخارج بهداشتی	امید به زندگی	موارد ابتلا به بیماریهای عفونی (سل ، ایدز، ...)، نرخ مرگ و میر، نرخ مرگ و میر نوزادان
$Know_i$	صادرات صنعتی، تعداد دانشمندان و مهندسین R&D، مخارج آموزشی	سالهای انتظاری تحصیل، نسبت ثبت نام در مدارس ابتدایی و راهنمایی	واردات کالاهای صنعتی، تعداد کاربردهای اختراعات

[1] . Phillis *et al*

[2] Overall Sustainability



نمودار (۱) : روش شناسی مُدل فازی برای سنجش پایداری

شاخص های پایداری را از منابع مختلف نظیر آمار فائو(FAO)، بانک جهانی، صندوق بین المللی پول، موسسهٔ منابع جهانی در سطح بین المللی؛ گزارشهای توسعه انسانی، سالنامه های آماری و گزارشهای بانک مرکزی و سازمان برنامه در سطح کشورها می توان تهیه کرد. مطابق نمودار (۱)، اولین گام در مدل فازی، نرمال سازی شاخص های پایداری به منظور ایجاد مقیاس مشترک و تسهیل محاسبات است. اگر V_i مقدار شاخص i و $\min(S)$ و $\max(S)$ مقادیرحداقل وحداکثر این شاخص باشند، نرمال سازی به این صورت انجام می شود :

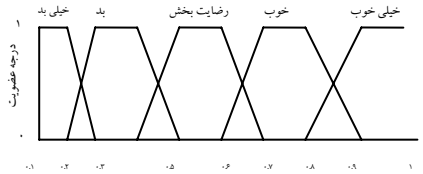
۱) اگر $T(V_i)$ مقدار هدف این شاخص و متناظر با یک وضعیت حداکثر باشد آنگاه:

$$N(V_i) = \begin{cases} \dfrac{V_i - \min\ (s)}{T(v_i) - \min(s)} & V_i \le T(V_i) \\ 1 & V_i \ge T(V_i) \end{cases} \quad (۱)$$

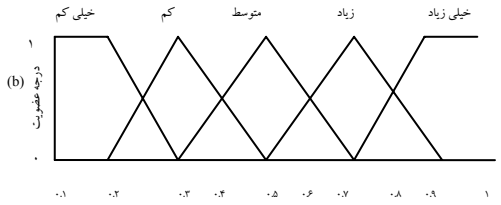
۲) اگر مقدار $T(V_i)$ متناظر با وضعیت حداقل باشد آنگاه :

$$N(V_i) = \begin{cases} 1 & V_i \le T(V_i) \\ \dfrac{\max(s) - V_i}{\max(s) - T(v_i)} & V_i \ge T(V_i) \end{cases} \quad (۲)$$

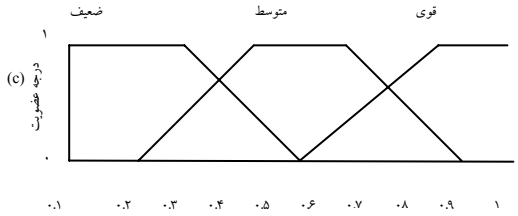
که $N(v)$ مقدار نرمال شدهٔ v است. متغیرهای زبانی سطح اول پایداری، ارزشهای زبانی خیلی بد(VB)، بد(B)، رضایت بخش(S)، خوب(G) و خیلی خوب (VG) را به خود می گیرند. ارزشهای زبانی برای هشت متغیر زبانی سطح دوم عبارتند از خیلی کم(VL)، کم(L)، متوسط(I)، زیاد(H) و خیلی زیاد (VH) . برای سه متغیر زبانی سطح سوم از ارزشهای زبانی ضعیف (W)، میانه(M) و قوی(P) استفاده شده و بالاخره برای هر ورودی اولیه یعنی هر $N(v)$ به عنوان شاخص نرمال شدهٔ پایداری، ارزشهای زبانی بد(B)، قابل قبول(A) و عالی(E) بکار می رود. توابع عضویت که مقدار هر ورودی را به فاصلهٔ $[0,1]$ تصویر می کنند به شکلهای مختلفی هستند. توابع عضویت مثلثی برای متغیر های سطح دوم(ورودیهای اولیه) و توابع عضویت ذوزنقه ای برای متغیر های سطح اول و سطح سوم(به خاطر عدم اطمینان فزاینده در محاسبات) استفاده می شوند. محور افقی هر تابع عضویت به خاطر شاخصهای نرمال، بازه $[0,1]$ و محور عمودی (درجات عضویت) نیز بین صفر و یک است. در نمودارهای (۲) تا (۵) توابع عضویت رسم شده اند.



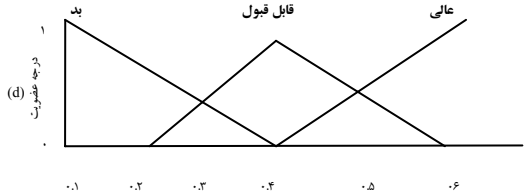
نمودار (۲): توابع عضویت OS_i ، $HUMS_i$ ، $ECOS_i$



نمودار (۳): توابع عضویت Air_i، $Water_i$، $Land_i$ ، $Biod_i$ ، $Health_i$، $Wealth_i$، $Know_i$ ، $Policy_i$



نمودار(۴): توابع عضویت $Pressure_i$، $Status_i$، $Response_i$



نمودار(۵): توابع عضویت ورودیهای اولیه (شاخص های پایداری)

شبیه سازی در این مدل با قواعد استنباط اگر – آنگاه انجام می شود و رابط های AND و OR برای ترکیب های فصلی و عطفی بکار می رود. این قواعد در واقع، وابستگی های متقابل بین شاخصهای پایداری را نشان می دهند و حاصل مطالعات بین رشته ای می باشند. ما در تعیین پایداری کلی نیاز به $5^2 = 25$ قاعده داریم زیرا پنج ارزش زبانی و دو متغیر داریم و در تعیین $Hums_i$ و $Ecos_i$، برای هر کدام $5^4 = 625$ قاعده لازم است زیرا پنج ارزش زبانی و چهار متغیر در هر کدام داریم. در تعیین متغیر های سطح دوم $3^3 = 27$ قاعده بکار می رود چرا که ۳ ارزش زبانی و ۳ متغیر داریم. بالاخره در تعیین متغیرهای سطح سوم 3^n قاعده لازم است که n تعداد شاخص های بکار رفته است چون ۳ متغیر فشار، وضعیت و پاسخ داریم و برای هر کدام n شاخص. البته با افزایش تعداد شاخص ها، محاسبات دقیق تر گشته امّا از فلسفهٔ ساده سازی منطق فازی، دورتر می شود. در هر قاعده، ارزش خروجی نهایی(Output) بستگی به مقدارمینیمال (حداقل) ورودی ها (Inputs) دارد بطوریکه درهر قاعده، ارزش حداقل یک متغیر بر سایر ارزشها مسلط است. به عنوان مثال خروجی پایداری کلی (OS) در شرایطی که Humsi در وضعیت رضایت بخش(S) و Ecosi در وضعیت خیلی بد (VB) باشد، وضعیت خیلی بد (VB) خواهد بود.

محاسبات فازی با کمک نرم افزار MATLAB نسخهٔ ۶.۱ انجام شده است. در این مُدل، رابط OR با عملگر Max و رابط AND باعملگر Min یاعملگر γ به صورت زیر تعریف می شود :

$$\gamma \text{ عملگر} \quad = \quad \gamma \,\text{Min} + (1- \gamma)\text{Max} \qquad (۳)$$

برای مثال اگر Ecosi در وضعیت A و Humsi در وضعیت B باشد آنگاه OS در وضعیت C است و درجهٔ عضویت تالی عبارتست از :

$$\mu(A,B) = \gamma\, Min(A,B) + (1-\gamma)\, Max(A,B) \qquad (۴)$$

مقادیر γ در فاصله [۱ و ۰.۵] انتخاب می شوند، چون تاکید بر مقادیر مینیمال است، مقادیر کوچکتر γ وزن را به Max و مقادیر بزرگتر وزن را به Min می دهند. منطق انتساب وزن بیشتر به مقادیر مینیمال این است که افزایش دادن مقادیر پایین، مشکلتر از کاهش دادن

مقادیر زیاد است. برای مثال، ترمیم و احیای جنگلها سخت تر از تخریب جنگلهاست. همچنین قواعد "اگر- آنگاه" با استلزام منطقی ممدانی[1] مشخص می شوند.

در محاسبات فازی، آخرین مرحله، فازی زدایی[2] است. در این مرحله، درجات عضویت به یک ارزش قطعی[3] واحد تبدیل می شوند. در اینجا، با انتخاب روش مرکز گرانش[4] (Centroid)، خروجی نهایی،**"درجه پایداری کلی"** است. این مدل در ایران برای فاصلهٔ زمانی ۲۰۰۰-۱۹۹۰ به دلیل امکان مقایسه با نتایج مطالعه توسط فیلیس و همکاران محاسبه شده است. جدول (۲) مقدار OS را برای کشورهای مختلف از جمله ایران نشان می دهد. مطابق تحلیلهای فیلیس، اگر درجهٔ پایداری در فاصلهٔ [36,50] باشد وضعیت رضایتبخش(S) است و اگر در فاصلهٔ [0,36] باشد وضعیت پایداری بد (B) است.

جدول (۲) : مقدار درجهٔ پایداری کلی (OS) **در فاصلهٔ ۲۰۰۰-۱۹۹۰**

کشور	آلمان	ژاپن	آمریکا	کلمبیا	ماداگاسکار	ایران
درجه پایداری (به درصد)	۳۶.۹۸	۳۶.۹۸	۳۷.۵۹	۳۱.۴۹	۲۶.۷۹	۲۴.۴۴
وضعیت پایداری	S	S	S	B	B	B

ماخذ : [۶] و محاسبات تحقیق

در مورد ایران، با تغییر چند شاخص در زیر نظام انسانی، تحلیل حساسیت صورت گرفت و سرانهٔ کالری، درصد جمعیت زیر خط فقر، نرخ ثبت نام در مدارس ابتدایی و راهنمایی و تعداد خطوط تلفن (به عنوان شاخص ارتباطات) به مجموعهٔ ورودیهای اولیه اضافه شد که $Hums_i$ (یکپارچگی نظام انسانی) را به ۰.۲۹۷۴ کاهش داد (در مقایسه با ۰.۲۹۸) ولی پایداری کلی در حد ۲۴.۴۶ درصد ثبت شد که نسبت به ۲۴.۴ درصد قابل اغماض است. بر اساس خلاصهٔ محاسبات فازی در جدول (۳)، درجه پایداری توسعه در ایران ضعیف ارزیابی می شود.

جدول (۳) : نتایج محاسبات فازی برای سطوح مختلف پایداری در ایران

	$Pressure_i$	$Status_i$	$Response_i$	Output	Subsystem	OS
$Land_i$	0.2438	0.1694	0.8301	0.3577	$ECOS_i$ =0.3463	0.2444
$Water_i$	0.8201	0.8290	0.1692	0.5096		
$Biod_i$	0.7659	0.5000	0.4697	0.4758		
Air_i	0.1745	0.1745	0.8301	0.3665		
$Policy_i$	0.829	0.3927	0.1731	0.3288	$HUMS_i$ =0.2980	
$Wealth_i$	0.1692	0.6438	0.4423	0.5322		
$Health_i$	0.5210	0.8290	0.8301	0.7470		
$Know_i$	0.829	0.8253	0.8256	0.7389		

OS= پایداری کلی.

۳. نتیجه گیری

توسعه مفهومی چند وجهی است و علاوه بر رشد اقتصادی تحولات فرهنگی، آموزشی، اجتماعی و حتی زیست محیطی را در بر دارد. در این مقاله با استفاده از محاسبات فازی درجهٔ پایداری توسعه، محاسبه و حدود ۲۴ درصد استخراج شد که مبین وضعیت ناپایداری و یا پایداری ضعیف است. بنابراین، برنامه های توسعه آتی کشور بایستی رویکرد همه جانبه و توسعه پایدار(با تاکید بر حفظ منابع طبیعی و محیط زیست و انتقال آن به نسل های آینده) را دنبال کنند. رویکرد تک جانبه از جمله تمرکز صرف بر بخش صنعت یا کشاورزی نشان داده که منجر به لطمات جبران ناپذیر بر پیکره اقتصاد ملی و تخلیه منابع طبیعی به ویژه منابع پایان پذیر می شود.

[1] Mamdani
[2] Defuzzification
[3] Crisp
[4] Center-of-Gravity

References

[1]. El Serafy, S. (1996), ***Environmental Accounting for Sustainable Development: Conceptual and Theoretical Issues Relating to the SEEA***, Journal of Economic Cooperation among Islamic Countries, 17(1-2), 87-107.
[2]. Gerlagh, R.; R. Dollink; M. Hofkes and H.Verbrugen (2002), ***A Measure of Sustainable National Income for the Netherlands***, Ecological Economics, 41, 157-174.
[3]. Neumayer, E. (2000), ***On the Methodology of ISEW, GPI and Related Measures: Some Constructive Suggestions and Some Doubt on the threshold Hypothesis***, Ecological Economics, 34, 347-361.
[4]. Pearce,D. and G.Atkinson (1993), ***Capital Theory and the Measurement of Sustainable Development: An Indicator of Weak Sustainability***, Ecological Economics, 8, 103-108.
[5]. Perman, R.; Y. Ma and J.McGilivray (1996), ***Natural Resources and Environmental Economics***, Longman LTD, London.
[6]. Phillis, Y. and L.A. Andriantiatsaholiniaina (2001), ***Sustainability: An Ill-defined Concept and its Assessment by Fuzzy Logic***, Ecological Economics, 37, 435-456.
[7]. UN(United Nations)(2001***), Indicators of Sustainable Development: Guidelines and Methodologies***, New York, 320pp.
[8]. WCED (1987), ***Our Common Future***, Oxford University Press, Oxford.
[9]. www.cbi.ir (Central Bank of Iran)
[10]. www.fao.org(Food and Agricultural organization)
[11]. www.imf.org (International Monetary Fund)
[12]. www.worldbank.org (World Bank)
[13]. www.wri.org (World Resources Institute=WRI)

لطفعلی عاقلی*، آدرس: تهران، بزرگراه جلال آل احمد- دانشگاه تربیت مدرس- پژوهشکده اقتصاد- صندوق پستی ۳۱۶-۱۴۱۱۵
آدرس پست الکترونیکی : **aghelik@modares.ac.ir**

میر عبداله حسینی، آدرس: تهران- خیابان کارگر شمالی، روبروی پارک لاله، موسسه مطالعات و پژوهشهای بازرگانی، شماره ۲۴۰
آدرس پست الکترونیکی: **m.hosseini@itsr.ir**

* سخنران

ESTIMATION OD DAILY PAN EVAPORATION USING THE FUZZY REGRESSION METHOD IN A SEMI-ARID REGION OF IRAN

Amiri, M. J., Eslamian, S., Abedi-Koupai, J and M. Khozaei

ABSTRACT. There are many available methods to estimate evaporation from a water surface, comprising both direct and indirect methods. The probabilistic, statistical, and stochastic approaches require large amounts of data for the modeling purposes and therefore are not practical in local evaporation studies. It is necessary to adopt a better approach for evaporation modeling, which is the fuzzy sets and adaptive neural based Fuzzy regression method as used in this paper. Daily pan evaporation estimates have been achieved by a suitable fuzzy regression models for the meteorological data recorded from five gauging stations which are located in Esfahan Province. The daily climatic data of the five gauging stations, including maximum and minimum temperature, maximum and minimum relative humidity, wind speed and sunny hours are introduced as input data and evaporation (EP) as output data. Results of fuzzy regression models approaches were analyzed and compared with measured daily pan evaporation values. The estimated EP values from a fuzzy regression model using five input parameters, including maximum and minimum temperature, mean relative humidity, wind speed and sunny hours were obtained with RMSE=0.77 mm/day, R2 = 0.89. Thus, in this study the fuzzy regression is work well for the data set used.

1. Introduction

Pans of many shapes and sizes have been used to measure free water evaporation, which are Inexpensive, relatively easy to maintain and simple to operate (Rosenberg et al., 1983). In Iran, the class A pan is most common, mainly to estimate the potential evapotranspiration (ETo), which is converted into ET by multiplying ETo with the crop coefficient (Kc). One common method to estimate ETo is converting the class A pan evaporation (ECA) into ETo by using a pan coefficient (Kp), which varies depending on the site and the weather conditions as showed by Doorenbos & Pruitt (1977) and Allen et al. (1998). In hydrological practice, it is often necessary to estimate evaporation that will occur from water bodies such as lakes and reservoirs. Evaporation is an element of hydrologic cycle, which can be generally estimated by the indirect methods such as mass transfer, energy budget, and water budget methods. One of the direct methods for evaporation measurements is the pan evaporation. The pan evaporation (PE) is widely used to estimate evaporation from the lakes and reservoirs [3, 4 and 7]. Many researchers have tried to estimate the evaporation through the indirect methods using the climatic variables, but some of these techniques require the data which can not be easily obtained [1 and 2]. The evaporation process is strongly nonlinear in nature, some researchers should emphasize the estimation of relatively accurate evaporation in the research field using modeling techniques [8]. Keskin et al. (2004) examined the potential of the fuzzy logic approach in estimation of daily pan evaporation [5]. The discusser would like to present the following important point of view, The probabilistic, statistical, and stochastic approaches require large amounts of data for the modelling purposes and therefore are not practical in local evaporation studies. It is therefore necessary to adopt a better approach for evaporation modelling, such as the fuzzy logic principle used herein. Kisi (2006) used proper combinations of the observed climatic variables such as air temperature, solar radiation, wind speed, pressure, and relative humidity for the neuro-fuzzy model to estimate the daily PE. [6]. The aim of this study is estimation of daily pan evaporation using Fuzzy regression models.

2. Materials and methods

Isfahan province is located at 32° 39' to 32° 50' N latitude and 51° 43' to 51° 50'E longitude. Isfahan has arid and semiarid climates, mostly characterized by low rainfall and high potential evapotranspiration. The average rainfall of Isfahan is about 120 mm, most occurring in December to April, and is less than 1/6 of average rainfall in the world (860 mm). In addition, this sparse precipitation is also non-uniform with respect to time and location. Another important climatic element is extreme temperature changes that sometimes range from –10 ^{o}C to +50 ^{o}C. Severe drought is also recognized as a feature of Isfahan's climate. In the last three years, the province has suffered severe dryness and this lack of rainfall has resulted in extensive losses. Temperatures are hot in summer, reaching an average of 30 °C in July, but are cool in winter, dropping to an average minimum of 3 °C in January. Meteorological data were obtained from five meteorological stations that were located in east of Esfahan Province. These stations are Esfahan, Kashan, Ardestan, Naein and Natanz. Meteorological parameters included maximum and

Key words and phrases: Evaporation, Fuzzy regression, climatic data, modeling, indirect method

minimum temperature, maximum and minimum relative humidity, wind speed and sunny hours. Class A pan evaporation values used as output in the fuzzy regression models are measured daily. The data used to develop fuzzy regression models included 730 daily observations.

3. Fuzzy linear regression method

Fuzzy regression analysis was first proposed by Tanaka et al. (1982) [11]. Since membership functions of fuzzy sets are often described as possibility distributions, this approach is usually called possibility regression analysis [10]. The basic concept of fuzzy theory of fuzzy regression is that the residuals between estimators and observations are not produced by measurement errors, but rather by the parameter uncertainty in the model, and the possibility distribution is used to deal with real observations. This method provides the means by which the goodness of a relationship between two variable, y and x, may be evaluated on the basis of a small sample size. In this approach, the regression coefficients are assumed to be fuzzy number [9].
The fuzzy linear regression (FLR) model can be stated as:

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_{i1} + \cdots + \tilde{A}_n x_{in} = \tilde{A} x_i \tag{1}$$

Where $xi = [x_0, x_{i1}, \ldots, x_{in}]$ is a vector of independent variables in the ith data $i = 1, \ldots, m$; $\tilde{A} = [\tilde{A}_0, \ldots, \tilde{A}_n]$ is a vector of fuzzy parameters exhibited in the form of symmetric triangular fuzzy numbers denoted by $\tilde{A}_j = (p_j, c_j), j = 1, \ldots, n$, with its membership function depicted as (2) bellow where p_j is its central value and c_j is its half width (See Fig. 1). A fuzzy linear relationship can be represented by a band (the bold lines having membership=0) with a centre line (the dashed line having a membership=1)

$$\mu_{\tilde{A}j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|a_j - p_j|}{c_j}, & p_j - c_j \le a_j \le p_j + c_j, \\ 0, & otherwise. \end{cases} \tag{2}$$

Therefore, formula (1) can be written as

$$\tilde{Y} = (p_0, c_0) + (p_1, c_1) x_{i1} + \ldots + (p_n, c_n) x_{in}. \tag{3}$$

Since the regression coefficients are fuzzy numbers, the estimated dependent variable $\tilde{Y}$ is a fuzzy number. Finally, the method uses the criterion of minimizing the total vagueness, S, defined as the sum of individual spreads of the fuzzy parameters of the model.

$$Minimize \;\; S = mc_0 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_i \left| x_{ji} \right| \tag{4}$$

The fuzzy coefficients are determined such that the estimated fuzzy output $\tilde{Y}$ has the minimum fuzzy width c_j, while satisfying a target degree of belief h. The term h can be viewed as a measure of goodness of fit or a measure of compatibility between the regression model and data. Each of the observed data sets, must fall within the estimated $\tilde{Y}$ at h levels (Fig. 3). The value of h is between 0 and 1 and h=0 indicates that the assumed model is extremely compatible with the data, while h=1 illustrated the assumed model is extremely incompatible with the data. h is chosen by the decision maker. A choice of the h-level value influences the widths c of the fuzzy parameters:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y_i) \geq h \qquad , i = 1, 2, \ldots, m. \tag{5}$$

Taheri et al. (2006) purposed a method of sensitivity analysis based on credible level h [10]. Their results showed that as the credible level h, increases, the mean of predictive capability (MPC) increases, too. On the other hand, by increasing h, the total vagueness of model, S, increases as well. For selecting a suitable h we would analyze the variations of S and h. Variations of S is gradual from h equal zero up to optimal h, after optimal h, increasing of h makes an abrupt variation in S value. The problem of finding the fuzzy regression parameters was formulated by Tanaka et al. (1982) as a linear programming problem [10].:

$$Minimize \;\; S = mc_0 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i \left| x_{ji} \right| \tag{6}$$

Subject to

$$p_0 + \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij} - (1-h)\left[c_0 + \sum_{j=1}^{n} c_i x_{ij} \right] \leq y_j \tag{7}$$

$$p_0 + \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij} + (1-h)\left[c_0 + \sum_{j=1}^{n} c_i x_{ij} \right] \geq y_j \tag{8}$$

Eqs. (8) are linear, thereby allowing the optimization problem to be solved by means of linear programming. To evaluate the performance of this model in daily EP estimates, between the predicted and measured evaporation, two performance criteria were used including, Root mean square error (RMSE) and R^2. This criteria are defined as:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (Oi - Ei)^2}{n}} \tag{9}$$

where Oi = measured value; Ei = predicted value; and $\overline{O}$ = mean observed values.

4. Results

For preparation of fuzzy regression models, half of the meteorological and lysimetry data was used and for confirmation the model, half of data was given to work. This selection was done randomly. The daily climatic, including maximum temperature (Tmax), minimum temperature (Tmin), average temperature (Tmean), maximum relative humidity (RHmax), minimum relative humidity (RHmin), average relative humidity (RHmean), wind speed (u) and sunny hours (n) are introduced as input data and evaporation (EP) as output data. Based on the input data, three fuzzy regression models was obtained as follows:

1) Ep = (0.4231,0)+(0.1923,0.1271)Tmin+(0.0832,0)Tmax +(0,0.01544)RHmean+ (0.0488,0) u+ (0.165,0)n

2) Ep = (0.75,0)+(0.1733,0.1684)Tmin+(0.088,0)Tmax+ (0,0.1853)RHmin+(0,0)RHmax +(0.1975,0)u+ (0.1938, 0.0847)n

3) Ep= (0.0834,0)+(0.1837,0.1356)Tmean+(0.00789,0.239)RHmin +(0,0)RHmax+(0.3768,0.093)u+ (0.1693,0)n

By using meteorological data in the above model, the pan evaporation rate obtained as a fuzzy number and with use the area center method turned in to a classical number. This number is the estimated daily pan evaporation. To evaluate the performance of estimation daily pan evaporation by these models, two

criteria included RMSE and R^2 were used. The performance and the statistical coefficients obtained for each models are shown in Table 1. Therefore the results show that the best model to estimate evaporation is fuzzy1 with inputs maximum and minimum temperature, mean relative humidity, wind speed and sunny hours with RMSE=0.77 mm/day and R^2 =0.95. In the figures 1 to 3, the evaporation values which calculated by different models and observed values are compared. The units of horizontal and vertical axis in all these figures were mm per day.

Table 1 : Performance and the statistical coefficients for three fuzzy regression models

Method	Performance	RMSE(mm/day)	R^2	rank
Fuzzy 1	Very good	0.77	0.89	1
Fuzzy2	Very good	0.82	0.87	2
Fuzzy3	Very good	0.88	0.83	3

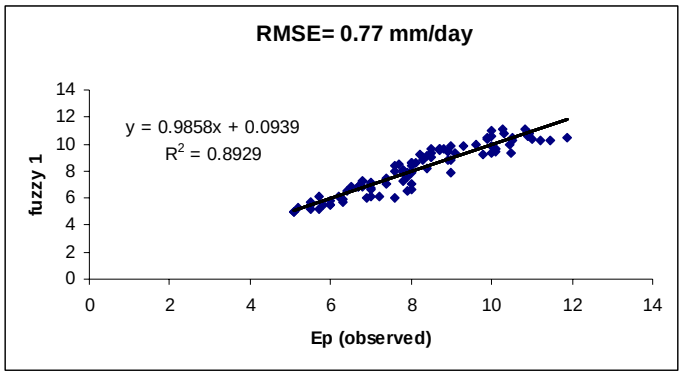


Figure 1: comparison between observed and predict(fuzzy1) pan evaporation

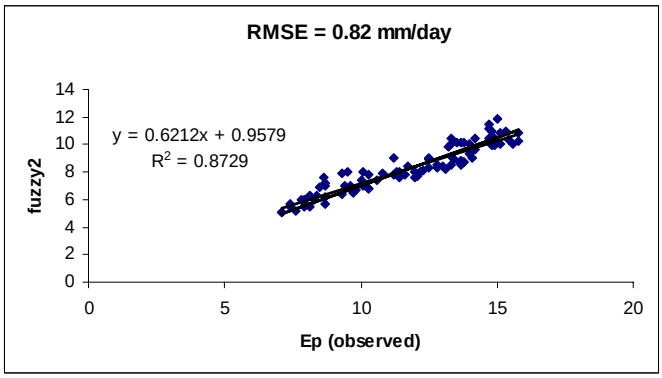


Figure 2: comparison between observed and predict (fuzzy2) pan evaporation

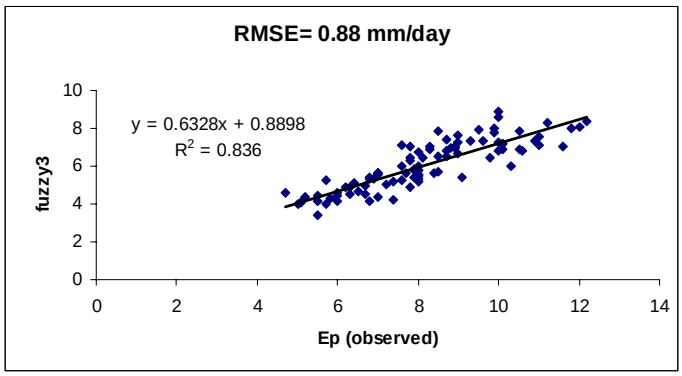


Figure 3: comparison between observed and predict (fuzzy3) pan evaporation

REFERENCES

[1] Burman, R.D., 1976. *Intercontinental comparison of evaporation estimates*. Journal of Irrigation and Drainage Engineeringr., ASCE 93 (1), 61–79.

[2] Christiansen, J.E., 1966. *Estimating pan evaporation and evapotranspiration from climatic data*. In: Irrigation and Drainage Special Conference, Las Vegas, NV, USA, pp. 193–231.

[3] Finch, J. W., 2001. *A comparison between measured and modeled open water evaporation from a reservoir in south-east England*. Hydrol. Process. 15, 2771–2778.

[4] Hargreaves, G. H., 1966. *Consumptive use computations from evaporation pan data*. In: Irrigation and Drainage Special Conference, ASCE, Las Vegas, NV, USA, pp. 35–62.

[5] Keskin, M. E., Terzi, O. & Taylan, D. (2004) *Fuzzy logic model approaches to daily pan evaporation estimation in western Turkey*. Hydrol. Sci. J. 49(6), 1001–1010.

[6] Kisi, O., Ozturk, O., 2007. *Adaptive neuro-fuzzy computing technique for evapotranspiration estimation*. J. Irrig. Drain. Eng., ASCE 133 (4), 368–379.

[7] Kohler, M. A., Nordensen, T. J., Fox, W. E., 1955. *Evaporation from Pans on Lakes*. US Department of Commerce, Weather Bureau Research Paper 38, Washington, DC, USA.

[8] Lindsey, S. D., Farnsworth, R.K., 1997. *Sources of solar radiation estimates and their effect on daily potential evaporation for use in streamflow modeling*. J. Hydrol. 201 (1–4), 348–366.

[9] Sahin, V. and M. J. Hall. 1996. *The effects of afforestation and deforestation on water yields*. Journal of Hydrology. 178: 293-309.

[10] Taheri, S.M., H. Tavanai, and M. Nasiri. 2006. *Fuzzy versus statistical Regression in false-twist texturing*. WSEAS Transactions on Mathematics. 10(5): 1109-2769.

[11] Tanaka, H., S. Uejima, and K. Asima. 1982. *Linear regression analysis with fuzzy model*. IEEE Trans. Syst. Man Cybern. SMC-*23: 903-907.*

MOHAMMAD JAVAD AMIRI *, PH.D. STUDENT, DEPARTMENT OF WATER ENGINEERING, ISFAHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, ISFAHAN, IRAN.
E-mail address: **mj.amiri@ag.iut.ac.ir**

SAEID ESLAMIAN, ASSOCIATE PROFESSOR, DEPARTMENT OF WATER ENGINEERING, ISFAHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, ISFAHAN, IRAN.
E-mail address: **Saeid@cc.iut.ac.ir**

JAHANGIR ABEDI-KOUPAI, ASSOCIATE PROFESSOR, DEPARTMENT OF WATER ENGINEERING, ISFAHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, ISFAHAN, IRAN.
E-mail address: **koupai@cc.iut.ac.ir**

MARYAM KHOZAEI, FORMER GRADUATE STUDENT, DEPARTMENT OF WATER ENGINEERING, SHIRAZ UNIVERSITY, SHIRAZ, IRAN.
E-mail address: **khozaei61@yahoo.com**

* SPEAKER

A NEW APPROACH TO FUZZY LINEAR REGRESSION WITH FUZZY INPUT AND OTPUT DATA

ALI REZA ARABPOUR, MOHAMMAD ALI YAGHOOBI

ABSTRACT. This paper considers a fuzzy linear regression model with fuzzy input-output data and crisp coefficients. To find the coefficients of the model a new approach based on multi-objective linear programming is developed. Both symmetric and non-symmetric data can be considered in the developed model. The performance of the new model is compared with some existing methods based on simulation studies and numerical examples.

1. Introduction

Tanaka et al. [14] introduced the first fuzzy linear regression model. Their model was based on linear programming technique. In fact, in the first model a linear regression model with fuzzy response (output) data, crisp predictor (input) data and fuzzy parameters (coefficients) was formulated by a linear programming problem. Later using linear programming and generally mathematical programming in fuzzy linear regression developed by many authors [5, 6, 12, 13]. However, the pioneer works in this area involve some shortcomings as follows [5, 6, 7]:

- The solution is x_i -scale dependent.
- Many spreads of coefficients turn out to be zero.
- The model is very sensitive to outliers.

Some authors tried to overcome the shortcomings of the pioneer works [5, 6, 8, 10, 12]. To do this, Hojati et al. [5] proposed a simple goal programming-like approach. Recently, Hassanpour et al. [6] improved the Hojati et al. approach for fuzzy linear regression model with non-fuzzy input, fuzzy output and fuzzy coefficients. The authors [1] considered the same model and developed a new model based on multi-objective programming which improves the former ones.

In contrast with mathematical programming based approaches, there are other approaches that use the least squares methods. The first work in this field was done by Celmins [3] and developed by the others [2, 9, 10, 11]. In this paper we consider a fuzzy linear regression model with fuzzy input-output data and crisp coefficients and propose a new approach based on multi-objective linear programming to find the coefficients. The performance evaluations of the proposed method show that it is better than that of the others. The paper is organized as follows: Section 2 introduces fuzzy linear regression. In Section 3 an approach to fuzzy linear regression based on multi-objective linear programming is suggested. The estimation of the parameters of fuzzy linear regression model and comparisons of our estimations with the ones by the existing methods are given in Section 4. Finally, Section 5 presents a conclusion.

2. Fuzzy linear regression (FLR)

In usual linear regression analysis, deviations between the observed values and the estimated values are supposed to be caused by observations errors or variables that are not included in the model. However, in fuzzy linear regression analysis proposed by Tanaka et al. [14], deviations are assumed to depend on the fuzziness of the system structure.

Consider a set of n data as $\{(\tilde{x}_{i1}, \tilde{x}_{i2}, ..., \tilde{x}_{im}, \tilde{y}_i),\ i = 1,2,...,n\}$ where $\tilde{x}_{ij}$ $j = 1,2,...,m$ and $\tilde{y}_i$ are the values of jth independent (input) variable $\tilde{x}_{ij}$ and the dependent (response or output) variable $\tilde{y}_i$ in the ith case, respectively. It is assumed that all the data are non-symmetric triangular fuzzy numbers. A non-symmetric triangular fuzzy number $\tilde{A}$, in general, can be denoted by $\tilde{A} = (a, b, c)$ where a is the center and b>0(c>0) is the left (right) spread of $\tilde{A}$ (Figure 1). The fuzzy number $\tilde{A}$ can be represented by its membership function as follows:

Key words and phrases: Fuzzy Regression, Fuzzy Input and Output Data, Multi-Objective Programming.

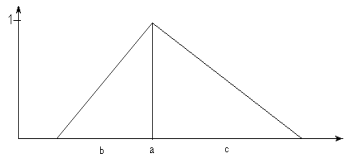


Figure 1: Triangular fuzzy number $\widetilde{A} = (a, b, c)$.

$$\widetilde{A}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-(a-b)}{b} & a-b \le x \le b, \\ \dfrac{(a+c)-x}{c} & a \le x \le a+c, \\ 0 & otherwise\ . \end{cases} \tag{1}$$

By considering the above data, fuzzy linear regression, in a special case, aims to determine a fuzzy linear relationship as follows:

$$\widetilde{Y} = A_0 + A_1\widetilde{x}_1 + ... + A_m\widetilde{x}_m . \tag{2}$$

In model (2), $\widetilde{A}_0, ..., \widetilde{A}_m$ are the FLR coefficients (parameters) which are real numbers. These parameters must be estimated such that the estimated responses $\widetilde{Y}_i$

$$\widetilde{Y}_i = A_0 + A_1\widetilde{x}_{i1} + ... + A_m\widetilde{x}_{im} . \quad i = 1,2,..., n \tag{3}$$

have the best fitness to the observed responses $\widetilde{Y}_i$, according to a criterion of goodness.

3. Multi-objective linear programming (MOLP)

An MOLP problem in general can be formulated as follows

$$\begin{aligned} \min \quad & Z_i(x) \quad i = 1,2,..., k \\ & s.t. \quad x \in X , \end{aligned} \tag{4}$$

where $Z_i(x), i = 1,..., k$ are linear functions and $X \subseteq \Re^n$ is the feasible set, which is defined by a set of linear equations or inequalities. Many approaches have been developed to solve MOLP problem (4) [4]. One of the famous methods for solving problem (4) is lexicographic method. It supposes situations in which there is a ranking among the objectives. Without loss of generality, it can be assumed that the ranking is $Z_1(x) >> Z_2(x) >> ... >> Z_k(x)$ where ">>" means "strongly preferred to". Then the criterion vectors $(Z_1(x), Z_2(x), ..., Z_k(x))$ are compared lexicographically and therefore the following problem should be solved:

$$\begin{aligned} lex \min \quad & (Z_1(x), Z_2(x), ..., Z_k(x)) \\ s.t. \quad & x \in X . \end{aligned} \tag{5}$$

3.1. An MOLP model to FLR with fuzzy input-output data

Suppose that the observed responses are non-symmetric triangular fuzzy numbers $\widetilde{y}_i = (y_i, \overline{\alpha}_i, \overline{\beta}_i)$, and the coefficients of model (3) are real numbers and the observed predictors are non-symmetric triangular fuzzy numbers $\widetilde{x}_{ij} = (x_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij})$, where y_i and x_{ij} are the centers, $\overline{\alpha}_i\ (\overline{\beta}_i), i = 1,2,..., n$ and $\alpha_{ij}(\beta_{ij}),\ i = 1,2,..., n\quad j = 1,2,..., m$ are left (right) spreads of $\widetilde{y}_i$ and $\widetilde{x}_{ij}$, respectively, which are positive numbers. Moreover, without loss of generality, assume that $x_{ij} > 0$. Also every coefficient of equation can be rewritten as $A_i = A_i^+ - A_i^-$ where $A_i^+, A_i^- > 0$. In fact, by using equation (2), to find the FLR coefficients $A_0, A_1, ..., A_m$, and applying some simple fuzzy arithmetic [5] we must have:

$$\widetilde{Y}i \subseteq (\sum_{j=1}^{m} x_{ij}(A_j^+ - A_j^-), \sum_{j=1}^{m} (\alpha_{ij}A_j^+ + \beta_{ij}A_j^-), \sum_{j=1}^{m} (\beta_{ij}A_j^+ + \alpha_{ij}A_j^-)\ ). \tag{6}$$

To this end, this paper suggests an MOLP as follows:

$$\min Z_{ci} = n_{ci} + p_{ci} \qquad i = 1,2,...,n \tag{7}$$

$$\min Z_{\alpha i} = n_{\alpha i} + p_{\alpha i} \qquad i = 1,2,...,n \tag{8}$$

$$\min Z_{\beta i} = n_{\beta i} + p_{\beta i} \qquad i = 1,2,...,n \tag{9}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij}(A_j^+ - A_j^-) + n_{ci} - p_{ci} = y_i \;\; i = 1,2,...,n \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{m} (\alpha_{ij} A_j^+ + \beta_{ij} A_j^-) + n_{\alpha i} - p_{\alpha i} = \overline{\alpha}_i \;\; i = 1,2,...,n \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{m} (\beta_{ij} A_j^+ + \alpha_{ij} A_j^-) + n_{\beta i} - p_{\beta i} = \overline{\beta}_i \;\; i = 1,2,...,n \tag{12}$$

$$n_{ki}\, p_{ki} = 0,\ k = c, \alpha, \beta \;\; i = 1,2,...,n \tag{13}$$

$$A_j^+,\ A_j^- \geq 0, \quad j = 0,1,..., m \tag{14}$$

$$n_{ki},\ p_{ki} > 0,\ k = c, \alpha, \beta \;\; i = 1,2,...,n \tag{15}$$

To solve the above MOLP, we propose solving a lexicographic biobjective model as follows:

$$\text{lexmin} \qquad (z_1 = \sum_{i=1}^{n} (n_{ci} + p_{ci}),\ z_2 = \sum_{i=1}^{n} (|\,(n_{\beta i} - p_{\beta i}) - (n_{\alpha i} - p_{\alpha i})\,|) \tag{16}$$

$$s.t. \qquad \text{constraint s} \qquad (10) - (15).$$

It should be noted that problem (16) can be solved by solving two linear programs.

4. Simulation studies and numerical examples

In this section we use simulation studies and numerical examples to illustrate that when the input-output data are triangular fuzzy numbers, our estimators are better than the previous ones. To evaluate the performance of a fuzzy regression model, Kim and Bishu [10], Kao and Chyu [8, 9] and the others use the absolute difference between the membership value of the observed and estimated fuzzy response, as a measure of error (dashed area in Figure 2). In these papers this measure is also adopted as the criterion for computing the performance of difference methods; smaller values of this measure indicate a better fit.

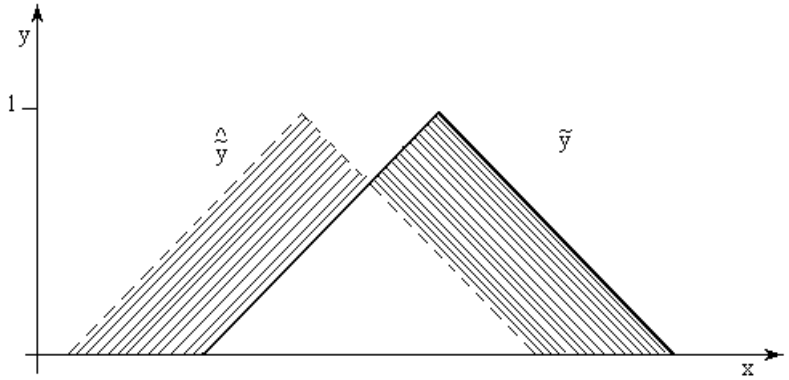


Figure 2: The prediction error for an observation.

4.1. Example In order to compare the proposed method with Hojati et al. [5] and Hassanpour et al.[6] for the fuzzy linear regression model, we apply this method to the data as show in Table 1. In this example A_0, A_1 are crisp numbers and $\tilde{x}_i$ are triangular fuzzy numbers. We estimate the parameters A_0, A_1 by (16). The fuzzy regression model estimated by our method is as follows:

$$\tilde{y} = 9.41 + 0.0013\ \tilde{x}$$

To evaluate our model we compare it with the fuzzy model obtained by Hojati et al. [5] which is as follows:

$$\tilde{y}_{HBS} = 6.73 + 0.89\,\tilde{x}$$

and the fuzzy model obtained by Hassanpour et al. which is as follows:

$$\tilde{y}_{HMY} = 7.84 + 0.76\,\tilde{x}$$

Table 1 lists our errors and errors obtained by the Hojati et al. and Hassnpour et al. approach. The sum of errors in our method (*3.36799*) is less than that of obtained by the Hojati et al. and Hassanpour et al. method. This implies that our fit is slightly better than that of others.

Table 1. The error in estimation.

	The Data		Error Terms		
Obs.	Response Observations	Predictor Observations	HBS Error	HMY Error	Our Error
1	(13.03, 1.49, 1.61)	(9.12, 1.96, 1.12)	2.27083	2.16090	1.55420
2	(8.10, 0.10, 0.60)	(0.33, 0.94, 1.86)	1.33215	0.72198	0.35150
3	(15.99, 0.42, 0.18)	(8.64, 0.27, 1.23)	0.97990	0.88008	0.30466
4	(7.17, 0.17, 0.54)	(2.83, 1.43, 0.58)	1.26345	1.12923	0.35553
5	(11.77, 1.17, 0.43)	(4.35, 0.40, 0.28)	1.05742	0.70219	0.80210
Total Errors			***6.90374***	***5.59438***	***3.36799***

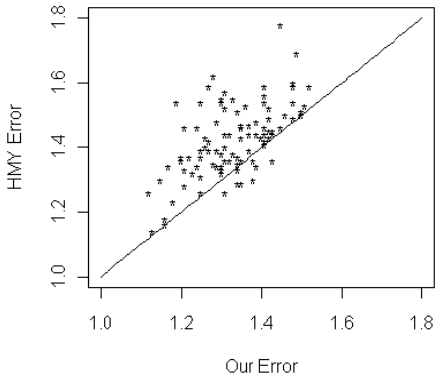


Figure 3: Error of simulation data**.**

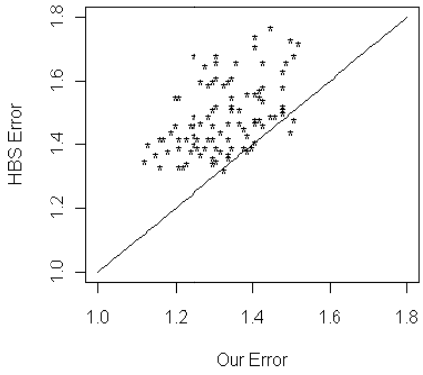


Figure 4: Error of simulation data**.**

4.2. Example To show the effectiveness of our method we performed a simulation study as follows: 100 samples, each containing 100 "x_i-values", were x_i drawn from the uniform distribution on (0, 10), and α_i , β_i corresponding to each x_i, are drawn from the uniform distribution on (0, 2) and β_i are drawn from the uniform distribution on (0, 3) (This may lead to asymmetrical triangular fuzzy numbers). Also,
for each x_i, the "observed" response was chosen as:

$$\tilde{y}_i = A_0 + A_1\,\tilde{x}_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,...,100$$

where $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0,\ 1), i = 1,2,...,100$ and $A_0 = 1$ and A_1 varies over the constants 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4.

By applying our approach described in Section 3 we estimate the parameters A_0 and A_1 for these simulated fuzzy observations.

Figure 3 shows a plot of our errors versus the errors of the Hassanpour et al. method as computed in [6]. Only 8 of the 100 points lie above the bisector and we conclude that our method is better about (92%) of the times.

Figure 4 shows a plot of our errors versus the errors of the Hojati et al. method as computed in [5]. Only 5 of the 100 points lie above the bisector and we conclude that our method is better about (95%) of the times. This implies that our fit is significantly better than that of the others.

REFERENCES

[1] A. R. Arabpour and M. A. Yaghoobi, *An application of multi-objective linear programming in fuzzy linear regression*, Extended Abstract of the 4th Iranian Conference on Applied Mathematics, University of Sistan and Baluchistan, Zahedan, Iran, 10-12 March 2010, Part IV, Articles of Fuzzy, Paper No. 4.

[2] A. R. Arabpour and M. Tata, *Estimating the parameters of a fuzzy linear regression model*, Iranian Journal of Fuzzy Systems, **5**(2) (2008), 1-19.

[3] A. Celmins, *Least squares model fitting to fuzzy vector data*, Fuzzy Sets and Systems **22** (1987), 245-269.

[4] M. Ehrgott, *Multicriteria Optimization*, Springer, New York, 2005.

[5] M. Hojati, C. R. Bector and K. Smimou, A *simple method for computing of fuzzy linear regression*, European Journal of Operational Research, 1**66**(1) (2005), 172-184.

[6] H. Hassanpour, H. R. Maleki and M. A. Yaghoobi, A *goal programming approach to fuzzy linear regression with non-fuzzy input and fuzzy output data*, Asia-Pacific Journal of Operational Research, **26**(5) (2009), 587-604.

[7] H. Hassanpour, H. R. Maleki and M. A. Yaghoobi, Fuzzy *linear regression model with crisp coefficients: A goal programming approach*, Iranian Journal of Fuzzy Systems, **7**(2) (2010) 19-39.

[8] C. Kao and C. Chyu, *A fuzzy linear regression model with better explanatory power*, Fuzzy Sets and Systems, **126** (2002), 401-409.

[9] C. Kao and C. Chyu , *Least-square estimates in fuzzy regression analysis*, European Journal of Operational Research, **148** (2003), 426-435.

[10] N. Kim and R.R. Bishu, *Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions*, Fuzzy Sets and Systems, **100** (1998), 343-353.

[11] M. Modarres, E. Nasrabadi and M.M. Nasrabadi, *Fuzzy linear regression models with least square errors*, Applied Mathematics and Computation **163** (2005), 977-989.

[12] D. A. Savic and W. Pedrycz, *Evaluation of fuzzy linear regression models*, Fuzzy Sets and Systems, **39** (1991), 51-63.

[13] H. Tanaka, Fuzzy *data analysis by possibilities linear models*, Fuzzy Sets and Systems, **24** (1987), 363-375.

[14] H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai, *Linear regression analysis with fuzzy model*, IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics, **12** (1982), 903 - 907.

ALI REZA ARABPOUR, DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN.
E-mail address: **arabpour@mail.uk.ac.ir**

MOHAMMAD ALI YAGHOOBI*, DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN.
E-mail address: **yaghoobi@mail.uk.ac.ir**

* SPEAKER

POS-PROB AND NEC-PROB CONSTRAINED MULTIOBJECTIVE PROGRAMMING MODELS

Faranak Hosseinzadeh Saljooghi, Razieh moradi Sarvestani

Abstract. The aim of this paper is to deal with a multiobjective linear programming problem with fuzzy random coefficients. The purpose of this paper is to present two approaches of solving multiobjective linear programming with fuzzy random coefficients. Our research is based on the chance measure of fuzzy random events.

1-Introduction

Among types of uncertainty surrounding real life problems, randomness (stochastic variation) and fuzziness (vagueness) play a pivotal role. stochastic programming and fuzzy programming have been proposed to make decisions under an uncertainty environment. Different types of stochastic programming and fuzzy programming models have been developed to suit the different purposes of management, such as the expectation model [7], chance constrained programming [1,5], the modality approach and the fractile approach [3] etc. In these models, randomness and fuzziness are considered Accordingly, stochastic programming and fuzzy programming have been proposed to make decisions under an uncertainty environment.

This paper is organized as follows, Section 2 recalls some definitions and results about fuzzy random variables. Section 3 studies the pos-prob constrained multiobjective programming model. A crisp equivalent model is proposed for a special type of fuzzy random variables. Section 4 considers the nec-prob constrained multiobjective programming model.

2- Fuzzy random variable

Fuzzy random variable, which was introduced by Kwakernaak [4] in 1978, is a concept to depict the phenomena in which randomness and fuzziness appear simultaneously. Since then, its variants and extensions were presented by other researchers, e.g.

Lemma. Let $f : R^n \to R$ be a continuous function and $\xi_i$be fuzzy random variables defined on (Ω_i, A_i, Pr_i), i = 1, 2, . . . , n, respectively. Then $f(\xi) = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ is a fuzzy random variable on the product probability space

$(\Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_n, A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n, Pr_1 \times Pr_2 \times \cdots \times Pr_n)$, defined by

$f(\xi)(\omega_1,\omega_2, \dots ,\omega_n) = f(\xi_1(\omega_1), \xi_2(\omega_2), \dots , \xi_n(\omega_n))$ for all $(\omega_1,\omega_2, \dots ,\omega_n) \in \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_n$

Consider the following multiobjective programming problem with fuzzy random coefficients

$$\max\{ f_1(x, \xi), f_2(x, \xi), \dots , f_m(x, \xi)\} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } g_r(x,\xi) \le 0,\ r = 1, 2, \dots , p,$$

where x is a n-dimensional decision vector, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ is a fuzzy random vector,

$f_i(x, \xi)$ are objective functions, i = 1, 2, . . . ,m and $g_r(x, \xi)$ are constraint functions, r = 1, 2, . . . , p. Because of the existence of fuzzy random vector ξ , problem (1) is not well-defined. That is, the meaning of maximizing $f_i(x, \xi)$, i = 1, 2, . . . ,m is not clear and the constraints $g_r(x, \xi) \le 0$, r = 1, 2, . . . , p do not define a deterministic feasible set.

Key words and phrases: Pos – prob measure, Nec– prob measure.

Definition. Let $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ be a fuzzy random vector on the probability space (Ω, A, Pr) and $g_r : R^n \to R$ be continuous functions, r = 1, 2, . . . , p. Then the primitive chance of fuzzy random event characterized by $g_r(\xi) \leq 0$, r = 1, 2, . . . , p is a function from [0, 1] to [0, 1], defined as

$$Ch\{g_r(\xi) \leq 0,\ r = 1, 2, \ldots, p\}(\beta) = \sup\{\alpha \mid Pos\{\omega \in \Omega \mid Pr\{g_r(\xi) \leq 0,\ r = 1, 2, \ldots, p\} \geq \alpha\} \geq \beta\}. \quad (2)$$

Based on the definition of primitive chance, the maximax fuzzy random chance-constrained multiobjective programming (CCMOP) model was proposed by Liu [5]

$$\max\{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$s.t.\begin{cases} Ch\{f_i(x, \xi) \geq f_i\}(\delta_i) \geq \gamma_i, & i = 1, 2, \ldots, m, \\ Ch\{g_r(x, \xi) \leq 0\}(\theta_r) \geq \eta_r, & r = 1, 2, \ldots, p, \end{cases} \quad (3)$$

where $\gamma_i, \delta_i, \eta_r$, θ_r are predetermined confidence levels, i = 1, 2, . . . ,m, r = 1, 2, . . . , p.

3. Pos – prob constrained multiobjective programming model

In this paper, we restrict our attention to the multiobjective linear programming problem with fuzzy random coefficients

$$\max\{\tilde{c}_1^T x, \tilde{c}_2^T x, \ldots, \tilde{c}_m^T x\} \quad (4)$$

$$s.t\begin{cases} \tilde{a}_r^T x \leq \tilde{b}_r, & r = 1, 2, \ldots, p, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

where $\tilde{c}_i = (\tilde{c}_{i1}, \tilde{c}_{i2}, \ldots, \tilde{c}_{in})^T, \tilde{a}_r = (\tilde{a}_{r1}, \tilde{a}_{r2}, \ldots, \tilde{a}_{rn})^T$ are fuzzy random vectors, and $\tilde{b}_r$ are fuzzy random variables, i = 1, 2, . . . ,m, r = 1, 2, . . . , p.

then (CCMOP) model [5] for problem (4) can be rewritten as

$$\max\{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$s.t.\begin{cases} Pos\{\omega \mid Pr\{\tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\} \geq \delta_i, & i = 1, 2, \ldots, m, \\ Pos\{\omega \mid Pr\{\tilde{a}_r(\omega)^T x \leq \tilde{b}_r(\omega)\} \geq \eta_r\} \geq \theta_r, & r = 1, 2, \ldots, p, \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

where $\delta_i, \gamma_i, \theta_r, \eta_r$ are predetermined confidence levels, i = 1, 2, . . . ,m; r = 1, 2, . . . , p, Pos{·} denotes the possibility of the event in {·}, and Pr{·} denotes the probability of the event in {·}.

Remark 1. If the fuzzy random vector $\tilde{c}_i$ degenerates to a random vector $\tilde{c}_i$, then $\tilde{c}_i^T x \geq f_i$ is a random event. For fixed $\omega \in \Omega$, $Pr\{\tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i$ implies $\tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i$. Then,

$$\mathrm{Pos}\{\omega \mid \Pr\{\tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\} \geq \delta_i$$

is equivalent to $\mathrm{Pos}\{\omega \mid \tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i \geq \delta_i\}, i = 1, \ldots m$. Similarly, if the fuzzy random vector $\tilde{\tilde{e}}_r$ degenerates to a random vector $\tilde{e}_r$ and the fuzzy random variable $\tilde{\tilde{b}}_r$ degenerates to a random variable $\tilde{b}_r$, it follows that the constraint

$$\mathrm{Pos}\{\omega \mid \Pr\{\tilde{e}_r(\omega)^T x \leq \tilde{b}_r(\omega)\} \geq \eta_r\} \geq \theta_r,$$

is equivalent to Pos $\{\omega \mid \tilde{e}_r(\omega)^T x \leq \tilde{b}_r(\omega)\} \geq \theta_r$, r = 1, 2, . . . , p. Then, problem (5) can be rewritten as

$$\max\{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$\text{s.t} \begin{cases} \mathrm{Pos}\{\omega \mid \tilde{c}_i(\omega)^T x \geq f_i\} \geq \delta_i, \ r = 1, 2, \ldots, m \\ \mathrm{Pos}\{\omega \mid \tilde{e}_r(\omega)^T x \leq \tilde{b}_r(\omega)\} \geq \theta_r, r = 1, 2, \ldots, p \\ x \geq 0 \end{cases}$$

which is identical with the chance constrained multiobjective programming model in stochastic environment.

Remark 2. If the fuzzy random vector $\tilde{\tilde{c}}_i$ degenerates to a fuzzy vector $\bar{c}_i$, then

$\Pr\{\bar{c}_i^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i$ are crisp events. In order to satisfy

$$p_i = \mathrm{Pos}\{\omega \mid \Pr\{\bar{c}_i^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\} \geq \delta_i,$$

the probability p_i should be equal to unity. Thus, the Constraint

$$\mathrm{Pos}\{\omega \mid \Pr\{\bar{c}_i^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\} = 1 \geq \delta_i$$

is equivalent to $\{\Pr\{\bar{c}_i^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\}$, i = 1, 2, . . . ,m. Similarly, when the fuzzy random vector $\tilde{\tilde{e}}_r$ degenerates to a fuzzy vector $\bar{e}_r$ and fuzzy random variable $\tilde{\tilde{h}}_r$ degenerates to a fuzzy variable $\bar{b}_r$ the constraint

$$\mathrm{Pos}\{\omega \mid \Pr\{\bar{e}_r^T x \leq \bar{b}_r\} \geq \eta_r\} \geq \theta_r$$

is equivalent to $\{\Pr\{\bar{e}_r^T x \leq \bar{b}_r\} \geq \eta_r\}$, r = 1, 2, . . . , p. Then, problem (5) is equivalent to

$$\max\{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$\text{s.t,} \begin{cases} \{\Pr\{\bar{c}_i^T x \geq f_i\} \geq \gamma_i\}, & i = 1, 2, \ldots, m \\ \{\Pr\{\bar{e}_r^T x \leq \bar{b}_r\} \geq \eta_r\}, & r = 1, 2, \ldots, p \\ x \geq 0 \end{cases}$$

which is identical with the chance constrained multiobjective programming model in fuzzy environment.

Remark 3. If the objective is to minimize $\tilde{\tilde{c}}_i^T x$, then problem (5) should be formulated as follows,

$$\min\{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$s.t.\begin{cases} Pos\{\omega \mid Pr\{\tilde{c}_i(\omega)^T x \le f_i\} \ge \gamma_i\} \ge \delta_i, & i = 1,2,\dots,m, \\ Pos\left\{\omega \mid Pr\left\{\tilde{a}_r(\omega)^T x \le \tilde{b}_r(\omega)\right\} \ge \eta_r\right\} \ge \theta_r, & r = 1,2,\dots,p, \\ x \ge 0 \end{cases} \quad (6)$$

4. Nec – prob constrained multiobjective programming model

In the above section, using the primitive chance measure we have considered the pos-prob constrained multiobjective programming model. If the decision making is performed optimistically by the DM, it is reasonable touse the primitive chance measure to measure fuzzy random event. If the DM prefers a pessimistic decision in order to avoid risk, it may be appropriate to replace the primitive chance measure with the varieties of chance measure.

We first introduce the definition of the variety of chance measure:

$$Ch\{g_r(\xi) \le 0, r = 1, 2, \dots, p\}(\beta) = \sup\{\alpha \mid Nec\{\omega \in \Omega \mid Pr\{g_r(\xi) \le 0, r = 1, 2, \dots, p\} \ge \alpha\} \ge \beta\}. \quad (7)$$

Other varieties of chance measures can be found in [2]. Compared with (7), the possibility measure in (2) is replaced by the necessity measure in (7) which is a proper measure for making a pessimistic decision. Using the chance measure (7), we have the following Nec-prob constrained multiobjective programming model

$$\max\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$$

$$s.t.\begin{cases} Nec\{\omega \mid Pr\{\tilde{c}_i(\omega)^T x \ge f_i\} \ge \gamma_i\} \ge \delta_i, & i = 1,2,\dots,m, \\ Nec\left\{\omega \mid Pr\left\{\tilde{a}_r(\omega)^T x \le \tilde{b}_r(\omega)\right\} \ge \eta_r\right\} \ge \theta_r, & r = 1,2,\dots,p, \\ x \ge 0 \end{cases} \quad (8)$$

where Nec{·} denotes the necessity of the event in {·}.

Under such a case, a point x(≥0) is called feasible for problem (4) if and only if the probability measures of therandom events $\left\{\omega \mid Pr\left\{\tilde{a}_r(\omega)^T x \le \tilde{b}_r(\omega)\right\} \ge \eta_r\right\}$ are at least η_r, r = 1, 2, . . . , p.

5- Conclusion

In this paper, we have considered the multiobjective linear programming with fuzzy random coefficients. For a special type of fuzzy random variables, some crisp equivalent models are proposed for Pos-prob and Nec-prob constrained multiobjectiveprogramming models. Two approaches have been presented for solving this kind of problem.

REFERENCES

[1]. A. Charnes and W.W. Cooper, *Chance-constrained programming*, Management Science 6 (1) (1959) 73–79.
[2]. J. Gao and B. Liu, *New primitive chance measures of fuzzy random event*, International Journal of Fuzzy Systems 3 (4) (2001) 527–531.
[3] M. Inuiguchi and j. Ramik, *Possibilistic linear programming: A brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem,* Fuzzy Sets and Systems 111 (2000) 3–28.
[4]. H. Kwakernaak, *Fuzzy random variables*, definitions and theorems, Information Science 15 (1978) 1–29.
[5]. B. Liu, *Fuzzy random chance-constrained programming*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 9 (2001) 713–720.

[6]. J. Li and J. Xu and M. Gen, *A class of multiobjective linear programming model with fuzzy random coefficients*, Mathematical and Computer Modelling 44 (2006) 1097–1113
[7]. Y.K. Liu and B. Liu, *A class of fuzzy random optimization: Expected value models,* Information Sciences 155 (2003) 89–102.

Faranak Hosseinzadeh Saljooghi, Department of Mathematics, Islamic Azad and Sistan & Baluchestan University, Zahedan, Iran
E-mail address: **F_H_Saljooghi@yahoo.com**

Razieh moradi Sarvestani*, Department of Mathematics, Islamic Azad University, Zahedan, Iran**Iau.**
E-mail address: **Moradi_R@yahoo.com**

* SPEAKER

FUZZY LINEAR REGRESSION ANALYSIS USING TRAPEZOIDAL FUZZY NUMBERS

ALIREZA ARABPOUR

ABSTRACT. In order to improve the quality of predictions in fuzzy linear egression models, we generalize the metric defined by Diamond and use it as a criterion to estimate the parameters of a fuzzy linear regression model, where the observations are trapezoidal fuzzy numbers.

1. Introduction

Zadeh [9] introduced the concept of fuzzy sets in 1965, but it was much late that fuzzy regression models have been proposed in literature. In 1982 Tanaka et al. [8] initiated this research topic and generalized their approach to more general models. They formulated a linear regression model with fuzzy response data, crisp predictor data and fuzzy parameters as a mathematical programming problem.
In 1998 Kim and Bishu [7] used a criterion of minimized the difference between the membership values of the observed and predicted fuzzy response. In 2003 Kao and Chyu [6] to obtain the fuzzy linear regression model (FLR), minimized the sum of absolute difference between the membership value of the observed and estimated fuzzy response, using mathematical programming problem. Hojati et al. [4] proposed a simple goal programming-like approach that is better than the previous approaches. In 2009 Hassanpour et al. [3] improve the Hojati et al. approach. Diamond [2] proposed the fuzzy least squares approach to determine fuzzy parameters by defining a metric between two fuzzy numbers. However most of the articles on fuzzy regression analysis until now use linear programming to estimate the parameters. When using this approach, each additional observation results in several additional constraints, and the linear programming problem becomes unwieldy very quickly, especially if the fuzzy triangular numbers involved are not symmetric. Moreover, trapezoidal fuzzy numbers are not even considered because of the complexity of computation. We use the metric defined by Diamond to estimate the parameters of a fuzzy linear regression model in both simple and multivariate cases. The estimators obtained by our method are in explicit form, and computations are very simple. In fact, by generalizing Diamond's metric to trapezoidal fuzzy numbers, we also obtain estimators for the case when either the predictor variables or the parameters are trapezoidal fuzzy numbers.
In the usual notation if $\widetilde{A}$ is triangular, we write $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_r)$, where a_m is the center, and a_l and a_r are respectively the left and right points of the triangular fuzzy number $\widetilde{A}$. Also if $\widetilde{A}$ is trapezoidal fuzzy number, we write $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_u,a_r)$, where a_l and a_r are the left and right ``end" points of the corresponding trapezoid, and $a_m$ and $a_u$ are the left and right ``middle" points (Figure 1). If $a_m=a_u$, $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_u,a_r)$ reduces to the trapezoidal fuzzy number $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_r)$.
In 1988 Diamond [2] defined a metric $d^2(\widetilde{A},\widetilde{B})$ between two triangular fuzzy numbers $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_r)$ and $\widetilde{B}=(b_l,b_m,b_r)$ by

$$d^2(\widetilde{A},\widetilde{B})=(a_l-b_l)^2+(a_m-b_m)^2+(a_r-b_r)^2 \tag{1}$$

Generalize this definition of distance between two trapezoidal fuzzy numbers $\widetilde{A}=(a_l,a_m,a_u,a_r)$ and $\widetilde{B}=(b_l,b_m,b_u,b_r)$ by

$$d^2(\widetilde{A},\widetilde{B})=(a_l-b_l)^2+0.5(a_m-b_m)^2+0.5(a_u-b_u)^2+(a_r-b_r)^2 \tag{2}$$

Note that if $a_m=a_u$ and $b_m=b_u$, i.e. if both numbers are triangular, this distance reduces to (1).

2. Preliminary

The functional form of the classical simple linear regression model is as follows:

$$y=\beta_0+\beta_1 x+\varepsilon, \tag{3}$$

Key words and phrases: Fuzzy linear regression, Trapezoidal fuzzy numbers, Estimate.

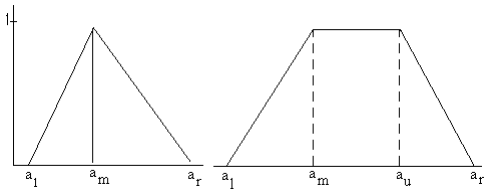


Figure 1: Triangular and Trapezoidal fuzzy number.

where y is the observed response variable, x is the predictor variable, β_0 and β_1 are unknown parameters and ε is the error term. Hence for n pairs of observations (y_i, x_i), $i=1,2,...,n$ we have:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i=1,2,...,n \tag{4}$$

The least squares estimators of β_0 and β_1 denoted by $\hat{\beta}_0$ and $\hat{\beta}_1$ respectively, minimize the sum of the squared errors $S(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$ and are as follows:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \qquad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \tag{5}$$

In some cases we may need to consider that the relationship expressed in (3) may be fuzzy. We shall first consider the case where the predictor variable is fuzzy, but the parameters are crisp, then the case of a crisp predictor and fuzzy parameters and finally the case of a fuzzy predictor and fuzzy parameters. The observed responses in all cases are naturally fuzzy, and satisfy the fuzzy equations below:
Case 1:

$$\tilde{y}_i = \beta_0 + \beta_1 \tilde{x}_i, \quad i=1,2,...,n \tag{6}$$

Case 2:

$$\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_i, \quad i=1,2,...,n \tag{7}$$

Case 3:

$$\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 \tilde{x}_i, \quad i=1,2,...,n \tag{8}$$

where $\tilde{y}_i$ for $i=1,2,...,n$ are the fuzzy responses. In (6), the parameters β_0 and β_1 are crisp and the $\tilde{x}_i$ for $i=1,2,...,n$ are fuzzy, whereas in (7), the parameters β_0 and β_1 are fuzzy but the x_i for $i=1,2,...,n$ are crisp. In (8), the predictors and parameters are all fuzzy. For a linear regression model, if $\hat{\beta}_0$ and $\hat{\beta}_1$ are respectively the estimates of the parameters β_0 and β_1, then the predicted value of y when $x = x_0$ is:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0, \tag{9}$$

In all cases we shall obtain β_0 and β_1 which minimize the sum of squared distances $\sum_{i=1}^{n} d^2(y, \hat{y}_i)^2$ In general, we write:

$$S(\beta_0,\beta_1)=\sum_{i=1}^{n} d^2(y_i,\ \hat{y}_i) \tag{10}$$

where x_i, β_0 and β_1 may be fuzzy or crisp, depending on the model. In what follows, we use (2) to estimate the unknown parameters β_0 and β_1 of the fuzzy regression models.

3. The FLR Model Using Trapezoidal Fuzzy Observations

In this section we estimate the parameters β_0 and β_1 of the models (6) and (7), when the predictors variables in (6) and the parameters in (7) are trapezoidal fuzzy numbers.

3.1 Fuzzy Predictor and Crisp Parameters

Let $\tilde{x}_i=(x_{il},x_{im},x_{iu},x_{ir})$ and $\tilde{y}_i=(y_{il},y_{im},y_{iu},y_{ir})$ for $i=1,2,...,n$ be trapezoidal fuzzy numbers. Again in model (6) two cases arise according as $\beta_1\geq 0$ or $\beta_1<0$. for the first case $\tilde{y}_i=\beta_0+\beta_1\tilde{x}_i$, is the trapezoidal fuzzy number $(\beta_0+\beta_1x_{il},\beta_0+\beta_1x_{im},\beta_0+\beta_1x_{iu},\beta_0+\beta_1x_{ir})$ Hence by definition of distance between two trapezoidal fuzzy numbers in (2) we have:

$$\begin{aligned}S^{+}(\beta_0,\beta_1)=&\sum_{i=1}^{n}(y_{il}-\beta_0-\beta_1x_{il})^2+0.5(y_{im}-\beta_0-\beta_1x_{im})^2\\&+0.5(y_{iu}-\beta_0-\beta_1x_{iu})^2+(y_{ir}-\beta_0-\beta_1x_{ir})^2\end{aligned} \tag{11}$$

differentiating with respect to β_0 and β_1 , we obtain the estimates of β_0 and β_1 as follow:

$$\hat{\beta}_1^{+}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{il}y_{il}+0.5x_{im}y_{im}+0.5x_{iu}y_{iu}+x_{ir}y_{ir})-3n\overline{xy}}{\sum_{i=1}^{n}(x_{il}^2+0.5x_{im}^2+0.5x_{iu}^2+x_{ir}^2)-3n\overline{x}^2},\qquad \hat{\beta}_0^{+}=\overline{y}-\hat{\beta}_1^{+}\overline{x} \tag{12}$$

$$\overline{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{il}+0.5y_{im}+0.5y_{iu}+y_{ir})}{3n},\qquad \overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{il}+0.5x_{im}+0.5x_{iu}+x_{ir})}{3n}. \tag{13}$$

also if $\beta_1<0$ we have:

$$\begin{aligned}S^{-}(\beta_0,\beta_1)=&\sum_{i=1}^{n}(y_{il}-\beta_0-\beta_1x_{ir})^2+0.5(y_{im}-\beta_0-\beta_1x_{iu})^2\\&+0.5(y_{iu}-\beta_0-\beta_1x_{im})^2+(y_{ir}-\beta_0-\beta_1x_{il})^2\end{aligned} \tag{14}$$

$$\hat{\beta}_1^{-}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{ir}y_{il}+0.5x_{iu}y_{im}+0.5x_{im}y_{iu}+x_{il}y_{ir})-3n\overline{xy}}{\sum_{i=1}^{n}(x_{il}^2+0.5x_{im}^2+0.5x_{iu}^2+x_{ir}^2)-3n\overline{x}^2},\quad \hat{\beta}_0^{-}=\overline{y}-\hat{\beta}_1^{-}\overline{x} \tag{15}$$

3.2 Crisp Predictor and Fuzzy Parameters

In model (7) if $\tilde{\beta}_0$ and $\tilde{\beta}_1$ are trapezoidal fuzzy numbers, where $\tilde{\beta}_0 = (\beta_{0l}, \beta_{0m}, \beta_{0u}, \beta_{0r})$ and $\tilde{\beta}_1 = (\beta_{1l}, \beta_{1m}, \beta_{1u}, \beta_{1r})$ then for $x_i > 0$, $\tilde{y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta} x_i$, is the trapezoidal fuzzy number $(\beta_{0l} + \beta_{1l} x_i, \beta_{0m} + \beta_{1m} x_i, \beta_{0u} + \beta_{1u} x_i, \beta_{0r} + \beta_{1r} x_i)$ To find an estimate for $\tilde{\beta}_0$ and $\tilde{\beta}_1$ we minimize the sum of squared distances

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} (y_{il} - \beta_{0l} - \beta_{1l} x_i)^2 + 0.5(y_{im} - \beta_{0m} - \beta_{1m} x_i)^2 + 0.5(y_{iu} - \beta_{0u} - \beta_{1u} x_i)^2 + (y_{ir} - \beta_{0r} - \beta_{1r} x_i)^2 \quad (16)$$

differentiating with respect to $\beta_{0l}, \beta_{0m}, \beta_{0u}, \beta_{0r}$ and $\beta_{1l}, \beta_{1m}, \beta_{1u}, \beta_{1r}$, we obtain the estimates of $\tilde{\beta}_0$ and $\tilde{\beta}_1$ as follow:

$$\hat{\tilde{\beta}}_0 = (\hat{\beta}_{0l}, \hat{\beta}_{0m}, \hat{\beta}_{0u}, \hat{\beta}_{0r}),\ \hat{\tilde{\beta}}_1 = (\hat{\beta}_{1l}, \hat{\beta}_{1m}, \hat{\beta}_{1u}, \hat{\beta}_{1r})$$

$$\hat{\beta}_{1l} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_{il} - n\bar{x}\,\bar{y}_l}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \qquad \hat{\beta}_{0l} = \bar{y}_l - \hat{\beta}_{1l}\bar{x} \quad (17)$$

$$\hat{\beta}_{1m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_{im} - n\bar{x}\,\bar{y}_m}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \qquad \hat{\beta}_{0m} = \bar{y}_m - \hat{\beta}_{1m}\bar{x} \quad (18)$$

$$\hat{\beta}_{1u} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_{iu} - n\bar{x}\,\bar{y}_u}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \qquad \hat{\beta}_{0u} = \bar{y}_u - \hat{\beta}_{1u}\bar{x} \quad (19)$$

$$\hat{\beta}_{1r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_{ir} - n\bar{x}\,\bar{y}_r}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \qquad \hat{\beta}_{0r} = \bar{y}_r - \hat{\beta}_{1r}\bar{x} \quad (20)$$

Where $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$,

$\bar{y}_l = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{il}}{n}$, $\bar{y}_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{im}}{n}$, $\bar{y}_u = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{iu}}{n}$ and $\bar{y}_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ir}}{n}$.

4. Numerical Examples

In this section we use numerical examples to estimate the parameters when the observations are trapezoidal fuzzy numbers. To evaluate the performance of a fuzzy regression model, Kim and Bishu [7], Kao and Chyu [5] and the others use the absolute difference between the membership value of the observed and estimated fuzzy response, as a measure of error. In these papers this measure is also adopted as the criterion for computing the performance of difference methods; smaller values of this measure indicate a better fit.

4.1. Example. In this example we use the trapezoidal fuzzy observations as shown in Table 1, and apply the equations (12) to these data to estimate β_0 and β_1, as explained in Section 3. The fuzzy least squares line obtained is $\hat{y}_i = 3.4773 + 0.5319x_i$, The errors of the observations are shown in Table 1. The error terms 1 obtains using Kim-Bishu measure and the error terms 2 are obtains by (2). Since trapezoidal fuzzy numbers are less precise than the corresponding triangular fuzzy numbers, it is not surprising that these errors are large. Of course the method of Kao-Chyu cannot be applied here.

Table 1. The trapezoidal fuzzy observations and errors for Example 4.1.

Obs	Response Variable	Predictor Variable	Error Terms1	Error Terms 2
1	(3.5, 3.75, 4.25, 4.5)	(1.5, 1.75, 2.25, 2.5)	1.6039	1.0019
2	(5.0, 5.25, 5.75, 6.0)	(3.0, 3.25, 3.75, 4.0)	0.3627	0.2009
3	(6.5, 7.00, 8.00, 8.5)	(4.5, 5.00, 6.00, 6.5)	2.0510	4.1038
4	(6.0, 6.25, 6.75, 7.0)	(6.5, 6.75, 7.25, 7.5)	1.3080	1.5966
5	(8.0, 8.25, 8.75, 9.0)	(8.0, 8.25, 8.75, 9.0)	0.9661	0.8772
6	(7.0, 7.50, 8.50, 9.0)	(9.5, 10.00, 11.00, 1.5)	3.2359	3.8798
7	(10.0, 10.25, 10.75, 11.0)	(10.5, 10.75, 11.25, 11.5)	1.1489	4.2406
8	(9.0, 9.25, 9.75, 10.0)	(12.0, 12.25, 12.75, 13)	1.4626	1.3002
Total			12.1391	17.2011

4.2. Example. In this example we use the trapezoidal fuzzy observations for $\tilde{y}_i$ and crisp observation for x_i as shown in Table 2, and then apply the equations (17)-(20) to estimate $\tilde{\beta}_0$ and $\tilde{\beta}_1$. Based on our formula we obtain the fuzzy linear regression model $\hat{\tilde{y}}_i = (3.29, 3.6, 4.22, 4.54) + 0.798x_i$, The errors of the observations are shown in Table 2.

Table 2. The trapezoidal fuzzy observations and errors for Example 4.2.

Obs	Response Variable	Predictor Variable	Error Terms1	Error Terms 2
1	(3.5, 3.75, 4.25, 4.5)	1	2.1196	1.54036
2	(5.0, 5.25, 5.75, 6.0)	2	0.0075	0.03526
3	(6.5, 7.00, 8.00, 8.5)	3	2.2114	4.61073
4	(6.0, 6.25, 6.75, 7.0)	4	2.1309	1.11945
5	(8.0, 8.25, 8.75, 9.0)	5	1.1997	1.11945
6	(7.0, 7.50, 8.50, 9.0)	6	1.3875	1.77144
7	(10.0, 10.25, 10.75, 11.0)	7	1.6623	3.07098
8	(9.0, 9.25, 9.75, 10.0)	8	2.0826	1.91536
Total			12.8020	15.183

The error terms 1 obtains using Kim-Bishu measure and the error terms 2 are obtains by (2). This method is especially attractive since the estimators are very similar to those of the classical linear regression model and when the fuzzy data or the fuzzy parameters becomes crisp, the estimators and the fuzzy regression line are identical to those in the classical case. Moreover additional observations do not significantly affect the difficulty of computation, even when the fuzzy numbers involved are not symmetric.

REFERENCES

[1] A. R. Arabpour and M. Tata, *Estimating the parameters of a fuzzy linear regression model*, Iranian Journal of Fuzzy Systems, **5(2)** 1-19 (2008).
[2] P. Diamond, *Fuzzy Least Squares*, Information Sciences, **46** (1988), 141-157.
[3] H. Hassanpour, H. R. Maleki and M. A. Yaghoobi, *A goal programming approach to fuzzy linear regression with non-fuzzy input and fuzzy output data,* Asia-Pacific Journal of Operational Research, **26(5)** (2009), 587-604.
[4] M. Hojati, C. R. Bector and K. Smimou, A *simple method for computing of fuzzy linear regression*, European J. of Oper. Res., **166(1)** (2005), 172-184.
[5] C. Kao and C. Chyu, *A fuzzy linear regression model with better explanatory power*, Fuzzy Sets and Systems, **126** (2002), 401-409.
[6] C. Kao and C. Chyu, *Least-squares estimates in fuzzy regression analysis*, European J. Oper. Res., **148** (2003), 426-435.
[7] N. Kim and R.R. Bishu, *Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions*, Fuzzy Sets and Systems, **100** (1998), 343-353.
[8] H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai, *Linear regression analysis with fuzzy model*, IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics, **12** (1982), 903 - 907.

ALIREZA ARABPOUR*, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, IRAN.
E-mail address: arabpour@mail.uk.ac.ir

* SPEAKER

MODIFIED FUZZY N-INNER PRODUCT SPACES, FUZZY N-NORMED SPACES AND SOME RESULTS

M. Goudarzi and S. M. Vaezpour

ABSTRACT. In this paper first we modify the definition of a fuzzy n-inner product space, fuzzy n-normed space and then we prove some results in both mentioned spaces. Also we prove a fixed point theorem for fuzzy Banach contraction maps in fuzzy n-normed spaces.

1. Introduction

The theory of 2-inner and n-inner product spaces has been effectively constructed by C. R. Dimmini, S. Gähler and A. White ([6], [7]). It was developed by A. Misiak ([21],[22]). Recent results in n-inner product spaces can be viewed in ([4], [5]). There are many different viewpoints in introducing the definition of n-normed linear spaces ([10], [11], [15], [17], [20]). Also the notions of fuzzy inner product spaces and fuzzy normed spaces have been introduced in ([8], [18], [19],[23],[13],[2]). In this paper we intend to give the new modified definitions of fuzzy n-normed spaces and fuzzy n-inner product spaces based on the definitions introduced in ([25]). Then we prove some interesting results. On the other hand, as the classical cases, fixed point theorems have many interesting applications in the realm of fuzzy normed spaces. So generalization of these theorems to the fuzzy n-normed spaces is a good instrument to solve the problems of this area. In the last part of this article we prove a fixed point theorem for fuzzy Banach contraction maps in fuzzy n-normed spaces.

2. Main results

The preference of the definition introduced by George and Veeramai in comparison with the definition of Kramosil and Michalek is its power to introduce a Hausdorff topology on the fuzzy metric spaces (see [12]). So, among the definitions of fuzzy normed spaces, the definition introduced in([23]). will be selected because of its consistency with the fuzzy metric introduced in ([12]). On the other hand, if we consider the definition of fuzzy n-normed space as the generalization of fuzzy normed spaces so it must be consistent with the introduced definition in([23]). Although the definition of a fuzzy n-normed space and a fuzzy n-inner product have been introduced in ([24]) and ([25]) but its conditions are such that we can prove some of them as the results of the others. In addition we are looking to create a condition under which we can prove the similar results in fuzzy n-inner product and fuzzy normed spaces. So in this section first we redefine such definitions and then we consider the notions such as Schwartz inequality, continuity of fuzzy n-inner product, two distinct sorts of convergency and Pythagorean Theorem.

Definition2.1 Let X be a linear space over a field F, $n \in \mathbb{N}$, $\dim X \geq n$ and $*$ be a continuous t-norm. A fuzzy subset N of $X^n \times (0,\infty)$ is called a fuzzy n-norm on X if and only if for each $x_1, x_2, \ldots, x_n, x_n' \in X$ and , $t > 0$:

N1) $N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) > 0$

N2) $N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = 1$ if and only if $x_1, x_2, \ldots, x_n$ are linearly dependent

N3) $N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$ is invariant under any permutation of $x_1, x_2, \ldots, x_n$

N4) $N(x_1, x_2, \ldots, cx_n, t) = N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t/|c|)$ if $0 \neq c \in F$

N5) $N(x_1, x_2, \ldots, x_n + x_n', s + t) \geq N(x_1, x_2, \ldots, x_n, s) * N(x_1, x_2, \ldots, x_n', t)$

N6) $N(x_1, x_2, \ldots, x_n, .)$ is continuous and $\lim_{t\to\infty} N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = 1.$

In this case$(X, N, *)$ is called a fuzzy n-normed space or in short f-n-NLS.

Lemma 2.2 Let $(X, N, *)$ be a fuzzy n-normed space. Then for each $x_1, \ldots, x_n$ in X, $N(x_1, \ldots, x_n, .)$ is a non-decreasing function.

Proof : Suppose that $t < s$. Then $k = s - t > 0$ and by N2), N5), we have

$$N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) * 1$$

Key words and phrases: Fuzzy n-inner product, Fuzzy n-normed space, Pythagorean Theorem, Schwartz inequality, Strong convergent, Fixed pointes.

$$= N(x_1, x_2, \dots, x_n, t) * N(x_1, x_2, \dots 0, k)$$
$$= N(x_1, x_2, \dots, x_n, s). \square$$

Now we turn to present a new modified definition of a fuzzy n-inner product space. Also we consider a induced fuzzy n-normed and we prove some results. Throughout this paper we let :

$$\mathcal{H}(t) = \begin{cases} 1, & t < 0 \\ 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

Definition 2.3 A fuzzy n-inner product space $(f-n-IPS)$ is a triplet$(X, F, *)$, where X is a real vector space, $*$ is a continuous t-norm, F is a fuzzy set on $X^{n+1} \times \mathbb{R}$ such that the following conditions hold for every $x_1, \dots, x_n, y, z \in X$ and $s, t, r \in \mathbb{R}$:

(FNI-1) $F(x, x|x_2, \dots, x_n, 0) = 0$ and $F(x, x|x_2, \dots, x_n, t) > 0$, for each $t > 0$
(FNI-2) $F(x, x|x_2, \dots, x_n, t)\} = \mathcal{H}(t)$, for all $t \in \mathbb{R}$ if and only if $x, x_2, \dots, x_n$ are linearly dependent
(FNI-3) $F(x, x|x_2, \dots, x_n, t)$ is invariant under any permutation of $x_2, \dots, x_n$
(FNI-4) $F(x, y|x_2, \dots, x_n, t) = F(y, x|x_2, \dots, x_n, t)$
(FNI-5) $F(x, x|x_2, \dots, x_n, t) = F(x_2, x_2|x, \dots, x_n, t)$
(FNI-6) For any real number α,

$$F(\alpha\, x, y|x_2, \dots, x_n, t) = \begin{cases} F(x, y|x_2, \dots, x_n, \frac{t}{\alpha}) & \alpha > 0 \\ \mathcal{H}(t) & \alpha = 0 \\ 1 - F(x, y|x_2, \dots, x_n, \frac{t}{\alpha}) & \alpha < 0 \end{cases}$$

(FNI-7)$F(x, x|x_2, \dots, x_n, t) * F(y, y|x_2, \dots, x_n, s) \leq F(x + y, (x + y)|x_2, \dots, x_n, t + s)$
(FNI-8) $\sup_{s+r=t}(F(x, y|x_2, \dots, x_n, s) * F(z, y|x_2, \dots, x_n, r)) = F(x + z, y|x_2, \dots, x_n, t)$
(FNI-9) $F(x, y|x_2, \dots, x_n, .): \mathbb{R} \to [0,1]$ is continuous on $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.
(FNI-10) $\lim_{t\to+\infty} F(x, y|x_2, \dots, x_n, t) = 1$

Example 2.4 Let $(X, <\bullet,\bullet \mid \bullet, \dots, \bullet>)$ be an ordinary n-inner product space. We define a mapping $F: X^{n+1} \times \mathbb{R} \to [0,1]$ as follows :

$$F(x, y|x_2, \dots, x_n, t) = \begin{cases} \dfrac{kt^{n/2}}{kt^{n/2} + m|(x, y|x_2, \dots, x_n)|^{1/2}} & t > 0 \;\; k, m, n \in \mathbb{R}^+ \\ 0 & t \leq 0. \end{cases}$$

If we define $a * b = \min\{a, b\}$ then $(X, F, *)$ is a f-n-IPS. In particular if $k = m = n = 1$ we have

$$F(x, y|x_2, \dots, x_n, t) = \begin{cases} \dfrac{t^{1/2}}{t^{1/2} + |(x, y|x_2, \dots, x_n)|^{1/2}} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0, \end{cases}$$

which is called the standard fuzzy n-inner product induced by the n-inner product $<\bullet,\bullet \mid \bullet, \dots, \bullet>$.
Lemma 2.5 If $(X, F, *)$ is a f-n-IPS then $F(x, y|x_2, \dots, x_n, t)$ is non-decreasing with respect to t, for any $x, , y, x_2, \dots, x_n \in X$.
Proof : For $t < s$, take $k = s - t$. Then by (FNI-6) and (FNI-8), we have

$$F(x, y \mid x_2, \dots, x_n, t) = F(x, y \mid x_2, \dots, x_n, t) * 1$$
$$= F(x, y \mid x_2, \dots, x_n, t) * F(0, y|x_2, \dots, x_n, k)$$
$$\leq F(x, y|x_2, \dots, x_n, t + k)$$
$$= F(x, y \mid x_2, \dots, x_n, s). \square$$

From now on, we apply $*_s$ to show any continuous t-norm $*$ on $[0,1]$ with the property $a * a \geq a$, for each $a \in [0,1]$. There are many t-norms having this property.

Example 2.6 Let $a * b = \min\{a, b\}$ on $[0,1]$.Then $*$ has the above property.

Theorem 2.7 Let $(X, F, *_s)$ be a $(f-n-IPS)$. Then for any $x, y, x_2, \ldots, x_n \in X$ and $t, s > 0$ we have

$$F(x, y|x_2, \ldots, x_n, ts) \geq F(x, x|x_2, \ldots, x_n, t^2) *_s F(y, y|x_2, \ldots, x_n, s^2). \quad (2.1)$$

Proof : Let $\alpha = -s/t$ i.e. $\alpha t + s = 0$. Putting$a = F(x, x \,|\, x_2, \ldots, x_n, s^2)$, $b = F(\alpha y, x \,|\, x_2, \ldots, x_n, \alpha ts)$ and $c = F(\alpha y, \alpha y|x_2, \ldots, x_n, \alpha^2 t^2)$. By (FNI-1) and (FNI-8) we have

$$\begin{aligned} 0 = F(x + \alpha y, (x + \alpha y)|x_2, \ldots, x_n, (\alpha t + s)^2) &\geq (a *_s b) *_s (b *_s c) \\ &= a *_s (b *_s b) *_s c \\ &\geq a *_s (b *_s c). \end{aligned}$$

It is easy to reduce that $*_s \geq *_m$. Besides

$$c = F(\alpha y, \alpha y|x_2, \ldots, x_n, \alpha^2 t^2) = 1 - F(y, \alpha y|x_2, \ldots, x_n, \alpha t^2) = F(y, y|x_2, \ldots, x_n, t^2),$$
$$b = F(\alpha y, x|x_2, \ldots, x_n, \alpha ts) = 1 - F(y, x|x_2, \ldots, x_n, ts).$$

Substituting c and b into the above inequality, we have,

$$\begin{aligned} 0 &\geq F(x, x|x_2, \ldots, x_n, s^2) *_s \big((1 - F(y, x|x_2, \ldots, x_n, ts)) *_s F(y, y|x_2, \ldots, x_n, t^2)\big) \\ &= \big(F(x, x|x_2, \ldots, x_n, s^2) *_s F(y, y|x_2, \ldots, x_n, t^2)\big) *_s (1 - F(y, x|x_2, \ldots, x_n, ts)) \\ &\geq \big(F(x, x|x_2, \ldots, x_n, s^2) *_s F(y, y|x_2, \ldots, x_n, t^2)\big) + 1 - F(y, x|x_2, \ldots, x_n, ts) - 1. \end{aligned}$$

This completes the proof of theorem. □

Lemma 2.8 Let $(X, F, *)$ be a $(f-n-IPS)$. Then it is a (real) fuzzy n-normed space (f-n-NLS).

Proof :

Define :

$$N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) = \begin{cases} F(x_1, x_1|x_2, \ldots, x_n, t^2), & t > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

We will show that N satisfies conditions of definition 2.1. In fact conditions N1)-N4) are obtained from (FNI-1)-(FNI-6)\{(FNI-5)} and lemma 2.5. To show N5) suppose that $s, t > 0$. In this case by (FNI-3) and (FNI-6)-(FNI-8) we have :

$$\begin{aligned} N\big(x_1, x_2, \ldots, x_n + x_n', t + s\big) &= (x_n + x_n', x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, t + s) \\ &= F\big(x_n + x_n', (x_n + x_n')|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, (t + s)^2\big) \\ &\geq F\big(x_n + x_n', (x_n + x_n')|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, t^2 + s^2\big) \\ &\quad * F\big(0, (x_n + x_n')|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, 2ts\big) \\ &= F\big(x_n + x_n', (x_n + x_n')|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, t^2 + s^2\big) * 1 \\ &\geq F(x_n, x_n|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, t^2) \\ &\quad * F(x_n', x_n'|x_2, \ldots, x_{n-1}, x_1, s^2) \\ &= N(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) * N(x_1, x_2, \ldots, x_n', s). \end{aligned}$$

N6) follows immediately from (FNI-9) and (FNI-10). □

For any $p \in X$, $\varepsilon > 0, 0 < \lambda < 1$, define a fuzzy n-neighborhood in $(X, N, *)$ by :

$$U_p^n(\varepsilon, \lambda) = \{x \in X: N(x - p, x_2, \ldots, x_n, \varepsilon) > 1 - \lambda, \forall\, x_2, \ldots, x_n \in X\}.$$

Let T_F^N be the family of neighborhoods $\{U_p^n(\varepsilon, \lambda): \varepsilon > 0, 0 < \lambda < 1\}$. Then T_F^N induces a topology on X. So by lemma 2.8 each f-n-IPS is a topological space and hence the following definition will be reasonable.

Definition 2.9 Let $(X, F, *)$ be a $(f-n-IPS)$. The sequence $\{x_k\} \subset X$ is called T_F^N-convergent to $x \in X$ (we write $x_k \xrightarrow{T_F^N} x$) if for any given $\varepsilon > 0$ and $0 < \lambda < 1$, there exists a positive integer $N_0 = N_0(\varepsilon, \lambda)$ such that

$$N(x_k - x, z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) > 1 - \lambda,$$

whenever $k \geq N_0$. In this case, we say that $\{x_k\}$ converges to x strongly. Meanwhile $\{x_k\}$ is said to converge weakly to x (we write $x_k \xrightarrow{W_N} x$) whenever $F(x_k - x, y|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) > 1 - \lambda$, for any $y, z_2, \ldots, z_n \in X$ whenever $k \geq N_0$.

Theorem2.10 Let $(X, F, *_s)$ be a $(f - n - IPS)$. Let $\{u_k\}$ be a sequence in X such that $u_k \xrightarrow{T_F^N} 0$. Then for any $v \in X$, $\varepsilon > 0$, $z_2, \ldots, z_n \in X$ and $0 < \lambda < 1$, there exists $N = N(\varepsilon, \lambda)$ such that $F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) > 1 - \lambda$, whenever $k \geq N$.

Proof : Since $a *_s 1 = a$, for each $a \in [0,1]$ and $*_s$ is continuous, then for any $\varepsilon > 0$ and $0 < \lambda < 1$ there exist $a, b \in (0,1)$ such that

$(1 - a) *_s (1 - b) > 1 - \lambda$. (2.2)

By definition of $(f - n - IPS)$ and lemma 2.5 there exists $t_0 > 0$ such that

$$F(v, v|z_2, \ldots, z_n, t_0^2) > 1 - b.$$

Since $u_k \xrightarrow{T_F^N} 0$, therefore, for the given number a, there exists n_0 such that

$$F(u_k, u_k|z_2, \ldots, z_n, (\varepsilon/t_0)^2) > 1 - a,$$

Whenever $k \geq n_0$. It follows from Schwartz inequality and 2.2 that

$$\begin{aligned} F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) &= F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \left(\tfrac{\varepsilon}{t_0}\right) t_0) \\ &\geq F(u_k, u_k|z_2, \ldots, z_n, \left(\tfrac{\varepsilon}{t_0}\right)^2) *_s F(v, v|z_2, \ldots, z_n, t_0^2) \\ &\geq (1 - a) *_s (1 - b) \\ &> 1 - \lambda. \ \square \end{aligned}$$

Theorem 2.11 Let $(X, F, *_s)$ be a $(f - n - IPS)$ and :

$$F(x + y, z|z_2, \ldots, z_n, t) \leq \Delta\big(F(x, z|z_2, \ldots, z_n, r), F(y, z|z_2, \ldots, z_n, s)\big), \quad (2.3)$$

where $t \in \mathbb{R}$, $t = r + s$, $x, y, z, z_2, \ldots, z_n \in X$ and $\Delta(a, b) = 1 - ((1 - a) *_s (1 - b))$, for all $a, b \in [0,1]$. Suppose further $\{u_k\}$ be a sequence in X such that $u_k \xrightarrow{T_F^N} u_0 \in X$. Then for any $v \in X$,

$$\lim_{k \to \infty} F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, t) = F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t).$$

Proof : Since $*_s$ is continuous and $a *_s 1 = a$ for all $a \in [0,1]$, then for any $\varepsilon > 0$ there exists $0 < \lambda < 1$ such that

$$(1 - \lambda) *_s F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) > F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) - \varepsilon,$$

and as $\varepsilon \searrow 0$ we have $\lambda \searrow 0$. Now since $(u_0 - u_k) \xrightarrow{T_F^N} 0$, by theorem 2.11 there exists n_0 such that

$$F(u_0 - u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) > 1 - \lambda \quad (\forall k \geq n_0). \quad (2.4)$$

Therefore we have

$$\begin{aligned} F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, t) &\geq F(u_k - u_0, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) *_s F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) \\ &\geq (1 - \lambda) *_s F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) \\ &> F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) - \varepsilon \quad (\forall\, k \geq n_0). \end{aligned} \quad (2.5)$$

By virtue of condition (2.3) we have

$$\begin{aligned} F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, t) &= F(u_k - u_0 + u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t) \\ &\leq 1 - \big(1 - F(u_k - u_0, v|z_2, \ldots, z_n, -\varepsilon)\big) \\ &\qquad *_s (1 - F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t + \varepsilon)) \\ &= 1 - F(u_0 - u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) \\ &\quad *_s (1 - F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Since $*_s \geq *_m$, it follows from (2.6) that

$$\begin{aligned} F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, t) &\leq 1 - (F(u_0 - u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) + \\ &\quad 1 - F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t) + \varepsilon) - 1) \\ &= 1 - F(u_0 - u_k, v|z_2, \ldots, z_n, \varepsilon) + F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t + \varepsilon). \end{aligned}$$

Noting (2.4) and (2.5) hence we have

$$F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t - \varepsilon) - \varepsilon < F(u_k, v|z_2, \ldots, z_n, t) < \lambda + F(u_0, v|z_2, \ldots, z_n, t + \varepsilon).$$

This implies that

$$\lim\inf_{k\to\infty} F(u_k, v|z_2, \dots, z_n, t) \geq F(u_0, v|z_2, \dots, z_n, t-\varepsilon) - \varepsilon,$$
$$\lim\sup_{k\to\infty} F(u_k, v|z_2, \dots, z_n, t) \leq F(u_0, v|z_2, \dots, z_n, t+\varepsilon) + \lambda.$$

Letting $\varepsilon \searrow 0$ (hence $\lambda \searrow 0$) we have

$$\lim\inf_{k\to\infty} F(u_k, v|z_2, \dots, z_n, t) \geq F(u_0, v|z_2, \dots, z_n, t),$$
$$\lim\sup_{k\to\infty} F(u_k, v|z_2, \dots, z_n, t) \leq F(u_0, v|z_2, \dots, z_n, t),$$

if $t \neq 0$. From the above two inequalities we have the conclusion and so the proof is complete. □

Note : The above theorem along with the condition (FNI-4) show that the n-inner product as a function is continuous, under some restrictions, on $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, in terms of the first two variables and with respect to the strong topology.

3. Fixed point Theorem in fuzzy n-normed spaces

Our main purpose in this section is to prove the fixed point theory for Banach contraction maps. The proof will be deduced after proving some results. At first, for a given fuzzy n-normed space, we offer an algorithm to derive a fuzzy (n-1)-norm from a fuzzy n-norm and hence we will show that any fuzzy n-normed space is a fuzzy (n-1)-normed space. Then we show that, in certain conditions, the fuzzy (n-1)-norm can be derived from the fuzzy n-norm in such a way that the convergence and completeness in the fuzzy n-norm is equivalent to those in deduced fuzzy (n-1)-norm. Finally, this fact aims us to generalize the fixed point theorem for Banach contraction maps in fuzzy n-normed spaces.

Theorem 3.1 Let $n \geq 2$, $(X, N, *)$ be a f-n-NLS of dimension $d \geq n$. Take a linear independent set $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ in X and for each $t > 0$ define :

$$N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t) = \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k) : k = 1,2, \dots, n\}.$$

The function N_i defines a fuzzy (n-1)-norm on X.

Proof : Suppose that $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ be linearly dependent. Then by N2) for each $k = 1,2, \dots, n$ and $t > 0$, $N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k, t) = 1$. This means that $N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t) = 1$. Conversely suppose that $N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t) = 1$. Then for each $k = 1,2, \dots, n$, $N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k, t) = 1$ and accordingly $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k$ are linearly independent, for each $k = 1,2, \dots, n$. But this can only happen when $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ are linearly dependent. Since for each k, $N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k, t)$ is invariant under any permutation of $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$, it implies that $N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t)$ is also invariant under any permutation. We observe that

$$\begin{aligned} N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, \alpha x_{n-1}, t) &= \min\{N(x_1, x_2, \dots, \alpha x_{n-1}, a_k, t) : k = 1,2, \dots, n\} \\ &= \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k, \tfrac{t}{|\alpha|}) : k = 1,2, \dots, n\} \\ &= N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, \tfrac{t}{|\alpha|}\}), \end{aligned}$$

for each $0 \neq \alpha \in \mathbb{R}$. Also for each $y, z \in X$, we can see that

$$\begin{aligned} N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, y+z, t) &= \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, y+z, a_k, t) : k = 1,2, \dots, n\} \\ &\geq \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, y, a_k, t) : k = 1,2, \dots, n\} \\ &\quad * \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, z, a_k, t) : k = 1,2, \dots, n\} \\ &= N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, y, t) * N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, z, t). \end{aligned}$$

The other conditions of definition 2.1 are trivially hold and so $(X, N_i, *)$ is a f-(n-1)-NLS. □

Corollary 3.2 Every fuzzy n-normed space is a fuzzy normed space.

For a finite dimensional fuzzy n-normed space $(X, N, *)$, we can apply the previous theorem to drive a fuzzy (n-1)-norm from a fuzzy n-norm i.e. Take a linearly independent set $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ in X with $n \leq m \leq d$. With respect to $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, define the following function on X^{n-1}

$$N_i(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t) = \min\{N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, a_k, t) : k = 1,2, \dots, m\}.$$

Recall that a sequence $\{x_k\}$ in a fuzzy n-normed space $(X, N, *)$ is said to converge to $x \in X$ if

$$\lim_{k\to\infty} N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_k - x, t) = 1,$$

for each $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1} \in X$ and $t > 0$. Also $\{x_k\}$ is called a Cauchy sequence if

$$\lim_{k,l\to\infty} N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_k - x_l, t) = 1,$$

for each $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1} \in X$ and $t > 0$.

Lemma 3.3 Let $(X, N, *)$ be a fuzzy n-normed space and $\{x_k\} \subseteq X$ converges to $x \in X$ in the fuzzy n-norm. Then $\{x_k\}$ converges to x in the derived fuzzy (n-1)-norm N_i, that is

$$\lim_{k\to\infty} N_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, x_k - x, t) = 1,$$

for each $x_1, x_2, \ldots, x_{n-2} \in X$ and $t > 0$.

Theorem 3.4 A sequence in the finite dimensional fuzzy n-normed space $(X, N, *)$ is convergent in the fuzzy n-norm if and only if it is convergent in the induced fuzzy (n-1)-norm N_i.

Proof : Let $\{x_k\}$ be a sequence in X. According to previous lemma it is enough to show that $x_k \xrightarrow{N_i} x$ implies $x_k \xrightarrow{N} x$. Suppose that $x_k \xrightarrow{N_i} x$ and $\{b_1, b_2, \ldots, b_d\}$ be a basis for X. Take $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1} \in X$. Writing $x_{n-1} = \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \ldots + \alpha_n b_n$. We get

$$\begin{aligned} N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_k - x, t) &\geq N\left(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, b_1, x_k - x, \frac{t}{|\alpha_1|}\right) \\ &\quad * \ldots * N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, b_d, x_k - x, \frac{t}{|\alpha_d|}) \\ &\geq N_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, x_k - x, \frac{t}{|\alpha_1| + |\alpha_2| + \cdots + |\alpha_d|}). \end{aligned}$$

But

$$\lim_{k\to\infty} N_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n-2}, x_k - x, a_i, t) = 1,$$

for each $t > 0$. So we obtain

$$\lim_{k\to\infty} N_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_k - x, t) = 1,$$

and this means that $x_k \xrightarrow{N} x$. □

Corollary 3.5 A sequence in the finite dimensional fuzzy n-normed space $(X, N, *)$ is Cauchy in the fuzzy n-norm if and only if it is Cauchy in the fuzzy derived n-norm N_i.

In ([16]) there has been proved that every finite dimensional intuitionistic fuzzy normed space is complete. Hence we can deduce the following corollary.

Corollary 3.6 Every finite dimensional fuzzy n-normed space $(X, N, *)$ is complete.

The fuzzy version of Banach contraction theorem has been proved in ([1], theorem 7), for a complete intuitionistic fuzzy metric space. On the other hand, the case in which $n = 2$, By corollary 3.5 and 3.6, X is a complete fuzzy normed space with respect to the induced norm N_i. If we suppose that T is a self mapping on the finite dimensional fuzzy normed space $(X, N, *)$ such that

$$N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, Ty - Tz, t) \geq N(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, y - z, \frac{t}{C}),$$

for all $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, y, z \in X$, a constant $C \in (0,1)$ and $t > 0$, T is also a fuzzy contractive mapping with respect to N_i. Hence by Banach contraction theorem in a complete fuzzy normed space, we conclude that T has a unique fixed point in X. For $n > 2$, the same proof can be presented and so we have proved the following theorem.

Theorem 3.7 (Fixed point theorem in fuzzy n-normed spaces) Let $(X, N, *)$ be a finite dimensional fuzzy n-normed space and T a contractive mapping of X into itself, that is, there exists a constant $C \in (0,1)$ such that

$$N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, Ty - Tz, t) \geq N(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, y - z, \frac{t}{C}),$$

for all $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, y, z \in X$ and $t > 0$. Then T has a unique fixed point in X

REFERENCES

[1] Alaca. C, Turkoglu. D and Yildiz. C, *Fixed points in intuitionistic fuzzy metric spaces*, Chaos, Solitons and Fractals, **29**(2006), 1073-1076.
[2] Bag. T and Samantha. S. K, *Finite dimensional fuzzy normed linear spaces*, J. Fuzzy. Math., **11**(2003), 687-705.
[3] Cho. Y, Matic'. M and Pecartic'. J, *Inequalities of Hlawka's type inner product spaces*, Commun. Korean. Math. Soc., **17**(2002), 583-592.
[4] Cho. Y. J, Matic'. M and Pečaric'. J, *Inequalities of Hlawka's type inner product spaces*, Comm. Korea Math. Soc., **17**(2002), 583-592.
[5] Cho. Y. J, Lin. P. C. S, Kim. S. S and Misiak. A, *Theory of 2-inner product spaces*, Nova Science Publishers, Inc., Huntington, NY, 2001.
[6] Diminie. C, Gähler. S. G and White. A, *2-inner product spaces*, Demostration Math., 6(1973), 525-536.
[7] Diminie. C, Gähler. S. G and White. A, 2-inner product spaces, II, Demostration Math., **10**(1977), 169-188.
[8] El-Abyad. A. M and El-Hamouly. H. M, *Fuzzy inner product spaces*, Fuzzy Sets and Systems, **44**(1991), 309-326.
[9] Erich. K, Radko. P. M and Endre. P, Triangular norms, Dordrecht: Kluwer. ISBN 0-7923-6416-3.
[10] Gähler. S. G, *Linear 2-numierte Räumme*, Math. Nachr, 28(1964), 1-43.
[11] Gähler. S. G, *über verallgemeinerte m-metrische Raume*, I, II, III, Math. Nachr. **40**(1969), 165-189.
[12] George. A and Veermani. P.V, *On some results in fuzzy metric spaces*, Fuzzy sets and systems, **64**(1994), 395-399.
[13] Goudarzi. M, Vaezpour. S. M and Saadati. R, *On the intuitionistic fuzzy inner product spaces*, Caos, Solitons and Fractals (2008), doi :10. 1016/j. Caos. 2008. 04.040.
[14] Gunawan. H, *On convergence in n-inner product spaces*, Bull. Malasian Math. Sc. Soc, **25**(2002), 11-16.
[15] Gunawan. H and Mashsdi. M, *On n-normed spaces*, Int. J. Math. Sci. **27**(2001), 631- 639.
[16] Hosseini. S. B, O'regan. D and Saadati. R, Some results on intuition-istic fuzzy spaces, Iranian journal of fuzzy systems, **4**(2007), 53-64.
[17] Kim. S. S and Cho Y.J, *Strict convexity in linear n-normed spaces*, Demonstration Math, **29**(1966), 739-744.
[18] Kohli. J. K and Kumar. R, *On fuzzy inner product spaces and fuzzy co-inner product spaces*, Fuzzy Sets and Systems, **53**(1993), 227-232.
[19] Kohli J. K and Kumar. R, *Linear mappings, fuzzy linear spaces, fuzzy inner product spaces and fuzzy co-inner product spaces*, Bull Calcutta Math. Soc.,**87**(1995), 237- 246.
[20] Malčeski. R, *Strong n-convex n-norm spaces*, Math. Bilten, **21**(1997), 81-102.
[21] Misiak. A, *N-inner product spaces*, Math. Nachr., **140**(1989), 299-319.
[22] Misiak. A, *Orthogonality and orthon-ormality in n-inner product spaces*, Math. Nachr, 143(1989), 249-261.
[23] Saadati. R and Vaezpour. S. M, *Some results on fuzzy Banach spaces*, J. appl. math and computing, **17**(2005), 475-484.
[24] Vijayabalaji. S and Thillaigovindan. N, *Complete fuzzy n-normed linear space,* Journal of Fundamental Sciences, **3**(2007), 119-126.
[25] Vijayabalaji. S and Thillaigovindan. N, *Fuzzy n-inner product space*, Bull Korean Math. Soc., **43**(2007), 447- 459.

M. Goudarzi*, Yasoj Univercity, Faculty of Science, Mathmetics Department, Yasoj, Iran
E-mail address: **goudarzi@mail.yu.ac.ir**

S. M. Vaezpour, Dept. of Math., Amirkabir University of Technology, Hafez Ave., P. O. Box 15914, Tehran, Iran
E-mail address: **vaez@aut.ac.ir**

* SPEAKER

SOLUTION OF FUZZY SYLVESTER EQUATION

M. Kianpour, S. Ketabchi, H. Moosaei

ABSTRACT. The aim of this paper is to discuss on existence and solution of fuzzy Sylvester equation. By using α-cutting, the equation is changed to two crisp equations. Numerical result illustrates the method.

1. Introduction

The Sylvester equations have numerous applications in control theory, signal processing, filtering, model reduction, image restoration, decoupling techniques for ordinary and partial differential equations, implementation of implicit numerical methods for ordinary differential equations, and block-diagonalization of matrices[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

In this paper, we consider the following fuzzy Sylvester equation:

$$\tilde{A} \odot \tilde{X} \oplus \tilde{X} \odot \tilde{B} = \tilde{C} \tag{1.1}$$

where $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ are $n \times n$ matrices with triangular fuzzy number. By using α-cutting, the equation is converted to two crisp matrix equations, then if the problem has solution, the solution is computed. In section 2 we review the basic concepts. The new method is described in section 3 and the existence theorems are established. Numerical result is presented in section 4.

2.Preliminary Notes

2.1. Definition. A fuzzy number is a fuzzy set which its membership function, $\mu_{\tilde{u}} : R \to$ I= [0, 1], satisfies in following condition:

1. $\mu_{\tilde{u}}(x)$ is upper semi-continuous,
2. $\mu_{\tilde{u}}(x) = 0$ outside some interval [c,d],
3. There are real numbers a,b such that c ≤ a ≤ b ≤ d and
   3.1 $\mu_{\tilde{u}}(x)$ is monotonic increasing on [c,a],
   3.2 $\mu_{\tilde{u}}(x)$ is monotonic decreasing on [b,d]
   3.3 $\mu_{\tilde{u}}(x) = 1$, a≤ x ≤ b

The set of all these fuzzy numbers is denoted by E.

2.2.Definition.A fuzzy number $\tilde{u}$ is called positive (negative) if its membership function is such that

$$\mu_{\tilde{u}}(x) = 0 \; ; \; \forall x < 0 \quad (\forall x > 0) \; [9].$$

2.3.Definition.The α-cut of a fuzzy set $\tilde{u}$ is the following ordinary set:

$$\left[\tilde{u}\right]_{\alpha} = \left\{ x \mid \mu_{\tilde{u}}(x) \geq \alpha, \alpha \in [0,1] \right\}.$$

2.4.Definition. A fuzzy number u in parametric form is a pair (u^{-}, u^{+}) of functions $u^{-}(\alpha), u^{+}(\alpha), 0 \leq \alpha \leq 1$ which satisfies the following requirements:

1. $u^{-}(\alpha)$ is a bounded monotonic increasing left continuous function,
2. $u^{+}(\alpha)$ is a bounded monotonic decreasing left continuous function,
3. $u^{-}(\alpha) \leq u^{+}(\alpha), \quad 0 \leq \alpha \leq 1$.

2.5. Definition. A triangular fuzzy number, $\tilde{u} = (m, \gamma, \beta)$, has the membership function:

$$\mu_{\tilde{u}}(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{m - x}{\gamma}, & m - \gamma \leq x \leq m \\ 1 - \dfrac{x - m}{\beta}, & m \leq x \leq m + \beta \\ 0, & o.w \end{cases} .$$

Key words and phrases: fuzzy Sylvester equation, System linear equation, Triangular Fuzzy number.

The ploint $x = m$ with membership grade of 1, is called the mean value and γ, β are the left hand and right hand spreads of $\tilde{u}$ respectively.
The α-cut of triangular fuzzy number $\tilde{u}$ obtained with following relation:

$$u^{-}(\alpha) = (m-\gamma) + \gamma\alpha, \quad u^{+}(\alpha) = (m+\beta) - \beta\alpha .$$

2.1 Proposition. Let $\tilde{u} = (m, \gamma, \beta)$, $\tilde{v} = (n, \eta, \delta)$ be two triangular fuzzy numbers then we have:

1. $\tilde{u} \oplus \tilde{v} = (m+n, \gamma+\eta, \beta+\delta)$
2. When $\tilde{u} \geq 0, \tilde{v} \geq 0$ we have $\tilde{u} \odot \tilde{v} = (mn, m\eta + n\gamma, m\delta + n\beta)$

2.7. Definition.A triangular fuzzy matrix of order $m \times n$ is defined as $\widetilde{A} = [\widetilde{a_{ij}}]_{m\times n}$, where $\widetilde{a_{ij}} = (m_{ij}, \gamma_{ij}, \beta_{ij})$ is the ij-th element of $\widetilde{A}$, m_{ij} is the mean value of $\widetilde{a_{ij}}$ and γ_{ij}, β_{ij} are the left and right spreads of $\widetilde{a_{ij}}$ respectively. A matrix $\widetilde{A} = [\widetilde{a_{ij}}]_{m\times n}$ is called positive and denote by $A > 0$ if all $\widetilde{a_{ij}}$ be positive.

2.8. Definition. Let $\widetilde{A} = [\widetilde{a_{ij}}]$ and $\widetilde{B} = [\widetilde{b_{ij}}]$ be two triangular fuzzy matrices of same order then we have the following:

1. $\widetilde{A} \oplus \widetilde{B} = [\widetilde{a_{ij}} \oplus \widetilde{b_{ij}}]$
2. $\widetilde{A} \odot \widetilde{B} = [\widetilde{c_{ij}}]$ where $\widetilde{c_{ij}} = \oplus \sum_{k=1}^{n} \tilde{a}_{ik} \otimes \tilde{b}_{kj}$.

3. Solution Of Fuzzy Sylvester Equation

In this section we consider $\tilde{A} \odot \tilde{X} \oplus \tilde{X} \odot \widetilde{B} = \widetilde{C}$ where $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}$ are $n \times n$ matrices with triangular fuzzy numbers. We suppose $\tilde{A} > 0, \tilde{B} > 0$ and we will to find the solution which is positive. For simplicity we set $n = 2$ and we discuss on the above fuzzy matrix equation. Our problem is transformed to:

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} & \tilde{b}_{12} \\ \tilde{b}_{21} & \tilde{b}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} \\ \tilde{c}_{21} & \tilde{c}_{22} \end{bmatrix}.$$

We have:

$$\begin{aligned}
&\tilde{a}_{11} \odot x_{11} \oplus \tilde{a}_{12} \odot x_{21} \oplus x_{11} \odot \tilde{b}_{11} \oplus x_{12} \odot \tilde{b}_{21} = \tilde{c}_{11} \\
&\tilde{a}_{11} \odot x_{12} \oplus \tilde{a}_{12} \odot x_{22} \oplus x_{11} \odot \tilde{b}_{12} \oplus x_{12} \odot \tilde{b}_{22} = \tilde{c}_{12} \\
&\tilde{a}_{21} \odot x_{11} \oplus \tilde{a}_{22} \odot x_{21} \oplus x_{21} \odot \tilde{b}_{11} \oplus x_{12} \odot \tilde{b}_{21} = \tilde{c}_{21} \\
&\tilde{a}_{21} \odot x_{12} \oplus \tilde{a}_{22} \odot x_{22} \oplus x_{21} \odot \tilde{b}_{12} \oplus x_{22} \odot \tilde{b}_{22} = \tilde{c}_{22}
\end{aligned}$$

Then we have:

$$\begin{aligned}
&\left[\tilde{a}_{11}\right]_\alpha \odot \left[x_{11}\right]_\alpha \oplus \left[\tilde{a}_{12}\right]_\alpha \odot \left[x_{21}\right]_\alpha \oplus \left[x_{11}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{11}\right]_\alpha \oplus \left[x_{12}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{21}\right]_\alpha = \left[\tilde{c}_{11}\right]_\alpha \\
&\left[\tilde{a}_{11}\right]_\alpha \odot \left[x_{12}\right]_\alpha \oplus \left[\tilde{a}_{12}\right]_\alpha \odot \left[x_{22}\right]_\alpha \oplus \left[x_{11}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{12}\right]_\alpha \oplus \left[x_{12}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{22}\right]_\alpha = \left[\tilde{c}_{12}\right]_\alpha \qquad (3.1) \\
&\left[\tilde{a}_{21}\right]_\alpha \odot \left[x_{11}\right]_\alpha \oplus \left[\tilde{a}_{22}\right] \odot \left[x_{21}\right]_\alpha \oplus \left[x_{21}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{11}\right]_\alpha \oplus \left[x_{12}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{21}\right]_\alpha = \left[\tilde{c}_{21}\right]_\alpha \\
&\left[\tilde{a}_{21}\right]_\alpha \odot \left[x_{12}\right]_\alpha \oplus \left[\tilde{a}_{22}\right]_\alpha \odot \left[x_{22}\right]_\alpha \oplus \left[x_{21}\right]_\alpha \odot \left[\tilde{b}_{12}\right]_\alpha \oplus \left[x_{22}\right] \odot \left[\tilde{b}_{22}\right]_\alpha = \left[\tilde{c}_{22}\right]_\alpha .
\end{aligned}$$

We set :

$$\begin{aligned}
&[x_{11}]_\alpha = [x_{11}^-, x_{11}^+],\ [x_{12}]_\alpha = [x_{12}^-, x_{12}^+],\ [x_{21}]_\alpha = [x_{21}^-, x_{21}^+],\ [x_{22}]_\alpha = [x_{22}^-, x_{22}^+],\\
&[a_{11}]_\alpha = [a_{11}^-, a_{11}^+],\ [a_{12}]_\alpha = [a_{12}^-, a_{12}^+],\ [a_{21}]_\alpha = [a_{21}^-, a_{21}^+],\ [a_{22}]_\alpha = [a_{22}^-, a_{22}^+],\\
&[b_{11}]_\alpha = [b_{11}^-, a_{11}^+],\ [b_{12}]_\alpha = [b_{12}^-, b_{12}^+],\ [b_{21}]_\alpha = [b_{21}^-, b_{21}^+],\ [b_{22}]_\alpha = [b_{22}^-, b_{22}^+],\\
&[c_{11}]_\alpha = [c_{11}^-, c_{11}^+],\ [c_{12}]_\alpha = [c_{12}^-, c_{12}^+],\ [c_{21}]_\alpha = [c_{21}^-, c_{21}^+],\ [c_{22}]_\alpha = [c_{22}^-, c_{22}^+].
\end{aligned} \tag{3.2}$$

By substituting (3.2) in relations (3.1) we have:

$$\begin{aligned}
&a_{11}^- x_{11}^- + a_{12}^- x_{21}^- + x_{11}^- b_{11}^- + x_{12}^- b_{21}^- = c_{11}^-\\
&a_{11}^+ x_{11}^+ + a_{12}^+ x_{21}^+ + x_{11}^+ b_{11}^+ + x_{12}^+ b_{21}^+ = c_{11}^+\\
&a_{11}^- x_{12}^- + a_{12}^- x_{22}^- + x_{11}^- b_{12}^- + x_{12}^- b_{22}^- = c_{12}^-\\
&a_{11}^+ x_{12}^+ + a_{12}^+ x_{22}^+ + x_{11}^+ b_{12}^+ + x_{12}^+ b_{22}^+ = c_{12}^+\\
&a_{21}^- x_{11}^- + a_{22}^- x_{21}^- + x_{21}^- b_{11}^- + x_{22}^- b_{21}^- = c_{21}^-\\
&a_{21}^+ x_{11}^+ + a_{22}^+ x_{21}^+ + x_{21}^+ b_{11}^+ + x_{22}^+ b_{21}^+ = c_{21}^+\\
&a_{21}^- x_{12}^- + a_{22}^- x_{22}^- + x_{21}^- b_{12}^- + x_{22}^- b_{22}^- = c_{22}^-\\
&b_{21}^+ x_{12}^+ + b_{22}^+ x_{22}^+ + x_{21}^+ a_{12}^+ + x_{22}^+ a_{22}^+ = c_{22}^+
\end{aligned} \tag{3.3}$$

The following system is equivalent to (3.3):

$$\begin{aligned}
&A_1 X_1 = C_1;\\
&A_2 X_2 = C_2;
\end{aligned} \tag{3.4}$$

where

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{11}^- + b_{11}^- & b_{21}^- & a_{12}^- & 0\\ b_{12}^- & a_{11}^- + b_{22}^- & 0 & a_{12}^-\\ a_{21}^- & 0 & a_{22}^- + b_{11}^- & b_{21}^-\\ 0 & a_{21}^- & b_{12}^- & a_{22}^- + b_{22}^- \end{bmatrix},\quad X_1 = \begin{bmatrix} x_{11}^-\\ x_{12}^-\\ x_{21}^-\\ x_{22}^- \end{bmatrix},\ C_1 = \begin{bmatrix} c_{11}^-\\ c_{12}^-\\ c_{21}^-\\ c_{22}^- \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11}^+ + b_{11}^+ & b_{21}^+ & a_{12}^+ & 0\\ b_{12}^+ & a_{11}^+ + b_{22}^+ & 0 & a_{12}^+\\ a_{21}^+ & 0 & a_{22}^+ + b_{11}^+ & b_{21}^+\\ 0 & a_{21}^+ & b_{12}^+ & a_{22}^+ + b_{22}^+ \end{bmatrix},\quad X_2 = \begin{bmatrix} x_{11}^+\\ x_{12}^+\\ x_{21}^+\\ x_{22}^+ \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} c_{11}^+\\ c_{12}^+\\ c_{21}^+\\ c_{22}^+ \end{bmatrix}.$$

It is noted $\widetilde{X} = [X_1, X_2]$ is a solution of Sylvester equation if $X_1 \le X_2$. Then we have following theorem.

3.1. Theorem. Suppose $\widetilde{A} > 0, \widetilde{B} > 0$, then $\widetilde{X} = [X_1, X_2]$ is a solution of (1.2) if and only if it satisfies the following system:

$$\begin{aligned}
&A_1 X_1 = C_1;\\
&A_2 X_2 = C_2;\\
&X_1 \le X_2
\end{aligned} \tag{3.5}$$

3.2. Theorem.IfA_1 and A_2 are invertible then the solution of (3.5) is existence if and only if $A_1^{-1} C_1 \le A_2^{-1} C_2$.

1.3 Remark: IfA_1 or A_2 be not positive, we could solve the problem with the similar methods.

4. Numerical Results

In this section we present an example to illustrate this method.
We suppose $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ are 2×2 matrices with following array elements:

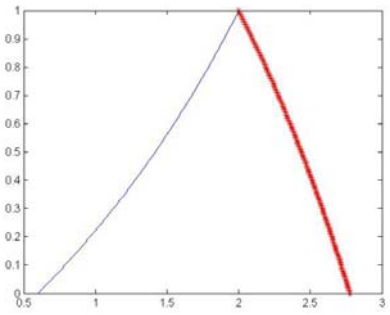
$$\tilde{a}_{11} = (15,5,5), \tilde{a}_{12} = (6,1,1), \tilde{a}_{21} = (6,1,1), \tilde{a}_{22} = (10,2,2),$$
$$\tilde{b}_{11} = (9,2,2), \tilde{b}_{12} = (2,1,1), \tilde{b}_{21} = (3,1,1), \tilde{b}_{22} = (8,2,2),$$
$$\tilde{c}_{11} = (48,34,34), \tilde{c}_{12} = (69,46,55), \tilde{c}_{21} = (42,24,24), \tilde{c}_{22} = (58,37,33).$$

Then we have:

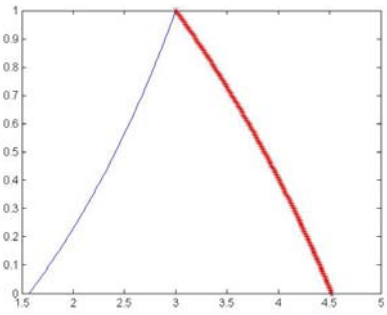
$$A_1 = \begin{bmatrix} 17+7\alpha & 2+\alpha & 5+\alpha & 0 \\ 1+\alpha & 16+7\alpha & 0 & 5+\alpha \\ 5+\alpha & 0 & 15+4\alpha & 2+\alpha \\ 0 & 5+\alpha & 1+\alpha & 14+4\alpha \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 14+34\alpha \\ 23+46\alpha \\ 18+24\alpha \\ 21+37\alpha \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 31-7\alpha & 4-\alpha & 7-\alpha & 0 \\ 3-\alpha & 30-7\alpha & 0 & 7-\alpha \\ 7-\alpha & 0 & 23-4\alpha & 4-\alpha \\ 0 & 7-\alpha & 3-\alpha & 22-4\alpha \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 82-34\alpha \\ 124-55\alpha \\ 68-24\alpha \\ 91-33\alpha \end{bmatrix}.$$

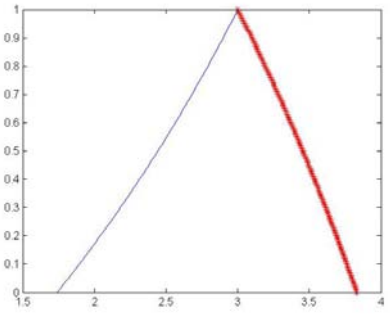
the solutions are presented in Figures 4.1.



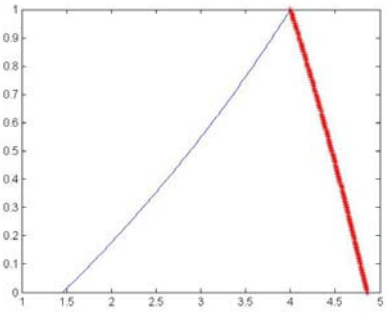
$\tilde{x}_{11}$



$\tilde{x}_{12}$



$\tilde{x}_{21}$



$\tilde{x}_{22}$

REFERENCES

[1] F.A. Aliev and V.B. Larin, *Optimization of Linear Control Systems*, Analytical Methods and Computational Algorithms, volume 8 of Stability and Control: Theory, Methods and Applications. Gordon and Breach, 1998.
[2] D. Calvetti and L. Reichel, *Application of ADI iterative methods to the restorationof noisy images,* SIAM J. Matrix Anal. Appl., 17:165–186, 1996.
[3] L. Dieci, M.R. Osborne, and R.D. Russell, *A Riccati transformation method forsolving linear bvps. I: Theoretical aspects*, SIAM J. Numer. Anal., 25(5):1055–1073,1988.
[4] W.H. Enright, *Improving the efficiency of matrix operations in the numerical solutionof stiff ordinary differential equations,* ACM Trans. Math. Softw., 4:127–136, 1978.
[5] M.A. Epton*, Methods for the solution of AXD−BXC = E and its application in thenumerical solution of implicit ordinary differential equations*, BIT, 20:341–345, 1980.
[6] G.H. Golub and C.F*, Van Loan.Matrix Computations*, Johns Hopkins UniversityPress, Baltimore, third edition, 1996.
[7] V. Sima*, Algorithms for Linear-Quadratic Optimization,* volume 200 of Pure andApplied Mathematics. Marcel Dekker, Inc., New York, NY, 1996.
[8] S. Abbasbandy, B. Asady, *Newton_s method for solving fuzzy nonlinear equations*, Appl. Math. Comput. 156 (2004) 381–386
[9] H.J. Zimmermann, *Fuzzy Sets Theory and Its Application,* Kluwer Academic Press,Dordrecht, 1991.
[10] M. Ma, M. Friedman, A. Kandel*, A new fuzzy arithmetic*, Fuzzy Sets Syst. 108 (1999) 83–90.

M.KEYANPOUR*, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCES,UNIVERSITY OF GUILAN, P.O. BOX 41335-1914, RASHT, IRAN
E-mail address: **kianpour@guilan.ac.ir**

S.KETABCHI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCES,UNIVERSITY OF GUILAN, P.O. BOX 41335-1914, RASHT, IRAN
E-mail address: **s.ketabch@gmail.com**

H.MOOSAEI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCES,UNIVERSITY OF GUILAN, P.O. BOX 41335-1914, RASHT, IRAN
E-mail address: ***hmoosaei@gmail.com***

*SPEAKER

SHOOTING METHOD FOR SOLVING FUZZY BOUNDARY VALUE PROBLEM IN THE CASE OF SECOND ORDER LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

A. MOHAMMADI , M. OTADI , M. MOSLEH

ABSTRACT. Second order linear fuzzy differential equations are investigated. We interpret a fuzzy differential equation for finding the approximate solution by shooting method. In this method, one Fuzzy boundary value problem (BVP) transfer with two fuzzy initial value problems (IVP). The solutions are also presented here, together with some results foe characterizing solution (BVP) under Hakuhara differentiability by an equivalent system of IVP.

1. Introduction

Seikkala [12] defined the fuzzy derivative which is the generalization of the Hakuhara derivative in [11], The fuzzy differential which is the same as Dubois and Prade [5], and by means of the extension principle of Zade, showed that the fuzzy IVP $x'(t) = f(t,x(t))$, $x(0) = x_0$ has a unique fuzzy solution when f satisfies the generalized Lipshitsz condition which guarantees a unique solution of the deterministic IVP. Kaleva [8] studied the Cauchy problem of fuzzy differential equations, characterized those subsets of fuzzy sets in which the Peano theorem is valid. Also, Park et.al[10] studied the existence of solutions of fuzzy IVP in Banach spaces.In [9, 1-3] the authors applied the numerical method for solving fuzzy IVP. In this paper we consider the fuzzy BVP

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) = g(t) \ , \qquad a \le t \le b$$
$$y(a) = \alpha \in E \ , \qquad y(b) = \beta \in E$$

where E is set of fuzzy number. We will study shooting method for solving BVP. Section 2 is devoted to notations and also we discuss differentiability properties for the set fuzzy valued mapping. In section 3, we propose shooting method for solving fuzzy BVP. Numerical examples are proposed in section 4 and conclusions in section 5.

2. Preliminaries

Definition 1. A fuzzy number is a fuzzy set like $u : R \to I = [0,1]$ which satisfies [4]
1.u is upper semi-continuous.
2.$u(x) = 0$ outside some interval $[c,d]$
3.there are real numbers a ,b such that $c \le a \le b \le d$ and
3.1.$u(x)$ is monotonic increasing on $[c,a]$,
3.2.$u(x)$ is monotonic decreasing on $[b,d]$,
3.3.$u(x) = 1$, $a \le x \le b$
The set of all these fuzzy numbers is denoted by E. An equivalent parametric is also given [9] as follows.
Definition 2. A fuzzy number u in parametric form is a pair $(\underline{u}, \overline{u})$ of functions $\underline{u}(r)$, $\overline{u}(r)$, $0 \le r \le 1$, which satisfy the following requirements.
Definition 3. Let $x,y \in E$. If there exists $z \in E$ such that $x = y + z$, then z is called the Hakuhara difference of x and y and it is denoted by $x \ominus y$. [11]
Definition 4 . The metric structure is given by the Hausdorff distance $D:E \times E \to R_+ \cup \{0\}$
$D(u,v) = \sup \max \{|\underline{u}(r) - \underline{v}(r)| , |\overline{u}(r) - \overline{v}(r)|\}$. $r \in [0,1]$
Definition 5. [7]. Let $F:(a,b) \to E$ be Hakuhara differentiable and denote $[F(t,r)] = [\underline{F}(t,r) , \overline{F}(t,r)]$. Then the boundary functions $\underline{F}(t,r)$ and $\overline{F}(t,r)$ are differentiable and $[F'(t,r)] = [\underline{F}(t,r) , \overline{F}(t,r)]$, $r \in [0,1]$.

3. Shooting method for solving fuzzy boundary value problem

In this section, we are going to solve the following problem

$$y'' + a_1(t)y' + a_0(t)y = y(t) \qquad (3.1)$$

where $a_1(t)$ and $a_0(t)$, are continuous on some interval I, subject to boundary conditions

$$\tilde{y}(0) = \tilde{\alpha} , \tilde{y}(b) = \tilde{\beta} \qquad (3.2)$$

Key words and phrases: Fuzzy Differential Equation; Hakuhara Differential; Shooting Method; Boundary Value Problem.

For fuzzy numbers α *and* β. The interval I can be [0,T] for some T > 0 . (b=T)

In this paper we proposed a shooting method for solving fuzzy boundary value problem for second order linear differential equations. Consider the fuzzy initial value problems

$$y_1'' + a_1(t)y_1'' + a_0(t)y_1 = g(t) \qquad (3.3)$$

$$\tilde{y}_1'(0,r) = (\underline{\alpha}(r), \overline{\alpha}(r)) \quad , \quad \tilde{y}_1'(0,r) = (0,0), \qquad r \in [0,1] \qquad (3.4)$$

And

$$y_2'' + a_1(t)y_2'' + a_0(t)y_2 = g(t) \qquad (3.5)$$

$$\tilde{y}_2'(0,r) = (0,0) \quad , \qquad \tilde{y}_2'(0,r) = (1,1), \qquad r \in [0,1] \qquad (3.6)$$

Define

$$\tilde{y} = \tilde{y}_1 + \tilde{c}\,\tilde{y}_2 \qquad \text{Such that} \qquad \tilde{c} = \frac{\tilde{\beta} - \tilde{y}_1(b)}{\tilde{y}_2(b)} \qquad (3.7)$$

where $\tilde{c}$, $\tilde{y}_1(b)$ *and* $\tilde{y}_2(b)$ fuzzy numbers.

This method is to seek an approximate solution as $\tilde{y}_N(t) = \sum_{k=0}^{N} \tilde{\alpha}_k \phi_k(t)$ (3.8)

where $\phi_k(t)$ are positive basic functions whose all differentiations are positive. To illustrate this approach, let $\tilde{y}_N(t)$ be the fuzzy solution of (3.1) such that.

$$\underline{y}_N^{(i)}(t,r) = \underline{\sum_{k=0}^{N} \alpha_k(r)\phi_k^{(i)}(t)} = \sum_{k=0}^{N} \underline{\alpha_k(r)\phi_k^{(i)}(t)} = \sum_{k=0}^{N} \underline{\alpha_k}(r)\phi_k^{(i)}(t) \qquad (3.9)$$

$$\overline{y}_N^{(i)}(t,r) = \overline{\sum_{k=0}^{N} \alpha_k(r)\phi_k^{(i)}(t)} = \sum_{k=0}^{N} \overline{\alpha_k(r)\phi_k^{(i)}(t)} = \sum_{k=0}^{N} \overline{\alpha}_k(r)\phi_k^{(i)}(t) \qquad (3.10)$$

for i=0,1,2

We substitute (3.9) and (3.10) in (3.3) and (3.5) then

$$\begin{cases} \underline{y_1''(t,r) + a_1(t)y_1'(t,r) + a_0(t)y_1(t,r) = g(t,r)} \\ \underline{y}_1(0,r) = \underline{\alpha}(r) \\ \underline{y_1'}(0,r) = 0 \\ \overline{y_1''(t,r) + a_1(t)y_1'(t,r) + a_0(t)y_1(t,r) = g(t,r)} \\ \overline{y}_1(0,r) = \overline{\alpha}(r) \\ \overline{y_1'}(0,r) = 0 \end{cases} \qquad (3.11)$$

$$\begin{cases} \underline{y_2''(t,r) + a_1(t)y_2'(t,r) + a_0(t)y_2(t,r) = g(t,r)} \\ \underline{y}_2(0,r) = 0 \\ \underline{y_2'}(0,r) = 1 \\ \overline{y_2''(t,r) + a_1(t)y_2'(t,r) + a_0(t)y_2(t,r) = g(t,r)} \\ \overline{y}_2(0,r) = 0 \\ \overline{y_2'}(0,r) = 1 \end{cases} \qquad (3.12)$$

By finding $\underline{y}_1(t,r), \overline{y_1}(t,r), \underline{y_2}(t,r), and\, \overline{y_2}(t,r)$, and including them in the following relations, approximative values for $\underline{Y}(t,r)$ *and* $\overline{Y}(t,r)$ exact answers are obtained.

$$\underline{y} = \underline{y}_1 + \underline{cy}_2 \qquad and \qquad \overline{y} = \overline{y}_1 + \overline{cy}_2$$

Such that:

$$\underline{c} = \min\left\{\frac{\underline{\beta}(r) - \overline{y}_1(b)}{\underline{y}_2(b)}, \frac{\overline{\beta}(r) - \underline{y}_1(b)}{\overline{y}_2(b)}\right\} \quad (3.13) \qquad \overline{c} = \max\left\{\frac{\underline{\beta}(r) - \overline{y}_1(b)}{\underline{y}_2(b)}, \frac{\overline{\beta}(r) - \underline{y}_1(b)}{\overline{y}_2(b)}\right\}$$

(3.14)

Now, to simplify and solve (3.11) and (3.12) we consider the following three cases. The existence conditions of solutions provided, following the three cases below.

3.1. Case 1

Suppose that coefficients a_1 (t) and a_0(t) are nonnegative.

From (3.11) (system 1):

$$\underline{y_1''}(t,r)+a_1(t)\underline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\underline{y_1}(t,r)=\underline{g}(t,r) \qquad (3.15)$$

$$\overline{y_1''}(t,r)+a_1(t)\overline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\overline{y}_1(t,r)=\overline{g}(t,r) \qquad (3.16)$$

$$\underline{y}_1(0,r)=\underline{\alpha}(r) \quad ,\underline{y_1'}(0,r)=0 \quad ,\overline{y}_1(0,r)=\overline{\alpha}(r) \quad ,\overline{y_1'}(0,r)=0$$

From (3.12) (system 2):

$$\underline{y_2''}(t,r)+a_1(t)\underline{y_2'}(t,r)+a_0(t)\underline{y_2}(t,r)=\underline{g}(t,r) \qquad (3.17)$$

$$\overline{y_2''}(t,r)+a_1(t)\overline{y_2'}(t,r)+a_0(t)\overline{y}_2(t,r)=\overline{g}(t,r) \qquad (3.18)$$

$$\underline{y}_2(0,r)=0 \quad ,\underline{y_2'}(0,r)=1 \quad \overline{y}_2(0,r)=0 \quad \overline{y_2'}(0,r)=1$$

If (3.9), (3.10) are substituted in (3.15),(3.16),(3.17) and (3.18),respectively, then

From (3.15)

$$\sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha_k}(r)\phi_k''(t)+a_1(t)\sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha_k}(r)\phi_k'(t)+a_0(t)\sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha_k}(r)\phi_k(t)=\underline{g}(t,r) \qquad (3.19)$$

$$also \qquad \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha_k}(r)\phi_k(0)=\underline{\alpha}(r) \quad , \quad \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha_k}(r)\phi_k'(0)=0$$

From(3.16)

$$\sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\phi_k''(t)+a_1(t)\sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\phi_k'(t)+a_0(t)\sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\phi_k(t)=\overline{g}(t,r) \qquad (3.20)$$

$$also \qquad \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\phi_k(0)=\overline{\alpha}(r) \quad , \quad \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\phi_k'(0)=0$$

we do the same for system 2 the same is done and obtained:

$$\text{let}\begin{cases}\phi_k''(t)+a_1(t)\phi_k'(t)+a_0(t)\phi_k(t)=\beta_k\\ \phi_k^{(j)}(0)=\sigma_{jk} \qquad , \qquad j=0,1 \qquad , \qquad k=0,1,...N\end{cases}$$

The following systems are obtained:

$$\begin{cases}\sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\beta_k=\underline{g}(t,r)\\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=\underline{\alpha}(r)\\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=0\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\beta_k=\overline{g}(t,r)\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=\overline{\alpha}(r)\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=0\end{cases} \qquad (3.21)$$

$$\begin{cases}\sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\beta_k=\underline{g}(t,r)\\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=0\\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=1\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\beta_k=\overline{g}(t,r)\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=0\\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=1\end{cases} \qquad (3.22)$$

Eqs.(3.21) and (3.22) are a system of linear equation SX=Y such that (let N=2)

$$S=\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_1 \end{bmatrix}_{6\times 6} \quad و \quad S_1=\begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \\ \sigma_{00} & \sigma_{01} & \sigma_{02} \\ \sigma_{10} & \sigma_{11} & \sigma_{12} \end{bmatrix}_{3\times 3} \quad و \quad S_2=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

$$X=[\underline{\alpha}_0,\underline{\alpha}_1,\underline{\alpha}_2,\overline{\alpha}_0,\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2,]^T$$

And for system 1: $Y=[\underline{g}(t,r),\underline{\alpha}(r),0,\overline{g}(t,r),\overline{\alpha}(r),0]^T$ and for system 2: $Y=[\underline{g}(t,r),0,1,\overline{g}(t,r),0,1]^T$

3.2. Case 2.

Suppose that coefficients a_1(t) and a_0(t) are negative .

From (3.11):(system 1)

$$\underline{y_1}''(t,r)+a_1(t)\overline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\overline{y_1}(t,r)=\underline{g}(t,r) \tag{3.23}$$

$$\overline{y_1}''(t,r)+a_1(t)\underline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\underline{y_1}(t,r)=\overline{g}(t,r) \tag{3.24}$$

we do the same for system 2 the same is done and obtained:

$$\text{let} \begin{cases} \phi_k''(t)=\gamma_k \quad , \quad \phi_k^{(j)}(0)=\sigma_{jk} \quad , \quad j=0,1 \qquad , \qquad k=0,1,...N \\ a_1(t)\phi_k'(t)+a_0(t)\phi_k(t)=\delta_k \end{cases}$$

Then the following systems are obtained:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\gamma_k+\overline{\alpha}_k(r)\delta_k=\underline{g}(t,r) \\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=\underline{\alpha}(r) \\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=0 \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\gamma_k+\underline{\alpha}(r)\delta_k=\overline{g}(t,r) \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=\overline{\alpha}(r) \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=0 \end{cases} \tag{3.25}$$

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\gamma_k+\overline{\alpha}_k(r)\delta_k=\underline{g}(t,r) \\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=0 \\ \sum_{k=0}^{N}\underline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=1 \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\gamma_k+\underline{\alpha}(r)\delta_k=\overline{g}(t,r) \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{0k}=0 \\ \sum_{k=0}^{N}\overline{\alpha}_k(r)\sigma_{1k}=1 \end{cases} \tag{3.26}$$

Eqs. (3.25) and (3.26) are a System of linear equation SX=Y such that (let N=2):

$$S=\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_1 \end{bmatrix}_{6\times 6} \quad S_1=\begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 \\ \sigma_{00} & \sigma_{01} & \sigma_{02} \\ \sigma_{10} & \sigma_{11} & \sigma_{12} \end{bmatrix}_{3\times 3} \quad و \quad S_2=\begin{bmatrix} \delta_0 & \delta_1 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

$$X=[\underline{\alpha}_0,\underline{\alpha}_1,\underline{\alpha}_2,\overline{\alpha}_0,\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2,]^T$$

And For System 1: $Y=[\underline{g}(t,r),\underline{\alpha}(r),0,\overline{g}(t,r),\overline{\alpha}(r),0]^T$ and For System 2:

$Y=[\underline{g}(t,r),0,1,\overline{g}(t,r),0,1]^T$

3.3. Case 3.

Suppose that a_0(t) negative, and a_1(t) are nonnegative

From (3.11) (System 1)

$$\underline{y_1}''(t,r)+a_1(t)\underline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\overline{y_1}(t,r)=\underline{g}(t,r) \tag{3.27}$$

$$\overline{y_1}''(t,r)+a_1(t)\overline{y_1'}(t,r)+a_0(t)\underline{y_1}(t,r)=\overline{g}(t,r) \tag{3.28}$$

we do the same for system 2 the same is done and obtained:

$$\text{let}\begin{cases}\phi_k''(t)+a_1(t)\phi_k'(t)=\eta_k\\ a_0(t)\phi_k(t)=\xi_k\\ \phi_k^{(j)}(0)=\sigma_{jk}\end{cases},\quad j=0,1\quad,\quad k=0,1,...N$$

the results obtained in this way: (let N=2).

$$S=\begin{bmatrix}S_1 & S_2\\ S_2 & S_1\end{bmatrix}_{6\times6}\quad \text{و}\quad S_1=\begin{bmatrix}\eta_0 & \eta_1 & \eta_2\\ \sigma_{00} & \sigma_{01} & \sigma_{02}\\ \sigma_{10} & \sigma_{11} & \sigma_{12}\end{bmatrix}_{3\times3}\quad \text{و}\quad S_2=\begin{bmatrix}\xi_0 & \xi_1 & \xi_2\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$X=[\underline{\alpha}_0,\underline{\alpha}_1,\underline{\alpha}_2,\overline{\alpha}_0,\overline{\alpha}_1,\overline{\alpha}_2,]^T$$

And For System 1: $Y=[\underline{g}(t,r),\underline{\alpha}(r),0,\overline{g}(t,r),\overline{\alpha}(r),0]^T$ and For System 2: $Y=[\underline{g}(t,r),0,1,\overline{g}(t,r),0,1]^T$

4. Example

Example 4.1. Consider the Following Second – order Fuzzy linear differential equation.

$$\begin{cases}y''+4y=Cos\,2t & t\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\\ y(0,r)=(-1+r,1-r)\\ y(\frac{\pi}{4},r)=\left[(-0.5+\frac{\pi}{16})+0.5r,(0.5+\frac{\pi}{16})-0.5r\right]\end{cases}$$

Tables 3.1, 3.2, Show the Comparison of the exact and approximate Solutions t =0/001, t = 0/01 for $\alpha\in[0,1]$

Table. 3.1

α	$\underline{y}$	$\underline{Y}$	Error	$\overline{y}$	$\overline{Y}$	Error
0	-1.00090445	-1.00099749	0.9303e–4	1.00100697	1.00099849	0.0848e–4
0.1	-0.90080888	-0.90089769	0.8881e–4	0.90091140	0.90089869	0.1270e–4
0.2	-0.80071331	-0.80079789	0.8458e–4	0.80081583	0.80079889	0.1693e–4
0.3	-0.70061774	-0.70069809	0.8035e–4	0.70072026	0.70069909	0.2116e–4
0.4	-0.60052217	-0.60059829	0.7612e–4	0.60062469	0.60059929	0.2539e–4
0.5	-0.50042660	-0.50049849	0.7189e–4	0.50052912	0.50049949	0.2962e–4
0.6	-0.40033103	-0.40039869	0.6766e–4	0.40043355	0.40039969	0.3385e–4
0.7	-0.30023546	-0.30029889	0.6343e–4	0.30033798	0.30029989	0.3808e–4
0.8	-0.20013989	-0.20019909	0.5920e–4	0.20024241	0.20020009	0.4231e–4
0.9	-0.10004432	-0.10009929	0.5497e–4	0.10014684	0.10010029	0.4654e–4
1	0.00005124	0.00000049	0.5074e–4	0.00005127	0.00000049	0.5077e–4

Table.3.2

α	$\underline{y}$	$\underline{Y}$	Error	$\overline{y}$	$\overline{Y}$	Error
0	-1.00885578	-1.00974934	0.89356e–3	1.00992658	1.00984934	0.89356e–3
0.1	-0.90791667	-0.90876941	0.85273e–3	0.90898748	0.90886940	0.85273e–3
0.2	-0.80697757	-0.80778947	0.81190e–3	0.80804837	0.80788947	0.81190e–3
0.3	-0.70603846	-0.70680954	0.77108e–3	0.70710927	0.70690953	0.77108e–3
0.4	-0.60509936	-0.60582961	0.73025e–3	0.60617016	0.60592960	0.73025e–3
0.5	-0.50416025	-0.50484967	0.68942e–3	0.50523106	0.50494967	0.68942e–3
0.6	-0.40322115	-0.40386974	0.64859e–3	0.40429195	0.40396973	0.64859e–3
0.7	-0.30228204	-0.30288980	0.60776e–3	0.30335285	0.30298970	0.60776e–3
0.8	-0.20134294	-0.20190987	0.56693e–3	0.20241374	0.20200986	0.56693e–3
0.9	-0.10040383	-0.10092994	0.52611e–3	0.10147463	0.10102993	0.52611e–3
1	0.00053527	0.00004999	0.48528e–3	0.00053553	0.00004999	0.48528e–3

5. Conclusion

In this paper we interpret a fuzzy differential equation for solving the approximate solution by shooting method.

REFERENCE

[1] S.Abbasbandy, T.Allahviranloo, *Numerical solution of fuzzy differential equation by Rung-Kutta method*, J.sci. teacher training university, vol. 1, No.**3** (2002) 31-43.
[2] S.Abbasbandy, T.Allahviranloo*, Numerical solutions of fuzzy differential equations by Teylor method*, Computational method in applied mathematics, **2** (2002) 113-124.
[3] T.Allahviranloo, E.Ahmady, N.Ahmady, *A method for solving N-th order fuzzy differential equations*, Information sciences **178** (2008) 1309-1324.
[4] D.Dubis, H.Prade, Fuzzy sets and systems; *Theory and Application, Academic press*, New York, 1980.
[5] D.Dubis, H.Prade, *Toward fuzzy differential calculate*, Fuzzy sets and systems **8** (1982) 1-17.
[6] R.Goetschel, W.Voxman, *Elementary calculus*, Fuzzy sets and systems, **18** (1986) 31-43.
[7] O.Kaleva, *A note on fuzzy differential equations,* Nonlinear Analysis **64** (2006) 895-900.
[8] O.Kaleva, *The Cauchy problem for fuzzy differential equation*, Fuzzy sets and systems **35** (1990) 389-396.
[9] M.Ma, M.Friedman, A.Kandet, *Numerical solution of fuzzy differential equations*, Fuzzy sets and systems **105** (1999) 133-138.
[10] J.Y.Park, Y.C.Kwen, J.U.Jeoung, *Existence of solutions of fuzzy integral equation in Banack Spaces*, Fuzzy sets and systems **72** (1995) 373-378.
[11] M.L.puri, D.A. Ralescu*, Differentials of fuzzy functions,* Journal of Mathematical Applications **91** (1983) 552-558.
[12] S.Seikkala, *On the fuzzy initial value problem,* Fuzzy sets and systems **24** (1987) 319-330.

A. MOHAMMADI*, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, ISLAMIC AZAD UNIVERSITY KERMANSHAH BRANCH, KERMANSHAH, IRAN
E-mail address: **alirezamohammadi_math@yahoo.com**

M. OTADI , DEPARTMENT OF MATHEMATICS, ISLAMIC AZAD UNIVERSITY FIRUOZKOOH BRANCH, FIRUOZKOOH, IRAN
E-mail address: **mahmood_otadi@yahoo.com**

M. MOSLEH , DEPARTMENT OF MATHEMATICS, ISLAMIC AZAD UNIVERSITY FIRUOZKOOH BRANCH, FIRUOZKOOH, IRAN
E-mail address: **maryam_mosleh79@yahoo.com**

*SPEAKER

RANKING FUZZY NUMBERS BASED ON LEFT AND RIGHT DOMINANCE

Saeide Hajighasemi and Saeid Abbasbandy

ABSTRACT. In this paper we propose an approximate for ranking fuzzy numbers based on the left and right dominance. That only requires a few left and right spreads at some α -cuts of fuzzy numbers to determine the respective dominance of on fuzzy number over the other.

1. Introduction

In many applications of fuzzy set theory to decision making we need to know the best select from a collection of possible solution. This selection process may require that we rank or order fuzzy numbers.
Several researchers presented ranking methods [1]-[3]. Various techniques are applied to compare the fuzzy numbers. Specially approximate approach for ranking fuzzy numbers has been proposed by Chen and lu in [4], in that they worked with dominance. Such a dominance is useful in the ranking fuzzy numbers when membership functions can not be acquired.
We studied here too the dominance is determined by convex combining the left and right dominance such that right dominance has preference to the left dominance. Since in the real theory forwarder numbers are bigger. Therefor in the ranking to fuzzy numbers, farther numbers in support are more important.
Compering the proposed approximate approach with the existing methods using both Bortolan and Degani's examples [2].
This paper is organized as following:
In Section 2, the basic concept of fuzzy number operation is brought. In Section 3, introduces the ranking approach. Section 4 described some useful properties,and presents some comparative examples which demonstrate the accuracy of the proposed approach over the exiting methods. Concluding remarks are finally made in section 5.

2. Preliminary Notes

There are various definitions for the concept of fuzzy numbers.

Definition . An arbitrary fuzzy number u in the parametric form is represented by an ordered pair of functions $(\underline{u},\overline{u})$ which satisfy the following requirements:

- $\underline{u}:\alpha\to\underline{u}_\alpha\in\Re$ is a bounded left-continuous non-decreasing function over $[0,1]$.
- $\overline{u}:\alpha\to\overline{u}_\alpha\in\Re$ is a bounded left-continuous non-increasing function over $[0,1]$.
- $\underline{u}_\alpha\le\overline{u}_\alpha,\quad 0\le\alpha\le 1$.

A crisp number r is simply represented by $\underline{u}_\alpha=\overline{u}_\alpha=r,\quad 0\le\alpha\le 1$. We also use the notation $u_\alpha=[\underline{u}_\alpha,\overline{u}_\alpha]$ to denote the α-cut of arbitrary fuzzy number u. We refer to $\underline{u}$ and $\overline{u}$ as the lower and upper branches of u, respectively.
Let $I=[0,a]\subset\Re$ be a closed and bounded interval and denote
$E=\{u:\Re\to[0,1]\,|\,u$ satisfies properties below$\}$,
where

- u is normal, i.e., there exists an $x_0\in\Re^n$ such that $u(x_0)=1$,
- u is fuzzy convex,
- u upper semicontinuous,
- $[u]^0=cl\{x\in\Re\,|\,u(x)>0\}$ is compact.

For $0<\alpha\le 1$ denote $[u]^\alpha=\{x\in\Re\,|\,u(x)\ge\alpha\}$. Then the α-cut set $[u]^\alpha\in\Re$ for all $0<\alpha\le 1$.
The set E is named set of all fuzzy real numbers. Obviously $\Re\subset E$.

Key words and phrases: Fuzzy numbers; Ranking; Dominance.

A trapezoidal fuzzy number is denoted by $u=(a,b,c,d)$ and has α-cuts $u^{\alpha}=[a+\alpha(b-a),d-\alpha(d-c)]$; a triangular fuzzy number is denoted by $u=(a,b,c)$ and has α-cuts $u^{\alpha}=[a+\alpha(b-a),c-\alpha(c-b)]$. The arithmetic operations for two fuzzy numbers $u=(\underline{u},\overline{u})$ and $v=(\underline{v},\overline{v})$ are defined in the standard way, in terms of the α-cuts for $\alpha\in[0,1]$:

- Addition: $(u+v)^{\alpha}=[\underline{u}^{\alpha}+\underline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}+\overline{v}^{\alpha}]$;
- Scalar Multiplication: for given $k\in\Re$,

$$(ku)^{\alpha}=[\min\{k\underline{u}^{\alpha},k\overline{u}^{\alpha}\},\max\{k\underline{u}^{\alpha},k\overline{u}^{\alpha}\}];$$

- Subltiplication: $(u-v)^{\alpha}=[\underline{u}^{\alpha}-\underline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}-\overline{v}^{\alpha}]$;
- : $(uv)^{\alpha}=[\underline{(uv)}^{\alpha},\overline{(uv)}^{\alpha}]where,$

$$\underline{(uv)}^{\alpha}=\min\{\underline{u}^{\alpha}\underline{v}^{\alpha},\underline{u}^{\alpha}\overline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}\underline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}\overline{v}^{\alpha}\},$$

$$\overline{(uv)}^{\alpha}=\max\{\underline{u}^{\alpha}\underline{v}^{\alpha},\underline{u}^{\alpha}\overline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}\underline{v}^{\alpha},\overline{u}^{\alpha}\overline{v}^{\alpha}\},$$

3. The ranking method

Let u and v are two fuzzy numbers in E and α-cuts of them are $u_{\alpha}=[\underline{u}_{\alpha},\overline{u}_{\alpha}]$ and $v_{\alpha}=[\underline{v}_{\alpha},\overline{v}_{\alpha}]$ previously. Also let α_k denote the k th α-cut, and $\alpha_k=k/n,\ k\in 0,1,...,n$. For calculate the dominance are used $n+1$ α-cuts. Therefore, the distance between each two adjacent α-levels is equal;i.e, $\alpha_k-\alpha_{k-1}=1/n,\ \ k\geq 1.$

The dominance of u and v can be define as the special convex combination of $\underline{u}_{\alpha},\underline{v}_{\alpha}$ and $\overline{u}_{\alpha},\overline{v}_{\alpha}$ by

$$D(u,v)=\Sigma_{i=1}^{n}\alpha_k d_k(u,v) \tag{1}$$

where

$$d_k(u,v)=\begin{cases}(1-\alpha_k)(\overline{u}_{\alpha},\overline{v}_{\alpha})+\alpha_k(\underline{u}_{\alpha},\underline{v}_{\alpha}) & for\quad \alpha_k<1/2\\ \alpha_k(\overline{u}_{\alpha},\overline{v}_{\alpha})+(1-\alpha_k)(\underline{u}_{\alpha},\underline{v}_{\alpha}) & \alpha_k\geq 1/2.\end{cases}$$

We observe the dominance is determined by special convex combining the left and right dominance such that right dominance has preference to the left dominance. Since in the real theory forwarder numbers are bigger. Therefor in the ranking to fuzzy numbers, farther numbers in support are more important.

A decision maker can rank a pair of fuzzy numbers, u and v, using $D(u,v)$ based on the following rules:

- If $D(u,v)>0$, then $u>v$;
- If $D(u,v)=0$, then $u\approx v$; and
- If $D(u,v)<0$, then $u<v$.

An illustrative example compares the two fuzzy numbers. In particular, two example are used to illustrate the proposed approach's ability to rank discrete fuzzy numbers and the combination case of a crisp number and fuzzy numbers.

4. Some properties

Some valuable properties are described in the following, which are useful in ranking a large quantity of fuzzy numbers simultaneously. Assume that there are three different bounded fuzzy numbers, u, v and w, to be ranked.

- $D(u,u)=0$
- $D(u,v)=-D(v,u)$

• If $D(u,w) > 0$ and $D(w,v) > 0$ then $D(u,v) > 0$. In fact, we has the following relation: $D(u,v) = D(u,w) + D(w,v)$.

• More than two fuzzy numbers can be ranked by comparing with the benchmark fuzzy number. let u be the benchmark, and $D(v,u) = a$ and $D(w,u) = b$. By using the previous two properties, obviously $D(v,w) = D(v,u) + D(w,u) = a - b$. Therefore, if $a > b$, then $D(v,w) > 0$; i.e, $v > w$.

• The ranking if more than two fuzzy numbers has the robustness property [7]; i.e.,

$$if \quad D(u,v) < \varepsilon, \quad then \quad |D(u,w) - D(v,w)| < \varepsilon.$$

This equation suggests that the dominance difference between one fuzzy number and the other two fuzzy numbers is insignificant, if the two fuzzy numbers are closed to each other. This properties holed since $D(u,w) - D(v,w) = D(u,v)$.

Similarly Chen'approximation for ranking m fuzzy numbers, only $m-1$ comparisons to the benchmark fuzzy number are necessary when the above properties, instead of $m(m-1)/2$ or m comparisons in the related articles [5].

Example. Assume that six-pair fuzzy numbers are to ranked that studied by Bortolan and Degani in [2]. $u_1 = (.6,.7,.8), u_2 = (.8,.9,1)$, $v_1 = (.35,.4,1), v_2(.15,.6,.8)$, $w_1 = (0,.1,.5,1), w_2 = (.5,.6,.7)$, $x_1 = (.4,.5,.6), x_2 = (.2,.5,.8)$, $y_1 = (.4,.5,1), y_2 = (.4,.9,1)$ and $z_1 = (0,.1,.5,1), z_2 = (.6,.7,.8)$. The result of comparing are bringed in the table.

	u_1	u_2	v_1	v_2	w_1	w_2	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2
Yager(F1)	.70	.90	.61	.53	.41	.60	.50	.50	.76	.63	.41	.70
Chang	.14	.18	.40	.35	.58	.12	.29	.10	.46	.41	.58	.14
Jain(K=1/2)	.84	.95	.78	.81	.78	.78	.83	.80	.95	.78	.78	.84
Dubois-Prade(ND)	0	1	.54	.46	0	1	.27	.76	.63	.38	0	1
Liou-Wang(Y=1)	.75	.95	.75	.75	.75	.65	.65	.55	.95	.75	.75	.75
Lee-Lee(O)	0	1	.67	.32	.40	.60	.50	.50	.65	.35	.40	.70
Kim-Park(K=.5)	.30	.70	.49	.51	.38	.59	.50	.50	.66	.50	.38	.68

In the above table, the fuzzy numbers in example have different orderings that it might change again by other parameters. In the below table epenthesis results of ranking the fuzzy numbers in example by the Chen-Lu method and the proposed method.

	$D(u_1,u_2)$	$D(v_1,v_2)$	$D(w_1,w_2)$	$D(x_1,x_2)$	$D(y_1,y_2)$	$D(z_1,z_2)$
Chen-Lu($\beta = .5$	-.200	.000	-.200	.000	-.200	-.300
proposed(n=10)	-.600	-.299	-.860	-.057	-.880	-.616

REFERENCES

[1] S. Abbasbandy, T. Hajjari, *A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers*. Comput. Math. Appl 57 (2009) 413-419.

[2] G. Bortolan and R. Degani, *A review of some methods for ranking fuzzy subsets*, Fuzzy Sets and Systems 15 (1985) 1-19.

[3] C.H. Chen, *A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method*. Fuzzy Sets and Systems 95 (1998)307-317.

[4] L.H. Chen, H.W. Lu, *An Approximate Approach For Ranking Fuzzy Numbers Bassed On Left And Right Dominance*, Computers and Mathematics 41 (2001) 1589-1602.

[5] C.B Chen, C.M. Klein, *An efficient approach to solving fuzzy MADM problems*, Fuzzy Sets and Systems 88 (1997) 51-67.

[6] M. Delgado, M.A. Vila, W. Voxman, *On a canonical representation of fuzzy numbers*. Fuzzy Sets and Systems 93 (1998) 125-135.

[7] P. Fortems, M. Roubens, *Ranking and defuzzification methods based on area compensation*, Fuzzy Sets and Systems 82 (1996) 319-330.
[8] O. Kaleva, S. Seikkala, *On fuzzy metric spaces*. Fuzzy Sets and Systems 12 (1984) 215-229.
[9] L. Tran, L. Duckstein, *Comprasion of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure*. Fuzzy Sets and Systems 130 (2002) 331-341.
[10] W. Voxman, *Some remarks on distances between fuzzy numbers*. Fuzzy Sets and Systems 100 (1998) 353-365.

Saeide Hajighasemi*
E-mail address: **seide_hajighasemi@yahoo.com**

Saeid Abbasbandy
E-mail address: **abbasbandy@yahoo.com**

*SPEAKER

DEFUZZIFICATION THROUGH A NOVEL APPROACH

R. EZZATI AND R.SANEIFARD

ABSTRACT. Fuzzy systems have gained more attention from researchers and practitioners of various fields. In such systems, the output represented by a fuzzy set sometimes needs to be transformed into a scalar value, and this task is known as the defuzzification process. Several analytic methods have been proposed for this problem, but in this paper, we suggest a new approach to the problem of defuzzification using the weighted metric between fuzzy numbers. In this study some preliminary results on properties of such defuzzification will be reported.

1. Introduction

As most modeling and control applications require crisp outputs, when applying fuzzy inference systems, the fuzzy system output $A(y)$ usually has to be converted into a crisp output y^*. This operation is called defuzzification. It is essentially a process guided by the output fuzzy subset of the model. One selects a single crisp value as the system output. In fuzzy logic controller applications the typical methods used for this process are the center of area (COA) method, and the mean of maximal (MOM) method. Both of these methods can be seen to be based on a weighted type aggregation which can be seen as a blending or mixing of different solutions. In[5,6], the researchers introduced a general approach to defuzzification based upon the BADD transformator. The output for the fuzzy controller F is a fuzzy subset of the real line; for simplicity the researchers shall assume the support set Y is finite, $Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$. For $y_i \in Y$,$F(y_i) = w_i$ indicates the degree to which each y_i is suggested as a good output value by the rule base under the current input. Two commonly used methods for defuzzification are the center of are (COA) method and the mean of maximum (MOM) method [8,11]. In the (COA) method one calculates the output of the defuzzifier, $y_{C\ OA}$, as: $y_{C\ OA} = \frac{\sum_i y_i w_i}{\sum w_i}$. In the MOM method one calculates the output of the controller $y_{M\ OM} = \frac{1}{m}\sum_{y_i \in A} y_i$, where A is the set of elements in Y which provide the maximum value of $F(y)$ and m is the cardinality of A. Based upon these observation one can view the defuzzification process under the (COA) and MOM methods as first converting the fuzzy subset F of Y in to a probability distribution on Y , in the spirit described in the earlier section and then taking the expected value as our output. Keeping with this probabilistic interpretation the researchers shall in the following use P_i instead of q_i to denote the transformation values. Moreover, in [4,7], authors used the concept of the symmetric triangular fuzzy number, and introduced an approach to defuzzify a fuzzy number based l_2-distance. In this paper, the researchers suggest a new approach to the problem of defuzzification using the weighted metric between two fuzzy numbers. In this study some preliminary results on properties of such defuzzification are to be reported. Therefore, by the means of this defuzzification, this article aims to use the concept of symmetric triangular fuzzy number, and introduces a new approach to defuzzify a fuzzy quantity. The basic idea of the new method is to obtain the nearest symmetric triangular fuzzy number which a fuzzy quantity is related to. Unlike other methods, this study defuzzifies the fuzzy number, and at the same time obtains the fuzziness of the original quantity. The paper is organized as follows: In Section 2, this article recalls some fundamental results on fuzzy numbers. In Section 3, the new defuzzification method is proposed. In this Section some theorems and remarks are proposed and illustrated. Examples and applications of this study are carried out in section 4.

2. Preliminary Notes

The basic definitions of a fuzzy number are given in [1,2,3,8,9,10] as follows:

2.1. Definition. A fuzzy number $\tilde{A}$ is a mapping $A(x) : \Re \to [0,1]$ with the following properties:

1. A is an upper semi-continuous function on $\Re$,
2. $A(x)=0$ outside of some interval $[a_1, b_2] \subset \Re$,
3. There are real numbers a_2, b_1 such as $a_1 \le a_2 \le b_1 \le b_2$ and
   - $A(x)$ is a monotonic increasing function on $[a_1, b_2]$,

Keywords and phrases: Defuzzification, Fuzzy number, Weighted distance, Numerical aspects.

- $A(x)$ is a monotonic decreasing function on $[b_1, b_2]$,
- $A(x)=1$ for all x in $[a_2, b_1]$.

The trapezoidal fuzzy number $\tilde{A} = (x_0, y_0, \sigma, \beta)$, with two defuzzifier x_0, y_0 and left fuzziness $\sigma>0$ and right fuzziness $\beta>0$ is a fuzzy set where the membership function is as

$$A(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}(x-x_0+\sigma) & x_0-\sigma\le x\le x_0,\\ 1 & x_0\le x\le y_0,\\ \frac{1}{\beta}(y_0-x+\beta) & y_0\le x\le y_0+\beta,\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

If $x_0 = y_0$ and $\sigma = \beta$, a popular fuzzy number is obtain. It is the symmetric triangular fuzzy number $S[x_0, \sigma]$ centered at x_0 with basis 2σ by following form

$$A(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}(x-x_0+\sigma) & x_0-\sigma\le x\le x_0,\\ 1 & x=x_0,\\ \frac{1}{\sigma}(x_0-x+\sigma) & x_0\le x\le x_0+\sigma,\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

The parametric form of symmetric triangular fuzzy number is

$$\underline{A}(r) = x_0 - \sigma(1-r) \quad , \quad \overline{A}(r) = x_0 + \sigma(1-r)$$

2.2. Definition. Let $\tilde{A}$ be a fuzzy number and $(\underline{A}(r), \overline{A}(r))$ be its parametric form. The following values constitute the weighted averaged representative and weighted width, respectively, of the fuzzy number $\tilde{A}$:

$$I(\tilde{A}) = \frac{1}{2}\int_0^1 \left(\underline{A}(r) + \overline{A}(r)\right) dr \ , \ D(\tilde{A}) = \int_0^1 \left(\overline{A}(r) - \underline{A}(r)\right) f(r)dr.$$

The function $f(r)$ is also called weighting function.

2.3. Definition. For arbitrary fuzzy numbers $\tilde{A}$ and $\tilde{B}$ the quantity

$$d_p = \sqrt{\left[I(\tilde{A}) - I(\tilde{B})\right]^2 + \left[D(\tilde{A}) - D(\tilde{B})\right]^2}, \qquad (3)$$

is called the parametric distance between the fuzzy numbers $\tilde{A}$ and $\tilde{B}$.

3. Nearest Parametric Symmetric Triangular Defuzzification

In this Section, we will propose the nearest weighted symmetric triangular defuzzification approach associated with the weighted metric d_p in F. Let $\tilde{A}$ be a general fuzzy number and $(\underline{A}(r), \overline{A}(r))$ be its parametric form. To obtain a parametric symmetric triangular fuzzy number $S[x_{0p}, \sigma_p]$, which is the nearest to $\tilde{A}$, the researchers use the weighted distance (3) and minimize

$$d_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p]) = \left(\left[I(\tilde{A}) - I(S[x_{0p}, \sigma_p])\right]^2 + \left[D(\tilde{A}) - D(S[x_{0p}, \sigma_p])\right]^2\right)^{\frac{1}{2}} , \qquad (4)$$

with respect to x_{0p} and σ_p, where

$$I(S[x_{0p}, \sigma_p]) = \frac{1}{2}\int_0^1 \left[x_{0p} - \sigma_p(1-r) + x_{0p} + \sigma_p(1-r)\right]dr = x_{0p},$$

$$D(S[x_{0p}, \sigma_p]) = \int_0^1 \left[x_{0p} + \sigma_p(1-r) - x_{0p} + \sigma_p(1-r)\right]f(r)dr = \int_0^1 2\sigma_p(1-r)f(r)dr.$$

In order to minimize it suffices to minimize

$$\overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p]) = d_p^2(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p]) =$$

$$[\tfrac{1}{2}\int_0^1 (\overline{A}(r) + \underline{A}(r) - 2x_{0p})dr\,]^2 + [\int_0^1 \left(\overline{A}\,(r) - \underline{A}\,(r) - 2\sigma_p(1-r)\right) f(r)dr\,]^2.$$

If $S[x_{0p}, \sigma_p]$ minimizes $\overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])$, then $S[x_{0p}, \sigma_p]$ provides a defuzzification of $\widetilde{A}$ with a defuzzifier x_{0p} and fuzziness σ_p. So that to minimize $\overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])$, this article has,

$$\frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])}{\partial \sigma_p} = -4\int_0^1 \left(\overline{A}\;(r) - \underline{A}(r)\right) f(r)(1-r)dr + 8\;\sigma_p \int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr,$$

and $\frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}\,,\; S[x_{\;0p}, \sigma_p])}{\partial x_{0p}} = -2\int_0^1 \left(\overline{A}\,(r) + \underline{A}(r)\right) - 2x_{\;0p})dr.$ By solve system of equation as follows,

$$\frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])}{\partial \sigma_p} = 0 \quad , \quad \frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])}{\partial x_{0p}} = 0.$$

The solution is

$$\sigma_p = \frac{\int_0^1 \left(\overline{A}\,(r) - \underline{A}(r)\right) f(r)(1-r)dr}{\mathbf{2}\int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr} \quad , \quad x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{2}}\int_0^1 \left(\overline{A}\;(r) + \underline{A}(r)\right) dr.$$

3.1. Remark. If we consider $f(r) = r$, the nearest parametric symmetric triangular defuzzification of $\widetilde{A}$ is given by the defuzzifier $x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{2}}\int_0^1 \left(\overline{A}\,(r) + \underline{A}(r)\right) dr$, and fuzziness $\sigma_p = 6\int_0^1 [\overline{A}(r) - \underline{A}(r)]r(1-r)dr$. The above defuzzification approach can be applied to two fuzzy numbers whenever a single fuzzy quantity is desirable. Let $\widetilde{A}$ and $\widetilde{B}$ be a fuzzy numbers with parametric forms $\tilde{A} = (\underline{A}(r), \overline{A}(r))$ and $\tilde{B} = (\underline{B}(r), \overline{B}(r))$. To find a parametric symmetric triangular fuzzy number $S[x_{0p}, \sigma_p]$ near $\tilde{A}$ both and $\tilde{B}$, this article minimizes

$$\overline{\overline{D}}(x_{0p}, \sigma_p) = \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p]) + \overline{D}_p(\tilde{B}, S[x_{0p}, \sigma_p])$$

$$= (\frac{1}{2}\int_0^1 \left[\left(\underline{A}\;\;(r) - \underline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right) + \left(\overline{A}\;\;(r) - \overline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right)\right] dr\;\;)^2$$

$$= (\int_0^1 f(r)\;\left[\left(\overline{A}\;\;(r) - \overline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right) - \left(\underline{A}\;(r) - \underline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right)\right] dr\;\;)^2$$

$$+(\frac{1}{2}\int_0^1 \left[\left(\underline{B}\;\;(r) - \underline{S}[x_{0p}, \sigma_p](r)\right) + \left(\overline{B}\;\;(r) - \overline{S}[x_{0p}, \sigma_p](r)\right)\right] dr\;\;)^2$$

$$+(\int_0^1 f(r)\;\left[\left(\overline{B}\;\;(r) - \overline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right) - \left(\underline{B}\;\;(r) - \underline{S}\,[x_{0p}, \sigma_p](r)\right)\right] dr\;\;)^2.$$

Thus, this study must to find a lodger point, (x_{0p}, σ_p) for which $\frac{\partial \overline{\overline{D}}(x_{\;0\,p}, \sigma_p)}{\partial x_{0\,p}} = 0$, $\frac{\partial \overline{\overline{D}}(x_{\;0\,p}, \sigma_p)}{\partial \sigma_p} = 0.$ $(*)$

Then, $\frac{\partial \overline{\overline{D}}(x_{\;0\,p}, \sigma_p)}{\partial \sigma_p} = \frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{\;0\,p}, \sigma_p])}{\partial \sigma_p} + \frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{B}, S[x_{\;0\,p}, \sigma_p])}{\partial \sigma_p}$

$$= -4\int_0^1 [\overline{A}(r) - \underline{A}(r)](1-r)f(r)dr + 8\,\sigma_p \int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr$$

$$-4\int_0^1 [\overline{B}(r) - B(r)](1-r)f(r)dr + 8\,\sigma_p \int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr = 0,$$

and

$$\frac{\partial \overline{\overline{D}}(x_{0p}, \sigma_p)}{\partial x_{0p}} = \frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{A}, S[x_{0p}, \sigma_p])}{\partial x_{0p}} + \frac{\partial\, \overline{D}_p(\tilde{B}, S[x_{0p}, \sigma_p])}{\partial x_{0p}}$$

$$= -2\int_0^1 [\underline{A}(r) + \overline{A}(r) - 2x_{0p}]dr - 2\int_0^1 [\underline{B}(r) + \overline{B}(r) - 2x_{0p}]dr = 0$$

Hence, by the solve system of equation$(*)$, there is

$$\sigma_p = \frac{\int_0^1 \big(\overline{A}(r) + \overline{B}(r) - \underline{A}(r) - \underline{B}(r)\big) f(r)(1-r)dr}{\mathbf{4}\int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr},$$

$$x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{4}} \int_0^1 \Big(\overline{A}\,(r) + \underline{A}(r) + \overline{B}(r) + \underline{B}(r)\Big)\, dr.$$

If this article assumes that $f(r) = r$, then $\sigma_p = 3\int_0^1 \big(\overline{A}(r) + \overline{B}(r) - \underline{A}(r) - \underline{B}(r)\big) r(1-r)dr$ and $x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{4}} \int_0^1 \Big(\overline{A}\,(r) + \underline{A}(r) + \overline{B}(r) + \underline{B}(r)\Big)\, dr.$

4. Numerical Examples and Application

In this section the researchers present numerical examples to illustrate the difference between the introduced method in this paper and the given method in [7]. Throughout this section the researchers assumed that $f(r) = r$.

3.1. Example. Consider a plateau $\underline{A}(r) = a + (b-a)r$, $\overline{A}(r) = d - (d-c)r$, where $a \le b \le c \le d$. The nearest parametric triangular defuzzification procedure yields

$$x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{2}} \int_0^1 \Big(\overline{A}\ (r) + \underline{A}(r)\Big)\, dr = \ \frac{1}{2}\int_0^1 [(a+d) + (b-a)r - (d-c\,)r]dr = \ \frac{a+b+c+d}{4},$$

and

$$\sigma_p = \frac{\int_0^1 \Big(\overline{A}\,(r) - \underline{A}(r)\Big) f(r)(1-r)dr}{\mathbf{2}\int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr} = \mathbf{\frac{1}{24}} \int_0^1 [\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{d}-\boldsymbol{c})\boldsymbol{r} - \boldsymbol{a} - (\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\boldsymbol{r}]\boldsymbol{r}(\mathbf{1}-\boldsymbol{r})\boldsymbol{dr}$$
$$= \frac{c+d-a-b}{2}.$$

In specific case $b = c$ there is $x_{0p} = \frac{1}{4}(a + 2b + d)$, $\sigma_p = \frac{1}{2}(d - a\,)$.

3.2. Example. Consider the Gaussian membership function $\tilde{A}(x) = e^{\frac{-(x-\mu_0)^2}{\sigma_0^2}}$ which its parametric form is

$$\underline{A}(r) = \mu_0 + \sigma_0\sqrt{-\ln r}\ \ , \ \ \overline{A}(r) = \mu_0 - \sigma_0\sqrt{-\ln r},$$

then $x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{2}}\int_0^1 \Big(\overline{A}\ (r) + \underline{A}(r)\Big)\, dr = \ \mu_0$ and $\sigma_p = \frac{\int_0^1 \big(\overline{A}\,(r) - \underline{A}(r)\big) f(r)(1-r)dr}{\mathbf{2}\int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr} = \frac{\sigma_0\sqrt{\pi}}{\mathbf{6}}\big(\mathbf{9\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}\big)$.

Furthermore, $\sigma = \frac{3}{8}\sigma_0\sqrt{\pi}\big(4 - \sqrt{2}\big)$ [7], it is clear that $\sigma_p \le \sigma$.

3.3. Example. Let $\tilde{A}$ be a plateau and $\tilde{B}$ a triangular fuzzy number given by

$$\underline{A}\,(r) = r\ ,\ \overline{A}\,(r) = 3 - r\ ;\ \ \underline{B}\,(r) = 2 + r\ ,\ \overline{B}\,(r) = 4 - r.$$

The defuzzification procedure yields

$$x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{4}} \int_0^1 \Big(\overline{A}\ (r) + \underline{A}(r) + \overline{B}(r) + \underline{B}(r)\Big)\, dr = \ \frac{1}{4}\int_0^1 9r dr = \ \frac{9}{4},$$

and $\sigma_p = \frac{\int_0^1 \big(\overline{A}\,(r) + \overline{B}(r) - \underline{A}(r) - \underline{B}(r)\big) f(r)(1-r)dr}{\mathbf{4}\int_0^1 f(r)(1-r)^2 dr} = \mathbf{3}\int_0^1 \mathbf{(5-4r)(1-r)r\,dr} = \mathbf{\frac{3}{2}}$.

3.4. Example. In other segment, this article applies the parametric symmetric triangular defuzzification procedure to obtains a fuzzy partition from two extreme values. So, given the extreme values 0 and 1, we define the fuzzy number "medium" $\tilde{A}^{(1)}$ as $\underline{A}^{(1)}(r) = \frac{r}{2}$, $\overline{A}^{(1)}(r) = 1 - \frac{r}{2}$. Defuzzify 0 and $\tilde{A}^{(1)}$, to obtain "lower medium" $\tilde{A}^{(2,1)}$ for which $x_{0p} = \mathbf{\frac{1}{4}}\int_0^1 \Big(\overline{A}^{\,(1)}(r) + 0 + \underline{A}^{(1)}(r) + 0\Big)\, dr = \ \frac{1}{4}$ and $\sigma_p = 3\int_0^1 \Big(\overline{A}^{\,(1)}(r) + 0 - \underline{A}^{(1)}(r) - 0\Big) r\,(1-r)dr = \frac{1}{4}$. Thus $\underline{A}^{(2,1)}(r) = 0 + \frac{1}{4}r$ and $\overline{A}^{(2,1)}(r) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}r$ (Fig. 1). This study now defuzzifies $\tilde{A}^{(1)}$ and 1, to get the "upper medium" $\tilde{A}^{(2,3)}$ with $x_{0p} = \mathbf{\frac{3}{4}}$ and $\sigma_p = \frac{1}{4}$, i.e. $\underline{A}^{(2,3)}(r) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}r$, $\overline{A}^{(2,3)}(r) = 1 - \frac{1}{4}r$. Update the "medium" by defuzzifying the

"lower medium" $\tilde{A}^{(2,1)}(r)$ and "upper medium" $\tilde{A}^{(2,3)}(r)$. The result is the "medium" $\tilde{A}^{(2,2)}(r)$ centered at

$$x_{0p} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\int_0^1 \left(\frac{r}{4}+\frac{1}{2}-\frac{r}{4}+\frac{1}{2}+\frac{r}{4}+1-\frac{r}{4}\right)dr = \frac{1}{2} \quad with \quad \sigma_p = 3\int_0^1 r(1-r)^2 dr = \frac{1}{4},$$

i.e. $\underline{A}^{(2,2)}(r) = 0.25 + \frac{1}{4}r$, and $\overline{A}^{(2,2)}(r) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}r$. Thus, we obtain a fuzzy partition with five elements $P = \{0, \tilde{A}^{(2,1)}, \tilde{A}^{(2,2)}, \tilde{A}^{(2,3)}, 1\}$.

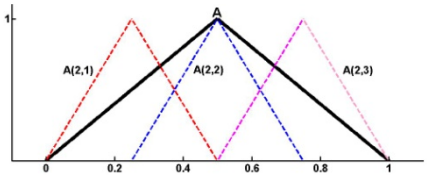


Fig. 1

As the fuzzy partition becomes finer, the fuzziness of its elements obviously decreases.

3.5. Example. Consider the Gaussian membership function in Example (2) with $\mu_0 = 1$ and $\sigma_0 = \frac{1}{2}$. We apply the parametric symmetric triangular defuzzification procedure to obtains a fuzzy partition from two extreme values 0 and 2. Then $\underline{A}^{(1)}(r) = 1 + \frac{\sqrt{-\ln r}}{2}$, $\overline{A}^{(1)}(r) = 1 - \frac{\sqrt{-\ln r}}{2}$. Defuzzify 0 and $\tilde{A}^{(1)}$, to obtain $\tilde{A}^{(2,1)}$ for which $x_{0p} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\int_0^1 \left(\overline{A}^{(1)}(r) + 0 + \underline{A}^{(1)}(r) + 0\right)dr = \frac{1}{2}$ and $\sigma_p = 3\int_0^1 \left(\overline{A}^{(1)}(r) + 0 - \underline{A}^{(1)}(r) - 0\right) r(1-r)dr = \frac{1}{2}$. Thus $\underline{A}^{(2,1)}(r) = 0 + \frac{1}{2}r$ and $\overline{A}^{(2,1)}(r) = 1 - \frac{1}{2}r$. We now defuzzifies $\tilde{A}^{(1)}$ and 2, to get the $\tilde{A}^{(2,3)}$ with $x_{0p} = \frac{3}{2}$ and $\sigma_p = \frac{1}{2}$, i.e. $\underline{A}^{(2,3)}(r) = 1 + \frac{1}{2}r$, $\overline{A}^{(2,3)}(r) = 2 - \frac{1}{2}r$. Update the "medium" by defuzzifying the "lower medium" $\tilde{A}^{(2,1)}$ and "upper medium" $\tilde{A}^{(2,3)}$. The result is the "medium" $\tilde{A}^{(2,2)}$ centered at $x_{0p} = 1$ with $\sigma_p = \frac{1}{2}$, i.e. $\underline{A}^{(2,2)}(r) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}r$ and $\overline{A}^{(2,2)}(r) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}r$. Thus, this article obtains a fuzzy partition with five elements $P = \{0, \tilde{A}^{(2,1)}, \tilde{A}^{(2,2)}, \tilde{A}^{(2,3)}, 1\}$.(Fig. 2).

As the fuzzy partition becomes finer, the fuzziness of its elements obviously decreases.

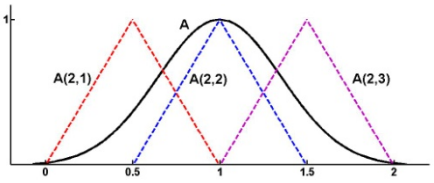


Fig. 2

5. Conclusion

In this study, we suggest a new approach to the problem of defuzzification using the parametric metric between two fuzzy numbers. In this paper some preliminary results on properties of such defuzzification are to be reported. The basic idea of the new method is to obtain the nearest parametric symmetric triangular fuzzy number which a fuzzy quantity is related to.

REFERENCES

[1] S. Abbasbandy and B. Asady, *The nearest trapezoidal fuzzy number to a fuzzy quantity*, Applied Mathematics and Computation, **156** (2004), 381-386.
[2] S. Abbasbandy and B. Asady, *A note on "A new approach for defuzzification"*, Fuzzy Sets and Systems, **128** (2002), 131-132.
[3] S. Abbasbandy and T. Hajjary, *Weighted trapezoidal approximation-preserving cores of a fuzzy number*. Computers and Mathematics with Applications, **59** (2010), 3066-3077.
[4] R. Saneifard, *A method for defuzzification by weighted distance* , International Journal of Industrial Mathematics. **3** (2009) 209 - 217.
[5] D. Filev and R. R. Yager, *A generalized defuzzification method under BAD distribution*, Internat. J. Inteligent Systems, 6 (1991) 687 - 697.
[6] R. R. Yager and D. P. Filev, *On the issue of defuzzification and selection based on a fuzzy set*. Fuzzy Sets and Systems, **55** (1993) 255 - 272.
[7] M. Ming, A. Kandel and M. Friedman, *A new approach for defuzzification*, Fuzzy Sets and Systems, **111** (2000) 351 - 356.
[8] D. Dubois and H. Prade, *The mean value of a fuzzy number*, Fuzzy Sets and Systems, **24** (1987) 279 - 300.

[9] S. Heilpern, *The expected value of a fuzzy number*, Fuzzy Sets and Systems, **47** (1992) 81 - 86.
[10] A. Kauffman and M.M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Application*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
[11] P. Diamond and P. Kloeden, *Metric spaces of fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, **35** (1990) 241 - 249.

R. EZZATI*, Department of Mathematics, Karaj Branch, Islamic Azad University, Karaj, Iran
E-mail address: **Ezati@kiau.ac.ir**

R.SANEIFARD, Department of Mathematics, Oroumieh Branch, Islamic Azad University, Oroumieh, Iran
E-mail address: **Saneifard@iaurmia.ac.ir**

* SPEAKER

RANKING FUZZY NUMBERS BY MAGNITUDE DEGREE OPERATOR

TAYEBEH HAJJARI

ABSTRACT. Many ranking methods have been proposed so far. However, there is yet no method that can always give a satisfactory solution to every situation; some are counterintuitive, not discriminating; some use only the local information of fuzzy values; some produce different ranking for the same situation. For overcoming the above problems, we propose a new method for ranking fuzzy numbers by magnitude degree operator. To introduce the magnitude degree operator, we first define inequality of ordered pairs. The magnitude degree of a fuzzy number depends on the ambiguity of fuzzy number. This operator can apply for all defuzzification and in this way ranking of fuzzy numbers may be more accurate in particular when fuzzy numbers have the same order. Not only the operator can rank fuzzy numbers accurately but also the calculation of proposed operator is far simple and easy. Finally, some comparative examples are used to illustrate the advantages of the proposed method.

1. Introduction

In many applications, ranking of fuzzy numbers is an important component of the decision process. It should be noted that with the developments of intelligent technologies, some adaptive and parameterized defuzzification methods that can include human knowledge have been proposed. Halgamuge et al. [16] used neural networks for defuzzification. Song and Leland [19] proposed an adaptive learning defuzzification technique. Yager [25] proposed knowledge based on defuzzification process, which becomes more intelligent. Similar to methods of Yager and Filve [10,11], Jiang and Li [17] also proposed a parameterized defuzzification method with Gaussian based distribution transformation and polynomial transformation, but it far, no one method gives a right effective defuzzification output.

The computational results of these methods are often conflict. We often face difficultly in selecting appropriate defuzzification is mainly based on intuition and there is no explicit decision making for these parameters. For more comparison details on most of these methods, readers can see the reviews [18, 20]. Another type of ranking method proposed by Deng et al. [7] and Roychowdhury [20], Abbasbandy et al. [1, 2], Wang et al. [23] also, and more recently [12-15, 21, 24].

Although, so many defuzzification methods have been proposed for some specific application problems. Most of the existing defuzzification methods have tried to make the estimation of a fuzzy set in an objective way. However, an important aspect of the fuzzy set application is that it can represent the subjective knowledge of the decision maker; different decision makers may have different perception for the defuzzification results.

The reminder of this paper is organized as follows: Section 2 contains some basic notation. In Section 3, the new method will be presented. Some numerical examples demonstrate this idea in Section 4 and finally, concluding remarks are given in Section 5.

2. Preliminary Notes

However, there are a number of ways of defining fuzzy numbers, for the purposes of this paper we adopt the following definition; we will identify the name of the number with that of its membership functions for simplicity.

Throughout this paper, R stands for the set of all real numbers, E stands the set of fuzzy numbers," A " expresses a fuzzy number and $A(x)$ for its membership function, $\forall x \in R.$

2.1.Definition 1 [8, 9] A fuzzy subset A of the real line R with membership function $A(x), A: R \longrightarrow [0,1],$ is called a fuzzy number if

- A is normal, i.e., there exist an element x_0 such that $A(x_0) = 1,$
- A is fuzzy convex, i.e., $A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq A(x_1) \wedge A(x_2),$
- $A(x)$ is upper semi-continuous,
- Supp (A) is bounded, where Supp (A) $= \mathrm{cl}\{x \in R : A(x) \succ 0\},$ and cl is the closure operator.

Key words and phrases: Ambiguity, Fuzzy numbers, Magnitude, Ranking.

It is known that for fuzzy number A there exist four numbers $a,b,c,d \in R$ and two functions $L_A(x), R_A(x): R \longrightarrow [0,1]$, where $L_A(x)$ and $R_A(x)$ are non-decreasing and non-increasing functions, respectively. We can describe a membership function as follows:

$$A(x) = \begin{cases} L_A(x) & a \le x \le b \\ 1 & b \le x \le c \\ R_A(x) & c \le x \le d \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

the functions $L_A(x)$ and $R_A(x)$ are called the left and right side of the fuzzy number A respectively [24, 25].

In this paper, we assume that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(x)dx \prec +\infty .$$

A useful tool for dealing with fuzzy numbers is their $\alpha-$cuts. The $\alpha-$cut of a fuzzy number A is non-fuzzy set defined as

$$A_\alpha = \{X \in R : A(x) \ge \alpha\},$$

for $\alpha \in (0,1]$ and $A_0 = cl(\bigcup_{\alpha \in (0,1]} A_\alpha)$. According to the definition of a fuzzy number, it is seen at once that every $\alpha-$cut of a fuzzy number is closed interval. Hence, for a fuzzy number A, we have

$$A(\alpha) = [A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$$

where

$$A_L(\alpha) = \inf\{X \in R : A(x) \ge \alpha\},$$
$$A_R(\alpha) = \sup\{X \in R : A(x) \ge \alpha\}.$$

If the left and right sides of the fuzzy number A are strictly monotone, obviously, A_L and A_R are inverse functions of $L_A(x)$ and $R_A(x)$, respectively. Another important kind of fuzzy numbers was introduced in [4] as follows: Let $a,b,c,d \in R$ such that $a \prec b \le c \prec d$. A fuzzy number A defined as $A(x), A: R \longrightarrow [0,1]$,

$$A(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^r & a \le x \le b \\ 1 & b \le x \le c \\ \left(\frac{d-x}{d-c}\right)^r & c \le x \le d \\ 0 & otherwise, \end{cases}$$

where $r \succ 0,$ is denoted by $A = (a,b,c,d)_r$.

If $A = (a,b,c,d)_r$ then

$$A(\alpha) = [a + (b-a)\alpha^{1/r}, d - (d-c)\alpha^{1/r}], \alpha \in [0,1].$$

When $r = 1$ and $b = c$ we obtain, so called, triangular fuzzy number, the conditions $r = 1, a = b$ and $c = d$ imply the close interval and in case $r = 1, a = b = c = d = t$ we have the crisp number t.

Since the trapezoidal fuzzy number is completely characterized by $r = 1$ and four real numbers $a \prec b \le c \prec d$ it is often denoted in brief as $A = (a,b,c,d)$. A family of trapezoidal fuzzy number will be denoted by $F^T(R)$.

The set of elements having the largest degree of membership in A is called the ***support*** of A, i.e.

$$Supp(A) = \{x \in X \mid A(x) \succ 0\}$$

The set of elements having the largest degree of membership in A, it is called the ***core*** of A, i.e.

$$Core(A) = \left\{ x \in X \mid A(x) = \sup_{x \in X} L_A(x) \right\}.$$

In the following, we will always assume that A is continuous and bounded support $supp(A) = (a,d)$. The strong support of A should be $supp(A) = [a,d]$.

2.2. Definition A function $s : [0.1] \longrightarrow [0,1]$ is a reducing function if is s increasing and $s(0) = 0$ and $s(1) = 1$. We say that s is a regular function if $\int_0^1 s(\alpha)d\alpha = \frac{1}{2}$.

2.3. Definition If A is a fuzzy number with $\alpha-$cut representation, $A(\alpha) = [A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$ and s is a reducing function, then the value of A (with respect to *s*); it is defined by

$$Val(A) = \int_0^1 s(\alpha)[A_L(\alpha) + A_U(\alpha)]d\alpha$$

2.4. Definition If A is a fuzzy number with $\alpha-$cut representation $A(\alpha) = [A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$, and s is a reducing function then the ambiguity of A (with respect to s) is defined by

$$Val(A) = \int_0^1 s(\alpha)[A_U(\alpha) - A_L(\alpha)]d\alpha$$

Let also recall that the expected interval $EI(A)$ of a fuzzy number A is given by [4]

$$EI(A) = \left[\int_0^1 A_L(\alpha)d\alpha, \int_0^1 A_U(\alpha)d\alpha \right].$$

Another parameter is utilized for representing the typical value of the fuzzy number is the middle of the expected interval of a fuzzy number and it is called the expected value of a fuzzy number A i.e. number A is given by [4]

$$EV(A) = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 A_L(\alpha)d\alpha + \int_0^1 A_U(\alpha)d\alpha \right].$$

3. Ranking Fuzzy Numbers by Magnitude Degree Operator

In this section, we introduce a magnitude degree operator for ranking of fuzzy numbers. We first need to define inequality of ordered pairs.

3.1. Definition. Let a_1, a_2, b_1 and b_2 are real numbers. We say

1. $(a_1, b_1) \prec (a_2, b_2)$ if and only if $a_1 \prec a_2$ or ($a_1 = a_2$ and $b_1 \prec b_2$).
2. $(a_1, b_1) \succ (a_2, b_2)$ if and only if $a_1 \succ a_2$ or ($a_1 = a_2$ and $b_1 \succ b_2$).
3. $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$ if and only if $a_1 = a_2$ and $b_1 = b_2$.

Now we want to order fuzzy numbers by an operator. Thus, we have to use the operator $M : F(R) \longrightarrow F(R)$, which transforms a family of all fuzzy numbers into a family of fuzzy numbers. Suppose A be a fuzzy number and $R(.)$ is a ranking model. We introduce the operator $M : A \longrightarrow M(A)$, such that

$M(A) = (R(A), 1 - amb(A))$.

Consider two fuzzy numbers A and B the ranking order is based on the following situations:

If $M(A) \succ M(B)$ then $A \succ B$.

If $M(A) \prec M(B)$ then $A \prec B$.

If $M(A) = M(B)$ then $A = B$.

This operator can be applied for all defuzzification methods. In this paper, we use the expected value of fuzzy numbers for ranking them. In most of the defuzzification methods, the symmetric fuzzy numbers have the same order; however, by using the proposed operator they do not have the same order. In otherwise, more ambiguity decreases certainty. Consequently, two symmetric fuzzy numbers with the same core are not equal. Therefore, the ambiguity of a fuzzy number can be considered as the magnitude degree of a fuzzy number.

We consider the following reasonable properties for the ordering approaches, see [22].

i. For an arbitrary finite subset Γ of $F(R)$ and $A_1 \in \Gamma$, $A_1 \geq A_1$.

ii. For an arbitrary finite subset Γ of $F(R)$ and $(A_1, A_2) \in \Gamma^2, A_1 \geq A_2$ and $A_2 \geq A_1$, we should have $A_1 \approx A_2$.

iii. For an arbitrary finite subset Γ of $F(R)$ and $(A_1, A_2, A_3) \in \Gamma^3, A_1 \geq A_2$ and $A_2 \geq A_3$, we should have $A_1 \geq A_3$.

iv. For an arbitrary finite subset Γ of $F(R)$ and $(A_1, A_2) \in \Gamma^2$, $\inf\{\text{supp}(A_1)\} > \sup\{\text{supp}(A_2)\}$, we should have $A_1 \geq A_2$.

v. For an arbitrary finite subset Γ of $F(R)$ and $(A_1, A_2) \in \Gamma^2$, $\inf\{\text{supp}(A_1)\} > \sup\{\text{supp}(A_2)\}$, we should have $A_1 \succ A_2$.

vi. Let $A_1, A_2, A_1 + A_3$ and $A_2 + A_3$ be elements of $F(R)$. If $A_1 \geq A_2$, then $A_1 + A_3 \geq A_2 + A_3$.

3.2 Theorem The new method has the properties i, ii, iii,…, vi.

3.3 Lemma "$\geq$" is the partial relation on fuzzy numbers.

We want to utilize the expected value as a defuzzification. Since $EV(-A) = -EV(A)$, this method can rank the image of fuzzy numbers in other words if $A \prec B.$ then $-A \succ -B.$ Also all fuzzy numbers have the equal expected values have the same order but by using the new operator we compare them by their ambiguities. We explain this advantage by two numerical examples.

4. Comparative Examples

4.1 Example Consider four fuzzy numbers $A = (-4,1,2), B = (-1.75,0.25,1.25), C = (-7,2,3)$ and $D = (-2,0,1,1)$ which is taken from [1] (See Fig. 1.). By using our new approach $M(A) = (0,0), M(B) = (0,0.5), M(C) = (0, \frac{-2}{3})$ and $M(D) = (0, \frac{1}{6}).$

Hence, the ranking order is $C \prec A \prec D \prec B.$ However, the ranking order by Z-X Wang's method [18] and Asady's revision [3] is $C \prec A \prec D \approx B.$ and distance minimization is $C \approx A \approx D \approx B.$ So the presented method can rank fuzzy numbers accurately.

4.2 Example Consider two fuzzy numbers $A = (-2,0,2), B = (-1,0,1)$ and crisp number $C = 0$, which are indicated in Fig. 2.From most of ranking method such as Abbasbandy and Hajjari's approach [1], Cheng's distance [5] and Chu and Tsao's area [6] these numbers have the same ranking order however by presented operator the ranking order is $A \prec B \prec C.$ Logically, the crisp number C should be bigger than A and $B.$ It is evident that increasing ambiguity causes decreasing of the fuzzy number from the certainty.

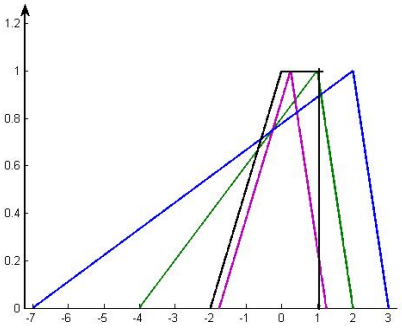


Fig.1.

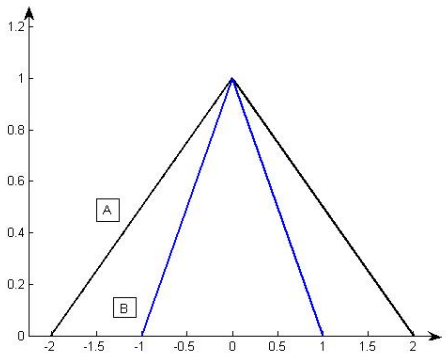


Fig. 2.

5. Conclusion

In spite of many ranking methods, no one can rank fuzzy numbers with human intuition consistently in all cases. Here, we have presented a simple ranking method by introducing an operator, which can apply for all defuzzification and rank fuzzy numbers more accurate. The proposed operator can effectively rank various fuzzy numbers and their images. It does not imply much computational effort and does not require a priori knowledge of the set of all alternatives. We also used comparative examples to illustrate the advantage of the proposed method.

References

[1] S. Abbasbandy and T. Hajjari, *approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers*, Comput. Math. Appl. **57** (2009) 413-419.

[2] Abbasbandy, C. Lucas and B. Asady, *A new method for ranking of fuzzy numbers through using distance method*, Quarterly J. Sci., Teacher Training University, **3** (2003) 83-88.

[3] B. Asady, *The revised method of ranking LR fuzzy number based on deviation degree*, Expert Systems with Applications, **37** (2010) 5056-5060.

[4] S. Bodjanova, *Median value and median interval of afuzzy number*, Inform. Sci. **172** (2005) 73-89.

[5] C. H. Cheng, *A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method*, Fuzzy Sets Syst. **95** (1998) 307-317.

[6] T. Chu and C. Tsao, *Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and orginal point*, Comput. Math. Appl. **43** (2002) 11-117.

[7] Y. Deng, Z. Zhenfu and L. Qi, *Ranking fuzzy numbers with an area method using radius of gyration*. Comput. Math. Appl. **51** (2006) 1127-1136.

[8] D. Dubios and H. Prade, *Oprations on fuzzy numbers*, J. System Sci. **9** (1978) 613-626.

[9] D. Dubois and H. Prade, *Fuzzy Sets and System: Theory and Application*, Academic Press, New York, 1980.

[10] D.P. Filev and R.R. Yager, *An adaptive approach to defuzzification based on level sets*, Fuzzy Sets and Syst. **53** (1993) 355-360.

[11] D.P. Filev and R.R. Yager, *A generalized defuzzification method via BADD distributions*, Int. J. Intell. Syst. **6** (1991) 687-697.

[12] T. Hajjari : *The Nearest Symmetric Trapezoidal Approximation of an Arbitrary Fuzzy Number*, In: 9th Iranian Conference on Fuzzy Systems, pp. 203-209, Iran (2009).

[13] T. Hajjari : *Comparison of Fuzzy numbers by Modified Centroid Point Method*. In: Third International Conference in Mathematical Sciences, pp. 1139-1145, Dubai (2008).

[14] T. Hajjari : *Fuzzy Euclidean Distance for Fuzzy Data*, In: 8th Iranian Conference on Fuzzy Systems, pp. 127-132, Iran (2008).

[15] T. Hajjari : *Ranking Fuzzy Numbers by Sign Length*, In: 7th Iranian Conference on Fuzzy Systems, pp. 297-301, Iran (2007).

[16] S. Halgamuge, T. Runkler and M. Glesner, *On the neural defuzzification methods*, in: Proceeding of the 5th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, (1996) 463-469.

[17] T. Jiang and Y. Li, *Generalized defuzzification strategies and their parameter learning procedure*, IEEE Transactions on fuzzy systems **4** (1996) 64-71.

[18] W.V. Leekwijck and E. E. Kerre, *Continuity focused choice of maxima: Yet another defuzzification method*, Fuzzy Sets and Syst. **122** (2001) 303-314.

[19] Q. Song and R. P. Leland, *Adaptive learning defuzzificatin techniques and applications*, Comput. Math. Appl. **81** (1996) 321-329.

[20] S. Roychowdhury and W. Pedrycz, *A survey of defuzzification strategies*, Int. J. Intell. Syst. **16** (2001) 679-695.

[21] Z.X. Wang, Y.J. Liu, Z.P. Fan, B. Feng, *Ranking LR fuzzy number based on deviation degree*, Information Sciences, **179** (2009) 2070-2077.

[22] X. Wang and E. E. Kerre, *Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I)*, Fuzzy Sets Syst.**118** (2001) 375-385.

[23] Y. M. Wang, J-B. Yang, D-L. Xu and K-S. Chin, *On the centroids fuzzy numbers*, Fuzzy Sets and Syst.**157** (2006) 919-926.

[24] Y.J. Wang and H. Sh. Lee, *The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centroid and original points*, Comput. Math. Appl. **55** (2008) 2033-2042.

[25] R.R. Yager, *Knowledge-based defuzzification*, Fuzzy Sets and Syst. **80** (1996) 177-185.

TAYEBEH HAJJARI *, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, ISLAMIC AZAD UNIVERSITY, FIRUZ KUH, FIRUZ KUH, IRAN.
E-mail address: tayebehajjari@iaufb.ac.ir

*SPEAKER

A NEW FUZZY NEURAL NETWORK MODEL FOR SOLVING FUZZY MAXIMUM FLOW PROBLEM

M.Ranjbar, M. Pakdaman

ABSTRACT. This paper is concentrated on one type of fuzzy linear programming problems (FLPP), for with fuzzy right hand side values. Considering fuzzy derivative and fuzzy differential equations, this kind of problem is solved using a fuzzy neural network model. To show the applicability of this method, it is applied to solve the fuzzy maximum flow problem(FMFP).

1. Introduction

In fuzzy decision making problems, the concept of maximizing decision was proposed by Bellman and Zadeh [1]. Zimmerman [8] presented a fuzzy approach to multi objective linear programming problems. Fuzzy linear programming problem (FLPP) with fuzzy coefficients was formulated by Negoita [4] and called robust programming. Dubois and Prade [2] considered linear fuzzy constraints. Tanaka and Asai [7] also proposed a formulation of fuzzy linear programming problem with fuzzy constraints. Their method was based on inequality relations between fuzzy numbers. Shaocheng [6] studied FLPP with fuzzy constraints and defuzzificated it by determining an upper bound for the objective function. There are many approaches for solving FLPPs.

Maximum flow problem (MFP) have important role in the theory of networks. Many problems in transportation, communication and routing can be model as MFP. In applications the arc capacities are not crisp. In this paper we solve fuzzy maximum flow problem (FMFP). Here we propose a different neural network model for solving FLPP and use it to solve FMFP.

The paper is outlined as follows. In section 2 we have a short introduction to fuzzy set theory. Formulation of an FMFP is introduced in section. Section 3 contains our new fuzzy neural network for solving above problem. Applicability of proposed new methods are illustrated by solving an example in section 3. Section 4 contains conclusions.

2. Preliminary Notes

Here first we state our requirements from fuzzy set theory and then introduce the models.

Definition 2.1. A fuzzy number u is a pair $(\underline{u},\overline{u})$ of functions $\underline{u}(\alpha),\overline{u}(\alpha):[0,1]\to R$ which satisfy the following requirements (this definition is based on α-cuts approach):

i. $\underline{u}(r)$ is a bounded monotonic increasing left continuous function.

ii. $\overline{u}(\alpha)$ is a bounded monotonic decreasing left continuous function.

iii. $\underline{u}(\alpha)\le\overline{u}(\alpha)\ \ for\ \ 0\le\alpha\le 1$.

The collection of all fuzzy numbers denoted by E^1. $u[\alpha]=[\underline{u}(\alpha),\overline{u}(\alpha)]$ denotes the α-cuts of u.

Definition 2.2. For arbitrary fuzzy numbers $u=(\underline{u},\overline{u}),v=(\underline{v},\overline{v})$ the distance between u and v is defined as follows:

$$d(u,v)=\underbrace{sup}_{0\le\alpha\le 1}\ \ max\left\{\left|\underline{u}(\alpha)-\underline{v}(\alpha)\right|,\left|\overline{u}(\alpha)-\overline{v}(\alpha)\right|\right\} \tag{1}$$

2.1. Problem formulation

As an application for this model of FLPP we can formulate a fuzzy maximum flow problem. The maximum flow problem is one of the classic combinatorial optimization problems with many applications such as electrical power, traffic communication, transportation, computer network. The problem is to find a flow of maximum value on a network from a source to a sink with fuzzy arc capacities. Consider a network with m nodes and n arcs. We associate with each arc (i,j), a lower bound on flow of L_{ij} and an upper bound on flow u_{ij}. In real world applications the amount of capacities of arcs are not certain. Here we shall assume throughout the development that u_{ij} are fuzzy number.

In such a network, we wish to find the maximum amount of flow from node 1 to node m. Let f represent the amount of flow in the network from node 1 to node m. Then the fuzzy maximum flow problem may be stated as follow:

Key words and phrases: Fuzzy linear programming problem, Fuzzy derivative, Neural networks, Fuzzy maximum flow problem.

$$\begin{aligned} \max \quad & f \\ \text{s.t} \quad & \sum_{j=1}^{m} x_{ij} - \sum_{k=1}^{m} x_{ki} = \begin{cases} f, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, m \\ -f, & i = m \end{cases} \\ & x_{ij} \le \tilde{u}_{ij} \qquad i = 1,2,...,m \\ & x_{ij} \ge 0 \qquad j = 1,2,...,m \end{aligned} \tag{2}$$

So we have a fuzzy linear programming problem with fuzzy right hand side values.

3. new fuzzy neural network model

To solve the FLPP (2) we introduce the following fuzzy optimization problem:

$$\max \quad \tilde{P}(x) = cx - \frac{\mu}{2} \, ||A_1 x + (A_2 x - \tilde{b})^+||_2^2, x \ge 0 \tag{3}$$

In model (3), μ is a positive constant, $A_1 \in R^{q \times n}$, $A_2 \in R^{p \times n}$, $c = (c_1, c_2, ..., c_n) \in R^n$, $\tilde{b} = (\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, ..., \tilde{b}_p) \in E^p$ and $(A_2 x - \tilde{b})^+ = \max\{0, A_2 x - \tilde{b}\}$ where, q is number of equality constraint and p is number of inequality constraint of FMFP.

Theorem 3.1.([3]) Let $\tilde{f}$ be a differentiable fuzzy function at $x \in \Omega \subseteq R^n$ (Ω is an open set). If x is a point of local minimum, then $\tilde{\nabla} \tilde{f}(x) = \tilde{0}$.

Proof: See [5].

For every x, $\tilde{P}(x)$ in (3), denote a fuzzy number. Consider the following α-cuts for $\tilde{P}(x)$:

$$\tilde{P}(x)[\alpha] = (\underline{P}(x,\alpha), \overline{P}(x,\alpha)). \tag{4}$$

we should have $\tilde{\nabla} \tilde{f}(x) = \tilde{0}$,. So for (3) we should have:

$$c - \mu(\sum_{j=1}^{q} a^{jT}(a^j x) + \sum_{i=1}^{p} a^{iT}(a^i x - \tilde{b}_i)^+) = \tilde{0} \tag{5}$$

Now we introduce the following fuzzy neural network models for the fuzzy optimization problem (3) as follows:

$$\frac{\tilde{d}(x)}{dt} = c - \mu(\sum_{j=1}^{q} a^{jT}(a^j x) + \sum_{i=1}^{p} a^{iT}(a^i x - \tilde{b}_i)^+) \tag{6}$$

Note that here x is not fuzzy and $\frac{\tilde{d}(x)}{dt}$ denotes the fuzzy derivative. Now we can replace (6) with the following systems:

$$\begin{cases} \frac{\overline{dx}}{dt} = c - \mu(\sum_{j=1}^{q} a^{jT}(a^j x) + \sum_{i=1}^{p} a^{iT}(a^i x - \overline{b_i})^+) \\ \frac{\underline{dx}}{dt} = c - \mu(\sum_{j=1}^{q} a^{jT}(a^j x) + \sum_{i=1}^{p} a^{iT}(a^i x - \underline{b_i})^+) \end{cases} \tag{7}$$

According to definition of α-cuts and noting that we have a maximization problem we only consider neural network as follow:

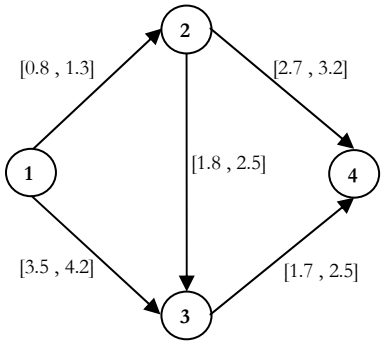
$$\frac{\overline{dx}}{dt} = c - \mu(\sum_{j=1}^{q} a^{jT}(a^j x) + \sum_{i=1}^{p} a^{iT}(a^i x - \underline{b_i})^+) \tag{8}$$

To solve above neural network model we use Euler method.

3.1 numerical example

To show the applicability of proposed new neural network we solve an example. This example is an FMFP with fuzzy right hand side values, we solve it with new method.

Example: Consider the fuzzy maximum flow problem for following network in figure (1) :



Figure(1).

where f is flow a from source to a sink and $\widetilde{b}_i$ are fuzzy arc capacities. The source and sink vertices are, respectively, vertices 1 and 4. The primal fuzzy maximum flow problem is a fuzzy linear programming problem as follows:

$$
\begin{aligned}
&\max \quad f \\
&s.t \\
&\quad x_{12} + x_{13} = f \\
&\quad x_{23} + x_{24} - x_{12} = 0 \\
&\quad x_{34} - x_{13} - x_{23} = 0 \\
&\quad -x_{24} - x_{34} = -f \\
&\quad x_{12} \le \widetilde{b}_1 \\
&\quad x_{13} \le \widetilde{b}_2 \\
&\quad x_{23} \le \widetilde{b}_3 \\
&\quad x_{24} \le \widetilde{b}_4 \\
&\quad x_{34} \le \widetilde{b}_5 \\
&f, x_{12}, x_{13}, x_{23}, x_{24}, x_{34} \ge 0
\end{aligned}
$$

where $\widetilde{b}_i$ ($i=1,2,3,4,5$) are fuzzy numbers with α-cuts:

$$
\begin{aligned}
b_1(\alpha) &= \left[\underline{b_1}(\alpha), \overline{b_1}(\alpha)\right] = [0, 1.3 - 0.5\alpha], \\
b_2(\alpha) &= \left[\underline{b_2}(\alpha), \overline{b_2}(\alpha)\right] = [0, 4.2 - 0.7\alpha], \\
b_3(\alpha) &= \left[\underline{b_3}(\alpha), \overline{b_3}(\alpha)\right] = [0, 2.5 - 0.7\alpha], \\
b_4(\alpha) &= \left[\underline{b_4}(\alpha), \overline{b_4}(\alpha)\right] = [0, 3.2 - 0.5\alpha], \\
b_5(\alpha) &= \left[\underline{b_5}(\alpha), \overline{b_5}(\alpha)\right] = [0, 2.5 - 0.8\alpha].
\end{aligned}
$$

Now according to equation (8), approximate solution by Euler method with $\mu = 1000$ and after 2500 iteration, where the optimal solution is obtained for $\alpha = 0.5$, (3.153, 1.051, 2.101, 1.051, 2.101). This solution is closed enough to fuzzy optimal solution (3.15, 1.05, 2.10, 1.05, 2.10).

4. Concluding remarks

In this paper a new method based on a fuzzy neural network model was proposed. The neural network contains fuzzy parameters, so it is a fuzzy differential equation and the derivative is fuzzy derivative. With this approach we solved the differential system with Euler method. Numerical results show the applicability and accuracy of this method.

REFERENCES

[1] R. E. Bellman, L. A. Zadeh , *Decision-making in a fuzzy environment,* Management science 17 (1970) B141-B164
[2] D. Dubois, H. Prade, *System of linear fuzzy constraints ,* Fuzzy sets and systems 13(1982) 1-10.
[3] S. Effati, A. R. Nazemi, *Neural networks models and its application for solving linear and quadratic programming problems,* Applied mathematics and computation 172 (2006) 305-331.
[4] C. V. Negoita , *Fuzziness in management, ,* OPSA/TIMS, Miami (1970).
[5] M. Panigrahi, G. Panda, S. Nanda, *Convex fuzzy mapping with differentiability and its application in fuzzy optimization,* European Journal of Operational Research (Article in press).
[6] T. Shaocheng , *Interval number and fuzzy number linear programming ,* Fuzzy sets and systems 66 (1994) 301-306.
[7] H. Tanaka, K. Asai , *Fuzzy linear programming with fuzzy numbers ,* Fuzzy sets and systems 13 (1984) 1-10.
[8] H. J. Zimmerman , *Fuzzy mathematical programming ,* Comput. Ops. Res. Vol. 10 No 4(1983) 291-298.

M.Ranjbar *, Technical institute of higher education of Quchan, Quchan, Iran
E-mail address: **m.ranjbart@gmail.com.**

M.Pakdaman, Sama organization(affiliated with islamic Azad university)-Mashhad branch, Mashhad, Iran
E-mail address: **pakdaman.m@gmail.com.**

* SPEAKER

AN APPLICATION OF THE REVISED RADIUS OF GYRATION METHOD FOR SOLVING FUZZY LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS

S.H. NASSERI, M.SOHRABI

ABSTRACT. Ranking fuzzy numbers plays an important role in linguistic decision making and some other fuzzy application systems such as management, operations research and etc. Many methods have been proposed to deal with ranking fuzzy numbers. Recently first the radius of gyration (ROG) method is proposed for ranking fuzzy number which was overcame the short coming of the pervious method and then also is proposed the revised ROG method for overcame the short coming of the ROG method. On the other hand, recently the fuzzy primal and dual simplex algorithm is designed based on ranking fuzzy numbers. Hence, in this paper, using the revised ROG method as an efficient tool for solving fuzzy linear programming is proposed. This paper is organized in 5 sections. In Section 1, we introduce some preliminaries of fuzzy sets. In Section 2, we explain the revised ROG's method for ranking fuzzy numbers. Fuzzy linear programming is defined in Section 3. An illustrative example is given in Section 4. We conclude in Section 5

1. Preliminary Notes

Fuzzy numbers are a special kind of fuzzy set, which are normal and convex. Although these numbers can be described by using many special methods and shapes, triangular and trapezoidal shapes are widely best used for solving practical applications. In this paper, we consider these two fuzzy numbers. In many fuzzy multiple criteria decision-making problems, the final scores of alternatives are represented in terms of fuzzy numbers. In order to choose best alternatives, we need a method for building a crisp total ordering from fuzzy numbers. Many methods for ranking of fuzzy numbers have been suggested. Each method appears to have some advantages as well as disadvantages. In fuzzy multiple criteria decision making problems, many triangular fuzzy numbers can intuitively rank its ordering by drawing its curves. If its ordering cannot be ranked by figures, we can use many other methods of ranking fuzzy numbers. Here w briefly give some necessary definitions and backgrounds which will be used throughout the paper [2].

Definition 1.1. Let U be a universe set. A fuzzy set A of U is defined by a membership function $\mu_A \rightarrow [0,1]$ where $\mu_A(x), \forall x \in U$ indicates the degree of x in A.

Definition 1.2. A triangular fuzzy number A is a fuzzy number with a piecewise linear membership function μ_A defined by:

$$\mu_A = \begin{cases} \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \le x \le a_2, \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2} & a_2 \le x \le a_3, \\ 0 & otherwise\ , \end{cases}$$

which can be denoted as a triplet (a_1, a_2, a_3).

Definition 1.3. The membership function f_A of A can be expressed as

$$f_A(x) = \begin{cases} f_A^L, & a \le x \le b, \\ w, & b \le x \le c, \\ f_A^R, & c \le x \le d, \\ 0, & otherwise\ , \end{cases}$$

where $f_A^L : [a,b] \rightarrow [0,w]$ and $f_A^R : [c,d] \rightarrow [0,w]$ Since $f_A^L : [a,b] \rightarrow [0,w]$ is continuous and strictly increasing, the inverse function of f_A^L exists. Similarly, since $f_A^R : [c,d] \rightarrow [0,w]$ is continuous and strictly decreasing, the inverse function of f_A^R also exists. The inverse functions of f_A^R, f_A^L can be denoted by g_L, g_R respectively. Since $f_A^R : [c,d] \rightarrow [0,w]$ is continuous and strictly increasing, $g_A^L : [0,w] \rightarrow [a,b]$ is also continuous and strictly increasing. Similarly, since $f_A^L : [a,b] \rightarrow [0,w]$ is continuous and strictly decreasing, $g_A^R : [0,w] \rightarrow [c,d]$ is also continuous and strictly increasing, g_A^L, g_A^R are continuous on [0,w]; are continuous on [0,w]; they are integrable on [0,w].

2. The revised radius of gyration of fuzzy numbers

Radius of gyration is a concept in mechanics. Deng and his colleagues gave a new area method to rank fuzzy numbers with the radius of gyration (ROG) points (see in [1]). Here, we keep all discussions of them.

Key words and phrases: triangular fuzzy number, ranking fuzzy number, fuzzy linear programming,

The moment of inertia of the area A with respect to the x axis, and the moment of inertia of the area A with respect to the y axis are defined, respectively, as

$$I_x = \int_A y^2 dA , \qquad I_y = \int_A x^2 dA \tag{1}$$

The radius of gyration of an area A with respect to the x axis is defined as the quantity r_x, that satisfies the relation,

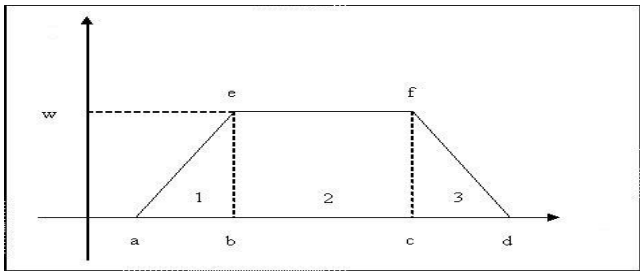
$$I_x = r_x^2 A \tag{2}$$

where r_x is the moment of inertia of A with respect to the x axis. Solving equation for r_x, concludes that

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \tag{3}$$

In a similar way, they define the radius of gyration of an area A with respect to the y axis is

$$I_y = r_y^2 A \quad , \qquad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \tag{4}$$



They mentioned when a generalized fuzzy number A is given, the radius of gyration (ROG) points of the generalized fuzzy number A is denoted as (r_x^A, r_y^A) whose value can be obtained by equations (3) and (4). For an area made up of a number of simple shapes, the moment of inertia of the entire area is the sum of the moments of inertia of each of the individual area about the axis desired. For example, the moment of inertia of the generalized trapezoidal fuzzy number in Figure 1 can be obtained as follows:

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}, I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} \tag{5}$$

Example 2.1[1]. Determine the moment of inertia and the radius of gyration of the generalized trapezoidal fuzzy number. First, the trapezoid (a, e, f, d) can be divided into three parts, (a, e, b) , (b, e, f, c) , and (c, f, d). The moment of inertia of the area (aeb) with respect to x axis, and the moment of inertia of the area (a, e, b) with respect to y axis can be calculated

$$(I_x)_1 = \frac{(b-a)w^3}{12}, (I_x)_2 = \frac{(c-b)w^3}{3}, (I_x)_3 = \frac{(d-c)w^3}{12} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} (I_y)_1 &= \frac{(b-a)^3 w}{4} + \frac{(b-a)a^2 w}{2} + \frac{2(b-a)^2 w}{3}, \\ (I_y)_2 &= \frac{(c-b)^3 w}{3} + (c-b)b^2 w + (c-b)^2 bw , \\ (I_y)_2 &= \frac{(d-c)^3 w}{12} + \frac{(d-c)c^2 w}{2} + \frac{(d-c)^2 cw}{3} \end{aligned} \tag{7}$$

So, the (ROG) point of generalized trapezoidal fuzzy number can be calculated as

$$r_x = \sqrt{\frac{(I_x)_1 + (I_x)_2 + (I_x)_3}{(((c-b)+(d-a)).w)/2}} \qquad r_y = \sqrt{\frac{(I_y)_1 + (I_y)_2 + (I_y)_3}{(((c-b)+(d-a)).w)/2}} \tag{8}$$

Now for comparing two fuzz numbers A and B, according to the revised ROG method, we have

$$\begin{aligned} &1.\ r_y(A) > r_y(B) \Rightarrow A > B \\ &2.\ r_y(A) < r_y(B) \Rightarrow A < B \\ &3.\ r_y(A) = r_y(B) \Rightarrow \begin{cases} r_x(A) > r_x(B) \Rightarrow A > B \\ r_x(A) < r_x(B) \Rightarrow A < B \\ r_x(A) = r_x(B) \Rightarrow A = B \end{cases} \end{aligned} \tag{9}$$

3. Fuzzy linear programming

A linear programming problem is defined as:

$$\begin{aligned} Max \quad & z = cx \\ s.t. \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

where $c = (c_1, c_2, ..., c_n), b = (b_1, b_2, ... b_m)^T$ and $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ and the vector $x \in R^n$. In this problem, all parameters are crisp. If some parameters be fuzzy numbers, we have a kind of fuzzy linear programming. In many real situations the cost coefficients in linear programming problems are fuzzy numbers. Here, we consider these kind problems including to the triangular fuzzy numbers and is defined as follows:

$$\begin{aligned} Max \quad & \tilde{z} = \tilde{c}\, x \\ s.t. \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{11}$$

where $b \in R^m, x \in R^n, A \in R^{m \times n}, \tilde{c} \in F(R)^n$[3,4]. We denote these problems with FLP and any x satisfies the system Ax = b, $x \geq 0$ is said a feasible solution to (11). Now for defining a basic feasible solution for FLP problems, consider the system Ax = b with $x \geq 0$ where A is an m × n matrix and b is an m vector. Suppose that rank(A) = m. Partition after possibly rearranging the column of A as [B,N] that B is an m × m matrix. The vector $x = (x_B^T, x_N^T)^T$ where $x_B = B^{-1}b, x_N = 0$ is called a basic feasible solution (BFS) of system. Here B is called the basic matrix and N is called the nonbasic matrix. The components of x_B are called the basic variables. If $x_B > 0$ then x is called a nondegenerate basic feasible solution, and the corresponding fuzzy objective value is $\tilde{z} = \tilde{c}_B x_B$ where $\tilde{c}_B = (\tilde{c}_{B_1}, \tilde{c}_{B_2}, ..., \tilde{c}_{B_m})$

Now, corresponding to every index $1 \leq j \leq n$ define

$$\tilde{z}_j = \tilde{c}_B y_j = \tilde{c}_B B^{-1} a_j$$

we have $e_j = B^{-1} a_j$ where $e_j = (0,..., 0,1,0,..., 0)^T$. so we have

$$\tilde{z}_j - \tilde{c}_j = \tilde{c}_B B^{-1} a_j - \tilde{c}_j = \tilde{c}_B \tilde{e}_j - c_j - c_j = \tilde{0}$$

$$\begin{aligned} Max \quad & \tilde{z} = \tilde{c}_B x_B + \tilde{c}_N x_N \\ s.t. \quad & Bx_B + Nx_N = b \\ & x_B, x_N \geq 0. \end{aligned}$$

Definition 3.1. A feasible solution x_* is an optimal solution for (11), if $\tilde{c}\, x_* \geq \tilde{c}\, x_*$ for all feasible solution x. We can write

$$x_B + B^{-1}Nx_N = B^{-1}b$$

$$\tilde{z} + (\tilde{c}_B N - \tilde{c}_N) x_N = \tilde{c}_B B^{-1} b$$

Basis	x_B	x_N	R.H.S
$\tilde{z}$	$\tilde{0}$	$\tilde{z}_N - \tilde{c}_N = \tilde{c}_B B^{-1} N - \tilde{c}_N$	$\tilde{y}_{00} = \tilde{c}_B B^{-1} b$
x_B	1	$y = B^{-1} N$	$y_0 = B^{-1} b$

Theorem 3.1[3]. Let the FLP problem be nondegenerate. A basic feasible solution $x_B = B^{-1}b, x_N = 0$ is optimal to (11) if and only if

$$\forall j \ 1 \le j \le n, \quad \tilde{z}_j \ge \tilde{c}_j$$

Remark 3.1. According the optimality conditions (Theorem 3.1) we are at the optimal solution if $\tilde{z}_j - \tilde{c}_j \ge \tilde{0}$ for nonbasic variables. On the other hand, if $\tilde{z}_j - \tilde{c}_j < \tilde{0}$ for some nonbasic variables, then the problem is either unbounded or exchange of a basic variable x_B and nonbasic variable x_k can be made to increase the rank of the objective value.

Theorem 3.2[4]. If in an FLP simplex tableau, there is a column k (not is basis) so that $\tilde{z}_j - \tilde{c}_j < \tilde{0}$ and $y_{ij} \le 0, i = 1,..., m$ then the FLP problem is unbounded.

Theorem 3.3[4]. If in an FLP simplex tableau, a k exists such that $\tilde{z}_j - \tilde{c}_j < \tilde{0}$ and there exists a basic index B_i such that $y_{ik} > 0$ then a pivoting row r can be found so that pivoting on y_{rk} yields a feasible tableau with a corresponding nondecreasing (increasing under nondegeneracy assumption) fuzzy objective value.

Remark 3.2[4]. If k exists such that $\tilde{z}_j - \tilde{c}_j < \tilde{0}$ and the problem is not unbounded then r can be chosen so that

$$\frac{y_{r0}}{y_{rk}} = \min\{ \frac{y_{i0}}{y_{ik}} \mid y_{ik} > 0, 1 \le i \le m \}.$$

In order to replace x_{B_r} in the basis by x_k resulting in a new basis $\hat{B} = (a_{B_1},... a_{B_{r-1}}, a_k, a_{B_{r+1}},..., a_{B_m})$ The new basis is primal feasible and the corresponding fuzzy objective value is nondecreasing (increasing under nondegeneracy). It can be shown that the new simplex tableau is obtained by pivoting on y_{rk} that is, doing Gaussian elimination on the k th column using the pivot row r, with the pivot y_{rk} to transform the kth column to the unit e_r, It is easily seen that the new fuzzy objective value is:

$$\tilde{y}_{00} = y_{00} - y_{0k}\left(\frac{y_{r0}}{y_{rk}}\right) \ge y_{00}$$

4. Numerical example

Example 4.1. Consider the following FLP problem

$$\begin{aligned} Max \quad & \tilde{z} = (3,2,2)x_1 + (5,2,4)x_2 \\ s.t. \quad & x_1 + 3x_2 \le 4 \\ & 4x_1 - 2x_2 \le 8 \\ & x_1, x_2 \ge 0. \end{aligned}$$

First exchange into normal form:

$$\begin{aligned} & x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ & 4x_1 - 2x_2 + x_4 = 8. \end{aligned}$$

The FLP simplex tableau

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	R.H.S
$\tilde{z}$	(-3,2,2) $\tilde{0}$	(-5,4,2)		$\tilde{0}$	$\tilde{0}$
x_3	1	3	1	0	4
x_4	4	-2	0	1	8

Since $\tilde{y}_{01} = \tilde{z}_1 - \tilde{c}_1 = (-3,2,2), \tilde{y}_{02} = \tilde{z}_2 - \tilde{c}_2 = (-5,4,2)$ then, using Revised ROG method for ordering

$\tilde{y}_{01} > \tilde{y}_{02}$ hence x_2 enters the basis and the leaving variable is x_3 Pivoting on y_{23} results in the next table:

Basis	x_1	x_2	x_3	R.H.S
	x_4			
$\tilde{z}$	$(\frac{-4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3})$ $\tilde{0}$	$(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$	$\tilde{0}$	$(\frac{20}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3})$
x_2	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$
x_4	0			$\frac{32}{3}$
	$\frac{14}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	
	1			

Again using Revised ROG method conclude that $\tilde{y}_{01} < 0$ and $\tilde{y}_{0j} > 0$ for all $j \neq B_i \cup \{1\}$ and hence x_1 enters the basis and the leaving variable is x_4 results in the next table

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	R.H.S
$\tilde{z}$	$\tilde{0}$	$\tilde{0}$	$(\frac{39}{21}, \frac{24}{21}, \frac{35}{21})$	$(\frac{12}{294}, \frac{30}{294}, \frac{24}{294})$	$(\frac{1044}{147}, \frac{552}{147}, \frac{912}{147})$
x_2	0	1	$\frac{2}{7}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{4}{7}$
x_1	1	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{32}{14}$

Note that, this table is optimal, because $(\tilde{z}_3 - \tilde{c}_3, \tilde{z}_4 - \tilde{c}_4) > \tilde{0}$. Therefore, the fuzzy optimal value of the objective function is

$$\tilde{z} = (\frac{1044}{147}, \frac{552}{147}, \frac{912}{147})$$

5. Conclusion

Revised ROG method is one of the most efficient methods for ranking fuzzy numbers. In this paper, we suggested using this method in the fuzzy primal simplex where we need to evaluate the optimality condition in the each iteration. The mentioned approach will be useful when one have to use the fuzzy dual simplex too.

REFERENCES

[1]Y.Deng, Z.Zhenfu,L.Qi, *Ranking fuzzy numbers with an area method using Radious of Gyration*, Computers and Mathematics with Applications 51 (2006) 1127-1136.
[2] D. Dubois, H. Prade, *Operations on fuzzy numbers*, The International Journal of Systems Sciences 9 (1978) 613-626.
[3] H.R. Maleki, M. Tata, M. Mashinchi, *Linear programming with fuzzy variables*, Fuzzy Sets and Systems 109 (2000) 21-33.
[4] N. Mahdavi-Amiri, S.H. Nasseri, *Duality results and a dual simplex method for linear programming problems with trapezoidal fuzzy numbers*, Fuzzy Sets and Systems 158 (2007) 1961-1978.

S.H. NASSERI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, MAZANDARAN UNIVERSITY, BABOLSAR, IRAN.
E-mail address: **nasseri@umz.ac.ir**

M.SOHRABI*, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, MAZANDARAN UNIVERSITY, BABOLSAR, IRAN.
E-mail address: **m.sohrabi@umz.ac.ir**

*SPEAKER

A FUZZY PROGRAMMING MODEL FOR SUPPLIER LOCATION PROBLEM WITH COVERAGE DISTANCE APPROACH

Mahdi Bashiri, Ali Rajabali Kani

ABSTRACT. Suitable location of suppliers play an important role in the costs decrease and satisfying customers demand in a supply chain management. In this paper, we illustrate that supplier location problem can be formulated by extended covering location model which demands are vague. We apply linguistic values to appraise the demand weights of customers. In presented model, we consider customers demand coverage, setup costs, and penalty costs, because sometimes lack of covering for customers is so important because of their great penalty and setup costs. In this case the maximization of total covered demand is not sufficient and minimization of total penalty and setup cost must be considered too, so in this paper multiple objective model is presented for covering problem paying attention to three criteria based on fuzzy set theory(FST) simultaneously. Also we consider backup covering case. The results show that by proposed model we will have better coverage for customers with a minimum cost.

1. Introduction

In most facility location problems for supply chain networks, the important goal is assigning the facilities to the clients in order to minimize the set up costs. So this service depends on distance between client and facility. The distance can be as a kind of time or cost or etc. In such problems, determining facilities location in order to covering the customers, is called the covering problem. Basically, fully covering or uncovering is not only sufficient in real world problems, and penalty costs due to partial coverage and setup costs are important, too. In most investigations, following objectives have been propounded separately, maximizing the sum of the covered demands and minimizing the sum of the costs (locating, setup, transportation, penalty cost and etc). In these approaches, optimum solution in one model cannot be as an optimum solution in the other one. That is, in Maximal Covering Location Problem(MCLP) Berman et al.(2003), perhaps we construct a network with maximal covering but with a high setup and penalty cost because of some demand uncovering and some places have great cost for setup facilities. In contrast, on the basis of cost minimization model, the facilities are placed in nodes with low total covered demands. But in this research supplier location problem is formulated by facility location modeling based on coverage distance, so three objective covering problem is presented with paying attention to these criteria simultaneously. This paper proposed a maximal covering with considering setup costs and penalty costs of partial covering and uncovering which demands of customers is vague. For appraising demand weights, linguistic values are stated in trapezoidal fuzzy numbers. The paper is organized as follows: first literature review is represented then Berman et al.(2003) model, and Mirchandani & Francis,(1990) model are discussed in section 2. In section 3, a proposed model is presented which will consider setup cost, partial coverage and uncovering penalty cost, and backup covering. In section 4, solution technique is expressed. In section 5, the proposed models are illustrated by a numerical example, and in last section, conclusion and the future research are discussed.

2. Literature review

The earliest subject about covering problem was presented by Hakimi, (1964) in appointing the minimum police center[8]. Church and Revelle, (1976) formulated maximal covering location problem and they studied the relationship between Set Coverin Problem(SCP), MCLP and p-median problem[5]. Hogan & Revelle, (1986) formulated multi objective maximal back up covering model[9]. Berman et al.(2003) and karasakal et al.(2004) defined two coverage radius for located facilities. In MCLP inside lower radius, client is covered fully, outside of the larger radius, the facility do not covered at all and between two radius is covered partially[3],[11]. Correa and et al.(2009) used column generation and covering graph to solve probabilistic maximal covering location-allocation problem with a constraint in waiting time or queue length for congested systems[6]. In practice, location and covering include uncertainties, Fuzzy set theory is an effective tools to handle uncertainty and vagueness . Hwang et al.(2004) presented set covering problem using fuzzy set theory[10]. Chon et al.(2008) presented simple additive weighting system(SAWS) in fuzzy case to select facility locations alternatives. Batanovic et al.(2009) illustrated fuzzy

Key words and phrases: Backup covering; Penalty cost; Partial coverage; Fuzzy set theory.

approach in maximal covering location problem[4]. Comparing between proposed model in this paper and other models are illustrated in Table 1.

Table 1- Comparing the introduced models

References	Objective	Demand	Covering by more than one facility	Two coverage distance	Penalty Cost
Church and Revelle(1974)[5]	Single	Crisp	-	-	-
Hugan and Revelle(1986)[9]	Multiple	Crisp	-	x	-
Mirchandani and Francis(1990)[12]	Single	Crisp	-	-	x
Daskin(1995)[7]	Single	Crisp	-	-	-
Berman et al.(2003)[3]	Single	Crisp	-	x	-
Karasakal et al.(2004)[11]	Single	Crisp	-	x	-
Charles Revelle(2008)[13]	Single	Crisp	x	-	-
Chou et al.(2008)[4]	FMADM	Crisp	-	-	-
Zhu et al.(2009)[15]	Single	Crisp	-	-	-
Francisco Correa(2009)[6]	Single	Crisp	x	-	-
This paper	Multiple	Vague	x	x	x

2.1. MCLP with consideration of two coverage distance

Berman et al. Developed covering problem in lower bound (l_i) and upper bound (u_i) replace a critical coverage distance[3].

Consider a set of nodes (N) network (G) with a set of links (L). n is number of candidate facilities locating nodes and m is number of customers. The importance weight of demand for node i is shown by w_i . If J is considered as a set of candidate location index, then d_{ij} called as the shortest distance between node i and j that $j \in J$. i is index of customer and j is index of candidate place for facilities location. So the fraction of node i demand is covered by located facility in candidate locating is as following:

$$\text{if } d_{ij} \le l_i : f(d_{ij}) = 1 \quad , \text{ if } d_{ij} > u_i \quad f(d_{ij}) = 0 \text{ and if } l_i < d_i(s) \le u_i , f(d_{ij}) = \frac{u_i - d_{ij}}{u_i - l_i} \tag{1}$$

Parameter c_{ij} is calculated as follows :

$$c_{ij} = \begin{cases} w_i & if \ d_{ij} \le l_i \\ w_i f(d_{ij}) & if \ l_i < d_{ij} \le u \\ 0 & if \ d_{ij} > u_i \end{cases} \tag{2}$$

Where c_{ij} is a fraction of node i demand which is covered by facility located at j.

2-2 Minimizing the sum of penalty costs

In this model, number of facilities that are located is limited such as previous model. So, probably some of customers are not covered. Therefore Mirchandani & Francis,(1990) considered penalty cost for nodes are not covered. By this approach in order to minimize the sum of the penalty costs, customer are covered[12].

3. Proposed model

As mentioned before customers demand should be covered as far as possible to don't suffer penalty cost. In this section we proposed a model that it will consider setup costs, partial coverage and uncovering penalty cost and also backup covering. In this model, three objective covering problem is presented with paying attention to maximization of the total covered demands(which demands are vague) and minimization of the total penalty costs in addition setup costs simultaneously.

If a customer can be covered by more than one facility, the backup covering of customers will be possible. This recovering can be occurred in non fully coverage by each facilities. For example: if 50% of

a node demand is covered by a facility and 70% of its demand by another facility, fully recovering will be possible. Maximal Backup Covering location Problem(MBCLP) has been presented by Hogan and Revelle, (1986) In mentioned model, maximal covering is considered with backup covering clause.
In this model, it is considered penalty cost for remained fraction due to partial coverage to obtain the most backup covering by locating facilities in candidate nodes which have less total setup costs. It is used linguistic values in trapezoidal fuzzy numbers to appraise demand weights.
In this section the applied linguistic variables is shown in Fig.1. The fuzzy parameter $\tilde{c}_{ij}$ can be expressed as:

$$\tilde{c}_{ij} = \tilde{w}_i \otimes c_{ij} \tag{3}$$

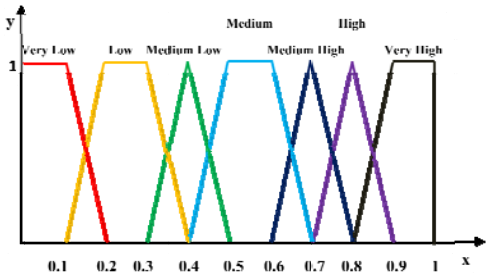


Figure 1-Linguistic variable for importance weight of each demand

Where $\tilde{w}_i$ is demand weight in fuzzy number. The model is shown as:

$$Max \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} y_{ij} \tag{4}$$

$$Min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_i z_i (1 - f\ (d_{ij}) y_{ij}) \tag{5}$$

$$Min \quad \sum_{j=1}^{n} g_j x_j \tag{6}$$

$$subject \quad to:$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = P \tag{7}$$

$$x_j \geq y_{ij} \qquad \forall i, \forall j \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{n} f\ (d_{ij}) y_{ij} + z_i \geq 1 \quad \forall i \tag{9}$$

$$x_j, y_{ij}, z_i = 0,1 \qquad \forall i, \forall j \quad i = 1,2,....,m \quad j = 1,2,....,n \tag{10}$$

Where p_i is Cost due to uncovering of ith node, g_j is the setup cost due to locating a facility in location j and P is number of facilities that must be located. Decision variables are defined as follow : $x_j = 1$ if and only if a facility is located at j, $y_{ij} = 1$ if and only if node i is covered by the facility that is located at j and $z_i = 1$ if and only if ith node is not covered.. The membership functions of each $\tilde{c}_{ij}$ is:

$$\mu_{\tilde{c}_{ij}}(x)=\begin{cases}0 & x<n_1\\ \dfrac{x-n_1}{n_2-n_1} & n_1\le x\le n_2\\ 1 & n_2\le x\le n_3\\ \dfrac{x-n_4}{n_3-n_4} & n_3\le x\le n_4\\ 0 & x>n_4\end{cases} \tag{11}$$

Eq.4 maximizes the sum of the covered demands, and Eq.5 minimizes the fully and partial uncovering cost of customer i. Eq.6 minimizes the total setup costs due to locating facilities. Eq.7 shows the limitation of facilities numbers. Eq.8 guarantees that ith node should be covered by located facility in jth location. In Eq.9 z_i is equal one, if $\sum f(d_{ij})y_{ij}$ is equal or less than one, i.e. the sum of fractions of customer i is covered by located facilities in candidate sites, is less than its total demands, so in the case of z_i=1 for remained fraction, the total cost due to uncovering will be minimized with objective functions to have the most covering of demands. and last constraint shows the model is binary programming.
In next section this proposed model can be solved by fuzzy linear programming methods and Technique for order preference by similarity to ideal solution method(TOPSIS) in multiple objective decision making(MODM) problems.

4- Solution technique

Before calculating the non dominated solution of this multiple objective model , the first objective function can be difuzziness. So according Zhang et al.(2003) method[14], the Eq.4 is expressed as:

$$Max \quad \sum_{k=1}^{4}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} n_{k_{\tilde{c}_{ij}}} y_{ij} \tag{12}$$

Where $n_{k_{\tilde{c}_{ij}}}$ is the kth element of trapezoidal fuzzy number $\tilde{c}_{ij}$.

The TOPSIS method for MODM problems is expressed as:

$$\begin{aligned} &Max/Min\left[f_1(x), f_2(x),..., f_k(x)\right]\\ &s.t.; x\in X=\{x\mid g_s(x)\{\ge=\le\}0,\forall s\}\end{aligned} \tag{13}$$

Where $f_j(x), j\in J$ and $f_i(x), i\in I$ are the objective functions of benefit and cost type respectively. The steps are defined as:

Step 1: Calculate f^* and $f^{'}$:

$$f^*=\left\{\underset{x\in X}{Max}\ f_j(x),\forall j \ \ and/or \ \ \underset{x\in X}{Min} f_i(x),\forall i\right\}, j\in J, i\in I \tag{14}$$

$$f^{'}=\left\{\underset{x\in X}{Min}\ f_j(x),\forall j \ \ and/or \ \ \underset{x\in X}{Max} f_i(x),\forall i\right\}, j\in J, i\in I \tag{15}$$

Where $f^*=\{f_1^*, f_2^*,..., f_k^*\}$ and $f^{'}=\{f_1^{'}, f_2^{'},..., f_k^{'}\}$ are the set of positive ideal solution(PIS) and the set of negative ideal solution(NIS) respectively.

Step 2: Determine PIS and NIS.

Step 3: Calculate the distance function of PIS and NIS as:

$$d_p^{PIS}=\left\{\sum_{j\in J} w_j^p\left[\frac{f_j^*-f_j(x)}{f_j^*-f_j^{'}}\right]^p+\sum_{i\in I} w_i^p\left[\frac{f_i(x)-f_i^*}{f_i^{'}-f_i^*}\right]^p\right\}^{1/p} \tag{16}$$

$$d_p^{NIS}=\left\{\sum_{j\in J} w_j^p\left[\frac{f_j(x)-f_j^{'}}{f_j^*-f_j^{'}}\right]^p+\sum_{i\in I} w_i^p\left[\frac{f_i^{'}-f_i(x)}{f_i^{'}-f_i^*}\right]^p\right\}^{1/p} \tag{17}$$

Where $w_k, (k=1,2,...,K)$ is the importance of kth function and P define the type of distance.

Step 4: Decrease the multiple objective problem in to two objective as:

$$\begin{aligned} &Min \;\; d_p^{PIS}(x) \\ &Max \;\; d_p^{NIS}(x) \\ &S.t; \;\; x \in X \end{aligned} \tag{18}$$

Step 5: Construct Pay-off matrix for distance function of PIS and NIS.

Step 6: Construct membership functions for d_p^{PIS} and d_p^{NIS} as:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 & d_p^{PIS}(x) < (d_p^{PIS})^* \\ \dfrac{(d_p^{PIS})' - d_p^{PIS}(x)}{(d_p^{PIS})' - (d_p^{PIS})^*} & (d_p^{PIS})^* \le d_p^{PIS}(x) \le (d_p^{PIS})' \\ 0 & d_p^{PIS}(x) > (d_p^{PIS})' \end{cases} \tag{19}$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 1 & d_p^{NIS}(x) > (d_p^{NIS})^* \\ \dfrac{(d_p^{NIS})^* - d_p^{NIS}(x)}{(d_p^{NIS})^* - (d_p^{NIS})'} & (d_p^{NIS})' \le d_p^{NIS}(x) \le (d_p^{NIS})^* \\ 0 & d_p^{NIS}(x) < (d_p^{NIS})' \end{cases} \tag{20}$$

Step 7: Calculate the non dominated solution of this two- objective function by use of Max-min operator(Belman & Zadeh,1970) as:

$$\begin{aligned} &Max \;\; \alpha \\ &S.t; \qquad \mu_1(x) \ge \alpha, \;\; \mu_2(x) \ge \alpha, \;\; x \in X \end{aligned} \tag{21}$$

In next section, the proposed model is illustrated with an numerical example.

5- Numerical example

The network G=(N,L) presented by Daskin ,(1995), is shown in Fig.2. The length of this arcs are illustrated on them. The weight of demands, the cost due to uncovering, and setup cost are in Table 2 for each customers, also lower bound is Li=15 and upper bound is Ui=20.
The parameter $\tilde{c}_{ij}$ is calculated based on Eq.3 as Table 3.

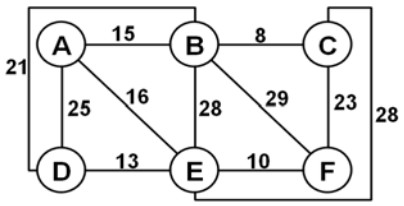


Figure 2- Network of G for the numerical example

Table 2- Demands weights and uncovering costs of network nodes

Demand node	A	B	C	D	E	F
Demand	ML	ML	M	ML	H	M
Penalty Cost	50	50	300	100	100	300
Setup Cost	400	500	400	100	200	100
	0	0	0	0	0	0

Table 3- Fuzzy weights of customers which are covered by located facilities.

	A	B	C	D	E	F
A	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0.24,0.32,0.32,0.4)	(0,0,0,0)
B	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0.12,0.16,0.16,0.2)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)
C	(0,0,0,0)	(0.16,0.2,0.24,0.28)	(0.4,0.5,0.6,0.7)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)
D	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0.3,0.4,0.4,0.5)	(0,0,0,0)
E	(0.56,0.64,0.64,0.72)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)
F	(0,0,0,0,)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0,)	(0.4,0.5,0.6,0.7)	(0.4,0.5,0.6,0.7)

The maximizing objective function is constructed based on Eq.12, then TOPSIS method is used for this multiple objective decision making problem as fallowing steps:

According steps 1,2,3 and 4 the pay off matrix for PIS and NIS and distance function of PIS and NIS are constructed. In this example it is assumed that p=2 and w_1=0.2, w_2=0.3, and w_3=0.5. The membership

Table 5- Quantity Comparison between introduced models and proposed model

Models	Covered demands						Total covered demands	Total penalty Cost	Total setup Cost
	Fully		Partial		Backup				
	Number of nodes	Amount of demands	Number of nodes	Amount of demands	Number of nodes	Amount of demands			
Berman Model	4	9.2	2	1.92	0	0	11.12	50	6000
Francis Model	4	9.2	0	0	0	0	9.2	100	6000
Set covering	3	7	0	0	0	0	7	400	2000
Proposed model	3	7	1	1.28	2	5.4	13.68	360	3000

functions for d_p^{PIS} and d_p^{NIS} are constructed and by use of Max-min operator (Belman & Zadeh,1970) the preferred solution is calculated. The results are shown in Table 4.

According to the results, by locating two facilities in sites E and F, customers D, E, and F will be covered fully and 80% of customer A demand will be covered partially. Also customers E and F will be recovered by located facility in site F and E respectively. By analyzing the results it is demonstrated that this model can locate facilities in sites where have less setup costs and obtains the most covered demand and maximize the backup covering, furthermore some nodes which have great penalty cost are covered as far as possible. The comparison between previous models and proposed model are shown in Fig.3 and Table 5. Fig.3 shows that proposed model have better results. Although the results of Berman et al.(2003) model and Mirchandani & Francis,(1990) model have less total penalty cost but the proposed model results have more covered demand and less total setup costs than theirs. The set covering model has less total setup costs than the others, but the proposed model considerably has more covered demand than it.

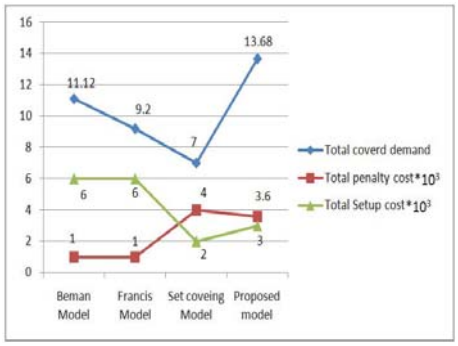


Figure 3- Comparison diagram between introduced models and proposed model.

6- Conclusion

Obtaining the most granted demand and paying the lowest cost for uncovering and setup by located facilities, is an important goal in supply chain management. In this paper supplier location problem was

Table 4- The Preferred solution value

α	d_2^{PIS}	d_2^{NIS}	f_1	f_2	f_2	Decision Variable
0.9974	0.1859	0.4860	13.86	360	3000	$y_{AE}=y_{DE}=y_{EE}=y_{FE}=y_{EF}=y_{FF}=1$ $x_E=x_F=1$ $z_A=z_B=z_C=1$

formulated by extended covering location model which the customer demands were vague. Linguistic values were expressed in trapezoidal fuzzy numbers to appraising demand weights of customers. It was endeavored maximize covered demands and minimize penalty and setup cost simultaneously, also backup covering will be possible. To achieve these objectives, decision makers should apply the most suitable tools, methods and criterion. The results of this research show that we have to pay attention to all aspects of covering problem such as maximal covering, backup covering, partial covering, covering penalty cost,

and setup cost. We proposed a model that can provide better coverage with a minimum cost. As a future research, this problem can be consider in large scaled supply chain network.

REFERENCES

[1] V. Batanovic and D. Petrovic and R. Petrovic, *Fuzzy logic based algorithms for maximum covering location problems*, Information Science, 179, (2009),120-129.
[2] R.E.Bellman, and L.A. Zadeh, *Decision-making in a fuzzy environment*, Management Science, 17(1970),141–164.
[3] O. Berman and D.Krass and Z.Drezner, *The gradual Covering decay Location Problem on a network*, European Journal of Operational Research, 151, (2003), 474-480.
[4] S.Chon and Y.Chang and C.Shen, *A fuzzy simple additive weighting system under group decision-making for facility location selection with objective/subjective attributes*, European Journal of Operational Research, (2008),132-145.
[5] R.Church and C.Revelle. *Theoretical and computational links between the p-median, location set-covering and the maximal covering location problem*, Geographical Analysis, 8, (1976)406-415.
[6] F.A. Correa and L.A.N. Lorena, *A decomposition approach for the probabilistic Maximal covering location-allocation problem*, Computers Operations Research, 36, (2009),2729-2739.
[7] M.Daskin, *Network and discrete location: Models, Algorithms, and Applications*, New York,1995.
[8] S. L.Hakimi, *Optimum ditrebution of switching centre's in a communication network and some related graph theoretic problems*, Operations Research, 13, (1964), 462-475.
[9] K.Hogan and C.Revelle, *Concepts and applications of backup covering*," Management Science, 32, (1986),1434-1444.
[10] M.J. Hwang and C.I. Chiang and Y.H. Liu, *Solving a fuzzy set-covering problem*, Mathematical and Computer Modeling, 40, (2004), 861-865.
[11] O. Karasakal and E.K. Karasakal, *A maximal covering location model in the presence of partial coverage*, Computers & Operations Research, 31, (2004),1515–1526.
[12] P. B. Mirchandani and R. L. Francis, *Discrete location theory*, Wiley-interscience, (1990), 297-298.
[13] C.Revelle and M. Scholssberg, *Solving the maximal covering location problem with hecristic concentration*, Computer & Operations Research, 35, (2008), 427-435.
[14]G.Q.Zhang and Y.H. Wu and M. Remias and JieLu, *Formulation of fuzzy linear programming problems as four-objective constrained optimization problems*, Applied Mathematics and Computation, 139, (2003), 383–399.
[15] Z.Zhu and F.Chu and L.Sun, *The capacitated plant location problem with customers and suppliers matching*, Transportation Research, 46, (2009) 469-480.

M. Bashiri *, Faculty of Engineering, Industrial Engineering Department, Shahed University, P.O. Box 18155/159, Tehran, Iran
E-mail address: **Bashiri@shahed.ac.ir**

A.R.Kani, Faculty of Engineering, Industrial Engineering Department, Shahed University, P.O. Box 18155/159, Tehran, Iran
E-mail address: **Rajabalikani@shahed.ac.ir**

* SPEAKER

EFFECTS OF FUZZY PARAMETERS ON PROCESS CAPABILITY INDICES

İHSAN KAYA, CENGIZ KAHRAMAN, ABBAS PARCHAMI, MASHAALLAH MASHINCHI

ABSTRACT. Process capability indices (PCIs) which are very useful statistical values to summarize process' dispersion and location can be used for measuring product quality and process performance. Although they have usability in a wide range, these indices have some limitations because of crisp definition of parameters which prevents a deep and flexible analysis Fuzzy set theory can be used effectively to add more information and flexibility to PCIs. In this paper the main parameters of PCIs which are specification limits (SLs), process mean and process variance are defined by using fuzzy set theory. The fuzzy formulations of the most used and most known two PCIs, C_p, and C_{pk} are developed.

1. Introduction

Process capability can be broadly defined as the ability of a process to meet customer expectations which are defined as specification limits (SLs). Some of the processes have a success for meeting SLs and therefore are classified as "capable process", while others have not and are classified as "incapable process". The measure of process capability summarizes some aspects of a process ability to meet SLs. The process capability analysis (PCA) is an approach to define a relationship between the process ability and SLs. PCA is a very effective way to improve process quality by relating process variation to customer requirements. PCA produces some statistical values which summarizes the status of the process and are called PCIs. PCIs have become very popular in assessing the capability of manufacturing processes in practice during the past decade.

The PCA compares the output of a process to the SLs by using process capability indices (PCIs). This comparison is made by forming the ratio of the width between the process specification limits to the width of the natural tolerance limits which is measured by 6 process standard deviation units [1]. PCIs provide numerical measures on whether a process conforms to the defined manufacturing capability prerequisite. In the literature some PCIs such as C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}, C_{pc}, and C_a have been used to measure the ability of process to decide how well the process meets the specification limits.

Fuzzy logic provides a simple way to reason with vague, ambiguous, and imprecise input or knowledge. In this paper, fuzzy PCIs (FPCs) are produced by using fuzzy process mean, $\tilde{\mu}$ and fuzzy variance, $\tilde{\sigma}^2$ with fuzzy SLs. This has provided more information and more sensitiveness on PCIs. The fuzzy formulation of the most used traditional PCIs C_p, C_{pu}, C_{pl}, C_{pk} are developed. The rest of this paper is organized as follows: Section 2 summarizes the most used two traditional PCIs. Fuzzy process mean and variance are analyzed in Section 3. Section 4 includes the estimation of FPCIs and presenting a method to compare estimated FPCIs. Future research and concluding remarks are discussed in Section 5.

2. Process Capability Indices

The first process capability index appeared in the literature is C_p and it is called precision index [2] and defined as the ratio of specification width $(USL - LSL)$ over the process spread (6σ). The specification width represents customer and/or product requirements. The allowable process variation is represented by the specification width. If the process variation is very large, the C_p value is small and it represents a low process capability. C_p indicates how well the process fits within the two specification limits as shown in Fig. 1 and it is calculated by using Eq. (1). C_p simply measures the spread of the specifications relative to the six-sigma spread in the process and is calculated as follows [1-3]:

$$C_p = \frac{\text{Allowable Process Spread}}{\text{Actual Process Spread}} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \tag{1}$$

Key words and phrases: Process capability indices, fuzzy set theory, mean, variance, specification limits

where σ is the standard deviation of the process. USL and LSL are upper and lower specification limits, respectively.

The value of index C_p gives us an opinion about process performance. For example if it is greater than $1.3\overline{3}$ which corresponds to a percentage of nonconforming items of 63 parts per million (*ppm*) for a centered process, we conclude that process performance is satisfactory. The process capability ratio C_p does not take into account where the process mean is located relative to specifications [1]. C_p focuses on the dispersion of the process and thus gives no indication of the actual process performance.

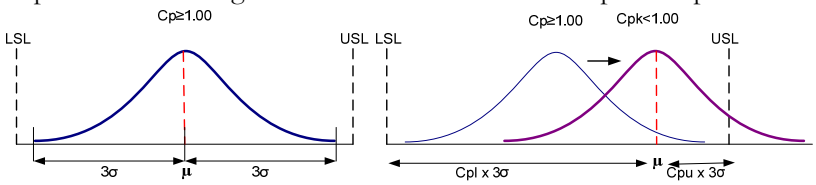


Fig.1 C_p and C_{pk} Indices

Kane [2] introduced the index C_{pk} to overcome this problem. The index C_{pk} is used to provide an indication of the variability associated with a process. It shows how a process confirms to its specifications as shown in Fig.1. The index is usually used to relate the "natural tolerances (3σ)" to the specification limits. C_{pk} describes how well the process fits within the specification limits, taking into account the location of the process mean. C_{pk} should be calculated based on Eqs. (2) [1-3].

$$C_{pk} = \min\left\{C_{pl}, C_{pu}\right\} \text{ where } C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \text{ and } C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \qquad (۲)$$

3. Fuzzy Process Mean and Variance

After the inception of the notion of fuzzy sets by Zadeh [4], many authors have applied this approach to very different areas such as statistics, quality control, and optimization techniques. These studies also affected process capability analyses. In recent years, some papers which have concentrated on different areas of PCIs using the fuzzy set theory have been published. These areas are as follows: Estimation of the index C_{pk} using Buckley's approach [5], estimation of the indices C_p and C_{pk} when SLs and σ^2 are fuzzy [6, 7], analyzing PCIs when the parameters have a correlation [8], fuzzy process accuracy index $\left(\tilde{C}_a\right)$ [9], estimation of FPCIs on six sigma approach [10], fuzzy process accuracy index [11], multi-process capability analysis using fuzzy inference [12], fuzzy estimation of the loss-based process capability index $\left(C_{pm}\right)$ [13], estimation of FPIs using Buckley's approach [14], determination of the fuzzy confidence interval [15], construction of membership function of C_p and hypothesis testing [16], construction of membership functions of PCIs when the SLs are triangular fuzzy numbers (TFN) [17], estimation of PCIs using fuzzy inference [18], FPCIs and selection of the best supplier [19], calculation of the FPCIs when observations are fuzzy numbers [20], determination of lower and upper bounds of FPCIs [21], estimation of fuzzy index C_{pk} [22]. In this paper, unlike these studies, the fuzzy estimation of the two most used and most known PCIs are produced by using fuzzy process mean, $\tilde{\mu}$ and fuzzy variance, $\tilde{\sigma}^2$ with fuzzy SLs. The Buckley's fuzzy estimation method is used to obtain the membership functions of the mean and variance [23, 24].

3.1. Membership Function of Fuzzy Process Mean

Let x be a random variable which has a probability density function, $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, with unknown mean (μ) and known variance $\left(\sigma^2\right)$. A random sample $x_1, x_2, ..., x_n$ from $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ can be taken to estimate μ.

The mean of this sample is a crisp number $(\bar{x})$. As it is known, $\bar{x}$ has a normal probability density function, $N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$, and $\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ has standard normal probability density function $N(0,1)$.

The $(1-\beta)$ 100% confidence interval for μ can be obtained by using Eq. (3) [23, 24]:

$$\left[\mu_{l(\beta)},\mu_{r(\beta)}\right]=\left[\bar{x}-z_{\beta/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\beta/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \tag{3}$$

If β values are taken into account as $\alpha-$cuts, the fuzzy estimator of μ, $\tilde{\mu}$, can be obtained by using Eq. (4):

$$\left[\mu_l(\alpha),\mu_r(\alpha)\right]_z=\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \tag{4}$$

3.2. Membership Function of Fuzzy Process Variance

Let x be a random variable which has a probability density function, $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, with unknown mean (μ) and unknown variance $\left(\sigma^2\right)$. A random sample $x_1,x_2,...,x_n$ from $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ can be taken to estimate σ^2. Also it is known that $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ has a "chi-square distribution" with n-1 degrees of freedom. Therefore the fuzzy estimator for σ^2 can be defined by the following confidence interval.

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{R,\beta/2}},\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{L,\beta/2}}\right] \tag{5}$$

where $\chi^2_{R,\beta/2}$ and $\chi^2_{L,\beta/2}$ are the points on the right and left sides of the χ^2 density function, respectively. This formula is a biased estimate for σ^2. Buckley defined the following equations to obtain an unbiased fuzzy estimator $(0.01\le\beta\le1.00)$ [23, 24]:

$$\begin{aligned}L(\beta)&=[1-\beta]\chi^2_{R,0.005}+\beta(n-1)\\R(\beta)&=[1-\beta]\chi^2_{L,0.005}+\beta(n-1)\end{aligned} \tag{6}$$

Then the unbiased $(1-\beta)100\%$ confidence interval for σ^2 should be calculated from Eq. (7):

$$\hat{\sigma}^2=\left[\frac{(n-1)s^2}{L(\beta)},\frac{(n-1)s^2}{R(\beta)}\right],\quad 0\le\beta\le1. \tag{7}$$

If β is taken into account as an α-cut level, the fuzzy triangular membership function for σ^2 is obtained from Eq. (7) as given in Eq. (8). The triangular fuzzy membership functions can be built by placing these confidence intervals one on top of another.

$$\tilde{\sigma}^2(\alpha)=\left[\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha},\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}\right],\ 0.01\le\alpha\le1 \tag{8}$$

After the fuzzy estimation of σ^2 is obtained, it is now necessary that to reconsider the fuzzy estimation of μ. Eq. (4) can be reevaluated by taking into account $\tilde{\sigma}^2$ as follows:

$$\mu_{\tilde{\sigma}}(\alpha)=\left[\mu_{l,\tilde{\sigma}}(\alpha),\mu_{r,\tilde{\sigma}}(\alpha)\right] \tag{9}$$

where $\mu_l(\alpha)$ and $\mu_r(\alpha)$ represent the two sides of the fuzzy estimation of μ and can be calculated by using Eqs. (10-11).

$$\mu_{l,\tilde{\sigma}}(\alpha) = \min_i \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}} \right) \qquad i = 1,2 \tag{10}$$

$$\mu_{r,\tilde{\sigma}}(\alpha) = \max_i \left(\bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}} \right) \qquad i = 1,2 \tag{11}$$

where $\sigma_1(\alpha)$ and $\sigma_2(\alpha)$ represent the left and right sides of $\tilde{\sigma}^2$, respectively and can be calculated by using Eq. (8).

4. Fuzzy Process Capability Indices

It is known that the process mean and variance are two critical parameters to calculate PCIs. Their fuzzy estimations give us a chance to produce fuzzy PCIs. In this section, not only mean and variance but also SLs are considered as fuzzy numbers to increase sensitivity of PCIs. Fuzzy estimations of C_p, C_{pu}, C_{pl}, C_{pk} are analyzed based on these fuzzy parameters.

4.1. Fuzzy specification limits

Assume that specification limits (SLs) are defined by linguistic variables such as "approximately" or "around" or "between". Fuzzy SLs are more suitable than crisp definition of SLs for these cases.
Suppose we have a fuzzy process for which the upper and lower specification limits are triangular fuzzy numbers (TFN) as $U\tilde{S}L = \text{TFN}(u_1, u_2, u_3)$ and $L\tilde{S}L = \text{TFN}(l_1, l_2, l_3)$. The α-cuts for the specification limits are as follows:

$$\begin{aligned} U\tilde{S}L(\alpha) &= \left[(u_2 - u_1)\alpha + u_1, (u_2 - u_3)\alpha + u_3 \right] \\ L\tilde{S}L(\alpha) &= \left[(l_2 - l_1)\alpha + l_1, (l_2 - l_3)\alpha + l_3 \right] \end{aligned} \tag{12}$$

Specification limits can also be represented by trapezoidal fuzzy numbers (TrFN). Assume that $U\tilde{S}L$ and $L\tilde{S}L$ are defined as $U\tilde{S}L = TrFN(u_1, u_2, u_3, u_4)$ and $L\tilde{S}L = TrFN(l_1, l_2, l_3, l_4)$. The α-cuts for trapezoidal specification limits are as follows:

$$\begin{aligned} U\tilde{S}L(\alpha) &= \left[(u_2 - u_1)\alpha + u_1, (u_3 - u_4)\alpha + u_4 \right] \\ L\tilde{S}L(\alpha) &= \left[(l_2 - l_1)\alpha + l_1, (l_3 - l_4)\alpha + l_4 \right] \end{aligned} \tag{13}$$

4.2. Fuzzy estimation of the index C_p

The fuzzy estimation of the index C_p can be obtained as follows:

$$\tilde{C}_p(\alpha) = \frac{U\tilde{S}L(\alpha) - L\tilde{S}L(\alpha)}{6\sqrt{\tilde{\sigma}^2(\alpha)}} \tag{14}$$

Suppose that the upper and lower SLs are defined as TFN. The α-cuts of index C_p can be obtained by using Eq. (15):

$$\tilde{C}_p(\alpha)=\mathrm{TFN}\left(\frac{(u_2-u_1+l_3-l_2)\alpha+(u_1-l_3)}{6\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{(u_2-u_3-l_2+l_1)\alpha+u_3-l_1}{6\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{15}$$

If SLs are defined as TrFN, Eq. (15) should be considered as follows:

$$\tilde{C}_p(\alpha)=\mathrm{TrFN}\left(\frac{(u_2-u_1-l_3+l_4)\alpha+u_1-l_4}{6\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{(u_3-u_4-l_2+l_1)\alpha+(u_4-l_1)}{6\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{(1-\alpha)\times\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{16}$$

4.3. Fuzzy estimation of the index C_{pk}

The fuzzy estimation of the index C_{pk} can also be derived by taking into account fuzzy SLs, fuzzy variance and fuzzy estimation of μ all together. Firstly, α -cuts of $\tilde{C}_{pu}$ and $\tilde{C}_{pl}$ should be developed to obtain $\tilde{C}_{pk}$ as follows:

$$\tilde{C}_{pl}(\alpha)=\left(\frac{\mu_{l,\tilde{\sigma}}(\alpha)-LSL_r(\alpha)}{3\sigma_r(\alpha)},\frac{\mu_{r,\tilde{\sigma}}(\alpha)-LSL_l(\alpha)}{3\sigma_l(\alpha)}\right) \tag{17}$$

$$\tilde{C}_{pu}(\alpha)=\left(\frac{USL_l(\alpha)-\mu_{r,\tilde{\sigma}}(\alpha)}{3\sigma_r(\alpha)},\frac{USL_r(\alpha)-\mu_{l,\tilde{\sigma}}(\alpha)}{3\sigma_l(\alpha)}\right) \tag{18}$$

$$\tilde{C}_{pk}(\alpha)=\min\left\{\tilde{C}_{pl}(\alpha),\tilde{C}_{pu}(\alpha)\right\} \tag{19}$$

If the SLs are defined as TFNs, the α -cuts of the indices $\tilde{C}_{pu}$ and $\tilde{C}_{pl}$ are obtained as follows:

$$\tilde{C}_{pl}(\alpha)=\mathrm{TFN}\left(\frac{\min\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)-\left((l_2-l_3)\alpha+l_3\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{\max\left(\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)-\left((l_2-l_1)\alpha+l_1\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{20}$$

$$\tilde{C}_{pu}(\alpha)=\mathrm{TFN}\left(\frac{\left((u_2-u_1)\alpha+u_1\right)-\max\left(\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{\left((u_2-u_3)\alpha+u_3\right)-\min\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{21}$$

If the SLs are defined as TrFNs, the α -cuts of the indices $\tilde{C}_{pu}$ and $\tilde{C}_{pl}$ are obtained as follows:

$$\tilde{C}_{pl}(\alpha)=\mathrm{TrFN}\left(\frac{\min\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)-\left((l_3-l_4)\alpha+l_4\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{\max\left(\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)-\left((l_2-l_1)\alpha+l_1\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{22}$$

$$\tilde{C}_{pu}(\alpha)=\mathrm{TrFN}\left(\frac{\left((u_2-u_1)\alpha+u_1\right)-\max\left(\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{L,0.005}+(n-1)\alpha}}},\frac{\left((u_3-u_4)\alpha+u_4\right)-\min\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma_i(\alpha)}{\sqrt{n}}\right)}{3\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{[1-\alpha]\chi^2_{R,0.005}+(n-1)\alpha}}}\right) \tag{23}$$

The index $\tilde{C}_{pk}$ can be derived by using Eq. (19) in the same way explained above.

4.4. A fuzzy ranking method

Eq. (19) needs the comparison of $\tilde{C}_{pl}$ and $\tilde{C}_{pu}$. In this paper $\tilde{C}_{pl}$ and $\tilde{C}_{pu}$ are compared with each other by using a ranking method developed by Tran and Duckstein [25]. The method is based on the comparison of distances from fuzzy numbers (FNs) to some predetermined targets. These targets are called as the crisp maximum (Max) and the crisp minimum (Min), respectively. They are determined by the decision makers. The idea is that a FN is ranked first if its distance to the crisp maximum (D_{max}) is the smallest but its distance to the crisp minimum (D_{min}) is the greatest. If only one of these conditions is satisfied, a FN might be outranked by the others depending upon context of the problem (for example, the attitude of the decision-maker in a decision situation). The *Max* and *Min* are chosen based on Eq. (24):

$$\begin{aligned} Max &\geq \sup\left(\bigcup_{i=1}^{I} s\left(\tilde{A}_i\right)\right) \\ Min &\leq \inf\left(\bigcup_{i=1}^{I} s\left(\tilde{A}_i\right)\right) \end{aligned} \tag{24}$$

where $s(\tilde{A}_i)$ is the support of FNs $\tilde{A}_i$ (i=1,…,n). Then D_{max} and D_{min} of FN $\tilde{A}$ can be computed as in Eqs. (25-26).
For TrFN

$$\begin{aligned} D^2\left(\tilde{A},M\right)=&\left(\frac{a_2+a_3}{2}-M\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{a_2+a_3}{2}-M\right)\times\left[(a_4-a_3)-(a_2-a_1)\right]+\\ &\frac{1}{3}\left(\frac{a_3-a_2}{2}\right)^2+\frac{1}{6}\left(\frac{a_3-a_2}{2}\right)\times\left[(a_4-a_3)+(a_2-a_1)\right]+\frac{1}{9}\left[(a_4-a_3)^2+(a_2-a_1)^2\right]-\\ &\frac{1}{9}\left[(a_2-a_1)\times(a_4-a_3)\right] \end{aligned} \tag{25}$$

For TFN

$$\begin{aligned} D^2\left(\tilde{A},M\right)=&(a_2-M)^2+\frac{1}{2}(a_2-M)\left[(a_3+a_1)-2M\right]+\frac{1}{9}\left[(a_3-a_2)^2+(a_2-a_1)^2\right]-\\ &\frac{1}{9}\left[(a_2-a_1)(a_3-a_2)\right] \end{aligned} \tag{26}$$

where M is either *Max* or *Min*, $D_{\max}=\sqrt{D^2\left(\tilde{A},Max\right)}$ and $D_{\min}=\sqrt{D^2\left(\tilde{A},Min\right)}$.

5. Conclusions

Process capability analysis is an important tool to improve process quality. Measures of process capability are widely used to assess process ability in meeting the quality of customer expectation. The process can be classified as capable if the PCIs are greater than predetermined critical values. Otherwise they can be labeled as incapable. Because of the importance of the PCIs, more flexibility and sensitiveness should be added to them for more information. In this paper, the fuzzy set theory is used for this aim. The fuzzy

values of SLs, process mean and variance have been taken into account to produce fuzzy estimation of PCIs. FPCIs provide more information and more sensitiveness than traditional PCIs.
For the future research, the proposed fuzzy PCIs can be tested in a real case problem. Also the other PCIs such as C_{pm}, C_{pmk}, and C_a can be evaluated based on fuzzy mean, fuzzy variance and fuzzy SLs.

REFERENCES

[1] D.C. Montgomery, *Introduction to statistical quality control,* John Wiley& Sons, New York, 2005.
[2] V.E. Kane, *Process capability indices*, Journal of Quality Technology, **18** (1986), 41-52.
[3] S. Kotz and N. Johnson, *Process capability indices-a review 1992-2000*, Journal of Quality Technology, **34** (2002), 2-19.
[4] L.A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Information and Control, **8** (1965), 338-359.
[5] C.W. Wu, *Decision-making in testing process performance with fuzzy data*, European Journal of Operational Research, **193**(2) (2009), 499-509.
[6] İ. Kaya and C. Kahraman, *Fuzzy process capability analyses: an application to teaching processes*, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, **19**(4-5) (2008), 259-272.
[7] C. Kahraman and İ. Kaya, *Fuzzy process capability indices for quality control of irrigation water,* Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, **23**(4) (2009), 451–462.
[8] İ. Kaya and C. Kahraman, *Fuzzy robust process capability indices for risk assessment of air pollution,* Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, **23**(4), 529–543.
[9] C. Kahraman and İ. Kaya, *Fuzzy process accuracy index to evaluate risk assessment of drought effects in Turkey,* Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal, **15**(4) (2009), 789–810.
[10] İ. Kaya and C. Kahraman, *Air pollution control using fuzzy process capability indices in six-sigma approach*, Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal, **15**(4) (2009), 689–713.
[11] İ. Kaya and C. Kahraman, *Development of fuzzy process accuracy index for decision making problems*, Information Sciences, **180**(6) 2010, 861-872.
[12] K.S. Chen and T.W. Chen, *Multi-process capability plot and fuzzy inference evaluation,* International Journal of Production Economics, **111**(1) (2008), 70-79.
[13] B.M. Hsu and M.H. Shu, *Fuzzy inference to assess manufacturing process capability with imprecise data*, European Journal of Operational Research, **186**(2) (2008), 652-670.
[14] A. Parchami and M. Mashinchi, *Fuzzy estimation for process capability indices*. Information Sciences, **177**(2007), 1452-1462.
[15] A. Parchami, M. Mashinchi, H.R. Maleki, *Fuzzy confidence interval for fuzzy process capability index*, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, **17** (2006), 287–295.
[16] C.C. Tsai and C.C. Chen, *Making decision to evaluate process capability index Cp with fuzzy numbers*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **30** (2006), 334-339.
[17] A. Parchami, M. Mashinchi, A.R. Yavari, H.R. Maleki, *Process capability indices as fuzzy numbers*, Austrian Journal of Statistics, **34**(4) (2005), 391–402.
[18] T.W. Chen, K. S. Chen, J. Y. Lin, *Fuzzy evaluation of process capability for bigger-the-best type products*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **21** (2003), 820–826.
[19] T.W. Chen, J.Y. Lin, K.S. Chen, *Selecting a supplier by fuzzy evaluation of capability indices* C_{pm}. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **22** (2003), 534-540.
[20] H.T. Lee, C_{pk} *index estimation using fuzzy numbers*, European Journal of Operational Research, **129**(2001), 683–688.
[21] Y.H. Lee, C.C. Wei, C.L. Chang, *Fuzzy design of process tolerances to maximise process capability*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **15** (1999), 655–659.
[22] C. Yongting, *Fuzzy quality and analysis on fuzzy probability*, Fuzzy Sets and Systems, **83** (1996), 283–290.
[23] J.J. Buckley, *Fuzzy statistics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004.
[24] J.J. Buckley, *Simulating fuzzy systems*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
[25] L. Tran, L. Duckstein, *Comparison of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure*, Fuzzy Sets and Systems, **130** (2002), 331-341.

İHSAN KAYA *, ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY, DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING, 34367, ISTANBUL, TURKEY.
E-mail address: **kayai@itu.edu.tr**

CENGİZ KAHRAMAN, ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY, DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING, 34367, ISTANBUL, TURKEY.
E-mail address: **kahramanc@itu.edu.tr**

ABBAS PARCHAMI, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES, DEPARTMENT OF STATISTICS SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN.
E-mail address: **a_parchami@yahoo.com**

MASHAALLAH MASHINCHI, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES, DEPARTMENT OF STATISTICS SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN.
E-mail address: **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

* SPEAKER

CONSTRAINED RESOURCE ALLOCATION IN FUZZY METAGRAPH

S.S. HASHEMIN

ABSTRACT. This paper discusses the constrained resource allocation in projects that can be shown by a metagraphs with fuzzy edges. It is supposed that the edge time is a positive trapezoidal fuzzy number (TFN). Parameters of the edge time depend on the amount of resource allocated to it. By ranking the paths and edges, an algorithm is developed for allocating the consumable constrained resource to edges such a way that the completion time of project is decreased. The proposed algorithm is illustrated by an example.

1. Introduction

In the recent years, many researchers used the metagraphs for analysis of systems. Metagraph and some of its applications are described in [1]. Metagraph and its specifications have been described in [6, 8, 11]. Applications of metagraph in decision support systems are shown in [4, 9]. Metagraphs are used in workflow management [10, 12, 13]. Hierarchical modeling by metagraphs is done in [14]. Model management using the Petri net and metagraphs has been illustrated in [3]. Reference [5] describes the model integration using metagraphs. By using the metagraphs, enterprise modeling can be executed [2]. Implicit integrity constraints using metagraphs has been described in [7]. Trapezoidal fuzzy number is proposed for estimation of activity time of project [16, 17]. A project can be shown as metagraph [13]. Forward and backward computations and determination of critical path and critical edges in fuzzy metagraphs have been described in [15].

However, this paper discusses the constrained consumable resource allocation in fuzzy metagraphs. The aim is the completion of project without any delay subject to resource limitation. An algorithm as a heuristic is developed in order to reach the aim. Proposed algorithm is illustrated through an example.

2. Definitions

In this section, some basic definitions of the area of the fuzzy theory that have been cited in [19, 20], are introduced.

2.1. Definition. Let R be the space of real numbers. A fuzzy set $\tilde{A}$ is a set of ordered pairs $\{\{x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in R\}$, where $\mu_{\tilde{A}}(x) : R \to [0,1]$. Function $\mu_{\tilde{A}}(x)$ is called the membership of the fuzzy set.

2.2. Definition. Trapezoidal Fuzzy number (TFN) is defined as $\tilde{A} = (x, \mu_{\tilde{A}}(x))$ where

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{A}}(x) &= 0 && \text{if} \quad x \le a \\
&= \frac{x-a}{b-a} && \text{if} \quad a < x \le b \\
&= 1 && \text{if} \quad b < x \le c \\
&= \frac{x-d}{c-d} && \text{if} \quad c < x \le d \\
&= 0 && \text{if} \quad x \ge d
\end{aligned}$$

For convenience, TFN is represented by four real parameters (a,b,c,d).

2.3. Definition. A fuzzy set $\tilde{A}$ is called positive if and only if its membership function is such that $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0, \forall x \le 0$.

2.4. Definition. A trapezoidal fuzzy number $\tilde{A} = (a,b,c,d)$ is called positive TFN if and only if $0 \le a \le b \le c \le d$.

2.5. Definition. Let $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ and $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ be any two TFNs, then $\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)$

Key words and phrases: FUZZY METAGRAPH, RESOURCE ALLOCATION, PROJECT MANAGEMENT.

$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2, d_1 - d_2)$.

3. Fuzzy Metagraph

Here, Fuzzy project is shown by a fuzzy methagraph. It is identified with $F = (X, E, \tilde{D})$. $X = \{x_i, i = 1,2,..., I\}$ is called the generating set. x_i is called the element of X. $E = \{e_j, j = 1,2,..., n\}$ is the set of edges. Each edge is a ordered pair as (V_j, W_j). $V_j \subset X$ is called the invertex of e_j and $W_j \subset X$ is called the outvertex of e_j such that $\forall j, V_j \bigcap W_j = \phi$.

Figure 1 shows a metagraph. In this metagraph $X = \{x_1, x_2,..., x_6\}, E = \{e_1, e_2, e_3\}$, $e_1 = (\{x_1\}, \{x_3, x_4\})$, $e_2 = (\{x_2, x_3\}, \{x_5, x_6\})$, $e_3 = (\{x_3, x_4\}, \{x_6\})$

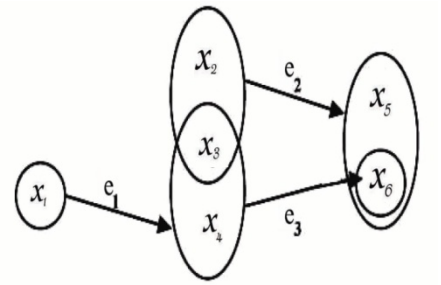


Figure 1. A metagraph

It is supposed that the duration of edge e_j is a positive TFN and represented by $\tilde{D}_j = (d_j^1, d_j^2, d_j^3, d_j^4)$ and $\tilde{D}_j \in \tilde{D}$.

3.1. Definition. An element $x \in X$ is connected to element $x' \in X$ if a sequence of edges $(e_k, k = 1,2,..., K)$ exist such that $x \in V_1$, $x' \in W_k$ and $W_k \bigcap V_{k+1} \neq \phi, \forall k = 1,..., K$. This sequence of elements is called a simple path from x to x'.

The set of metagraph paths is shown with P. It is supposed that these paths are labeled with $1,2,..., m$ i.e. $P = \{1,2,..., m\}$. In other words, m is the number of paths $(m = |P|)$. Edge set of r th path is shown by $P_r, r = 1,2,..., m$.

4. Paths Matrix in a Metagraph

Suppose that the project metagraph has m paths and n edges. Then, the paths matrix of project metagraph is a matrix with m rows and n columns. Let we show it with $A_{m \times n} = [a_{rj}]_{m \times n}$ such that $a_{rj} = 1$ if edge j has been lied on r th path and otherwise $a_{rj} = 0$.

5. Effect of Constrained Resource on Edge Time

Suppose that we need one kind of resource to execute the edges. The amount of resource is limited and represented by Rs. Parameters of the edge times depend on the amount of the resource, allocated to it. Clearly, the amount of resource which can be allocated to each edge is limited to some specific levels. $\tilde{D}_j(S_j) = (d_j^1(S_j), d_j^2(S_j), d_j^3(S_j), d_j^4(S_j))$ shows the time of edge j when the resource allocated to it, is S_j. $S_j = s_{j1}, s_{j2},..., s_{jk_j}$, $s_{j1} < s_{j2} < ... < s_{jk_j}$. The number of specific levels of

resource allocation for edge j is shown by k_j . The aim is the resource allocation to project edges such that the completion time of project be minimized.

6. Proposed Algorithm

6.1. Motivation in designing the algorithm. In designing the algorithm steps, first, it is supposed that the resource is unlimited. So, by allocating the maximum resource to the edges, the completion time of project will be shortened. But, in fact, the resource allocated to the project is more than the available resource and we must decrease the resource allocated to some edges such that the increasing completion time of project be minimum. In each stage, an edge will be selected for decreasing the resource allocated to it. In a suitable selection, the selected edge must be lie on the shortest path. Also, the selected edge must has the least effect on increasing the length of paths.
Therefore, we will need the suitable fuzzy ranking numbers for defining the shortest path because based on our assumptions, the length of each path is TFN.

6.2. A selected fuzzy ranking number. Here, the length of the project metagraph paths must be compared based on due date of the project. So the method described in [18] is selected. In this method, the fuzzy numbers compare based on a special selected crisp number. This crisp number is the due date in our paper.
In selected method, it is supposed that, A, B are any two fuzzy numbers with arbitrary continuous membership functions $\mu_A(x), x \in \Omega_A$, $\mu_B(x), x \in \Omega_B$. Also, suppose that $\Omega = \Omega_A \bigcup \Omega_B$ and $\alpha \in \Omega$ is a given number. $G_A(\alpha)$ and $G_B(\alpha)$ for fuzzy numbers A, B are defined as

$$G_A(\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^{U_A} \mu_A(x)}{\int_{L_A}^{U_A} \mu_A(x)} \quad (1)$$

$$G_B(\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^{U_B} \mu_B(x)}{\int_{L_B}^{U_B} \mu_B(x)} \quad (2)$$

Where

$$L_A = \min(x \mid x \in \Omega_A), U_A = \max(x \mid x \in \Omega_A) \quad (3)$$

$$L_B = \min(x \mid x \in \Omega_B), U_B = \max(x \mid x \in \Omega_B) \quad (4)$$

6.3.Definition. $A \geq B$ if and only if $G_A(\alpha) \geq G_B(\alpha)$.
Above definition can be extended for more than two fuzzy numbers.
In propose algorithm that will be described in 6.4, α show the due date of project. Also, length of project metagraph paths will be compared using the above selected method.

6.4. Steps of proposed algorithm. The steps of proposed algorithm are as follow.
Step 1: Set $S_j = s_{jk_j}$ for all $e_j \in E$, $j = 1,2,..., n$.

Step 2: If $\sum_{j=1}^{n} S_j \leq Rs$ then, stop otherwise go to the step 3.

Step 3: Let the completion time of r th path be presented by $\tilde{u}_r = \sum_{j=1}^{n} a_{rj} \tilde{D}_j(S_j)$ where P_r is the edge set of r th path. Compute the $\tilde{u}_r$ for all values of $r, (r = 1,2,..., m)$.
Step 4: By setting the $\alpha =$ due date of project, order the $\tilde{u}_r, r = 1,2,..., m$ ascending by using the selected method that introduced in sections 6.2,6.3 and show them with $\tilde{u}_{[1]}, \tilde{u}_{[2]},..., \tilde{u}_{[m]}$ (If the v th path be the t th path in ordered paths, then $[t] = v$).

Step 5: Compute the $q_j = \sum_{r=1}^{m} 2^{[r]} a_{rj}$ for all $j = 1,2,...,n$. Suppose that $q_l = \underset{j=1,2,...n, k_j \neq 1}{Min} \{q_j\}$, If l is unique then set $\rho \leftarrow l$ and go to step 7 else go to step 6.

Step 6: Let L is the set of l obtained in step5. Suppose that

$$\frac{\sum_{z\in\{1,2,3,4\}} (d_{\rho}^{z}(s_{\rho k_\rho - 1}) - d_{\rho}^{z}(s_{\rho k_\rho}))}{s_{\rho k_p} - s_{\rho k_\rho - 1}} = \underset{l\in L, k_l \neq 1}{Min} \{\frac{\sum_{z\in\{1,2,3,4\}} (d_{l}^{z}(s_{lk_l - 1}) - d_{l}^{z}(s_{lk_l}))}{s_{lk_l} - s_{lk_l - 1}}\} \quad (5)$$

If ρ is non-unique. We select it arbitrarily. By defining the ρ by using the above relation, we select the edge which the decreasing of the resource allocated to it; will have the least effect on increasing the length of paths.

Step 7: Set $k_\rho \leftarrow k_\rho - 1$ and return to step 1.

Proposed algorithm starts with infeasible solution that generates the best completion time. Then, by decreasing the resource allocated to some suitable edges, decreases the total resource allocated to the project. This operation continues while the total resource allocated to project is equal or smaller than Rs i.e. $\sum_{j=1}^{n} S_j \leq Rs$.

7. Example

A metagraph of a project is shown in figure 2. The values of allocable resource to each edge and edge duration respect to the value of allocated resource are shown in table 1. Total amount of available resource which can be allocated is 13 unit $(Rs = 13)$ and due date is 11 $(\alpha = 11)$.

Table 1: Information of example

j	k_j	S_j	$\tilde{D}_j(S_j)$
1		1	(3,4,5,6)
	2	2	(2,3,4,5)
2		2	(3,4,5,6)
		3	(2,3,4,5)
	3	4	(1,2,3,4)
3		1	(2,3,4,5)
	2	2	(1,2,3,4)
4		3	(4,5,6,7)
		4	(3.5,4,5,6.5)
	3	5	(2,3,4,5)
5		2	(3,4,5,6)
	2	3	(2,3,4,5)

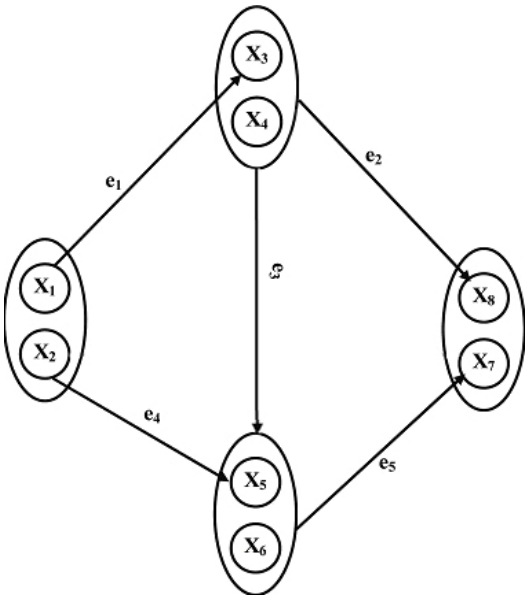


Figure 2. Metagraph of example

By using the proposed algorithm, Final values of $S_j, j = 1,2,...,n$ are $S_1 = 2, S_2 = 2, S_3 = 2, S_4 = 4, S_5 = 3$.

In these small metagraphs all feasible solutions can be defined. Therefore, the optimal resource allocation can be determined. Obtained solution through the proposed algorithm is optimal.

8. Conclusions and recommendations

This paper studied the constrained consumable resource allocation in a fuzzy project when the metagraph of project is a directed and acyclic in the fuzzy environment and the edge time is a positive TFN. Parameters of edge time depend on the amount of resource allocated to it. An algorithm as a heuristic is developed for allocating the constrained resource to the edges. The aim is to shorten the completion time of project. This algorithm obtains the optimal solution or solutions that are near to optimal solutions.
In the future researches, the edge time can be shown by other fuzzy numbers. Also, similar research can be done when the edges need multiple kinds of resources.

REFERENCES

[1] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraph and Their Application.*** Springer US, Integrated Series in Information Systems, 2007.
[2] A. Basu and R. W. Blanning, ***Enterprise Modeling using Metagraphs,*** Decision support systems: Experiences and Expectations (1992) pp. 183-192.
[3] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraphs and Perti Nets in Model Management,*** Proceedings of the Second Annual workshop on Information technologies and systems (1992) pp. 64-73.
[4] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraphs: A Tool for modeling Decision support systems,*** Management Science, Vol. 40, No. 12 (1994) pp. 1579-1600.
[5] A. Basu and R. W. Blanning, ***Model integration using Metagraphs,*** Information Systems Research, Vol. 5, No. 3 (1994) pp. 195-218.
[6] A. Basu and R. W. Blanning, ***Cycles in Metagraphs,*** 27 th Hawaii International Conference on Systems Science, 1994.
[7] A. Basu and R. W. Blanning, ***Discovering Implicit Integrity Constraints in Rule Bases using Methagraphs,*** 28 th Hawaii International Conference on System Science, 1995.
[8] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraphs,*** Omega, Vol. 23, No. 1 (1995) pp. 13-25.
[9] A. Basu and R. W. Blanning, ***A Metagraph- Based DSS Analysis Workbench,*** 29th Hawaii International Conference on System Science, 1996.
[10] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraph Transformation and Workflow Management,*** Proceedings of the Thirtieth Annual Hawaii International Conference on System Science,1997.
[11] A. Basu and R. W. Blanning, ***The Analysis of Assumptions in Model Bases Using Metagraphs,*** Management Science, Vol. 44, No. 7 (1998) pp. 982- 995.
[12] A. Basu and R. W. Blanning, ***Metagraphs in workflow Support Systems,*** Decision Support Systems, Vol. 5, No. 3 (1999) pp. 199-208.
[13] A. Basu and R. W. Blanning, ***Workflow Analysis Using Attributed Metagraphs,*** Proceedings of the 34 th Hawaii International Conference on System Science, 2001.
[14] A. Basu and R. W. Blanning and A. Shtub, ***Metagraphs in Hierarchical Modeling,*** Management Science, Vol. 43, No. 5 (1997) pp. 623-639.
[15] S. S. Hashemin, ***Computing of the Completion Time for Fuzzy Metagraphs,*** 2nd Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Iran, Tehran, 2008.
[16] S. Y. Liu, S. C. Liu and J. W. Lin, ***Model formulation and development of fuzzy GERT networks,*** Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 21 (2004) pp. 156-166.
[17] F. A. Lootsma, ***Theory and Methodology stochastic and fuzzy PERT,*** European Journal of Operational Research, Vol. 143, No. 2 (1989) pp. 174-183.
[18] M. Modarres and S. Sadi-Nezhad, ***Ranking fuzzy numbers by preference ratio,*** Fuzzy Sets and Systems, Vol. 118, No. 3 (2001) pp. 429-436.
[19] S.J. Chen and C.L. Hwang, ***Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications; Lecture notes in economics and mathematical systems,*** Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1992.
[20] H. J. Zimmermann, ***Fuzzy set theory and its*** applications. 3rd Edition, Kluwer Academic, Publishers, Boston, 1996.

S.S. HASHEMIN *, DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING, ISLAMIC AZAD UNIVERSITY, ARDABIL BRANCH, ARDABIL, IRAN
E-mail address: **s_s_hashemin@yahoo.com**

* SPEAKER

DETERMINATION OF REMANUFACTURED CELL PHONE ACQUISITION PRICES IN COMPETITIVE MARKET VIA FUZZY RULES

MASOUD SEIDI AND ALI MOHAMMAD KIMIAGARI

ABSTRACT. Remanufacturing is an industrial process that makes used products reusable. Remanufacturing is one way for establishing a closed-loop supply chain. One of the important aspects in both reverse logistics and remanufacturing is pricing of returned products (called cores) that it has been noticed in this paper. In addition, in this paper we are engaged in presenting a method that indicates acquisition prices in a closed-loop supply chain in the competitive market via fuzzy rules. Also, in the following we discuss about algorithm for clustering validation. Numerical results demonstrate that appropriate values of the prices are obtained by this approach.

1. Introduction

Reverse Logistics has been an area of increasing attention during the last decade in real-world and in academia as its economic impact has been increasingly important and as legislation has been becoming stricter. The Reverse Logistics Executive Council provides the following widely accepted definition of Reverse Logistics: The process of planning, implementing, and controlling the efficient, cost effective flow of raw materials, in-process inventory, finished goods, and related information from the point of consumption to the point of origin for the purpose of recapturing value or of proper disposal [1]. We can divide the RL issue into different categories regarding to various methods of product recovery, such as Reuse, Remanufacture, and Recycle.

Remanufacturing is one of recovery options for used products. It involves activities that make remanufactured products or major modules are marketable again and potentially as good as new. Product remanufacturing develops rapidly in recent decades due to intensified environmental legislations and economic concerns. Through remanufacturing, products/ components that would otherwise head to land-fill or incineration will instead go through a set of value and material recapturing processes, including distribution, inspection, disassembly, repair, redistribution, and remarketing or recycling. Remanufacturing allows for reusable components and recoverable materials reenter the supply chain for future reuse or new product fabrication [2].

Remanufacturing of used products is not a new term but the scale and unique processes have made remanufacturing an important subject in research. Especially, the acquisition of used products, called cores, for remanufacturing becomes an important issue [3]. Product acquisition is one of the few areas that management can proactively influence and, as a result, determine whether reuse activities will be economically attractive. Product acquisition is a common problem for companies offering remanufactured products in a dynamic market, where supply and demand change rapidly and on a global scale. Due to the increasing pressure from the legislations, inherent value cores are being collected for parts and material recovery. Before considering any recovery options for the cores, the cores must be acquired regardless their future recovery options. In order to attract the returns of cores, certain incentive has to be offered. Therefore, one of the important aspects in remanufacturing is pricing of returned products (called cores).This paper is organized as follows: Related literature is reviewed in Section 2, fuzzy rules and algorithm for clustering validation are given in Section 3 and section 4, respectively. Numerical results are presented in section 5.The paper is concluded in section 6.

2. Literature review

According to Guide [4], product acquisition management acts as an interface between reverse logistics activities and production planning and control activities for firms. There are two most commonly used product acquisition systems: waste stream system and the market driven system [4, 5]. In waste stream, the firms encouraged by the legislation passively accept all product returns from the waste stream. On the other hand, market-driven system employs financial incentives to encourage users to return their products to the firm. Several different forms of financial incentives are used by firms in market-driven system including deposit systems, cash paid for a specified level of quality, credit toward a new unit. The implementation of different forms of financial incentives and their impact on the performance of the RL

Key words and phrases: Reverse Logistics, Remanufacturing, Acquisition Price, Fuzzy Rule

activities are the main research issues in product acquisition management literature. Klausner and Hendrickson present an implementation of buy-back programs in power-tools industry [6].
Wojanowski et al. investigate the use of a deposit refund system which requires payment of a certain deposit at the time of purchase, which is refunded upon the return of the used product [7]. Kaya determines the optimal incentive value in case of stochastic demand and partial substitution between original and remanufactured products [8]. Ostlin et al. investigate seven different types of closed-loop relationships for the acquisition of used products. The relationships identified are ownership-based, service contract, direct-order, deposit-based, credit-based, buy-back and voluntary based relationships [9].
The pricing problem is associated with the specific operation of remanufacturing, instead of a generic pricing policy. Researchers have also been focusing on the study of remanufacturing for a profit [10]. The literature on the acquisition pricing of the used products and the sales pricing of the remanufactured parts/products is rather scarce. The effectiveness of incentive mechanisms used to facilitate the collection of used products is crucial to the success of a product recovery program, and both the structure and amount of incentive required to achieve the desired rate of product recovery are important. Although this need has been identified in several studies[3, 4, and 11], the number of analytical models to support this decision is relatively few. Klausner and Hendrickson present a simple mathematical model that can be used to estimate the optimal buy-back price for power tools for Bosch GmbH [6]. Ray et al. develop the optimal pricing or trade-in strategy for remanufacturable products considering the durability and the age distribution of products in use. Decision on core prices can be based on the deterministic remanufacturing cost for specific quality cores and the price of core products [12].
Harrison [13], Ito [14], Sigman [15], and Beichelt [16] have presented on GBM, its characteristics and applications in different market settings. In the investment market, the stock price is a Geometric Brownian Motion (GBM). We believe that the major mathematical studies on pricing at remanufacturing have been done by: Mitra [17], Vorasayan and Ryan [18], Liang, Pokharel and Lim [19], and Guide, Teunter and Wassenhove [20]. In Table1 we have compared four models that introduced by mentioned researchers.

Table 1. Major studies in pricing at remanufacturing

Author	Objective function	Deterministic/Probabilistic
Mitra	Income maximization	Probabilistic
Assumptions: 1) The demand is linear function of price, 2) The inventories are divided into: manufactured product, remanufactured product, 3) The quality of remanufactured product are classified into two levels, 4) The level of inventories is determined, 5) Product will be soled entirely, 6) The amount of sale is a decreasing function of price, 7) The unsold remanufacture product can be sold in lower price.		
Author	Objective function	Deterministic/Probabilistic
Vorasayan and Ryan	Profit maximization	Probabilistic
Assumptions: 1) The rate of return has Poisson distribution, 2) Rebuilt time has exponential distribution, 3) Inspection time has exponential distribution, 4) Production time has exponential distribution, 5) Modeling with open queue network.		
Author	Objective function	Deterministic/Probabilistic
Liang, Pokharel and lim	Profit maximization	Deterministic
Assumptions: 1) There is a time interval [0, T] between core entrance and core product exit, 2) The sale price has GBM pattern, 3) The entire purchased core can be used for remanufacturing, 4) There are disassembly, inspection, quality assurance, logistic, purchased core and remanufacturing cost.		
Author	Objective function	Deterministic/Probabilistic
Guide, Teunter and Wassenhove	Profit maximization	Deterministic
Assumptions: 1) There is a balance between demands and returns, 2) The rate of return is a function of purchase price, 3) Demand is a function of sale price, 4) The number of quality classes is confined, 5) Complete testing, 6) There is no fixed cost, 7) The rate of return is depend on the rate of sale, 8) Model is considered for single period, 9) There are no constraints for demand and supply.		

3. Competitive market: pricing via fuzzy rules

In this section, we are going to propose a method for determining acquisition price of core in a competitive market. In competitive market, prices are determined by rivals. In the other words, prices are deducted from collected data of market. So, in this kind of market, we only reveal the prices not set them. Therefore, knowledge of price determination exists in the market that we going to discover it. This knowledge could be presented as set of if-then rules. The uncertainty of collected data will approach us to fuzzy if-then rules for determining of prices. In continue, fuzzy rule generation is discussed.

3.1 Fuzzy rules

In this paper we use the following type of fuzzy rule for a multi-input and single-output system:

$$R^i : if \;\; x_1 \;\; is \;\; A_1^i \;\; and \;\; x_2 \;\; is \;\; A_2^i ... \;\; and \;\; x_n \, is \, A_n^i \;\; then \;\; y \;\; is \;\; B_i \qquad (1)$$

Where R^i is the ith rule $(1 \le i \le m)$, $x_j \, (1 \le j \le n)$ are input variables, and y is the output. Also, A_j^i and B^i are fuzzy numbers. We can rewrite above rule as: $R^i : if \;\; x \;\; is \;\; A^i \;\; then \;\; y \;\; is \;\; B_i$. Where $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$

and $A=(A_1,A_2,...,A_n)$. The membership function of A_j^i is denoted $A_j^i(\bullet)$. For reasoning, we use the following steps:

1) Given the inputs $x_1^0, x_2^0,...,$ and x_n^0, calculate the degree of mach, w^i, in the premises for the ith rule, $1 \le i \le m$ as:

$$w^i = A_1^i(x_1^0) \times A_2^i(x_2^0) \times ... \times A_n^i(x_n^0)) \quad (2)$$

2) Then defuzzify B^i in the consequents by taking the center of gravity:

$$b^i = \int B^i(y) y dy \Big/ \int B^i(y) dy \quad (3)$$

3) Calculate the inferred value, $\hat{y}$, by taking the weighted average of b^i with respect to w^i:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^{m} w^i b^i \Big/ \sum_{i=1}^{m} w^i \quad (4)$$

Where m is the number of rules.

As we find in the process of reasoning, the rule R^i translate to the form: $R^i: if\ x\ is\ A^i\ then\ y\ is\ b^i$.

Usually in the generation of fuzzy rules we first pay attention to rule premises and find an optimal partition based on a certain criterion. Sugeno and Yasukawa [21] proposed a different method; that is, they first paid attention to the consequents of the rules and then find a partition concerning the premises. In this paper we use the Sugeno-Yasukawa method for rule generation. In their method, they do not take an ordinary fuzzy partition of the input space for if they take this kind of partition, the number of rules increases exponentially with the number of inputs. For this reason, they proposed fuzzy C-mean method, abbreviated FCM, for rule generation. Using FCM, we make fuzzy clustering of the output data. As a result, every output y is associated with the grade of membership belonging to a fuzzy cluster B. Therefore; we have the following data associated with the grade of the membership of $y^i\ in\ B^j (1 \le j \le c)$: $(x^i, y^i), B^1(y^i), B^2(y^i),..., B^c(y^i)$.

We can induce a fuzzy cluster A in the input space (See figure 1). By making the projection of cluster A onto the axes of the coordinates x_1 and x_2, we obtain the fuzzy sets A_1 and A_2 as shown in figure 2. We have the following relation: $A_1(x_1^i) = A_2(x_2^i) = B(y^i)$ where B is the output cluster. Now this cluster gives a fuzzy rule: *if* x_1 *is* A_1 *and* x_2 *is* A_2, *then y is B.*

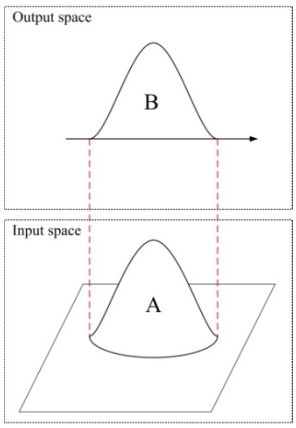


Figure 1. Fuzzy cluster in the input space

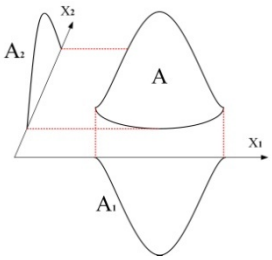


Figure 2. Projection of a fuzzy cluster

4. Clustering validation algorithm

Clustering is an unsupervised method that despite of classification method has no predefined class. It is necessary to clustering validation before rules generation. In former researches, clustering validation was achieved by individual criterion, such as: PC, PE, FSm, and FH. In this paper, we have merged four mentioned criteria in literature: PC, PE, FSm, and FH. In the following we introduce these indexes.

4.1 Partition Coefficient criterion (PC)

This criterion was suggested by Bezdek and defines as:

$$PC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n_c} u_{ij}^2 \quad (5)$$

PC is changed in $[1/n_c,1]$ interval. n_c is cluster number and μ_{ij} is fuzzy membership degree of datum i to cluster j. If PC tends to 1, it means that we have a good clustering, but if the value of PC approaches to $1/n_c$, it means that the clustering is doing badly.

4.2 Partition Entropy Coefficient criterion (PE)

This criterion is defined as follows:

$$PE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n_c} u_{ij}.\log_a(u_{ij}) \tag{6}$$

PE is changed in $[0,\log_a^{n_c}]$ interval. n_c is cluster number and μ_{ij} is fuzzy membership degree of datum i to cluster j. If PE tends to 0, it means that we have a good clustering.

4.3 Fukuyama-Sugeno criterion (FSm)

This criterion is defined as follows:

$$FS_m = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n_c} u_{ij}^m(\|x_i - v_j\|_A^2 - \|v_j - v\|_A^2)) \tag{7}$$

That v is average vector of input vector X. It is obvious that the less value of FSm the better the clustering.

4.4 Fuzzy Hyper volume (FH)

This criterion is defined as follows:

$$\sum_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^m (x_i - v_j)(x_i - v_j)^T}{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^m}$$
$$V_j = \left|\sum_j\right|^{1/2} \tag{8}$$
$$FH = \sum_{i=1}^{n_c} V_j$$

V_j : Fuzzy hyper volume of cluster j

It is clear that the less value of FH, the better the clustering (See [22]).

4.5 Clustering validation algorithm

For clustering validation we use the following steps:

Step 1: Set the number of clusters equal to 2.

Step 2: Calculate the values of PC, PE, FSm, and FH.

Step 3: Add one unit to clusters.

Step 4: Repeat steps 2 and 3 until the number of clusters is equal or less than a predetermined value (nc0).

Step 5: Generate decision matrix D that the rows and columns present the number of clusters and the criteria respectively. Each entry of matrix shows the criterion value instead of determined clusters (See table 2).

Table 2. Decision matrix

	Criteria			
The number of clusters	PC (+)	PE (-)	FSm (-)	FH (-)
2	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}
3	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{24}
.	.	.	.	.
n	r_{n1}	r_{n2}	r_{n3}	r_{n4}

Step 6: Determine the weight of criteria: $W = (W_{PC}, W_{PE}, W_{FSm}, W_{FH})$.

Step 7: Make matrix D' (dimensionless matrix of D) as follows:

Step 7.1: Positive criterion: $r'_{ij} = r_{ij} / r_j^*$, $r_j^* = \max_i\{r_{ij}\}$

Step 7.2: Negative criterion: $r'_{ij} = r_j^* / r_{ij}$, $r_j^* = \min_i\{r_{ij}\}$

Definitions:

a) Positive criterion: is a criterion that its higher value is desired.

b) Negative criterion: is a criterion that its lower value is desired.

Step 8: Calculate scores of alternatives (the number of clusters) as follows:

$$S_{n\times 1} = D'_{n\times 4} \times W^{T}_{4\times 1} \quad (9)$$

Step 9: the highest entry value in matrix S shows the number of clusters.

After running the above steps, we derive the rules by mentioned method in section 3.1.

5. Numerical results

For illustration of mentioned method in section 4, we give an example. Our example is about acquisition price of K750 Sony Ericsson cell phone of Tehran cell phone market. The number of rule premises must be determined generating rules. In fact, in the case of cell phone, these premises are equal to principal parts of cell phone that affect its acquisition price. Therefore, we reached the tallying about effective principal parts on acquisition price by collected data from experts, researches, and market. Principal parts of cell phone: Housing, Printed wiring board (PWB), Antenna, Display, Keypad, Microphone, Speaker, Battery, Camera, and Bluetooth. After cell phone disassembly, PWB is usually useless, so, we consider 9 remaining parts as principal parts. Therefore generated rules are as follows:

R_i : If worth of housing is A_1^i, worth of antenna is A_2^i, worth of display is A_3^i, worth of keypad is A_4^i, worth of microphone is A_5^i, worth of speaker is A_6^i, worth of battery is A_7^i, worth of camera is A_8^i, and worth of bluetooth is A_9^i then acquisition price of cell phone is B^i.

Where A_j^i and B^i are fuzzy numbers. Also, the number of rules is equal to the number of acquisition price clusters. According to collected data about K750 Sony Ericsson cell phone, the results of clustering are shown in table 3. Based on mentioned steps in section 4.5, the maximum score is gained in 4th alternative (See table 4 and table 5). Therefore, the number of clusters equal to five.

Table 3. Clustering results

The number of clusters	Cluster center1	Cluster center2	Cluster center3	Cluster center4	Cluster center5	Cluster center6	Cluster center7	PC	PE	FSm	FH
2	100180	118380	-	-	-	-	-	0.9233	0.0298	-2196100000	12967
3	95250	111600	122460	-	-	-	-	0.9149	0.0327	-6092600000	13093
4	90160	103580	113330	123170	-	-	-	0.915	0.0316	-7407500000	11028
5	90150	103350	112320	120330	129370	-	-	0.9295	0.0254	-8342000000	11558
6	90150	103280	111960	118420	123300	130570	-	0.9282	0.0262	-8679100000	11413
7	90140	102380	109870	113820	118890	123510	130700	0.9136	0.0344	-8810100000	11554

Table 4. Decision matrix (D)

	Criteria			
The number of clusters	PC (+)	PE (-)	FSm (-)	FH (-)
2	0.9233	0.0298	-2196100000	12967
3	0.9149	0.0327	-6092600000	13093
4	0.915	0.0316	-7407500000	11028
5	0.9295	0.0254	-8342000000	11558
6	0.9282	0.0262	-8679100000	11413
7	0.9136	0.0344	-8810100000	11554

Table 5. Dimensionless decision matrix (D')

	Criteria				Score
The number of clusters	PC (+)	PE (-)	FSm (-)	FH (-)	
2	0.99333	0.852349	0.249270723	0.850467	0.848057
3	0.984293	0.776758	0.691547202	0.842282	0.864356
4	0.9844	0.803797	0.840796359	1	0.918979
5	1	1	0.946867799	0.954144	0.985516 ←
6	0.998601	0.969466	0.985130702	0.966267	0.982047
7	0.982894	0.738372	1	0.954475	0.905564
Criterion weight	0.4	0.3	0.1	0.2	

Membership functions of clusters are shown in figure 3. For all premises, there will be five clusters. For example, membership functions for clusters of battery are shown in figure 4. These member functions are presented as trapezoidal fuzzy numbers by regression.

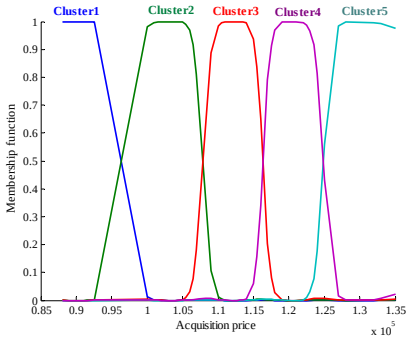


Figure 3. Membership functions of acquisition price clusters

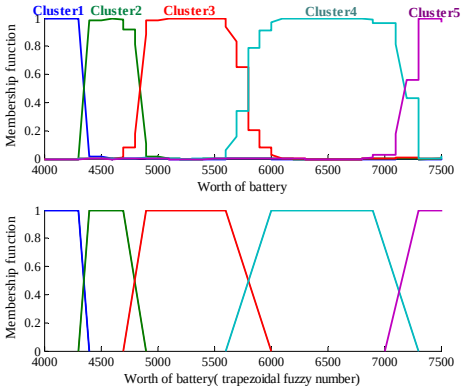


Figure 4. Membership functions of battery worth clusters

We have five rules: R_i : If worth of housing is cluster i, worth of antenna is cluster i, worth of display is cluster i, worth of keypad is cluster i, worth of microphone is cluster i, worth of speaker is cluster i, worth of battery is cluster i, worth of camera is cluster i, and worth of bluetooth is cluster i then acquisition price of cell phone is cluster i (i=1, 2, 3, 4, and 5). These rules are shown in figure 5.

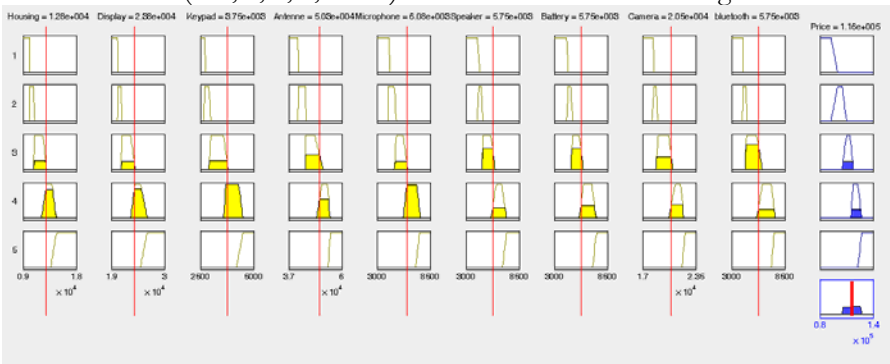


Figure 5. Fuzzy rules for acquisition price determination

6. Conclusion

Sustainability has become a major issue in most economies, causing many leading companies to focus on product recovery and reverse logistics. Remanufacturing is an industrial process that makes used products reusable. One of the important aspects in both reverse logistics and remanufacturing is pricing of returned products (called cores). In this paper, we focus on pricing the cores. In pricing, focusing on market structure is obligatory. We consider one kindn of markets: competitive. In competitive market we obtain the prices from market data (rivals). For this, we use fuzzy rule that is a proper method for uncertainty modeling.

REFERENCES

[1] D. Rogers and R. Tibben-Lembke, *Going backward: Reverse Logistics Trends and Practices, Reverse Logistics Executive Council*. Reno, NV,1999.

[2] H.C. Zhang, J. Li, P. Shrivastava, and A. Whitley, *A web-based system for reverse manufacturing and product environmental impact assessment considering end-of-life dispositions*, CIRP Annals Manufacturing Technology, **53**(2004), 5–8.

[3] V.D.R Guide and L.N. Van Wassenhove, *Managing product returns for remanufacturing*, Production and Operations Management, **10**(2001), 142–155.

[4] V.D.R Guide, *Production planning and control for remanufacturing: industry practice and research needs*, Journal of Operations Management, **18**(2000), 467–483.

[5] V.D.R Guide and D.W. Pentico, *A hierarchical decision model for remanufacturing and re-use*, International Journal of Logistics: Research & Applications, **6**(2003), 29–35.

[6] M. Klausner and C. Hendrickson, *Reverse-logistics strategy for product take-back*, Interfaces, **30** (2000), 156–165.

[7] R. Wojanowski, V. Verter, and T. Boyaci, *Retail-collection network design under deposit-refund*, Computers & Operations Research, **34**(2007), 324–345.

[8] O. Kaya, *Incentive and production decisions for remanufacturing operations*, European Journal of Operational Research, **201**(2010), 442–453.

[9] J. Ostlin, E., Sundin, E., and M. Bjorkman, *Importance of closed-loop supply chain relationships for product remanufacturing*, International Journal of Production Economics, **115**(2008), 336–348.

[10] M. Thierry, M., Salomon, J. van Nunen, and L. van Wassenhove, *Strategic issues in product recovery management*, California Management Review , **37** (1995), 114–135.

[11] M.P. de Brito, S.D.P Flapper, and R. Dekker, *Reverse Logistics: A Review of Case Studies, Erasmus University, Rotterdam*, The Netherlands, Econometric Institute Report EI, 2002, 2002-21.

[12] S. Ray, T. Boyac, and N. Aras, *Optimal prices and trade-in rebates for durable, remanufacturable products*, Manufacturing and Service Operations Management, **7** (2005), 208–228.

[13] J.M. Harrison, *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*. John Wiley & Sons, 1985.

[14] K. Ito, *Stochastic Processes*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004.

[15] K. Sigman, *Lecture Notes on Brownian Motion*, Online Resource http://www.columbia.edu/~ks20/4700-05/4700-05-Notes-GBM.pdf, 2005.

[16] F. Beichelt, *Stochastic Processes in Science Engineering and Finance*, Chapman & Hall/CRC, 2006.

[17] S. Mitra, *Revenue management for remanufactured products*, Omega, **35**(2007), 553-562.

[18] J. Vorasayan and S.M. Ryan, *Optimal price and quality of refurbished products*, Production and operation management, **15**(2006), 369-383.

[19] Y. Liang, S. Pokharel, S., and H.L. Lim, *Pricing used products for remanufacturing*, European Journal of Operational Research, **193**(2007), 390-395.

[20] V.D.R.Guide, R.H. Teunter, and L.N.van Wassenhove, *Matching demand and supply to maximize profits from remanufacturing*, Manufacturing & Service Operations Management, **5** (2003), 303–316.

[21] M. Sugeno T. Yasukawa, *A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling*, IEEE transaction on fuzzy system, **1**(1993), 7-31.

[22] Y. Zhang, W. Wang, X.. Zhang, and Y. Li, *A cluster validity index for fuzzy clustering*, Information Scinces, **178**(2008), 1205-1218.

MASOUD SEIDI*, IRAN, TEHRAN. HAFEZ AVE., NO. 424, AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, INDUSTRIAL ENGINEERING DEPARTMENT
E-mail address: **Masoud_seidi@aut.ac.ir**

ALIMOHAMMAD KIMIAGARI*, IRAN, TEHRAN. HAFEZ AVE., NO. 424, AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, INDUSTRIAL ENGINEERING DEPARTMENT
E-mail address: **kimiagar@aut.ac.ir**

* SPEAKER

FUZZY RULE-BASE EXPERT SYSTEM FOR EVALUATION POSSIBILITY OF FATAL ASTHMA

Maryam Zolnoori, M.H. Fazel Zarandi, Mostafa Moeen

ABSTRACT. Asthma, a chronic disorder lung disease, has increasing rate in developing countries. Fatal asthma is a sudden exacerbation of asthma threatening the life of asthmatic patients even with the good-controlled asthma. So prediction the risk of fatal asthma is a great contribution decreasing the possibility of asthma mortality and morbidity. In this paper a fuzzy expert system is developed for prediction fatal asthma. Forty rules with the structure of fuzzy antecedent- fuzzy consequent construct the knowledgebase of this system. Main variables of viral infection, Exposure to irritants/allergens, Duration of asthma, Response to treatment, Instability of asthma, Degree of nocturnal symptoms, Intensity of current treatment, Peripheral blood eosinophilia, Value of neutrophil, and Intensity of exacerbation are made the antecedents of the rules. The consequences of these rules are possibility of fatal asthma determined in the interval (0-1). Mamdani fuzzy inference mechanism is used as inference engine in this system. Evaluating the performance of this system at asthma, allergy, immunology research center of Emam Khomeini hospital reinforces the good efficiency of this fuzzy expert system for prediction the possibility of fatal asthma.

1. Introduction

Inadequacy of medical specialists in developing countries has eventuated in decline of quality of life of many patients. Settling this inefficacy of medical services using the education of human resources is a time-consuming and costly solution that may result in increasing morbidity and mortality of patients. The solution of artificial intelligence in medicine has brought many advantages in diagnosis, management and prediction of diseases [1]. Many intelligence systems have been developed in order to improve health care, reduce cost of treatment, and enhance quality of life, etc. these systems are used of various aspects of AI such as image processing, neural networks, expert systems, and fuzzy logic [2]. The history of applications of expert systems begun by Mycine [3] implies their efficiency in many branches of medicine. Fuzzy technique that is translated as computing with words by Zade [4], enhance the validity and performance of fuzzy expert systems comparison with expert systems [5]. Expert Systems based on the purpose of development can be classified in 8 categories in medicine [6]. This categories include Predicting and prognosis, Diagnosis, Design, Planning, Monitoring, Treatment, Instruction and teaching, Control and management, and Simulation.

Intelligence systems have main role in diagnosis and management of lung diseases such asthma. Asthma is a chronic lung disorder with three signs as chronic inflammation, hyperresponsiveness, and reversible obstruction of airways that is estimated between 1.4-27.1% in the world [7]. There is convincing evidence concerning the increasing rate of asthma in Iran [8]. Since asthma as chronic disease can not heal up, control is the final objective of asthma treatment. Fatal asthma is more common in patients with higher degree of severity, although sudden and unexpected death in patients with mild severity and well-controlled asthma has been occurred [9]. Patients that are in special condition such as continuous exposure to irritants or day-to-day variability in airway obstruction are at risk for life threatening exacerbations that may lead to fatal asthma. Examination of asthmatic patient that are died because of acute or sudden exacerbation may result in finding some important risk factors involving these patients. Considering the risk factors gets a better understanding of variables helping physicians/patients in prediction and prevention of fatal asthma. Regarding the high prevalence of asthma and consequence of mortality and morbidity, some intelligence systems have been developed to mange asthma disease. These systems based on their purposes of application in hospital or primary care setting (offline or online) can be classified in three categories [13] as diagnosing or contribute to diagnosing (such as Fuzzy rule based system for analyzing the obtained result of spirometry tests (FEV1 and FVC) [10]), control management and training (such as presenting a web based asthma tool that significantly enhances information and awareness of users [11]), and prediction (such as predicating pediatric asthma admission in Barbados using neural network [12]).

This paper focuses on the development and testing a fuzzy expert system for prediction of fatal asthma. Because sudden and unexpected death in patients with mild severity and well-controlled asthma may be occurred, Identification of patients with the risk of fatal asthma can help to physicians and patients to adapt appropriate therapeutic approaches and decrease the possibility of asthma mortality. The knowledge constructed the knowledgebase (rule-based) of this system have been generated using indirect approach [14]. Insufficiency of medical records and inexistence of electronic database made the direct approach inefficient approach for developing this system. Fuzzy technique is used for representing uncertain values in fuzzy antecedents and fuzzy consequences.

Key words and phrases: asthma, fatal asthma, fuzzy expert system.

Methodology is used for developing this system is explained in the next section. Section 3 contains the result of testing system. conclusion is presented in section 4.

2. Methodology

The methodology of this system includes the processes of knowledge acquisitions, knowledge representation, system testing, and system maintenance.

2.1. Knowledge acquisition

The process of knowledge acquisition consist of five parts included recognize, collect, interpret, analysis, and design. The output of this stage is general inference network for this system. Two groups of system's users (asthmatic -patients and asthma physicians) are participated in this process. Physicians perceive the disease from the low level and consider important details such as the mechanism and pathology of asthma, but patient view it from high level concerning on major consequences of this disease such as pain in chest. As a result considering both views is very important for building knowledgebase. Latent sources such as books, papers, and medical websites are used as complement sources. Regard to the output of this stage, the important variables is identified as follow:

- Viral infection: viral infection has main role in asthma exacerbation and asthmatic patient hospitalization. The crisp value of this variable is determined by user (patient/physican) as Yes (existence) or No (inexistence).
- Exposure to irritants (passive smoking) and allergens**:** Continues exposure of atopic children to house dust mites is an important risk factor of acute asthma attack that may leads to Respiratory Arrest Imminent. This crisp antecedent provides two choices for user as Yes (continues/frequently exposure) and No (Seldom exposure).
- Duration of asthma: Patients with longstanding asthma with abnormal lung function or day-to-day variability in airway obstruction are at risk for exacerbation that may lead to fatal asthma, the value of the antecedents represented as crisp input as more than two years and less than two years.
- Response to treatment: this variable considers the status of asthmatic lung to short term medicine such as salbotamol. This variable contains uncertainty in its assigned linguistic values (fair, rather poor, poor) to it.

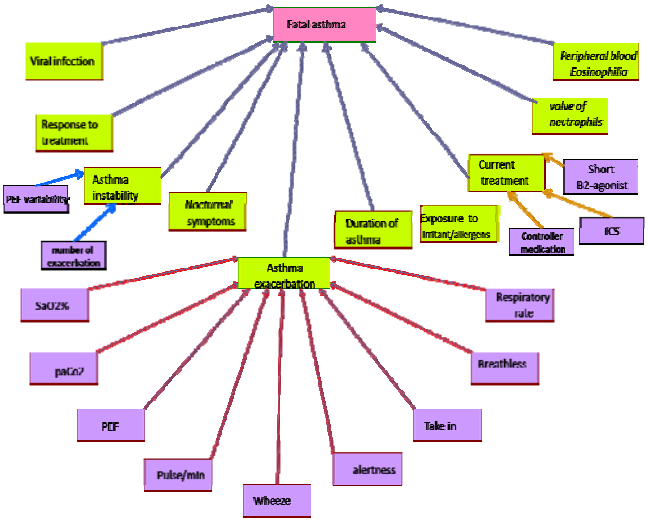


Figure 1: general inference network of variables of fatal asthma

Instability of asthma: if the degree of instability of asthma be high the possibility of fatal asthma increase. This variable is measured using two variables as Peak Expiratory Follow (PEF) and number of severe exacerbation that result in hospitalization. The result of PEF as laboratory data deals with difficulties such as incompleteness, inaccuracy and inconsistency. As a result patient with the result of lab data just on border line could not be defined certainly and clearly as normal or abnormal. So this variable contains inherent uncertainty.

• Degree of nocturnal symptoms: This variable evaluates the status of asthmatic patient by considering linguistic values as never, seldom, sometimes, often, and frequently. Patients with higher degree of this variable have higher possibility of fatal asthma.

• Degree of intensity of current treatment: Considering the dose of current treatment included short-term and long-term inhaler is a major indicator for evaluation level of asthma control. Poor level of asthma control may be warning for fatal asthma. The doses of consumed asthma drug especially rescue b2-agonist vary from patient to patient because of exposure to different situation, so accessing to precise value based on prescribed category by physician seems impossible. As a result this variable has an internal uncertainty. This variable is evaluated using three variables of Short B2-agonist, Corticosteroid took as long term medicine, and Additional controller took as long term medicine with corticosteroid.

• Degree of intensity of exacerbation: Acute exacerbation of asthma is not always with severe respiratory symptoms. Even in the presence of significant bronchial obstruction, wheezing may be absent. However the patient has other clinical feature reflecting the acute status of patient such as cyanosis, drowsiness. The signs indicate the respiratory arrest imminent that may lead to fatal asthma. this variable is evaluated using the following variables that contains uncertainty in their values assigned to them: Status of Breathless, Status of Wheeze, Status of Alertnes, Status of respiratory rate, Status of Take in, Status of pulse/ min, Value of PEF after initial bronchodilator, Value of paCO2 , Value of SaO2% (on air).

• Peripheral blood eosinophilia: studies suggest that peripheral blood eosinophilia greater than 0.453109 per liter increases the relative risk of fatal asthma more than sevenfold. The crisp value of this variable is determined by user as Yes (>0.453109) or No (=<0.453109).

• Value of neutrophil. Some researches indicate that if the value of netrophils be more than the value of eosinophilia in exacerbation of asthma, the possibility of fatal asthma increase. the crisp value of the variable is determine by user of the system as amount of neutrophils was higher than the amount of eosinophils or amount of neutrophils was less than the amount of eosinophils.

Table1: linguistic values and fuzzy intervals of response to treatment

Linguistic values of nocturnal symptoms	Fuzzy intervals
Fair	5-9
Rather poor	3-7
Poor	0-5

2.2 knowledge representation

Techniques are involved in knowledge representation of fatal asthma are General inference networks, production rules, representing uncertainty, and designing system's inference engine.

2.2.1 General inference network

General Inference Networks (GIN) provides a graphical representation of inputs and outputs drawn as nodes. The supporting relationship between input and output are considered as links. Figure 1 depicts the GIN of Variables indentified in the stage of knowledge acquisition.

2.2.2 Production rules

Various combination of inputs and output in GIN (figure 1) are formed the production rules of the system. These rules are generated using interview techniques, task performance and protocols, and questionnaires and surveys. Some examples of production rules are presented in appendix A.

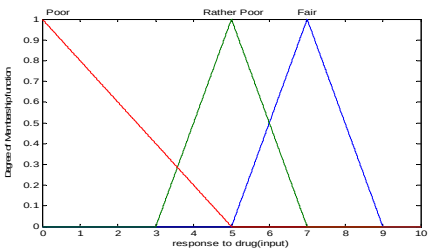


Figure 2: membership functions of variables of response to treatment

2.2.3 Presenting uncertainty

Knowledge acquisition (intuition and judgment), Knowledge representation, and incomplete information are sources of uncertainty for representing knowledge of fatal asthma. Fuzzy logic is used in this fuzzy expert system to answer three questions of how to present linguistic and numeric values?, how to combine two or more piece of uncertain data?, and how to design inference engine using uncertain data?. Identification of fuzzy sets of uncertain variables is calculated by asking the physicians for determining the points with (MF=0) and points with (MF=1). These two points are connected together making triangular or trapezoidal membership function that are common in representing fuzzy set because of their computational efficiency [15]. The uncertain variables are represented as following:

- Response to treatment: Table 1 represents the linguistic values and fuzzy intervals of nocturnal symptoms. The membership function of fuzzy sets related to linguistic values is depicted in figure 2.
- Degree of asthma instability: Table 2 represent the linguistic values of PEF and severe exacerbation as input variables considered for calculating the output variables of degree of asthma instability. Figure 3 represent a schematic view of rules of asthma instability. Membership functions of these linguistic values are depicted in this figure 2.Degree of intensity of current treatment: Table 3 represents the linguistic values and fuzzy intervals of current treatment. Figure 4 depict the schematic views of rules related to the rules evaluating the degree of intensity of current treatment. Membership function of these rules is depicted in this figure too.

Table 2: linguistic variables and fuzzy intervals of asthma instability

	Variables	Categories	Fuzzy intervals
input	PEF	Mild	9-25
		Moderate	15-35
		Severe	25-60
input	Severe exacerbation	None	0
		More than one	0-10
output	Degree of asthma instability	Low	0-2
		medium	1-4
		High	2.5-10

Table 3: linguistic values and fuzzy intervals related to current treatment.

	Linguistic variables	Linguistic value	Fuzzy intervals
Inputs	Ba = B2-agonist (weakly)	Low	0-0-3
		Medium	2- 10
		High	5-30
	ICS = corticosteroid	None	0
		Low	4-9
		Medium	8-18
		High	17-100
	CM = Controller medication	None	0
		Low	1
		medium	1-2
		high	2-10
Output	Current Treatment	Very low	0-0.5
		Low	0.5-1
		Medium	.5-1.5
		High	1.5-10

- Degree of nocturnal symptoms: Table 4 represents the linguistic values and fuzzy intervals of nocturnal symptoms. The membership functions of linguistic values are represented in figure 5 too.
- Degree of asthma exacerbation: this variable is consequent of rules which linguistic variables are presented in table 5 are rules' antecedents. This table contains linguistic values and fuzzy interval of these variables too. Figure 6 presents the schematic view of these rules and membership functions of related linguistic values.

System output: the output of this system presents the possibility of fatal asthma in a gradation from very high to very low in terms of possibility measured in continuum (0-1). These outputs are categorized in

five classes presenting the status of patients as risk of fatal asthma. These classes include very low (0-1), low (1- 3), medium (3-5), high (5-7), and very high (7-10).

2.2.4 System inference engine

Mamdani inference engine is used for parallel processing using maximum and minimum operation. The mechanism of centriod is used for deffuzification of fuzzy output set.

3. System testing and maintenance

The performance of this system is evaluated at asthma, immunology, and allergy center of Emam Komani Hospital. The results of 10 asthmatic patient tested by this system are presented in table 6. Comparison the output of this system with asthma physicians' opinions (table 6) draws the high performance of this fuzzy expert system. This data are collected based on asthmatic patients' medical records and questionnaires with the family/friends of some patients died because of sudden asthma exacerbation. This system is a great contribution for evaluating asthmatic patient who are in the risk of fatal asthma. This system has been provided just as prototype, so its development needs the investment of hospitals and central researches. Extension application of this system as web-based or offline at hospitals and primary care setting can decrease mortality of asthmatic patients.

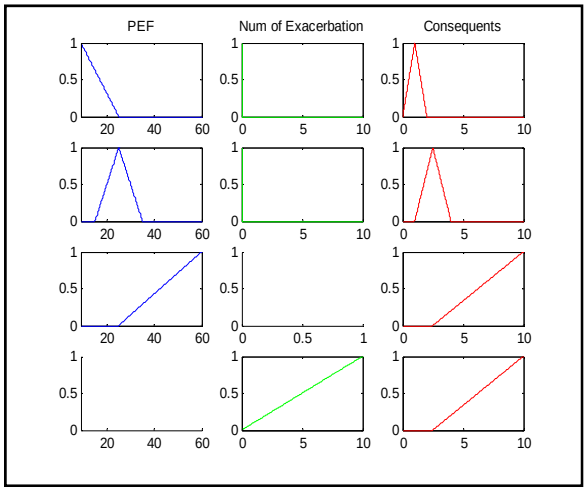


Figure 3: Schematic view of rules and membership functions of asthma instability

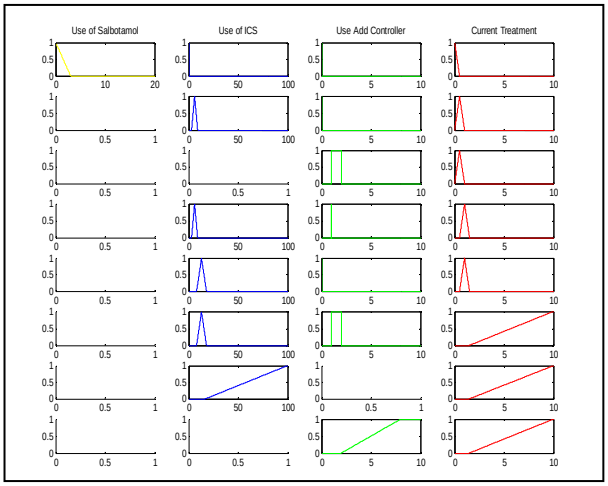


Figure 4: Schematic view of rules and membership functions of current

Table 4: linguistic values and fuzzy intervals related to nocturnal symptoms

linguistic value	fuzzy interval
N=Never	0-1
Se=Seldom	0-4
So=Sometimes	1-7
O=Often	4-12
F=Frequently	8-16
A=Always	12-30

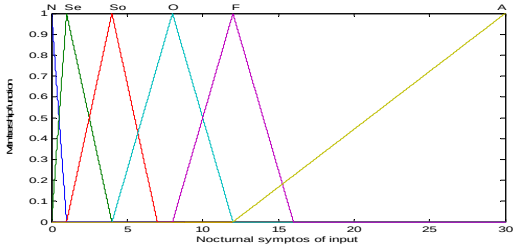


Figure 5: Schematic view of membership functions of variables of nocturnal symptoms

Table 5: linguistic values and fuzzy intervals of rules related to degree of asthma exacerbation

S.N	*Exacerbation's variable*	*Linguistic variable*	*Linguistic value*	**Fuzzy interval**
1	input	Bl =Breathless	Mild	0-3
			Moderate	2-7
			Severe	5-10
2		Ts=Talks in status	Sentences	0-3
			Phrases	2-7
			Words	5-9
			Letter/cannot speak	8-10
3		Al=Alertness	Normal	0-3
			agitated	2-7
			Drowsy or confused	6-10
4		RR=Respiratory Rate	Mild	0-3
			Moderate	2-6
			Severe	4-10
5		W=Wheeze	With out wheeze	0-1
			Mild	0-4
			Moderate	2- 7
			severe	6-10
6		pulse/ min[3]	mild	0-3
			Moderate	2-7
			Severe	5-8
			Bradycardia	7-10
7		PEF after initial bronchodilator	80% -100	75-100
			60_80%	55-85
8		$paCO_2$	< 45 mm Hg	20-45
			> 45 mm Hg; Possible respiratory failure	44--100
9		$SaO_{2\%}$	> 95%	93-200
			91-95%	88-100
			< 90%	92 -40
10	Output	DE=Degree of exacerbation	Mild	0-3
			Moderate	2-6
			severe	5-8
			Respiratory Arrest Imminent (RAI)	7-10

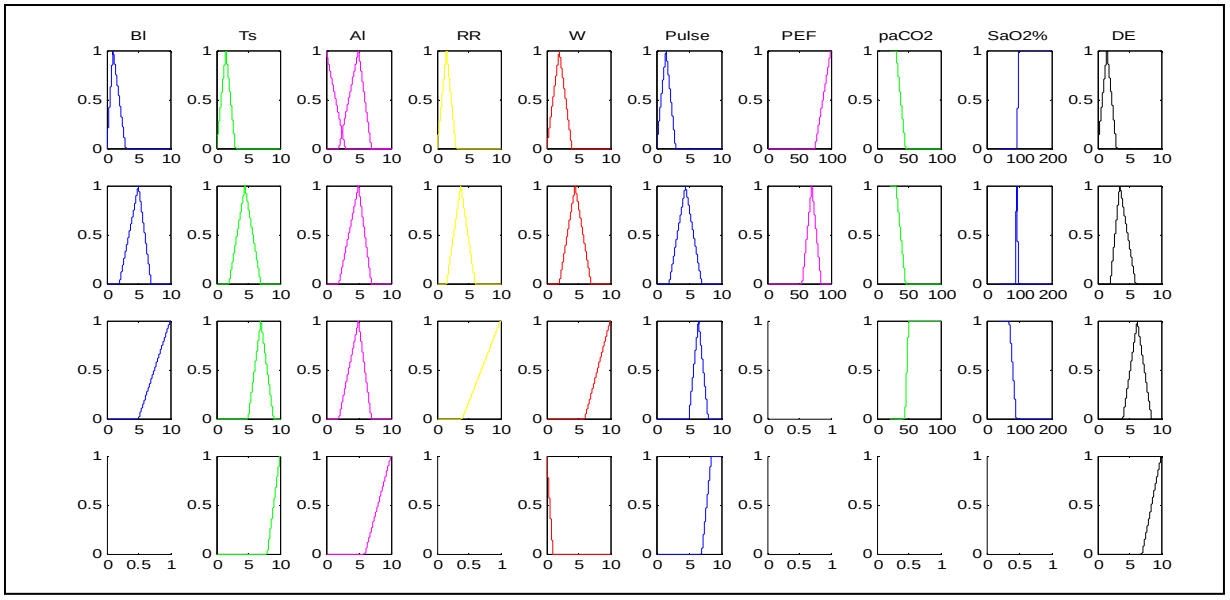


Figure 6: schematic views of rules and membership functions of linguistic values of degree of asthma exacerbation

Table 6: the result of the testing related to fuzzy expert system of fatal asthma

Variables ***Patient***	***VI1***	***EI2***	***DA3***	***RS4***	***IA5***	***SNS6***	***DCT7***	***DIE8***	***PBE 9***	***N10***	***System output***	***Physician's evaluation***
Patient1	Yes	Yes	5 year	Poor	…..	16	.7	7.9	Yes	…	Fatal asthma	Intensive care
Patient2	No	Yes	1 year	fair	6.98	14	5	9.03	…..	….	Fatal asthma	Intensive care
Patient3	No	Yes	5 year	fair	2.24	24	5.03	….	….	…	Fatal asthma	Intensive care
Patient4	No	N o	3 year	Fair	7.1	8	1.4497	7.2	Yes	….	Fatal asthma	hospitalizaton
Patient5	No	Yes	4 year	Poor	6.43	10	6	6.25	….	….	Fatal asthma	Intensive care
Patient6	No	Yes	6 month	Fair	6.43	8	2.08	…..	….	…..	High	additional controller and special care
Patient7	Yes	No	1 year	Fair	2.24	5	4.08	4.5	….	….	Medium	Additional controller
Patient8	No	Yes	2 year	Good	….	2	1.7	1.5	No	….	Very_low	Stable status
Patient9	No	No	3 year	Good	1	3	1.69	3.8	……	….	low	Stable status
Patient10	**Yeas**	**Yes**	**9 month**	**Good**	**1**	**2**	**5**	**1.2**	**No**	**….**	**Very_low**	**Stable status**

VI[1]= Viral Infection; EI[2]= Exposure to irritant and/or allergen; DA3= Duration of Asthma; RS[4]= Response to sulbotamul
IA[5]= Instability of Asthma; SNS[6]= status of Nocturnal Symptoms; DCT[7]= Degree of Current Treatment; DIE[8]= Degree of Intensity of Exacerbation; PBE [9] = Peripheral Blood Eosinophilia; N[10]= neutrophils

4. Conclusion

This paper focuses on fuzzy expert system for prediction the risk of fatal asthma. patient are checked with system can inform the degree of fatal asthma which is represented by categories of very high , high, medium, low, and very low. Variables are used in the rules' antecedent are elicited in the stage of knowledge acquisition. The uncertainty of these variables represented using fuzzy technique. Parallel processing and the accurate presentation resulted in the high performance for this fuzzy expert system tested in the asthma, immunology, and allergy research center of Tehran University of Iran.

REFERENCES

[1] M. Stefanelli, *the socio-organizational age of artificial intelligence in medicine*, artificial intelligence in medicine, 23(1)(2001), 25-47.
[2] P.L. Vimla, H.S. Edward, M. Stefanelli, P. Szolovits, M.R. Berthold, R. Bellazzi, A. Abu-Hanna, *The coming of age of artificial intelligence in medicine*, Artificial intelligence in medicine, 46(1)(2009), 5-17.
[3] Kandel, *Fuzzy Expert Systems*, CRC Press, NewYork 1991.

[4] L. Zadeh, *Fuzzy logic = Computing With Words*, IEEE Transaction with fuzzy Systems, 4 (2) (1996), 103-109
[5] H.N. Phuong, V. Kreinovich, *Fuzzy Logic and its Applications in Medicine*, International Journal of Medical Informatics ,62 (2001), 165-173
[6] M. Zolnoori, M.H. Fazel Zarandi, M. Moeen, Intelligence *system in medicine: designing fuzzy expert system for evaluation asthma exacerbation, International conference on information and communication technology*, Iran, 6 (2010).
[7] C. Lai, R. Beasley, J. Crane, S. Foliaki, J. Shah, S. Weiland, *Global Variation in the Prevalence and Severity of Asthma Symptoms: Phase Three of the International Study of Asthma and Allergic in Chilhood (ISAAC*). Thorax, 2009; [Epub ahead of print].
[8] *Guidelines for the Diagnosis and Management of Difficult-to-Control Asthma*. Assembly on Asthma of the Spanish Society of Pulmonology and Thoracic Surgery Arch Bronconeumol. 2005;41(9):513-23
[9] P. Lee, j. Abisheganaden, C.B.E. Chee, Y.T. Wang, *A New Asthma Severity Index: A Predicator of Near- Fatal Asthma?*, EurRespir J 2001; 18: 272 -278.
[10] U. Uncu, E. Koklukaya, A. Gencsoy, O. Annadurdiyew, *A Fuzzy Rule-base Model for Classification of Spirometric FVC Graphs in Chronical Obstructive Pulmonary Diseases*. Annual Reports of the Research Reactor Institute, Kyoto University, 4 (2001), 3866- 3869.
[11] M. Glykas, P. Chytas, *Technological innovations in asthma patient monitoring and care*. Expert Systems with Applications. Expert System with Application, 27(1) 2004, 121-123.
[12] E. Blades, D. Kimes, E. Levine, G. Mathison, H. Thani, M. Lavoie, *Predicting Pediatric Asthma Admissions for Barbados*, Allergy Clin Immunol, 113 (2) (2003), S341- S404.
[13] M.Zolnoori, *Designing Fuzzy Expert Systems for Childhood Asthma*, faculty of information management, Tarbiat Modares universities, (2007), 52- 58.
[14] F. Hoppner, F. Klawonn, R. Kruse, T. Runkler, *Fuzzy clustering analysis*, John wiley & Sons, LTD, New Yourk. 1999.
[15] W. Pedrycz , *Why triangular membership functions?*, Fuzzy Sets and Systems, 64(1) (1994), 21-3

Maryam Zolnoori*, Mathematic and informatics group, ACECR, Tarbiat Modares University, Tehran, P. O. Box 14115-343,
E-mail address: **M.Zolnoori@gmail.com**

M.H. Fazel Zarandi, industrial engineering, Amirkabir University, Tehran, Iran

Mostafa MoeeN, Asthma emunology, allergy research center, Tehran University, Iran

* SPEAKER

Some examples of system's rules

If
Breathless is Moderate (Taking Prefer sitting)
AND talks in is Phrases
AND Alertness is agitated
AND Respiratory rate is Moderate
AND Wheeze is moderate
AND Pulse/ min^3 is moderate
AND PEF after initial bronchodilator 60_80%
AND $paCO_2$<45
AND $SaO_{2\%}$ (on air) 91-95%
Then
Exacerbation is Moderate

If
The PEF is severe
Then
Instability is high

If
Inhaled β - agonist $\leq$ 2 times daily
without use corticosteroids and another controller
Then
CT is very low

If
Asthma's child takes more than 2 years
And
Response to drug is poor (more than 5)
Then
Asthma is near fatal

PROTEIN SECONDARY STRUCTURE ASSIGNMENT USING FUZZY LOGIC

S. Shahriar Arab, Mehdi Sadeghi, Changiz Eslahchi, Hamid Pezeshk

ABSTRACT. The automatic assignment of the protein secondary structure from three dimensional coordinates is an essential step in the characterization of protein structure. There are several methods for assigning secondary structure from the three-dimensional structure based on different definitions. We developed a new algorithm for the protein secondary structure assignment, using fuzzy logic based on backbone angles. In this method, we assign a non negative number ranging from zero to one hundred to each residue to express the membership degree for being in a helix or beta strand. This method can be converted to the classical methods whenever we assume that any residue with membership degree greater than a selected cutoff be in a helix or beta strand structure. Comparison of the results with structures reported in PDB, DSSP and STRIDE for 4843 proteins show that our algorithm works as well as other classical methods. Also using fuzzy assignment in protein structural alignment, can lead us to an accurate results. FAssign is an online tool with a user-friendly interface, for assignment of proteins based on fuzzy assignment method (http://bioinf.cs.ipm.ir/softwares/fassign).

1. Introduction

The automatic assignment of the protein secondary structure from three dimensional coordinates is an important and in principal, a simple bioinformatics tool. The secondary structure assignment plays an important role in structural genomics. The secondary structure assignment are used to visualize structures, protein structure classification[1,2,3], protein structure alignment[4,5,6], comparative modeling and threading[7,8,9,10], and also influence sequence alignment[11,12,13]. Hence, secondary structure assignments are important to assure the optimal yield of experimental structure and selecting targets for structural genomics. Although, the recognition of secondary structure as alpha helices and beta sheets seem straightforward, but there are many different definitions, each regarding different criteria. The main criteria used to the secondary structure assignment are hydrogen bonding pattern[14], quantification of the back bone curvature[15], inter-Cα distances[16] and torsion angles[17]. Comparing these methods on a protein data base showed only sixty three percent agreement between three algorithms on the assignment of secondary structures[18]. Although, the different methods may assign different secondary structure states to each residue, they are the same in one aspect; each residue is defined in one state and finally we have a string of secondary structure states for the protein sequence. Despite the similarity between an assigned states such as alpha-helices in different parts of a protein or different proteins, they are not exactly the same[19]. For example, two alpha helices with the same lengths in two different proteins may dose not have the exact geometrical similarity, but in the assignment methods this difference is not regarded (Fig. 1 and Fig. 2). Since most of the protein structure comparison methods are based on the secondary structure alignment, renouncement of their geometrical differences lead to an inexact three dimensional comparison. Thus, it is necessary to define parameters of the secondary structures so that different and similar structures could be distinguished more precisely. Our method, FAssign, is based on fuzzy logic and it uses the angle between consecutive Cα atoms that indicating regular or irregular turns for consecutive residues. These Fuzzy numbers may vary from zero to one hundred and can be used to compare two helices for a better similarity or difference between them. In addition, the fuzzy assignment appeared to describe ends of regular secondary structure segments more accurately than classical methods in assignment. Often these caps carry important information about function and structure.

2. Method

With considering only α-carbons in protein backbone, three angles (τ_1, τ_2, τ_3) are defined. τ_1 is the angle between C_i, C_{i+1}, C_{i+2} , τ_2 is the angle between C_{i+1}, C_{i+2}, C_{i+3} and τ_3 is the dihedral angle between C_i, C_{i+1}, C_{i+2}, C_{i+3}. The values of τ_1, τ_2 and τ_3 for standard secondary structures are shown in Table 1.

Key words and phrases: Protein structure, secondary structure assignment, fuzzy logic, protein alignment.

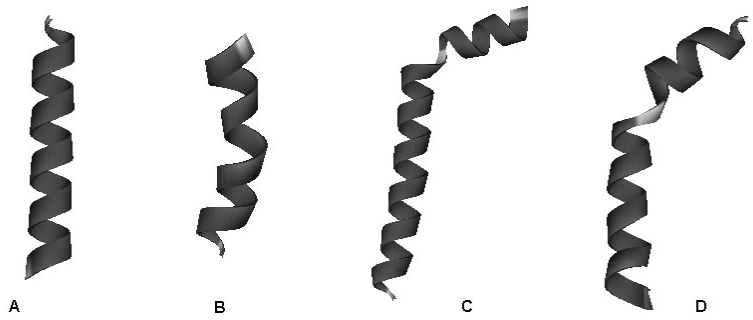


Fig.(1). comparing four helixes, A) is a standard helix; B) is a segment of 1gcb, amino acids 73 to 89, C) is a segment of 1fx8, chain A, amino acids 86 to 118, and D) is a segment of 1e3k, chain A, amino acids 744 to 770. These structures have some topological difference but existing methods assign all of them as helix.

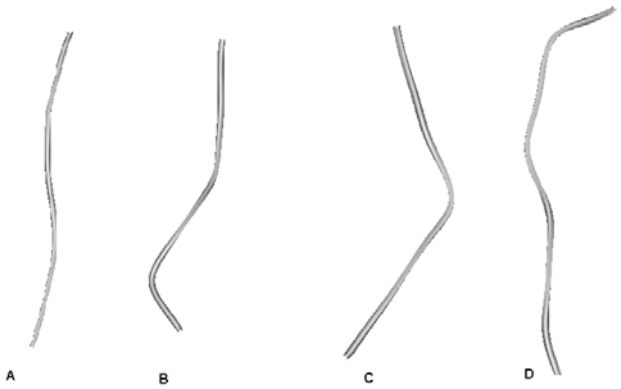


Fig.(2). Comparing four strand segments, A) is a segment of 1exc, chain A, amino acids 114 to 126 B) is a segment of 1fl7, chain B, amino acids 72 to 83 C) is a segment of 1a2k, chain A, amino acids 64 to 75 D) is a segment of 1aoh, chain A, amino acids 115 to 128. These structures have some topological differences but existing methods assign a beta strand structure to all of them.

Table 1. Angle for standard regular structures: std_τ_1, std_τ_2 and std_τ_3 are τ_1, τ_2, and τ_3, angles in structure made by certain phi and psi. Max_D is used in calculation of fuzzy number. If average difference between τ and std_τ is more than Max_D, its fuzzy number is assumed to be zero (equation 2,4).

	Phi	Psi	std_τ_1	std_τ_2	std_τ_3	Max_D
Alfa Helix	-58	-47	90	90	50	57
Helix3_{10}	-49	-26	85	85	85	57
Helix π	-57	70	97	97	26	57
Beta Strand	180	180	147	147	180	90

To assign a fuzzy number to i^{th} residue for each regular secondary structure, the following steps were taken:

$$f = 100 * \frac{\left(|\tau_1 - std_\tau_1| + |\tau_2 - std_\tau_2| + |\tau_3 - std_\tau_3|\right)}{3} \quad (1)$$

$$F = \begin{cases} 0 & if\ Max_D < f \\ 100 * \left(\frac{1-f}{Max_D}\right) & else \end{cases} \quad (2)$$

With this definition, the end of chains will be missed so three new angles (τ'_1, τ'_2, τ'_3) are defined; τ'_1 is the angle between C_i, C_{i-1}, C_{i-2} , τ'_2 is the angle between C_{i-1}, C_{i-2}, C_{i-3} and τ'_3 is the dihedral angle between C_i, C_{i-1}, C_{i-2}, C_{i-3}. Therefore there are 2 fuzzy numbers (F, F') for each amino acid in chain, in two directions; forward and backward.

$$f' = 100 * \frac{\left(|\tau'_1 - std_\tau_1| + |\tau'_2 - std_\tau_2| + |\tau'_3 - std_\tau_3|\right)}{3} \quad (3)$$

$$F' = \begin{cases} 0 & if\ Max_D < f' \\ 100 * \left(\frac{1 - f'}{Max_D} \right) & else \end{cases} \quad (4)$$

FAssign is an online tool with a user-friendly interface, for assignment of se secondary structure based on fuzzy logic. It can read protein coordination file in PDB format and return results in various useful formats:

1. **Fuzzy number format:** This is a fuzzy number for each amino acid belonging to a regular structure such as helix or strand.
2. **Fuzzy coloring format:** It displays sequence of protein in different colors. It uses red tonality to show that an amino acids belongs to helix and blue for strand.
3. **Classical method:** The main goal of this method is the assignment of a structural fuzzy number to each residue, but this method simply can be converted to classical method and assign a structure to a residue if it has regular structure or not. In this format amino acid are shown in red to indicate if it belongs to helix and blue to strands. Fig. (**3**) shows these formats output for segment of protein 1FX8.

Convert fuzzy results to results obtained from classical method

To do this, residues with helix fuzzy numbers greater than 84 were assigned as H and residues with strand fuzzy numbers greater than 70 were assigned as S and others as C. For refinement of results, the following steps would be taken:

1. if there are 'HCH' or 'SCS' in a triplet window of residues it will be converted to 'HHH' or 'SSS'
2. if there are 'CCHHHCC' or 'CCSSSCC' in a window of seven residues it will be converted to 'CCCCCCC'

if there are 'CCHHCC' or 'CCSSCC' in a window of six residues it will be converted to 'CCCCCC'

3. Results and Discussion

The analysis of secondary structure regularity using variation in the consecutive residue angles (τ_1, τ_2, τ_3) and (τ'_1, τ'_2, τ'_3) gives the secondary structural fuzzy number for each residue between zero to one hundred. Table 2 shows these numbers for different parts of two proteins and the assignments based on PDB, DSSP, SDTRIDE and fuzzy numbers greater than a certain cutoff. The results of comparisons of these four methods are shown in table 2. Usually the central residues of regular structures take numbers near to 100 and N and C terminals residues of each helix structures take smaller numbers and show

less regularity. Segments with fuzzy numbers near to 100 are regular structures with standard geometry. Helix distortion can be attributed to factors such as solvent-side chain interactions, local sequence and side chain packing and have been studied in detail[53]. However, these factors cause the residues in helices to have different main chain conformation and this distortion could be shown by consecutive dihedral angles differences.

It is well known that for small segments of 2 or 3 residues which have helix geometry, the classical methods do not assign a helix structure to the segments. Our method assigns a helix structure to such segments.

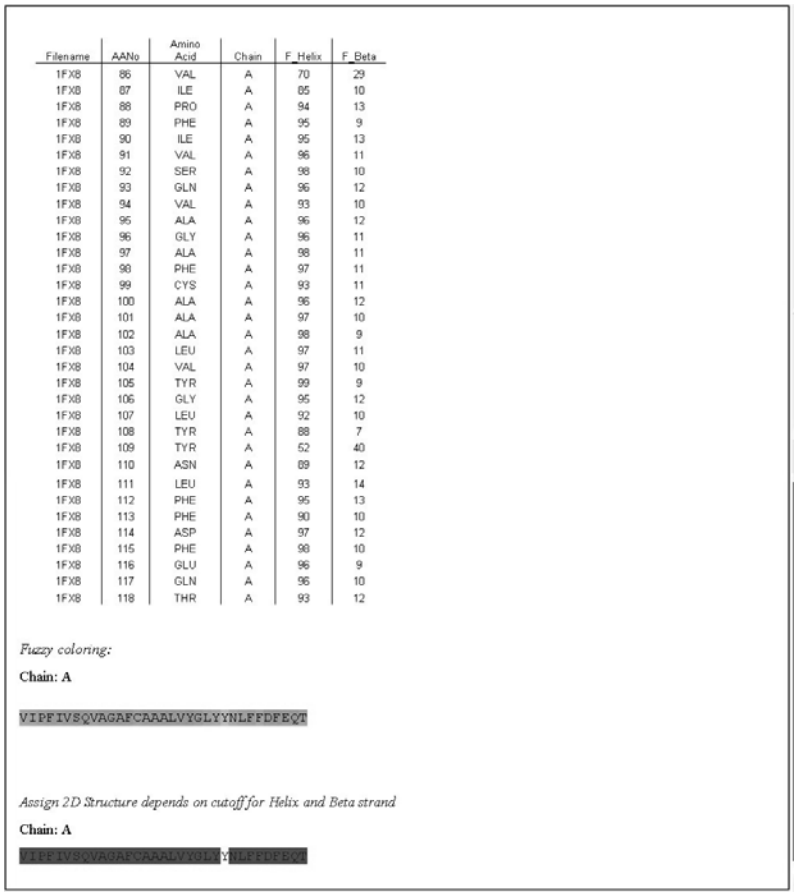
Comparing results based on PDB, DSSP, STRID and fuzzy method

Representative set of x-ray protein structures with resolution better than 2.5Å were gathered from PDB[20] by using advanced search in RCSB site (http://www.rcsb.org). The structures with more than 90% similarity in sequence were excluded from dataset. Thus 4843 proteins were selected as dataset. Assignment of secondary structure was done for all proteins in dataset by different methods DSSP, STRIDE, fuzzy method and also what included in PDB header files. Tables 3 and 4 show the details of comparison results between our methods and PDB, DSSP and STRIDE and also the comparison of DSSP and STRIDE with PDB. Most of the false positive and negative assignments between our method and PDB occurred at the edges of helices. Comparison of DSSP and our method shows that they have

90% agreement for H and 85% for S. Although many of crystallographers define secondary structure based on
DSSP algorithm, comparison of DSSP and PDB assigned secondary structures in our dataset show 8% differences between them in helices. Comparison of our method and STRIDE show about 92% agreement for H and 85% for S. It also it showed an agreement of 90% for H and about 85% for S in DSSP.

Table 2. Fuzzy numbers for parts of two proteins and comparison of assigned helix in PDB, DSSP, STRIDE and fuzzy number greater than 84

PDB Code	Residue No.	AA	phi	psi	PDB	DSSP	Stride	Fuzzy	Helix fuzzy number
1tafA	1	P	360	-46.7			H		0
1tafA	2	K	-60.4	-46.67	H	H	H		24
1tafA	3	D	-71.63	-33.94	H	H	H	H	98
1tafA	4	A	-61.48	-40.57	H	H	H	H	95
1tafA	5	Q	-63.2	-42.66	H	H	H	H	100
1tafA	6	V	-60.52	-44.64	H	H	H	H	100
1tafA	7	I	-63.5	-38.7	H	H	H	H	100
1tafA	8	M	-66.31	-35.52	H	H	H	H	100
1tafA	9	S	-69.6	-37.58	H	H	H	H	100
1tafA	10	I	-64.63	-43.23	H	H	H	H	100
1tafA	11	L	-58.14	-44.84	H	H	H	H	100
1tafA	12	K	-68.43	-43.9	H	H	H	H	100
1tafA	13	E	-61.57	-31.72	H	H	H	H	95
1tafA	14	L	-92.67	18.81			H	H	94
1tafA	15	N	62.46	32.33					50
1tafA	16	V	-100.04	89.05					0
1tafA	17	Q	-71.16	-28.82					34
1tafA	18	E	-135.82	139.22					0
1tafA	19	Y	-157.47	154.29					0
1tafA	20	E	-66.29	138.8					0
1tafA	21	P	-51.5	-38.42	H		H		61
1tafA	22	R	-66.37	-10.64	H	H	H	H	94
1tafA	23	V	-62.41	-39.91	H	H	H	H	88
1tafA	24	V	-61.19	-43.74	H	H	H	H	100
1tafA	25	N	-60.59	-47.54	H	H	H	H	100
1tafA	26	Q	-56.4	-43.61	H	H	H	H	100
1tafA	27	L	-71.13	-30.13	H	H	H	H	99
1tafA	28	L	-71.39	-36.28	H	H	H	H	100
1tafA	29	E	-67.91	-38.07	H	H	H	H	100
1tafA	30	F	-64.85	-46.8	H	H	H	H	100
1tafA	31	T	-52.22	-48.2	H	H	H	H	96
1tafA	32	F	-63.38	-45.89	H	H	H	H	95
1tafA	33	R	-61.87	-43.52	H	H	H	H	100
1tafA	34	Y	-66.58	-51.07	H	H	H	H	100
1tafA	35	V	-62.33	-44.79	H	H	H	H	100
1tafA	36	T	-63.88	-38.44	H	H	H	H	100
1tafA	37	S	-62.64	-47.57	H	H	H	H	100
1tafA	38	I	-64.34	-44.48	H	H	H	H	100
1tafA	39	L	-66.32	-34.26	H	H	H	H	100
1tafA	40	D	-62.57	-39.36	H	H	H	H	100
1tafA	41	D	-77.4	-42.75	H	H	H	H	94
1tafA	42	A	-57.04	-35.34	H	H	H	H	95
1tafA	43	K	-62.26	-37.52	H	H	H	H	100
1tafA	44	V	-64.43	-44.47	H	H	H	H	100
1tafA	45	Y	-61.78	-43.66	H	H	H	H	100
1tafA	46	A	-61.67	-40.22	H	H	H	H	100
1tafA	47	N	-61.9	-50.3	H	H	H	H	98
1tafA	48	H	-65.91	-15.55	H	H	H	H	99
1tafA	49	A	-97.48	-5.11			H	H	85
1tafA	50	R	63.92	50.68					11
1tafA	51	K	-118.09	153.71					0
1tafA	52	K	-97.6	-24.84					44
1tafA	53	T	-115.29	129.16					0



Filename	AANo	Amino Acid	Chain	F_Helix	F_Beta
1FX8	86	VAL	A	70	29
1FX8	87	ILE	A	85	10
1FX8	88	PRO	A	94	13
1FX8	89	PHE	A	95	9
1FX8	90	ILE	A	95	13
1FX8	91	VAL	A	96	11
1FX8	92	SER	A	98	10
1FX8	93	GLN	A	96	12
1FX8	94	VAL	A	93	10
1FX8	95	ALA	A	96	12
1FX8	96	GLY	A	96	11
1FX8	97	ALA	A	98	11
1FX8	98	PHE	A	97	11
1FX8	99	CYS	A	93	11
1FX8	100	ALA	A	96	12
1FX8	101	ALA	A	97	10
1FX8	102	ALA	A	98	9
1FX8	103	LEU	A	97	11
1FX8	104	VAL	A	97	10
1FX8	105	TYR	A	99	9
1FX8	106	GLY	A	95	12
1FX8	107	LEU	A	92	10
1FX8	108	TYR	A	88	7
1FX8	109	TYR	A	52	40
1FX8	110	ASN	A	89	12
1FX8	111	LEU	A	93	14
1FX8	112	PHE	A	95	13
1FX8	113	PHE	A	90	10
1FX8	114	ASP	A	97	12
1FX8	115	PHE	A	98	10
1FX8	116	GLU	A	96	9
1FX8	117	GLN	A	96	10
1FX8	118	THR	A	93	12

Fig. (3). Three various FAssign output formats for a segment of protein 1FX8, amino acids 82 to 118, chain A. Fuzzy numbers, for each residue, depending on being in helix or beta structure, are presented in columns 5th and 6th , respectively. Considering the 5th column, we may conclude that this segment has a helix structure. Fuzzy coloring has been used to show the degree of membership. A tonality of colors has been applied to demonstrate the degree of membership of amino acids to a structure. Dark red means a high membership degree and light red indicates a low one. It has been done for beta structure in the same fashion. As shown by the last part of the figure, if an amino acid belongs to a helix structure it is presented by red and if it belongs to a beta strand it is presented by blue.

Table 3. Comparison of helix assignment results obtained by fuzzy logic and other methods.

Compared methods	TP[1]	TN[2]	FP[3]	FN[4]	Tot	%	Sensitivity	Specificity	CC[5]
Fuzzy and PDB	798441	1437331	121957	126208	2483937	90.01	86.35	86.75	0.79
Fuzzy and DSSP	798441	1437331	121957	126208	2483937	90.01	86.35	86.75	0.79
Fuzzy and STRIDE	503225	681674	57924	47611	1290434	91.82	91.36	89.68	0.83

1-True positive (TP), 2- True negative (TN), 3- False Positive (FP), 4- False negative (FN), 5- Correlation Coefficient (CC)

Table 4. Comparison of beta strand assignment results obtained by fuzzy logic and other methods.

Compared methods	TP[1]	TN[2]	FP[3]	FN[4]	Tot	%	Sensitivity	Specificity	CC[5]
Fuzzy and PDB	234133	844706	107910	84106	1270855	84.89	68.45	68.45	0.60
Fuzzy and DSSP	213523	841857	105169	80010	1240559	85.07	72.74	67	0.60
Fuzzy and STRIDE	217347	837478	101345	84389	1240559	85.03	72.03	68.20	0.60

1-True positive (TP), 2- True negative (TN), 3- False Positive (FP), 4- False negative (FN), 5- Correlation Coefficient (CC)

Bend recognition

Considering fuzzy numbers presented in column of Fig (**3**), we notice a relatively high decrease at TYR109. It coincide with what is shown in Fig. **1**C in which there is a bend at TYR109. The classical

methods are not able to recognize this and assign a helix structure to whole segment. The bend recognition is also useful in structural alignment. Obviously the more accurate assignment would result in more accurate alignment and the bend recognition improves the efficiency of alignment.

ACKNOWLEDGMENTS

This research was in part supported by a grant from IPM. (Grant No. CS1385-1-02)

REFERENCES

[1] Hogue CWBSH. *Structure databases*. Methods Biochem Anal, **39** (1998), 46-73.

[2] Andreeva A, Howorth D, Brenner SE, Hubbard TJ, Chothia C, Murzin AG. *SCOP database in 2004: refinements integrate structure and sequence family*. Nucleic Acids Res, **32** (2004) 226-229.

[3] Pearl F, Todd A, Sillitoe I, Dibley M, Redfern O, Lewis T et al. *The CATH Domain Structure Database and related resources Gene3D and DHS provide comprehensive domain family information for genome analysis*. Nucleic Acids Res, 33(Database Issue) (2005), D247-D251.

[4] Sternberg MJ, Bates PA, Kelley LA, MacCallum RM. *Progress in protein structure prediction: assessment of CASP3*. Curr Opin Str Biol, **9** (1999), 368-73.

[5] Sauder JM, Arthur JW, Dunbrack RL. Large-*scale comparison of protein sequence alignment algorithms with structure alignments*. Proteins, **40** (2000), 6-22.

[6] Marti-Renom MA, Stuart A, Fiser A, Sanchez R, Melo F. *Comparative protein structure modeling of genes and genomes*. Annu Rev Biophys Biomol Struct, **29** (2000) 291-325.

[7] Rost B, *TOPITS: Threading one-dimensional predictions into three-dimensional structures*, 314-321, 2000.

[8] Rice DW, Eisenberg D. *A 3D-1D substitution matrix forprotein fold recognition that includes predicted secondary structure of thesequence*. J Mol Biol x, **267** (1999) 1026-1038.

[9] Kolinski A, Rotkiewicz P, Ilkowski B, Skolnick J. A method *for the improvement of threading-based protein models*. Proteins, **37** (1999), 592-610.

[10] Xu Y, Xu D, Crawford OH, Einstein Larimer F, Uberbacher E, Unseren MA et al. *Protein threading by PROSPECT: a prediction experiment in CASP3*. Protein Eng, **12** (1999) 899-907.

[11] Smith RF, Smith TF. *Pattern-induced multi-sequence alignment (PIMA) algorithm employing secondary structure-dependent gap penalties for use in comparative protein modeling*. Protein Eng, **5** (1992) 35-41.

[12] Fischel-Ghodsian F, Mathiowitz G, Smith TF. *Alignment of protein sequences using secondary structure: a modified dynamic programming method*. Protein Eng, **3** (1993) 577-81.

[13] Henneke CM. *A multiple sequence alignment algorithm for homologous proteins using secondary structure information and optionally keying alignments to functionally important sites*. Comput Appl Biosci, **5** (1989), 141-50.

[14] Kabsch W, Sander C. Dictionary *of protein secondarystructure: pattern recognition of hydrogen bonded and geometrical features*. Biopolymers, **22** (1983) 2577-2637.

[15] Richards FM, Kundrot CE. Identification *of structural motifs from protein coordinate data: Secondary structure and first level super-secondary structure*. Proteins, **3** (1998) 71-84.

[16] Levitt M, Greer J. Automatic *Identification of Secondary Structure in Globular Proteins*. J Mol Biol, **114** (1977), 181-239.

[17] Frishman D, Argos P. *Knowledge-based protein secondarystructure assignment*. Proteins, **23** (1995) 566-579.

[18] Colloc'h N, Etchebest C, Thoreau E, Henrissat B, mos Bairoch. *Comparison of three algorithms for the assignment of secondary structure in proteins: the advantages of a consensus assignment*. Protein Eng, **6** (1993)377-382.

[19] Barlow DJ, Thornton JM. *Helix geometry in proteins*. J Mol Biol, **201** (1998),601-619.

[20] Sussman JL, Lin DW, Jiang JS, Manning NO, Prilusky J, Ritter O et al. *Protein Data Bank (PDB): Database of three-dimensional structural information of biological macromolecules*. Acta Crystallographica Section D-Biological Crystallography, **54** (1998), 1078-1084.

S. SHAHRIAR ARAB*, BIOINFORMATICS GROUP, SCHOOL OF COMPUTER SCIENCE, INSTITUTE FOR STUDIES IN THEORETICAL PHYSICS AND MATHEMATICS (IPM)
E-mail address: **shahriar@mail.ipm.ir**

MEHDI SADEGHI, NATIONAL INSTITUTE FOR GENETIC ENGINEERING AND BIOTECHNOLOGY
E-mail address: **sadeghi@nigeb.ac.ir**

CHANGIZ ESLAHCHI, DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES, SHAHID BEHESHTI UNIVERSITY, G.C.
E-mail address: **Ch-Eslahchi@sbu.ac.ir**

HAMID PEZESHK, CENTER OF EXCELLENCE IN BIOMATHEMATICS, SCHOOL OF MATHEMATICS, STATISTICS AND COMPUTER SCIENCE, COLLEGE OF SCIENCE UNIVERSITY OF TEHRAN
E-mail address: **pezeshk@khayam.ut.ac.ir**

* SPEAKER

REVERSE LOGISTIC NETWORK DESIGN WITH FUZZY DEMAND OF RETURN PRODUCTS

Seyed Hessameddin Zegordi and Majid Eskandarpour

ABSTRACT. Reverse logistics network design is a one of the main strategic decision making for organizations. In the past decade, the flow of return products as an effective factor in network design has become popular among researchers. Due to the uncertainty of the number of return product, we consider the demand for return products in a fuzzy manner. By considering fuzzy demands, the problem gets more realistic. The presented model in this paper includes a bi-objective function. The first objective function tries to minimize the network cost and the second seeks reduction in service time to customers. Since these two objectives have confliction to each other, we applied constraint method to determine Pareto points. A numerical example is presented to show the efficiency of the model. The results indicate direct relation between time and cost such that the lesser total cost of the network results the greater service time and vice versa.

1.Introduction

From the past, it is a strategic decision to design an appropriate supply chain. The quantity, location and flows among facilities are of the effective factors in cost and the level of customer service[8]. Most researchers have only considered forward flow of products and neglected backward ones. The management of the flow of return products is called reverse logistics. Reger and Tibben-Lembke (1999) define reverse logistics as: "the process of planning, implementing and controlling the efficient, cost-effective flow of raw materials, in-process inventory, finished goods and related information from the point of consumption to the point of origin for the purpose of recapturing or creating value, or for proper disposal."

Environmental and commercial issues are of the other factors raising the popularity of reverse logistics among organizations[6]. Environmental issues include related rules as well as customer's knowledge and perceptions. On the other hands, economic benefits from the return products motivate organization to pay attention to it. Due to uncertainty behavior of parameters like quantity, quality and time of return products, reverse logistics encompasses more complexity against forward logistics[2].Therefore, it needs extra cost and time to design and implement a reverse logistics[3]. Besides, there are a number of companies that outsource their reverse logistics activities. This strategy helps them to save their resources and invest more on the operational level and forward logistics. Also, they will be sure about the efficiency of reverse logistics activities.

Du and Evans in 2008[3] have developed a Mixed Integer Linear Programming model (MILP) in which a supplier has the responsibility of reverse logistics tasks for several companies. The model follows a bi-objective function: cost reduction of the network and reduction of time service to customers that entail their satisfaction improvement. The customer's demand is considered to be deterministic.

In this study, the quantity of demands is supposed to be fuzzy. Existing uncertainty in the problem as well as ignorance to the stochastic distribution of return products makes us to consider such assumption. Then, we applied constraint method to determine Pareto points. The rest of this paper is structured as follows. In section 2, a literature review is presented focusing on both reverse logistics and 3PLs. Section 3 shows the presented solution model on the basis of fuzzy demands. In the 4th section, a numerical example is discussed.

2.Literature review

There are two different approaches to solve the reverse logistics models. In the first approach, only the backward flows are considered[1]. Min and ko in 2006[7] presented a three layer network including customers, collection centers and centralized return centers for their reverse logistics operations. Besides, Du and Evans in 2008[3] has also suggested a three layer model for collection centers, recovery centers and manufacturing companies in which the needed operations are outsourced to a third party. Qin and Ji, in 2009[9] also developed a three layer network of customers, collection centers and manufacturing company. In their model the demand for return products in considered to be fuzzy.

Key words and phrases: fuzzy demand; Reverse logistics; Pareto points; network design.

In the second approach, forward flows are covered by the model as well as backward flows. In fact, in this integrated approach both types of flows exist. It is well worth pointing out that more emphasis is given to the independent models as compared to the integrated models in the literature[1],[2].

Lee and Dong in 2008[5] have developed a three layer network for electronic products including customers, distribution centers and a manufacturing company. In their model, the distribution centers are considered to cover both to storage and distribute products ahead or store and distribute return products. Ko and Evans in 2007 [4]study an integrated dynamic distribution network problem while a supplier/subcontractor is devoted for the management of the network. They have Focused on the activities related to storage and transportation by the 3PLs.

3.Mathematical model

3.1. fuzzy demand

The amounts of returns at a collection site are supposed to be drawn from a fuzzy interval. To generate fuzzy numbers for return quantities we use a stochastic simulation algorithm introduced by Erbao and Mingyong in 2009[11]. According to this algorithm, firstly, a triangular fuzzy number is generated from the interval of [10, 55, 100]. The membership function is shown in equation 1. Since we cannot use it directly to continue the remaining calculations, the mentioned stochastic simulation algorithm is applied.

$$\mu_u(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 10 \\ \frac{x-10}{45} & 10 < x < 55 \\ \frac{100-x}{45} & 55 \leq x \leq 100 \end{cases} \quad (1)$$

For return centers, the “actual” amounts of returns were generated by following processes: (1) randomly generate a real number x in the interval between the left and right boundaries of the triangular fuzzy number (in this example [10, 55, 100]) representing the amount of return at collection centers, and compute its membership u; (2) generate a random number a; a ∈ [0, 1]. (3) compare a with u, if a ≤ u, then “actual” amounts of returns at collection centers is adopted as being equal to x; in the opposite case, if a > u, it is not accepted that “actual” amounts of returns equals x. In this case, random numbers x and a are generated again and again until random number x and a are found that satisfy relation a ≤ u; (4) check and repeat (1) to (3), and terminate the process when collection centers have a simulation ``actual'' amounts of returns.

3.2. model and assumptions

In the model presented by [4], they consider a three layer network where collection centers, recovery centers and manufacturing zones play the role of each layer. In the mentioned model, subcontractor collects return products from collection centers and once their recovery in recovery centers, new products will be backed again to the customers. In the other hand, the needed spare parts to recover the return products will be supplied from the manufacturing companies. Also in the proposed model by [4] demand for return products in the collection center are considered deterministic. Since the return products accompany with uncertain features, in this paper the demand of the return products are supposed to be as a triangular fuzzy number.

In the following we will introduce indices, parameters, decision variables and finally present the mathematical model.

Indices:

I locations of the established 3PLs local stores, each of which can be used as a collection site. i = 0, 1,.. . , I

J locations of the established 3PL's warehouses, which can be treated as potential locations for installing repair and inventory facilities. j = 0, 1, . . . , J

H locations of the plants of the manufacturer. h = 0, 1, . . . , H

K products of the manufacturer. k = 0, 1, . . . , K

n number of capacity units (level of capacity). n = 0, 1, . . . , N

Parameters:

a_{ik} the number of returned products k received at collection site i

t_k the average equipment working-hours required for repairing a piece of returned product k

A $\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} a_{ik}t_K$ is the total required capacity for all returned products

b capacity unit, which is the minimal level of the facility capacity option. The capacity level options at a location can be 0, b, 2b, . . . or Nb

N total required number of repair capacity units to be installed;$N = \left[\frac{A}{b}\right]$

t_{ij} the round trip transportation time between collection site i and repair facility j

te expected cycle time by customers

c_{ij} variable round trip transportation cost for a unit of product between collection site i and repair facility j

c_{jh} variable round trip transportation cost for a spare part or a replaced part between repair facility j and plant h

ϱ the average number of parts which need to be replaced from a returned product

f_{jn} the fixed cost of installing a repair facility with capacity level of nb at location j. n = 0, 1, . . . , N

α the exponent which measures the ratio of the incremental to the costs of a unit of capacity (0<α<1). The parameter represents the economies of scale for installing a facility

Decision variables:

x_{jn} $\begin{cases} 1 & \text{if } n \text{ repair capacity units are installed at location} j \\ 0 & otherwise \end{cases}$

y_{ijk} the percentage of returned products *k* that is collected at collection site *i* and is assigned to repair facility *j*

w_{jhk} the percentage of spare parts for products *k* that is supplied by plant *h*

$$Z_1 = \sum_{j=1}^{J}\sum_{n=1}^{N} n^{\alpha} f_{j1} X_{jn} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} c_{ij} a_{ik} Y_{ijk} + \sum_{j=1}^{J}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} c_{jh} W_{jhk}$$

The first objective function consists of the fixed cost of installing repair facilities and the transportation costs.

$$Z_2 = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} Max\left[\left(t_k + t_{ij} - t_e\right), 0\right] a_{ik} Y_{ijk}$$

The second objective function shows the whole delays in the process.

The ultimate objective function is as follows:

$$\text{Minimize} \quad \{Z_1 , Z_2\} \tag{1}$$

Subject to:

$$\sum_{n=1}^{N} X_{jn} \le 1 \qquad \forall j \tag{2}$$

$$\sum_{n=1}^{N} nbX_{jn} \geq \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} a_{ik}t_k Y_{ijk} \qquad \forall j\,, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{J} Y_{ijk} = 1 \qquad \forall i\,, \forall k\,, \tag{4}$$

$$\sum_{h=1}^{H} W_{jhk} = \rho \sum_{i=1}^{I} a_{ik} Y_{ijk} \qquad \forall j\ \,, \forall k\,, \tag{5}$$

$$X_{jn} \epsilon \{0\,, 1\}\,, \quad Y_{ijk} \geq 0\,, \quad W_{jhk} \geq 0\,, \quad \forall i\,, \forall j\,, \forall h\,, \forall k\,, \forall n \tag{6}$$

Constraints (2) ensure that only one option of repair capacity arrangement is chosen at location j.
Constraint (3) assures that the installed equipments in location j are sufficient to repair return products. Constraint(4) shows that all of the return products send to recovery centers. Constraint (5) guarantees that required spare parts will be supplied to recovery centers to repair return products.

4.Computational results

In this section we use an example to test the model. In this network there are 10 collection sites, 5 repair facility , 3 manufacturing sites and 3 products. Firstly we must reduction fuzzy interval to deterministic number so we have used of the stochastic simulation algorithm that mentioned in section 3.1. so we applied this method for 3 products and their fuzzy demand on the collection sites separately. After running this method, the outputs are de-fuzzy numbers for each product in collection sites.

4.1. Data generation

Trial example are designed as follows for the computational study: a number of collection sites (customer zones), a number of manufacturing sites and a number of potential facility sites are generated from a uniform distribution over a square with a 100 length of side.
Other parameters are generated as follows:
(a) The amounts of returns at a collection site are drawn from a triangular fuzzy interval of [10,55,100].
(b) Capacity unit b = 0.30∗ (total amount of collections/the total number of potential repair facility locations).
(c) The average process (repair) time by plant k: t_k = [8, 10, 12].
(d) The fixed cost for installing an equipment unit with one capacity unit b at location j is set as $f_{j1} = b *$ [5, 10].
The parameter that represents the economies of scale is $\alpha = 0.8$.
(e) Transportation times and costs are computed as being proportional to the Euclidean distance among the locations of collection sites, repair facilities and manufacturer sites, respectively, as follows:
t_{ij} = 0.6∗ Euclidean distance between collection site i and repair facility j.
c_{ij} = 0.1∗ Euclidean distance between collection site i and repair facility j.
c_{ib} = 0.05∗ Euclidean distance between repair facility j and plant b.
(f) Expected cycle time by customers te = 30.
(g) The average number of parts which need to be replaced from a returned product $\rho = 0.2$.

4.2. Numerical results

In this section, firstly we obtain the optimal solution using the LINGO software, and then we applied the constraint method to take Pareto points. In the constraint method the second objective is modeled as a constraint and the model is reduction to single objective. For more information readers are referred to [4]. The results are shown in table 1.

Table 1.The non-dominated solutions for Numerical example

The first non-dominated solution gives the best value for objective one; and the last non- dominated solution gives the best value for objective two.

The results illustrate a trade-off between the total cost and the total tardiness.

The more centralized equipments lead the less total cost but increase the total tardiness. As equipments disperse, the costs are increased and the total tardiness is decreased.

Non-dominated solution	The first objective value Z1	The second objective value Z2
1	43586	12121
2	44219	12000
3	46687	11000
4	49391	10000
5	51759	9000
6	56008	8000
7	60165	7000
8	63823	6000
9	67256	5000
10	70728	4000
11	78690	3000
12	80846	2919

REFERENCES

[1]Aras,N and Aksen,D, *Locating collection centers for distance and incentive dependent returns*, Int.J.Production Economics 111.(2008) ,316-333

[2]Demirel,N and Gökçen,H, *A mixed integer programming model for remanufacturing in reverse logistics environment*, Int J Adv Manuf Technol 39(2008):1197–1206

[3]Du,F and Evans,G, *A bi-objective reverse logistics network analysis for post-sale service*, Computers & Operations Research 35 (2008) 2617 – 2634

[4]Ko,H and Evans,G, *A genetic algorithm-based heuristic for the dynamic integrated forward/reverse logistics network for 3PLs* , Computers & Operations Research 34(2007) , 346–366

[5]Lee,D and Dong,M, *A heuristic approach to logistics network design for end of lease computer products recovery*, Transportation Research Part E 44(2008) 455-474

[6]Meade,L. Sarkis,J and Presley,A, *The theory and practice of Reverse Logistics*, Int.J.Logistics Systems and Management, (2007).Vol.3,No,1

[7]Min,H.Ko,H.Ko.C, *Agenetic algorithm approach to developing the multi-echelon reverse logistics network for product returns*, Omega 34 (2006) 56 – 69

[8]Pishvaee,M , ZanjiraniFarahani,R and Dullaert,W, *A memetic algorithm for bi-objective integrated forward/reverse logistics network design*, Computers & Operations Research(2009)

[9]Qin,Z and Ji,X, *Logistics network design for product recovery in fuzzy environment*, European Journal of Operational Research (2009)

[10]Srivastava ,(2008) , *Network design for reverse logistics*, omega36.(2008),535-548

[11] Erbao,C and Mingyong,L, *A hybrid differential evolution algorithm to vehicle routing problem with fuzzy demands*, Journal of Computational and Applied Mathematics(2009).

Seyed Hessameddin Zegordi, Industrial Engineering Department , Tarbiat modares university, Tehran, Iran
E-mail address: **zegordi@modares.ac.ir**

Majid Eskandarpour*, Industrial Engineering Department , Tarbiat modares university, Tehran, Iran
E-mail address: **eskandarpour@modares.ac.ir**

* SPEAKER

TREE OF FUZZY SHORTEST PATHS BASED ON DEGREE OF POSSIBILITY

ESMAILE KESHAVARZ, ESMAILE KHORRAM

ABSTRACT. In this paper a network with triangular fuzzy arc lengths is considered, and then a tree of shortest paths between a specified source node and other nodes of the network is obtained. This problem is ill-posed because it can not be determined whether an arc locates on the shortest path, or not. Then, on basis of the possibility theory, we defined the degree of possibility that an arc is on the tree of shortest paths. In presented definition of degree of possibility interactivity terminology is used in order to compare different additions of fuzzy numbers and also lengths of two distinct specified paths. Next, an algorithm is presented with the intention of assess degree of possibility of each arc and also with the aim of achievement a tree that contains those arcs which have the highest degree of possibility. Finally, an illustrative example is given to demonstrate the proposed algorithm.

1. Introduction

The shortest path problem (SPP) is a classical network model, which has received lots of attention from researchers in the past decades, because it is important to many applications such as communication, transportation, scheduling and computer networks [1].
In the crisp world, it is apparent to obtain the shortest length. However, the length, cost, or time of many real world applications are not deterministic numbers, therefore, they are sometime signified approximately with imprecise numbers. In these cases, using fuzzy numbers for modeling the problem is quite appropriate, and the fuzzy shortest path problem (FSPP) appears in a natural way.Numerous papers have been published on the FSPP [2,5,6,7].

In this paper, following Okada [7] we present an extension of degree of possibility (DOP) concept. We define degree of possibility that an arc can be located on tree of shortest paths as a real number between 0 and 1, and then propose an efficient algorithm which can find the tree of fuzzy shortest paths that all of its arcs have the highest degree of possibility.

2. Preliminaries

A triangular fuzzy number is represented by $\widetilde{a} = (a^L, a^M, a^R)$, where a^M is the mean value and $a^M - a^L$ and $a^R - a^M$ are left and right spreads, respectively.
An addition of two fuzzy numbers $\widetilde{a} = (a^L, a^M, a^R)$ and $\widetilde{b} = (b^L, b^M, b^R)$ is denoted by $\widetilde{a} \oplus \widetilde{b}$ and it can be $\widetilde{a} \oplus \widetilde{b} = (a^L + b^L, a^M + b^M, a^R + b^R)$.
In addition, α-level set of $\widetilde{a}$ is the set; $(\widetilde{a})_\alpha = \{x \mid \mu_{\widetilde{a}}(x) \geq \alpha\}$, where $\alpha \in [0,1]$. The upper and lower bounds of any α-level set are denoted as $(\overline{a})_\alpha$ and, $(\underline{a})_\alpha$, respectively.

Also, extended addition of α-level sets, corresponding with fuzzy numbers $\widetilde{a}$ and $\widetilde{b}$ is defined as:

$$(\widetilde{a} \oplus \widetilde{b})_\alpha = [\underline{(a)}_\alpha, \overline{(a)}_\alpha] + [\underline{(b)}_\alpha, \overline{(b)}_\alpha] = [\underline{(a)}_\alpha + \underline{(b)}_\alpha, \overline{(a)}_\alpha + \overline{(b)}_\alpha], \quad (1)$$

There are different approaches to ranking fuzzy numbers [2,3,4]. Dubois and Prade [4] offered methods base on possibility and necessity measures and, Okada [7] presented next definition for comparison of variables fuzzily restricted by fuzzy numbers.

2.1. Definition: Suppose a and b are two fuzzy variables that have been restricted by fuzzy numbers $\widetilde{a}$ and $\widetilde{b}$, respectively, then:

$$\mathrm{Poss}(a \leq b) = \sup_{u \leq v} \min(\mu_{\widetilde{a}}(u), \mu_{\widetilde{b}}(v)) \quad (2)$$

Where $\mu_{\widetilde{a}}$, $\mu_{\widetilde{b}}$ are membership functions of $\widetilde{a}$ and $\widetilde{b}$, respectively.

Key words and phrases: Fuzzy numbers; Possibility theory; Tree of shortest paths**;** Degree of *p*ossibility; Interactivity.

Index, $\text{Poss}(a \le b)$ measures to what extent it is possible that a variable a (fuzzily restricted by $\widetilde{a}$) should take a value at least as small as a variable b (fuzzily restricted by $\widetilde{b}$), in the sense of possibility theory. Indeed it evaluates the degree $\text{Poss}(a \le b)$ that the proposition $a \le b$ holds true.

Okada[7] also introduced non-interactivity concept and noticed that $\widetilde{a} \oplus \widetilde{c}$ and $\widetilde{b} \oplus \widetilde{c}$ are interactive then showed the following property. We use this property in our computations.

Property 1:(Okada[7]) If, $\widetilde{a}_i$, $(i = 1,...,n)$ be *n* fuzzy numbers and a_i s be their corresponding variables, then:

$$\text{Poss}(\sum_{i\in P} a_i + \sum_{k\in S} a_k \le \sum_{j\in Q} a_j + \sum_{k\in S} a_k) = \text{Poss}(\sum_{i\in P} a_i \le \sum_{j\in Q} a_j) \quad ; P,Q,S \subseteq \{1,2,...,n\}.$$

Assume $G(N, A)$ is a strongly connected network with topological order[1] on nodes, $\widetilde{l}_{ij}$ denotes a positive triangular fuzzy number associated with the arc $(i, j) \in A$ corresponding to length necessary to traverse i to *j*. Our purpose is to find the tree of shortest paths, it is formulated as following fuzzy linear programming:

$$\min \quad \sum_{(i,j)\in A} \widetilde{l}_{ij} x_{ij} \tag{3.a}$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji} = \begin{cases} n-1 & for\ i = s = 1 \\ -1 & for all\ i \ne s\ (i = 2,...,n) \end{cases} \tag{3.b}$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad \text{for any } (i, j) \in A \tag{3.c}$$

Where $\sum$ in the objective function (3.a) means the addition $\oplus$, between fuzzy numbers.

We introduce the concept of *degree of possibility* (DOP) for each arc on the network. This concept introduced by Okada[7] .Each arc has its own degree of possibility defining the possibility this arc is on the tree of shortest paths as a real number between 0 and 1. For instance, if the degree takes 0, this arc will never be on the tree of shortest paths. On the contrary if the degree of possibility is 1, then the arc is definitely on the tree of shortest paths.

2.2. Definition: Based on possibility theory, the degree of possibility that an arc $(i, j) \in A$, locate on tree of shortest paths is defined as:

$$D_{ij} = \max_{k\in\{1,2,...,n\}} \{ D_{ij}^{(k)} \} \tag{4}$$

Where $D_{ij}^{(k)}$ is the degree of possibility that an arc $(i, j) \in A$, locate on a given shortest path from node 1 to node *k*, and is defined as:

$$D_{ij}^{(k)} = \max_{p\in \text{P}_{(i,j)}^{(k)}} \{ D_p^{(k)} \} \tag{5}$$

$\text{P}_{(i,j)}^{(k)}$ is the set of all paths that contain arc (i, j) and connect node 1 to node *k*, in addition, degree of possibility, $D_p^{(k)}$, related to the path *p* as follow:

$$D_p^{(k)} = \min_{p'\in \text{P}_{1-k}} \{ \text{Poss}(\sum_{(q,r)\in p} l_{qr} \le \sum_{(q,r)\in p'} l_{qr}) \} \tag{6}$$

Where, P_{1-k} is the set of all paths that connect node 1 to node *k* and l_{qr} is a possibility variable of $\widetilde{l}_{qr}$ (i.e. fuzzy length of arc (*q,r*)).

It is clear that Poss(*) is computed using property 1 , since it might be contains some common arcs between p and p'.

3. Suggested algorithm

In the continuation of paper an algorithm is presented that finds a tree of shortest paths, in an acyclic network with triangular fuzzy length of arcs, between one specified node and the other nodes such that degree of possibility corresponding with each arc of the tree is maximum. Point that, we attempt to find a tree of shortest paths, that is also a rooted spanning tree, and, the input degree of each node is at most one. As we will consider in next theorem, in each step of the algorithm, we can keep the arrival arc of a node with the highest degree of possibility and drop other entering arcs. This achievement leads to make a tree and also to reduce the size of computations significantly.

Theorem 1: Assume $G(N, A)$ is a strongly connected network with topological order on nodes, for any node $j \in N$; if $D_{ij}^{(j)} < \alpha$ $(\alpha \in (0,1])$ then $D_{ij}^{(k)} < \alpha$, for each, $k > j$. ■

In fact, Theorem 1, says that if the degree of possibility of an arc be less than α, in some step of algorithm, then there is no need to compute the degree of possibility of that arc in next steps, since, the degree of possibility increase at most as same rate α, in each step. So after computing the DOP related to arrival arcs to a node ,say j , in continuation , we keep only one arc that its DOP is maximum and the others are omitted, since, clearly we know that the DOP of omitted arcs do not increase in next steps.
The following algorithm, describes the details of our proposed method.

Algorithm 1:

Input: Network, $G(N, A, \tilde{l})$, where $\tilde{l} = \{\tilde{l}_{ij} : (i, j) \in A\}$,are the fuzzy lengths of arcs.

Step (0): Let j=2.

Step (1): If $j \le n$, then do steps 2,3, . . .,7, else go to *step*(8).

Step (2): Determine set $B_j = \{i \in N \mid (i, j) \in A\}$.

Step (3): For each $i \in B_j$, let $D_{ij}^{(j)} = 1$ and perform algorithm 2.

Step (4): Let $\alpha = \max_{i \in B_j} \{D_{ij}^{(j)}\}$.

Step (5): For each $i \in B_j$, if $D_{ij}^{(j)} < \alpha$, then let $A = A - \{(i, j)\}$ and $B_j = B_j - \{i\}$.

Step (6): If $| B_j | > 1$, then leave out all nodes and their associated arcs,

except one ,for example node *t*, and let $D_{tj} = \alpha$.

Step (7): Let $j = j + 1$, and go to *step*(1).

Step (8): Output remainder arcs, *A,* and DOP of its arcs.

Output: Tree of fuzzy shortest paths with the highest degree of possibility.

Algorithm 2:

Step (0): Specify path $p \in \mathrm{P}_{(i,j)}^{(j)}$ (that contain arc (i, j) and connect node 1 to node *j*).

Step (1): Specify set P_{1-j} (i.e. the set of all paths that connect node 1 to node *j*).

Step (2): Let $D_{ij}^{(j)} = \min_{p' \in \mathrm{P}_{1-j}} \{D_{ij}^{(j)}, \mathrm{Poss}(\sum_{(q,r) \in p} l_{qr} \le \sum_{(q,r) \in p'} l_{qr})\}$.

Step (3): Return $D_{ij}^{(j)}$.

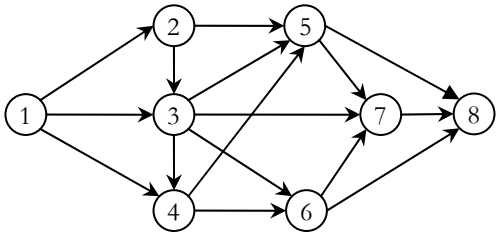


Figure 1: Network of numerical example.

Table 1: Length of arcs for numerical example

Arc	Length	Arc	Length
(1,2)	(3,5,9)	(3,7)	(5,8,14)
(1,3)	(4,5,11)	(4,5)	(9,12,16)
(1,4)	(9,10,12)	(4,6)	(6,7,12)
(2,3)	(6,7,12)	(5,7)	(3,7,9)
(2,5)	(9,12,17)	(5,8)	(7,9,11)
(3,4)	(4,5,6)	(6,7)	(7,7,10)
(3,5)	(5,13,15)	(6,8)	(8,11,15)
(3,6)	(6,9,12)	(7,8)	(9,10,13)

Table 2 : final results of numerical example

Node j	P_{1-j}	$i \in B_j$	$P_{(i,j)}^{(j)}$	$D_{ij}^{(j)}$	Sub-tree of shortest paths
2	{(1-2)}	1	{(1-2)}	1.0	$1 \rightarrow 2$
3	{(1-2-3),(1-3)}	1	{(1-3)}	1.0	$1 \rightarrow 2$ $1 \rightarrow 3$
		2	{(1-2-3)}	0.2222	
4	{(1-3-4),(1-4)}	1	{(1-4)}	1.0	$1 \rightarrow 2$ $1 \rightarrow 3$ $1 \rightarrow 4$
		3	{(1-3-4)}	1.0	
5	{ (1-2-5),(1-3-5) ,(1-4-5) }	2	{(1-2-5)}	1.0	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ $1 \rightarrow 3$ $1 \rightarrow 4$
		3	{(1-3-5)}	0.9444	
		4	{(1-4-5)}	0.6153	
6	{(1-3-6),(1-4-6)}	3	{(1-3-6)}	1.0	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6$ $1 \rightarrow 4$
		4	{(1-4-6)}	0.7272	
7	{ (1-2-5-7), (1-3-7), (1-3-6-7) }	3	{(1-3-7)}	1.0	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6$ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 7$ $1 \rightarrow 4$
		5	{(1-2-5-7)}	0.4762	
		6	{(1-3-6-7)}	0.5	
8	{ (1-2-5-8), (1-3-7-8), (1-3-6-8) }	5	{(1-2-5-8)}	0.8636	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6$ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ $1 \rightarrow 4$
		6	{(1-3-6-8)}	0.9090	
		7	{(1-3-7-8)}	1	

4. Numerical example

Consider a network with eight nodes and sixteen arcs that is represented in Figure 1, and its arc lengths are shown as triangular fuzzy numbers in Table 1.
Table 2 shows the result of iterations of proposed algorithm, it shows tree of shortest paths with highest degree of possibility in the final iteration.

5. Conclusion

This paper, studied a fuzzy shortest paths tree model in a network with triangular fuzzy lengths. An algorithm is represented to obtain tree of fuzzy shortest paths. We used the degree of possibility concept, which is based on possibility theory. Each arc is assigned a number between zero and one that denote possibility that the considered arc locate on a tree of shortest paths. The presented algorithm achieves a spanning rooted tree of network that the degrees of possibilities of its arcs are maximum. In fact, available paths between the source and other nodes have highest degree of possibility. It is remember that the presented algorithm can be extended such that it find all trees with the highest degree of possibility, or we can study ranking of trees based on degree of possibility. Another extension that can be considered is introducing degree of necessity, instead of degree of possibility and find a tree with the highest degree of necessity.

REFERENCES

[1] R.K. Ahuja, T.L. Magnanti, J.B.Orlin, *Network Flows ,* Prentice-Hall,Englewood Cliffs,NJ,1993.

[2] D. Dubois, H. Prade , *Fuzzy Sets and Systems:Theory and Applications*, Academic Press, New York, (1980).

[3] D. Dubois, H. Prade , *Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory* , Information Sciences. 30 (1983) 183-224.

[4] D. Dubois, H. Prade, *Possibility Theory: An Approach to computerized Processing of Uncertainty,* Plenum Press, New York, 1986.

[5] F. Hernandes, M.T. Lamata, J. L. Verdegay, A. Yamakami, *The shortest path problem on networks with fuzzy parameters*, Fuzzy Sets and Systems 158 (2007) 1561 – 1570.

[6] E. Keshavarz, E. Khorram, *A fuzzy shortest path with the highest reliability,* Journal of Computational and Applied Mathematics, 230 (2009) 204 -212.

[7] S. Okada, *Fuzzy shortest path problems incorporating interactivity among paths,* Fuzzy Sets and Systems 142 (2004) 335-357.

ESMAILE KESHAVARZ *, Department of Mathematics, Islamic Azad University-Sirjan Branch ,SIRJAN , IRAN.
E-mail address: **ekeshavarz@iausirjan.ac.ir**

ESMAILE KHORRAM, Department of Mathematics and Computer Sciences, Amirkabir University of Technology , TEHRAN , IRAN.
E-mail address: **eskhor@aut.ac.ir**

* SPEAKER

ROBUST FUZZY SLIDING-MODE POWER SYSYTEM STABILIZER

BEHROOZ REZAEEALAM

ABSTRACT. A fuzzy sliding-mode control system that combines the merits of sliding-mode control and the fuzzy inference mechanism is proposed. First a sliding-mode controller with an integral operating switching surface is designed. Then a fuzzy sliding-mode controller is investigated in which a simple fuzzy inference mechanism is used to estimate the upper bound of uncertainties, then chattering is reduced. A detailed sensitivity analysis for a one-machine-infinite-bus system reveals that the fuzzy sliding-mode power system stabilizer is quite robust to wide variations in operating load and system parameters.

1. Introduction

A typical configuration of a single-machine infinite-bus power system is shown in Fig.1. The generator is equipped with an automatic voltage regulator (AVR) to control its terminal voltage and improve its dynamic stability limits. However, the AVR may add negative damping to the system and worsen its relative stability [1,2]. Conventional power system stabilizers (PSS) are proposed in [1,2] to improve stability by adding a phase lead to the system.

Since power systems are highly nonlinear, conventional fixed-parameter PSSs cannot cope with great changes in operating conditions. There are two main approaches to stabilizing a power system over a wide range of operating conditions, namely adaptive control [3-5] and robust control [6-8]. Adaptive control is based on the idea of continuously updating the controller parameters according to recent measurements.

However, adaptive controllers have generally poor performance during the learning phase, unless they are properly initialized. Successful operation of adaptive controllers requires the measurements to satisfy strict persistent excitation conditions; otherwise the adjustment of the controller's parameters fails.

Robust control provides an effective approach to dealing with uncertainties introduced by variations of operating conditions. Among many techniques available in the control literature, H_∞ and variable structure control have received considerable attention as PSSs. The H_∞ approah is applied to the design of a PSS for a single machine infinite-bus system in [6]. The basic idea is to carry out a search over all possible operating points to obtain a frequency bound on the system transfer function. Then, a controller is designed so that the worst-case frequency response of the losed loop system lies within prespecified frequency bounds. It is noted that the H_∞ design requires an exhaustive search and results in a high order controller.

On the other hand, the variable structure control is designed to drive the system to a sliding surface on which the error decays to zero [7-9]. Perfect performance is achieved even if parameter uncertainties are presented. However, such performance is obtained at the cost of high control activities (chattering).

In this study, a fuzzy sliding-mode control system which combines the merits of the sliding-mode control and the fuzzy inference mechanism is proposed. In the sliding-mode controller a switching surface that includes an integral operation [9] is designed, when the sliding mode occurs the system dynamic behaves as a robust state feedback control system. Furthermore, in the general sliding-mode control, the upper bound of uncertainties, which include parameter variations and external load disturbance, must be available. However, the bound of uncertainties is difficult to obtain in advance in practical applications. A fuzzy sliding-mode controller is investigated to resolve this difficulty, in which a simple fuzzy inference mechanism is used to estimate the upper bound of uncertainties.

Simulation results for a one-machine-infinite-bus system are presented to show the effectiveness of the proposed control strategies in damping oscillation modes.

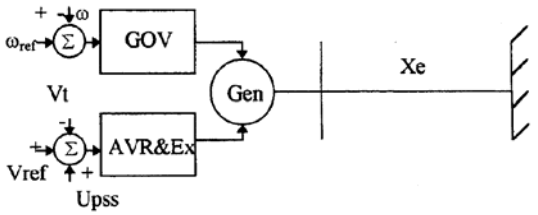


Fig.1 Basic components of a single-machine infinite-bus power system

Key words and phrases: Power system stabilizer, Fuzzy sliding-mode control..

2. Machine-Infinite Bus System Model

The small perturbation transfer function block diagram of the machine-infinite bus system [2], relating the pertinent variables of electrical torque, speed, angle, terminal voltage and flux linkages, is shown in Fig. 2. The initial d-q axis current and voltage components and torque angle needed for evaluating the K constants are obtained from the steady-state equations, and the system data are as follows

V_{do}=0.8211 p.u. I_{do}=0.8496 p.u. E'_{qo}=0.8427 p.u. V_{qo}=0.5708 p.u. I_{qo}=0.5297 p.u.
V_o=1.0585 p.u. δ_o=77.4^0

the K constants

k_1=1.15839 k_2=1.43471 k_3=0.36 k_4=1.83643 k_5=-0.11133 k_6=0.31711

The dynamic model of the system is obtained from the transfer function model (Fig. 2) in state-space form as :

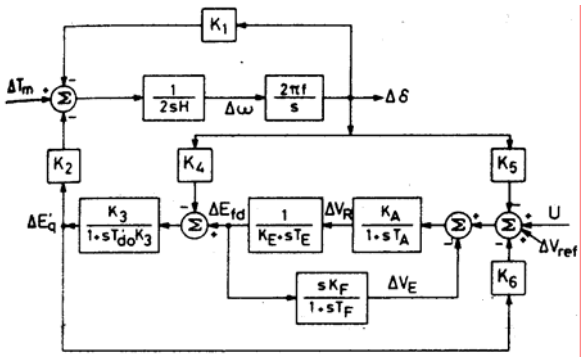


Fig. 2 Linearized small perturbation model of generator connected to infinite bus through transmission line.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \tag{1}$$

where

$$x = [\Delta w \ \ \Delta\delta \ \ \Delta E'_q \ \ \Delta E_{fd} \ \ \Delta V_R \ \ \Delta V_E]^T$$

and **u** is the stabilizing signal obtained through PSS. The values of **A** and **b** are given in appendix.

3. Sliding-Mode Controller

Consider equation (1) with uncertainties

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (b + \Delta b)u(t) \tag{2}$$

where ΔA and Δb are denoted as the uncertainties introduced by system parameters.
Reformulate equation (2), then

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b(u(t) + E(t)) \tag{3}$$

where $E(t)$ is call the lumped uncertainty and is defined by

$$E(t) = b^+ \Delta A x(t) + b^+ \Delta b u(t) \tag{4}$$

and $b^+ = (b^T b)^{-1} b^T$ is the pseudo inverse.
Here the switching surface with integral operation for the sliding-mode PSS is designed as follows [9]:

(5) $$S(t) = C[x(t) - \int_0^t (A + bK)x(\tau)d\tau] = 0$$

where C is set as a positive constant matrix, and K is a state-feedback gain matrix. From equation (5), if the state trajectory of system equation (3) is trapped on the switching surface equation (5), namely $S(t) = \dot{S}(t) = 0$, the equivalent dynamic of system equation (3) is governed by the following equation:

(6) $$\dot{x}(t) = (A + bK)x(t)$$

It is obvious, viewed from equation (6), that $x(t)$ will converge to zero exponentially if the poles of system equation (6) are strategically located on the left-hand plane. Thus, the overshoot phenomenon will not occur, and the system dynamic will behave as a state feedback control system.

From equations 3, 5 and 6, in the sliding-mode, $S(t) = 0$, the controlled system equation 3 is insensitive to the uncertainties $\Delta Ax(t)$ and $\Delta Bu(t)$. Also the closed-loop eigen-value, $(A + bK)$, in the sliding mode can be arbitrary assigned by K.

Based on the developed switching surface, a switching control law that satisfies the hitting condition and guarantees the existence of the sliding mode is designed. A sliding-mode PSS (SMPSS) is proposed in the following:

(7) $$U(t) = Kx(t) - f\,\mathrm{sgn}(S(t))$$

where $\mathrm{sgn}(\cdot)$ is a sign function defined as

$$\mathrm{sgn}(S(t)) = \begin{cases} +1 & if \quad S(t) > 0 \\ -1 & if \quad S(t) < 0 \end{cases}$$

and f is defined as $|E(t)| \le f$. Since Cb and f are positive, according to the SMPSS obtained by equation (7), then

$$\begin{aligned} S(t)\dot{S}(t) &= S(t)\{C\dot{x}(t) - C(A + bK)x(t)\} = S(t)\{C[Ax(t) + b(u(t) + E(t))] - c(A + bK)x(t)\} \\ &= S(t)\{C[Ax(t) + b(Kx(t) - f\,\mathrm{sgn}(S(t)) + E(t))] - C(A + bK)x(t)\} \\ &= S(t)\{-bCf\,\mathrm{sgn}(S(t)) + CbE(t)\} = -Cb \cdot f|S(t)| + Cb \cdot S(t)E(t) \le -Cb \cdot f|S(t)| + Cb \cdot |S(t)| \cdot |E(t)| \\ &= -bC|S(t)|\{f - |E(t)|\} \le 0 \end{aligned}$$

It is obvious that the SMPSS obtained by equation (7) guarantees the existence condition of the sliding mode [10] as follows

$$\lim_{s \to 0} S\dot{S} < 0$$

(8)

and stabilizes the system equation (3). When the state x(t) is trapped on the switching surface, the dynamic of the system is governed by equation (6), which is always stable, the state x(t) will slide into the origin.

4. Fuzzy Sliding-Mode Controller

In general sliding-mode control the upper bound of uncertainties, which include parameter variations and external load disturbance, must be available. However, the bound of uncertainties is difficult to obtain in advance for practical applications. Therefore a fuzzy sliding-mode controller is proposed, in which a fuzzy inference mechanism is used to estimate the upper bound of the lumped uncertainty. The fuzzy inference mechanism can construct the estimation model of the lumped uncertainty. Compared with conventional estimator, the fuzzy inference mechanism uses prior expert knowledge to accomplish control object more efficiently.

Replace f by K_f in equ. 7 and the following equation can be obtained:

$$U(t) = KX(t) - K_f\,\mathrm{sgn}(S(t)) \qquad (9)$$

where K_f is estimated by fuzzy inference mechanism. Because the data manipulated in the fuzzy inference mechanism is based on fuzzy set theory, the associated fuzzy sets involved in the fuzzy control rules are defined as follows:

N: negative Z: zero P:positive NH:negative huge NB: negative big NM: negative medium

NS: negative small ZE: zero PS: positive small PM: positive medium PB: positive big PH: positive huge

and the universe of discourses are all assigned to be [-6, 6]. The membership functions for the fuzzy sets corresponding to switching surface S, $\dot{S}$ and upper bound of the lumped uncertainty K_f are defined in Fig. 3.

Since only three fuzzy subsets, N, Z and P, are defined for S and $\dot{S}$, the fuzzy inference mechanism only contains nine rules. The resulting fuzzy inference rules are as follows:

Rule1: if S is P and $\dot{S}$ is P then K_f is NH

Rule2: if S is P and $\dot{S}$ is Z then K_f is NB

Rule3: if S is P and $\dot{S}$ is N then K_f is NM

Rule4: if S is Z and $\dot{S}$ is P then K_f is NS

Rule5: if S is Z and $\dot{S}$ is Z then K_f is ZE

Rule6: if S is Z and $\dot{S}$ is N then K_f is PS

Rule7: if S is N and $\dot{S}$ is P then K_f is PM

Rule8: if S is N and $\dot{S}$ is Z then K_f is PB

Rule9: if S is N and $\dot{S}$ is N then K_f is PH

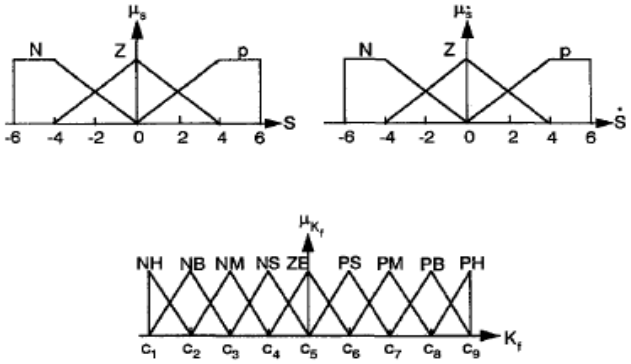


Fig.3 Membership functions of fuzzy sets

Rule 1 is the condition that the swithing variable S is far away from switching surface and the derivative of S is also positive, so a large K_f is required for occurrence of sliding-mode condition. Moreover, rule 5 implies that the switching variable S is on the switching surface and the derivative of S is also zero, so only very small K_f is required for the occurrence of the sliding-mode condition. The same analysis can be ∓25% used to explain the other fuzzy rules.

Fuzzy output K_f can be calculated by the centre of area (COA) defuzzification as:

$$K_f = \frac{\sum_{i=1}^{9} w_i c_i}{\sum_{i=1}^{9} w_i} = \frac{[c_1 \cdots c_9]\begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_9 \end{bmatrix}}{\sum_{i=1}^{9} w_i} = v^T W \qquad (10)$$

where $v=[c_1 \cdots c_9]$ is a adjustable parameter vector, c_1 through c_9 are the centre of the membership functions of K_f, $W=[w_1 \cdots w_9]/\sum_{i=1}^{9} w_i$ is a firing strength vector.

5. Simulation Results

The state feedback gain K is designed to be [-679 10.5 34 0.149 0.316 2.77] for closed-loop poles assignment at [-8 –8.5 –9 –9.5 –10 –9]. f is selected to be 0.1 p. u..

Fig. 4 Shows the dynamic responses for Δw and $\Delta\delta$ considering SMPSS and FSMPSS following a 1% step increase in ΔT_m. The responses obtained without PSS are damped badly [8].

A detailed sensitivity analysis is carried out to understand the sensitivity of the system with SMPSS and FSMPSS to changes in significant system parameters such as line reactance x_e, inertia constant H, field open-circuit time constant T'_{do}, AVR gain K_A and loading conditions P and Q over a wide range, from their nominal values. The dynamic responses for Δw and $\Delta\delta$ following a 1% step increase in ΔT_m were obtained and analysed.

Fig. 5 Shows the dynamic responses of the system with SMPSS and FSMPSS. It can be clearly seen that the dynamic performances of the system with SMPSS and FSMPSS are quite insensitive to $\mp 25\%$ variations in line reactance x_e from its nominal value. Further, sensitivity analysis considering $\mp 25\%$ change in P, Q, K_A, H and T'_{do} from their nominal values revealed that the SMPSS and FSMPSS are quite robust to wide variations in these parameters.

In Fig. 6 The resultant control signal of two proposed PSS are indicated. The control signal of SMPSS has chattering but the control signal of FSMPSS has a negligible chattering, without sensible reduction of robustness.

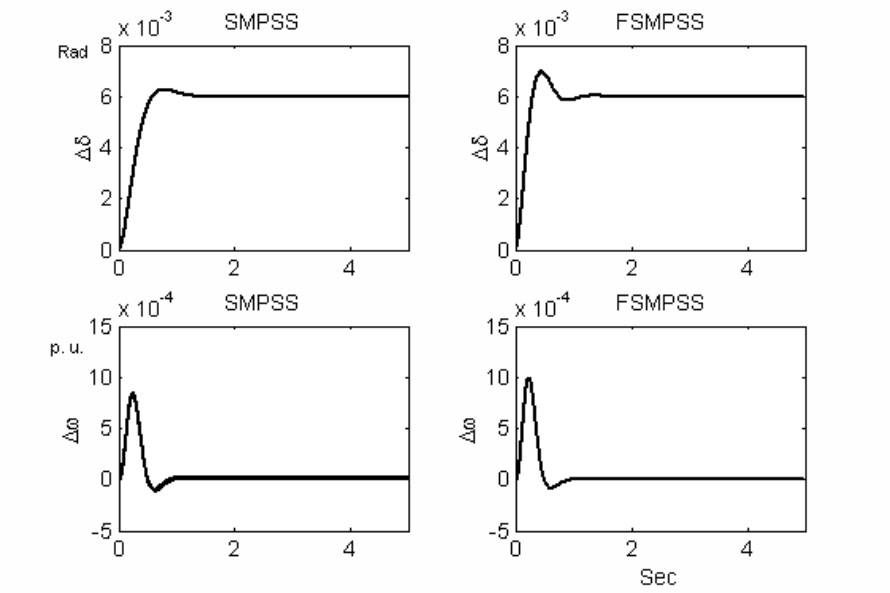


Fig. 4 Dynamic responses for $\Delta\delta$ and Δw with SMPSS and FSMPSS

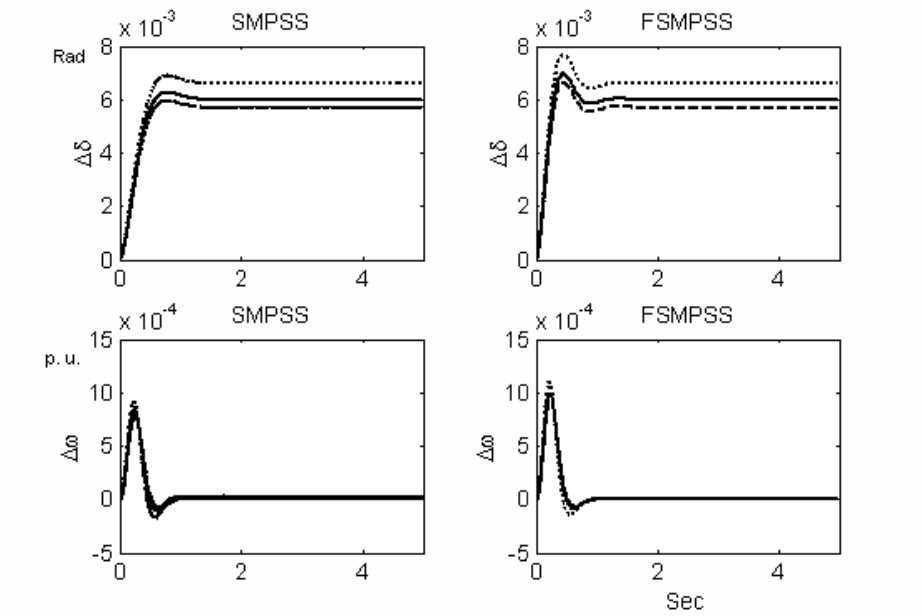


Fig. 5 Dynamic responses for $\mp 25\%$ change in line reactance x_e

_____ x_e =0.4 p.u. (nominal) -------- x_e =0.3 p.u. (25% decrease) ..…... x_e =0.5 p.u. (25% increase)

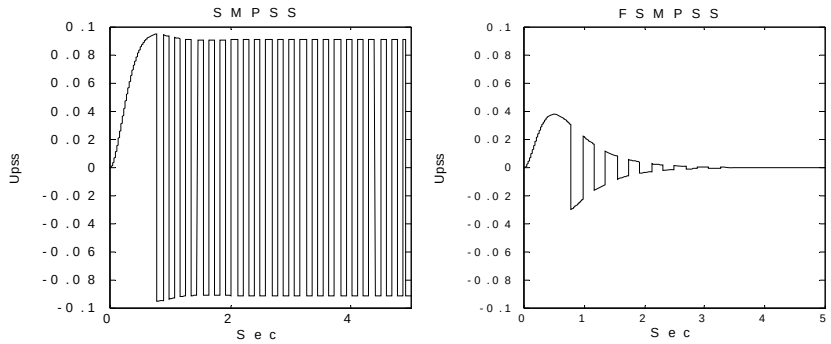


Fig. 6 Control signal (Upss) of SMPSS and FSMPSS

6. Conclusions

In this paper a fuzzy sliding-mode PSS has been proposed in which a simple fuzzy inference mechanism is used to estimate the upper bound of uncertainties and then the control effort (chattering) is reduced, without sensible reduction of robustness.

The proposed PSS is found to be robust to wide changes in system parameters such as x_e, P, Q, T'_{do}, H and K_A.

REFERENCES

[1] P. Kundur, *Power System Stability and Control,* Mc Graw Hill,1994.

[2] Yu, *Electric Power System Dynamics*, Academic Press, 1983.

[3] O. Malik, G. Chen, G. Hope, Y. Qin and G. Xu, *An adaptive self-optimizing pole shifting control algorithm,* IEE Proc. D., 139 (1992), 429-438.

[4] G. Chen and O. Malik, *Traking constrained adaptive power system stabilizer,* IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., 142 (1995), 149-156.

[5] M. L. Kothari, K. Bhattacharya and J. Nanda, *Adaptive power system stabilizer based on pole shifting technique,* IEE Proc. C, 143 (1996), 96-98.

[6] S. Chen and O. Malik, H_∞ *optimization-based power system stabilizer design,* IEE Proc-Gener. Transm. Distrib., 142 (1995), 179-184.

[7] V. Samarasinghe and Pahalawaththa, *Damping multimodal oscillations in power systems using variable structure control technique,* IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib., 144 (1997), 323-33.

[8] M. L. Kothari, J. Nanda and K. Bhattacharya, *Design of variable structure power system stabilizers with desired eigenvalues in the sliding mode,* IEE Proc.-C, 140 (1993), 263-268.

[9] K. K. Shyu and H. J. Shieh, *A new switching surface sliding-mode speed control for induction motor drive system,* IEEE Trans. Power Electronics, 11, 4 (1996), 660-667.

[10] J.-J. Slotine, *Applied nonlinear control,* Prentice Hall, 1991.

APPENDIX

The nominal parameters of the system and the operating conditions used for the sample problem investigated are given below. All data are given in per unit of value, except that H and time constants are in seconds.

Generator

H=5 s T_{do}'=6 s x_d=1.6 x_d'=0.32 x_q=1.55

IEEE type-I excitation system

K_A=50 T_A=0.05 s K_E=-0.05 T_E=0.5 s K_F=0.05 T_F=0.5 s

Transmission line

x_e=0.4 r_e=0

Operating conditions

P=1 Q=0.05 V_{to}=1 f=50 Hz

The linear state-space model of the system is given by

$$\dot{x} = Ax + bu$$

where $x = [\Delta w \ \ \Delta\delta \ \ \Delta E_q^{'} \ \ \Delta E_{fd} \ \ \Delta V_R \ \ \Delta V_E]^T$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-K_1}{2H} & \frac{-K_2}{2H} & 0 & 0 & 0 \\ 2\pi f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-K_4}{T_{do}^{'}} & \frac{-1}{T_{do}^{'}K_3} & \frac{1}{T_{do}^{'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-K_E}{T_E} & \frac{1}{T_E} & 0 \\ 0 & \frac{-K_A K_5}{T_A} & \frac{-K_A K_6}{T_A} & 0 & \frac{-1}{T_A} & \frac{-K_A}{T_A} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-K_E K_F}{T_E T_F} & \frac{K_F}{T_E T_F} & \frac{-1}{T_F} \end{bmatrix} \qquad b = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ K_A/T_A \ 0]^T$$

B. REZAEEALAM *, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, University of Lorestan, 5th km Khorramabad Tehran Hwy, P.O. Box: 465, Khorramabad, IRAN.

E-mail address: **rezaee.bh@lu.ac.ir**

*SPEAKER

ADAPTIVE INTERVAL TYPE-2 FUZZY SLIDING MODE CONTROL FOR A CLASS OF UNCERTAIN NONLINEAR SYSTEMS

Mostafa Ghaemi and Mohammad-R. Akbarzadeh-T

ABSTRACT. A stable adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode control for a class of nonlinear systems is investigated. The method is based on interval type-2 fuzzy logic system (IT2 FLS) to approximate unknown nonlinear functions. The use of this type-2 control requires an additional operation which is the type reduction, in comparing with typ-1 control. The proposed controller use singleton fuzzifier, product inference engine, center of sets type reduction and average defuzzifier. Based on the Lyapunov method, we design the adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode control with mathematical proofs for stability and convergence of the closed-loop system. Two nonlinear system simulation examples are presented to verify the effectiveness of the (IT2 FLS) that is introduced.

1. Introduction

The control of nonlinear systems has been one of the important research topics; and therefore, many approaches have been proposed to date [1, 2].Generally there are two kinds of uncertainties, one caused by lake of information about structure and parameters of a system and the other caused by internal and external disturbances. One of the methods, which address uncertainty in plant, dynamics, is sliding mode control (SMC) which is a robust nonlinear discontinuous feedback control technique with the drawback of chattering. The chattering is the main drawback of SMC, which can excite undesirable high-frequency dynamics. In order to reduce chattering phenomenon, a small boundary layer is introduced around the sliding surface for better control accuracy [3]. However, the state trajectory of the resulting system may no longer converge to the sliding surface [4]. SMC also requires the general structure of the plant and parameter uncertainties to remain within known intervals. In the recent years some techniques have been emerged for control of nonlinear systems especially techniques based on fuzzy logic systems (FLS) [5-7]. It has been proven that fuzzy logic can approximate any nonlinear function to any desired accuracy because of the universal approximation theorem [8]. Fuzzy logic provides an important tool for utilization of human expert knowledge in complement to mathematical knowledge. This is mainly due to the possibility of making use of fuzzy knowledge-based control to deal with systems whose dynamics are not so well understood and whose models can not be so conveniently established [4]. Among the FLS which can handle uncertainty in plant dynamics is adaptive control. The objective of adaptive control is to introduce an adaptation law that adjusts the parameters of the controller against system uncertainties and disturbances. Many recent researches have utilized an adaptive fuzzy sliding mode control approach (AFSMC) to handle uncertainties and disturbances, such as in [9-12] which they use type-1 FLS. Quite often, the information that is used to construct the rules in a FLS is uncertain [13, 14]. Type-1 FLSs are unable to directly handle rule uncertainties, since their membership functions are type-1 fuzzy sets. On the other hand, type-2 FLSs involved in this paper whose antecedent or consequent membership functions are type-2 fuzzy sets that can handle rule uncertainties. In this paper we introduce an adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode control for a class of uncertain SISO nonlinear systems. The proposed controller use advantage of IT2 FLS and adaptive sliding mode controller. Two nonlinear system simulations are presented to verify the effectiveness of the proposed method.

2. TYPE-2 FUZZY LOGIC SYSTEMS

A type-2 fuzzy set in universal set X is denote as $\tilde{A}$ which is characterized by a type-2 membership function in (1, 2)

$$\tilde{A} = \int_{x\in X} \mu_{\tilde{A}}(x)\,/x \qquad (1)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_{u\epsilon J_x} f_x\,(u)/u \quad , \quad J_x\epsilon[0,1] \qquad (2)$$

Where $\mu_{\tilde{A}}(x)$ is called a secondary membership function (MF) or a vertical slice and $f_x(u)$ is called secondary grade. The domain of a secondary MF is called the primary membership of x noted J_x where $J_x\epsilon[0,1]$ for $\forall\, x\epsilon X$; u is a fuzzy set in [0,1] , rather than a crisp point in [0,1]. When $f_x(u) = 1$ for $\forall\, u\epsilon J_x$, then secondary membership functions are interval sets and $\tilde{A}$ in (1, 2) can be rewrite as

$$\tilde{A} = \int_{x\in X} \mu_{\tilde{A}}(x)\,/x = \int_{x\epsilon X}[\int_{u\epsilon J_x} 1/u]/x \quad , \quad J_x\epsilon[0,1] \qquad (3)$$

Key words and phrases: Adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode, Uncertain nonlinear systems, Type-1 and interval type-2 fuzzy set, Interval type-2 fuzzy logic system (IT2 FLS), Type reducer.

Interval type-2 fuzzy sets (IT2 FSs) illustrate a uniform uncertainty at the primary membership of x. Many researchers use this type of type-2 fuzzy sets because of their simplicity of calculation especially in the type reduction [17-19].An IT2 FS $\tilde{A}$ is described by its lower and upper MFs, $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ and $\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, respectively . The Footprint of uncertainty for an IT2 FS is described in terms of these MFs, as

$$\text{FOU}(\tilde{A})=\bigcup_{x\epsilon X}[\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x),\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)] \quad (4)$$

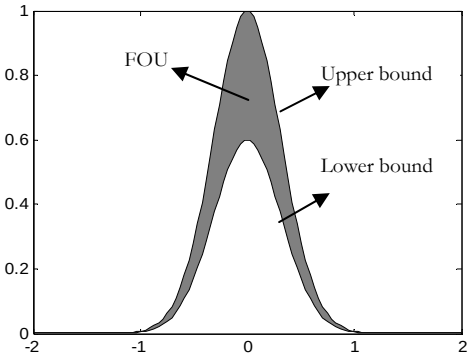


Fig.1. Interval type-2 fuzzy MF with footprint of

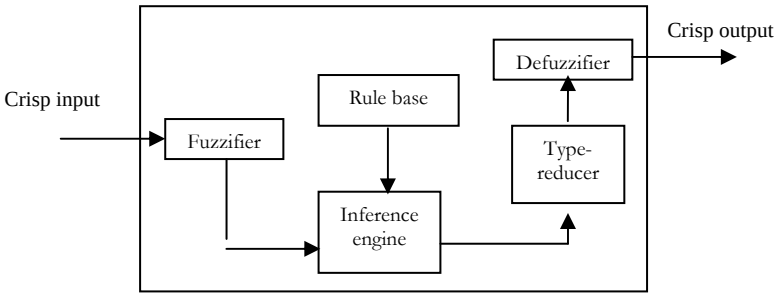


Fig.2. Structure of an interval type-2 fuzzy logic system

Fig.1 illustrates a type-2 fuzzy MF with its FOU, upper and lower bound. Generally, basic structure of an IT2 FLS consists of fuzzifier; fuzzy rule base; fuzzy inference engine; type reducer and defuzzifier. An IT2 FLS is a mapping $f: R^p \rightarrow R^1$. After fuzzification, fuzzy inference, type reduction and defuzzification, a crisp output can be obtained. Fig.2 shows the general structure of an IT2 FLS, and in following sections we will introduce each block in the IT2 FLS.

2.1. Fuzzifier

The fuzzifier maps a crisp input into fuzzy sets, these fuzzy sets, in general, can be type-1 or type-2 fuzzy input sets $\tilde{A}$. However, in this paper we use only singleton fuzzifier which output of it will be a single point of a nonzero membership.

2.2 Rule base

The i^{th} rule in the IT2 FLS can be written as bellow

R^l : If x_1 is $\tilde{F}_1^i$ and x_2 is $\tilde{F}_2^i$ and … x_p is $\tilde{F}_p^i$ then y is $\tilde{G}^i$ l=1, 2, …, M (5)

Where x_n's and y are the input and output of the IT2 FLS respectively and $\tilde{F}_n^i$ and $\tilde{G}^i$ are the antecedent and the consequent sets respectively, which both can be IT2 FSs.

2.3 Inference engine

The inference engine combines rules and maps input vector $\underline{x}=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$ to an output scalar y. by performing input and antecedent operations, the firing set will be obtain as following

$$F^i(\underline{x})=\prod_{j=1}^{n}\mu_{\tilde{F}_j^i}(x_j) \quad (6)$$

Whereas, in this paper only IT2 FSs are used and the meet operation is implemented by the product t-norm, the firing set will be as following

$$F^i(\underline{x})=[\underline{f}^i(\underline{x}),\overline{f}^i(\underline{x})] \quad (7)$$

$$\underline{f}^i(\underline{x})=\underline{\mu}_{\tilde{F}_1^i}*\underline{\mu}_{\tilde{F}_2^i}*\ldots*\underline{\mu}_{\tilde{F}_n^i} \quad (8)$$

$$\overline{f}^i(\underline{x})=\overline{\mu}_{\tilde{F}_1^i}*\overline{\mu}_{\tilde{F}_2^i}*\ldots*\overline{\mu}_{\tilde{F}_n^i} \quad (9)$$

Where $\underline{f}^i(x)$ and $\overline{f}^i(\underline{x})$ are the i^{th} lower and upper membership function, respectively. The firing set $F^i(X)$ is combined with the consequent of the i^{th} rule using the product t-norm to derive the fired output consequent sets.

2.4 Type reduction and defuzzification

Type reduction was proposed by Karnik and Mendel [14, 20]. This block is the main difference between type-1 and type-2 fuzzy logic systems. Due to output of the inference engine is type-2 fuzzy set, it must be type-reduced before defuzzifier can be used to generate a crisp output. Five different type reduction methods are described in [20] which are based on computing the centroid of an IT2 FS. Center of sets (COS) type reduction is most widely used, which is adopt in this paper, and can be expressed as

$$Y_{cos} = (Y^1,\ldots,Y^M,F^1,\ldots,F^M)= [y_l,y_r] = \int_{y^1}\ldots\int_{y^M}\int_{f^1}\ldots\int_{f^M} 1/\frac{\sum_{i=1}^{M} f^i y^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i} \quad (10)$$

Where $f^i \epsilon F^i = [\underline{f}^i(X), \overline{f}^i(X)]$, $y^i \epsilon Y^i = [y_l^i, y_r^i]$.

Whereas, in this paper we use IT2 FS then Y_{cos} is the interval set determined with its left end point, y_l, and its right end point y_r.We defuzzify the set obtained from type reducer by using the average of y_l and y_r [17], therefore crisp output is :

$$y(x)= (y_l(x) + y_r(x))/2 \quad (11)$$

In general, there are no closed form formulate for y_l and y_r; however Mendel and Karnik developed two algorithm for calculating these two end points in [21]. If we use singleton fuzzifier, product inference engine and COS type reducer y_l and y_r can expressed as

$$y_l=\frac{\sum_{i=1}^{M} f^i y_l^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i} = \theta_l^T \xi_l \quad (12)$$

Where $\theta_l^i = y_l^i$ and $\theta_l = [\theta_l^1, \ldots, \theta_l^M]^T$, $\xi_l^i=\frac{f^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i}$ and $\xi_l= [\xi_l^1, \ldots,\xi_l^M]^T$

$$y_r=\frac{\sum_{i=1}^{M} f^i y_r^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i} = \theta_r^T \xi_r \quad (13)$$

Where $\theta_r^i = y_r^i$ and $\theta_r = [\theta_r^1, \ldots, \theta_r^M]^T$, $\xi_r^i=\frac{f^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i}$ and $\xi_r= [\xi_r^1, \ldots,\xi_r^M]^T$. Now we briefly provide the computation procedure for y_l.without loss of generality, suppose θ_l^i are arranged in ascending order i.e. $\theta_l^1 \le \theta_l^2 \le \cdots \le \theta_l^M$. After calculating θ_l and θ_r with the algorithm COS in [21], we have the following steps :

Step1: compute the y_l in (12) by initially setting $f_l^i = (\underline{f}^i + \overline{f}^i)/2$ for i=1,2,…,M where $\underline{f}^i$and $\overline{f}^i$ are computed by (8),(9).

Step2: find $\mathcal{K}$ (1≤$\mathcal{K}$≤M-1) such that $\theta_l^{\mathcal{K}} \le y_l \le \theta_l^{\mathcal{K}+1}$.

Step3: compute the y'_l in (12) by $f_l^i=\overline{f}^i$ for $i \le \mathcal{K}$ and $f_l^i=\underline{f}^i$ for $\mathcal{K} < i$.

Step4: if $y'_l \ne y_l$ set $y_l = y'_l$ and go to step2. If $y'_l = y_l$ then stop loop and y_l is equal with y'_l.

The proceeding to compute y_r is similar to compute y_l, only in step2 find $\mathcal{K}$(1≤$\mathcal{K}$≤M-1) such that $\theta_r^{\mathcal{K}} \le y_r \le \theta_r^{\mathcal{K}+1}$ and in step3, compute the y'_r in (13) by $f_r^i=\underline{f}^i$ for $i \le \mathcal{K}$ and $f_r^i=\overline{f}^i$ for $\mathcal{K} < i$. $\underline{f}^i$.

Now the defuzzified crisp output obtain as

$$y(x) = \frac{y_r+y_l}{2} = \frac{1}{2}(\theta_l^T \xi_l + \theta_r^T \xi_r) \quad (14)$$

3. SLIDING MODE CONTROL

Consider a general class of SISO n'th order nonlinear system as

$$x^{(n)}=f(\underline{x},t) + g(\underline{x},t)u + d(t) \quad (15)$$
$$y = x$$

Where f and g are unknown bounded nonlinear functions , where the bounds need not be known, $d(t)$ is the unknown external disturbance, $u \epsilon R$ and $y \epsilon R$ are input and output of the system, respectively, $\underline{x} = [x, \dot{x}, \ldots, x^{(n-1)}] \epsilon R^n$ is the state vector of the system which is assumed to be available for measurement. We assume external disturbance $d(t)$ is bounded by a known constant D, i.e.

$$d(t) \le D \quad (16)$$

And assume, System (15) is controllable, $g(\underline{x},t) \neq 0$. Without loss of generality, we assume $g(\underline{x},t) > 0$, i.e. can be negative and the control can be similarly derived. The control objective is to determine a feedback control $u = u(\underline{x})$ such that the state $\underline{x}$ of the system follows the desired state vector $\underline{x_d} = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]$ in the presence of disturbances and uncertainties, that is the tracking error

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{x_d} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \qquad (17)$$

Should converge to zero. Then a sliding surface in the space of the error state can be defined as

$$s(\underline{e}) = \underline{c}^T \underline{e} = e^{(n-1)} + c_{n-1}e^{(n-2)} + \cdots + c_1 e \qquad (18)$$

Where $\underline{c} = [c_1, \dots, c_{(n-2)}, c_{(n-1)}, 1]^T \epsilon R^n$ are the coefficients of the Hurwitz polynomial $h(r) = \lambda^{(n-1)} + c_{(n-1)}\lambda^{(n-2)} + \cdots + c_1$, i.e. all the roots are in the open left-hand (λ is a Laplace operator). If the initial condition $\underline{e}(0) = 0$ then the tracking problem can be considered as the state error vector remaining on the sliding surface $s(\underline{e}) = 0$ for all $t \geq 0$. A sufficient condition that the system controlled is stable is given in [1] as:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2(\underline{e}) \leq -\eta|s| \qquad , \eta > 0 \quad (19)$$

Where η is a constant design parameter. Then sliding condition of (19) can be rewritten as follow

$$s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad \text{Or} \quad \dot{s} \leq -\eta sgn(s) \qquad (20)$$

Where

$$sgn(s) = \begin{cases} 1 & for\ s > 0 \\ 0 & for\ s = 0 \\ -1 & for\ s < 0 \end{cases} \qquad (21)$$

By taking the time derivative of both sides of (18), we obtain:

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + x^{(n)} - x_d^{(n)} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + f(\underline{x},t) + g(\underline{x},t)u + d(t) - x_d^{(n)} \quad (22)$$

Substituting (22) into (20), sliding condition can be re-expressed as:

$$\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + f(\underline{x},t) + g(\underline{x},t)u + d(t) - x_d^{(n)}\right) \leq -\eta sgn(s) \qquad (23)$$

The control problem is to obtain the optimal control input u^* which guarantees the sliding condition (23). If $f(\underline{x},t), g(\underline{x},t)$ and $d(t)$ are known, we can design the optimal sliding mode control law as below:

i) If $s = 0$

$$u^* \leq \frac{1}{g(\underline{x},t)}\left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i - f(\underline{x},t) - d(t) + x_d^{(n)}\right] \qquad (24)$$

ii) If $s \neq 0$

$$u^* \leq \frac{1}{g(\underline{x},t)}\left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i - f(\underline{x},t) - d(t) + x_d^{(n)} - \eta sgn(s)\right] \qquad (25)$$

Therefore optimal control u^* is

$$u^* = \frac{1}{g(\underline{x},t)}\left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i - f(\underline{x},t) - d(t) + x_d^{(n)} - \eta_\Delta sgn(s)\right] \qquad (26)$$

Where $\eta_\Delta \geq \eta > 0$.

3. Adaptive sliding mode control based on IT2 FLS

The result in (26) is realizable only while $f(\underline{x},t)$, $g(\underline{x},t)$ and $d(t)$ are well known. Since these are unknown, we replace $f(\underline{x},t)$ and $g(\underline{x},t)$ by the IT-2 FLS $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$ and $\hat{g}(\underline{x}|\theta_g)$ which are in the form (14). The resulting control input is as follow

$$u_I = u = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}|\theta_g)}\left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + x_d^{(n)} - (\eta_\Delta + D)sgn(s)\right] \quad (27)$$

Where D obtain from (16) and

$$\hat{f}(\underline{x}|\theta_f) = \frac{\hat{f}_l + \hat{f}_r}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{fl}^T\xi_l + \theta_{fr}^T\xi_r) = \theta_f^T\xi_f \quad (28)$$

$$\hat{g}(\underline{x}|\theta_g) = \frac{\hat{g}_l + \hat{g}_r}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{gl}^T\xi_l + \theta_{gr}^T\xi_r) = \theta_g^T\xi_g \quad (29)$$

Theorem1. Consider the nonlinear SISO system (15) and the control input *u* in (27) if the fuzzy based adaptive laws are chosen as

$$\dot{\theta}_{fl} = \gamma_1 s\xi_{fl} \quad (30)$$

$$\dot{\theta}_{fr} = \gamma_2 s\xi_{fr} \quad (31)$$

$$\dot{\theta}_{gl} = \gamma_3 s\xi_{gl} u \quad (32)$$

$$\dot{\theta}_{gr} = \gamma_4 s\xi_{gr} u \quad (33)$$

The closed loop system signals will be bounded and the tracking error will converge to zero asymptotically.

Proof. Define the optimal parameters of fuzzy systems

$$\theta_f^* = \arg\min_{\theta_f \epsilon \Omega_f}[\sup_{x\epsilon R^n} |\hat{f}(\underline{x}|\theta_f) - f(\underline{x},t)|] \quad (34)$$

$$\theta_g^* = \arg\min_{\theta_g \epsilon \Omega_g}[\sup_{x\epsilon R^n} |\hat{g}(\underline{x}|\theta_g) - g(\underline{x},t)|] \quad (35)$$

Where Ω_f and Ω_g are constant sets for θ_f and θ_g respectively, and they are defined as $\Omega_f = \{\theta_f \epsilon R^n \,|\, |\theta_f| \le M_f\}$ and $\Omega_g = \{\theta_g \epsilon R^n \,|\, 0 < |\theta_g| \le M_g\}$, where M_f and M_g are positive constant. The minimum approximation error is defined as:

$$\omega = [f(\underline{x},t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*)] + [g(\underline{x},t) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g^*)]u \quad (36)$$

Then from substituting (27) and (36) into (22), derivative of sliding surface is

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + f(\underline{x},t) + g(\underline{x},t)u + d(t) - x_d^{(n)} \\
&= f(\underline{x},t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + \left(g(\underline{x},t) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g)\right)u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) \\
&= \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + (\hat{g}(\underline{x}|\theta_g^*) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g))u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) + \omega \\
&= (\theta_f^{*T}\xi_f - \theta_f^T\xi_f) + (\theta_g^{*T}\xi_g - \theta_g^T\xi_g)u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) + \omega \\
&= \emptyset_f^T\xi_f + \emptyset_g^T\xi_f u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) + \omega \\
&= \frac{1}{2}(\emptyset_{fl}^T\xi_{fl} + \emptyset_{fr}^T\xi_{fr}) + \frac{1}{2}(\emptyset_{gl}^T\xi_{gl} + \emptyset_{gr}^T\xi_{gr})u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) + \omega
\end{aligned} \quad (37)$$

Where $\emptyset_f = \theta_f^* - \theta_f$ and $\emptyset_g = \theta_g^* - \theta_g$. Now the Lyapunov function is defined as:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{4\gamma_1}\emptyset_{fl}^T\emptyset_{fl} + \frac{1}{4\gamma_2}\emptyset_{fr}^T\emptyset_{fr} + \frac{1}{4\gamma_3}\emptyset_{gl}^T\emptyset_{gl} + \frac{1}{4\gamma_4}\emptyset_{gr}^T\emptyset_{gr} \quad (38)$$

Where γ_1 and γ_2 are positive constant. The time derivative of V is:

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{2\gamma_1}\emptyset_{fl}^T\dot{\emptyset}_{fl} + \frac{1}{2\gamma_2}\emptyset_{fr}^T\dot{\emptyset}_{fr} + \frac{1}{2\gamma_3}\emptyset_{gl}^T\dot{\emptyset}_{gl} + \frac{1}{2\gamma_4}\emptyset_{gr}^T\dot{\emptyset}_{gr}$$

$$= s(\frac{1}{2}(\emptyset_{fl}^T\xi_{fl} + \emptyset_{fr}^T\xi_{fr}) + \frac{1}{2}(\emptyset_{gl}^T\xi_{gl} + \emptyset_{gr}^T\xi_{gr})u + d(t) - (\eta_\Delta + D)sgn(s) + \omega) +$$
$$\frac{1}{2\gamma_1}\emptyset_{fl}^T\dot{\emptyset}_{fl} + \frac{1}{2\gamma_2}\emptyset_{fr}^T\dot{\emptyset}_{fr} + \frac{1}{2\gamma_3}\emptyset_{gl}^T\dot{\emptyset}_{gl} + \frac{1}{2\gamma_4}\emptyset_{gr}^T\dot{\emptyset}_{gr} =$$
$$\frac{1}{2\gamma_1}\emptyset_{fl}^T(\dot{\emptyset}_{fl} + \gamma_1 s\xi_{fl}) + \frac{1}{2\gamma_2}\emptyset_{fr}^T(\dot{\emptyset}_{fr} + \gamma_2 s\xi_{fr}) + \frac{1}{2\gamma_3}\emptyset_{gl}^T(\dot{\emptyset}_{gl} + \gamma_3 s\xi_{gl}u) +$$
$$\frac{1}{2\gamma_4}\emptyset_{gr}^T(\dot{\emptyset}_{gr} + \gamma_4 s\xi_{gr}u) + sd(t) - s(\eta_\Delta + D)sgn(s) + s\omega \quad (39)$$

Where $\dot{\emptyset}_{fr} = -\dot{\theta}_{fr}$, $\dot{\emptyset}_{fl} = -\dot{\theta}_{fl}$, $\dot{\emptyset}_{gr} = -\dot{\theta}_{gr}$ and $\dot{\emptyset}_{gl} = -\dot{\theta}_{gl}$, substituting (30), (31), (32) and (33) into (39), then we have

$$\dot{V} = sd(t) - s(\eta_\Delta + D)sgn(s) + s\omega = sd(t) - |s|(\eta_\Delta + D) + s\omega \le -|s|(\eta_\Delta) + s\omega \quad (40)$$

to be based on the approximation theorem [8], it can be anticipated that the term $s\omega$ should be very small if it not equals to zero in the IT-2 FLS, we obtain :

$$\dot{V} = -|s|(\eta_\Delta) \le 0 \quad (41)$$

Since $\underline{c} = [c_1, \dots, c_{(n-2)}, c_{(n-1)}, 1]^T$ in which the c_i's are all real and are chosen such that $h(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} c_i\lambda^{(i-1)}, c_n = 1$ is a Hurwitz polynomial, we have $\lim_{t\to\infty}|e(t)| = 0$, therefore $\lim_{t\to\infty}|s(e)| = 0$, the proof is completed.

4. Simulation Examples

In this section, we want to apply our proposed adaptive fuzzy controller for two examples. The first example is a regulation problem to let the output of a first order nonlinear system to track a constant trajectory. The second example is to let a second order nonlinear system to track a sin-wave trajectory.

Example 1. Consider a first order system as follow

$$\dot{x} = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{x}} + u(t) \quad (42)$$

We defined $s = e$, the desired trajectory $x_d = 0$, the initial state $x(0) = 1.5$, step size is 0.02 s and $\eta_\Delta = 0.2$. Choose four member membership over interval [-3,3] as follow

$$\overline{\mu}_{N2} = \frac{1}{1+\exp(5(x+2))} \quad , \quad \underline{\mu}_{N2} = \frac{0.8}{1+\exp(5(x+2))}$$
$$\overline{\mu}_{N1} = \exp(-(x+1)^2) \quad , \quad \underline{\mu}_{N1} = 0.8\exp(-(x+1)^2)$$
$$\overline{\mu}_{p1} = \exp(-(x-1)^2) \quad , \quad \underline{\mu}_{p1} = 0.8\exp(-(x-1)^2) \quad (43)$$
$$\overline{\mu}_{p2} = \frac{1}{1+\exp(-5(x-2))} \quad , \quad \underline{\mu}_{p2} = \frac{0.8}{1+\exp(-5(x-2))}$$

Where $\overline{\mu}_i$ and $\underline{\mu}_i$ are upper bound and lower bound membership functions, respectively. The initial consequent parameters $\theta_{fl}(0)$ and $\theta_{fr}(0)$ are chosen uniformly over interval [-2,2] and [-1.6,2.4] , respectively. Let the learning rate $\gamma_1 = \gamma_1 = 40$.

Figs. 3,4 show the system response , and compare adaptive sliding mode control (ASMC) based on type-1 and interval type-2 fuzzy sets. Simulation results show effectiveness of interval type-2 method against type-1 method. From Fig.3 we can see the steady tracking error of type-2 is less than type-1.

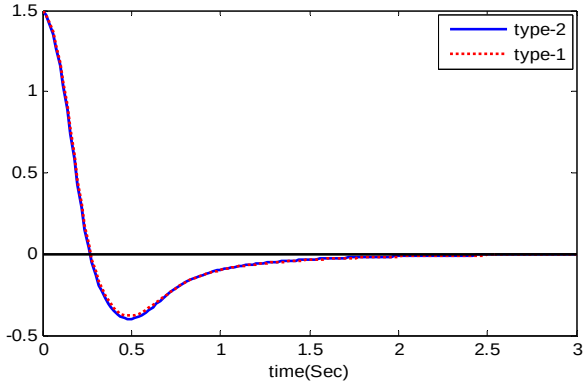


Fig.3 system output for type-1 (dot line) and interval type-2 (solid line)

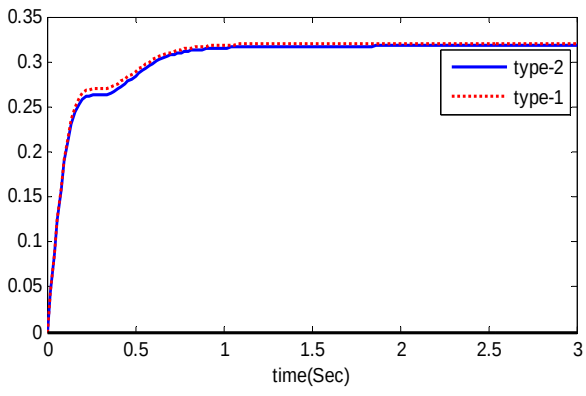


Fig.4 the tracking performance $\int_{t=0}^{3} e^2\,dt$ of type-1 (dash line) and interval type-2 (solid line)

Example 2. Consider a second order nonlinear system in the form of

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + u(t) + d(t) \quad (44)$$
$$d(t) = 5\cos(t) + 0.5\sin(4t)$$

Where $d(t)$ is an unknown disturbance with known bound D=5.5. We defined $s = \dot{e} + 4e$, the desired trajectory is $x_d = \sin(t)$. The membership functions for system states x_1 and x_2 are chosen as in (43), then there are 16 rules to approximate the system function$f$. The initial state $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 2$, step size is 0.02 s and $\eta_\Delta = 0.2$ and the initial consequent parameters $\theta_{fl}(0)$ and $\theta_{fr}(0)$ are chosen uniformly over interval [-2,2] and [-1.6,2.4] , respectively. Let the learning rate $\gamma_1 = \gamma_1 = 20$. Figs .5,6 ,shows the system response to the input and error signal for adaptive sliding mode control based on type-1 and interval type-2 fuzzy sets. From the simulation results it can be seen that the ASMC based on interval type-2 has better response against the type-1.

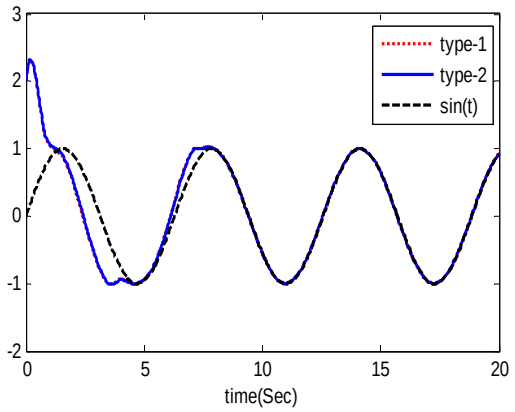


Fig.5 System output for type-1, interval type-2 and desired output.

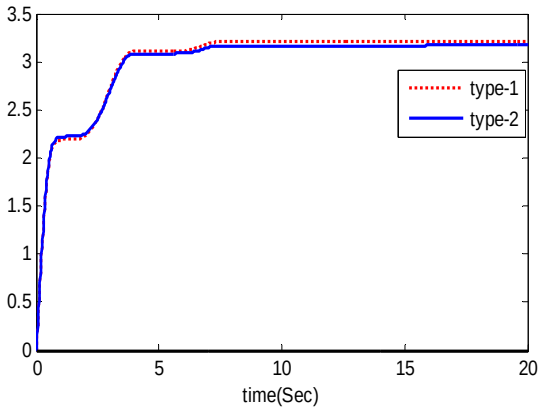


Fig.6 the tracking performance $\int_{t=0}^{20} e^2\, dt$ of type-1 (dot line) and interval type-2 (solid line)

5. Conclusions

In this paper an adaptive interval type-2 fuzzy sliding mode controller for a class of nonlinear systems designed. We introduced the type-2 fuzzy logic system to approximate the unknown nonlinear term whose antecedent and consequent membership functions are type-2 fuzzy sets that can handle rule uncertainties. The simulation results show that the controller achieves good control performance and guarantees the system stability and has good performance against the type-1 method.

REFERENCES

[1] J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control. Englewood Cliffs*, NJ: Prentice Hall, 1991.
[2] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems, 2nd ed. Englewood Cliffs*, NJ: Prentice Hall, 1996.
[3] J. E. Slotine and S. S. Sastry, *Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators*, International Journal of Control, vol. 38, 1983,465-492.
[4] Y. K. Kim and G. J. Jeon, *Error Reduction of Sliding Mode Control Using Sigmoid-Type Nonlinear Interpolation in the Boundary Layer*, International Journal of Control, Automation, and Systems, December 2004, vol. 2,523-529.
[5] T. Yu, *Adaptive robust fuzzy control for output tracking*, Proceedings of the 2004 American Control Conference, 2004, vol.2,1788-1793 .
[6] D. Velez-Diaz and T. Yu, *Adaptive robust fuzzy control of nonlinear systems*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004,vol. 34, 1596-1601.
[7] M. Wang, B. Chen, and S.-L. Dai, *Direct adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear systems*, Fuzzy Sets and Systems, 2007, vol. 158, 2655-2670,.
[8] W. Li-Xin, *Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1993, vol. 1, 146-155,.
[9] H. Shiuh-Jer and L. Wei-Cheng, *Adaptive fuzzy controller with sliding surface for vehicle suspension control*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2003 , vol. 11, 550-559.
[10] Z.-M. CHEN, J.-G. ZHANG, W.-C. ZHAO, and J.-C. ZENG, *Adaptive fuzzy sliding mode control for uncertain nonlinear systems*, Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Xi'an, 2-5 November (2003),1044-1047.
[11] R. Shahnazi and M. R. Akbarzadeh-T, *PI Adaptive Fuzzy Control With Large and Fast Disturbance Rejection for a Class of Uncertain Nonlinear Systems*,IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, vol. 16, 187-197.

[12] C.-C. Chiang and C.-C. Yang, *Robust Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for A Class of Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Dead-Zone*, IEEE International Conference on Fuzzy Systems , Vancouver, July 16-21(2006),492-497.
[13] N. N. Karnik, J. M. Mendel, and L. Qilian, *Type-2 fuzzy logic systems*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, vol. 7, 643-658,.
[14] J. M. Mendel and R. I. B. John, *Type-2 Fuzzy Sets Made Simple*, IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS, APRIL 2002 , vol. 10, 117-127.
[15] L. Qilian and J. M. Mendel, *Interval type-2 fuzzy logic systems: theory and design*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 8, pp. 535-550, 2000.
[16] L. Qilian and J. M. Mendel, *Interval type-2 fuzzy logic systems*, The Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems,2000, vol.1,328-333.
[17] J. M. Mendel, R. I. John, and F. Liu, *Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Made Simple*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2006, vol. 14, 808-821.
[18] N. N. Karnik and J. M. Mendel, *Type-2 fuzzy logic systems: type-reduction*, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 1998, 2046-2051.
[19] N. N. Karnik and J. M. Mendel, *Centroid of a type-2 fuzzy set*, Information Sciences, 2001,132, pp. 195-220.

MOSTAFA GHAEMI*, DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING, COLLEGE OF ENGINEERING, FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD, MASHHAD, IRAN.
E-mail address: **Mo.Ghaemi@yahoo.com**

MOHAMMAD-REZA AKBARZADEH-TOTONCHI, DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING, COLLEGE OF ENGINEERING, FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD, MASHHAD, IRAN.
E-mail address: **akbarzadeh@ieee.org**

* SPEAKER

SUPPORT VECTOR MACHINES FOR PAIN DIAGNOSIS USING WAVELT COEFFICIENTS

Maryam Vatankhah, Mohhamd.R Akbarzadeh.T, Ali Moghimi

ABSTRACT. Diagnosing pain mechanism would improve the clinical curing methods. Although different researches have been studied pain diagnosis, but consistent results are surprising. This study shows how EEG features reflects the pain different levels. The EEG signals are recorded during two conditions: a relax condition and pain condition. Wavelet coefficients which are consistent with dynamical characteristic of EEG signals, combined with statistical methods are used to reduce the features space. Support Vector Machines (SVM) are used to differentiate between pain and no-pain levels. This study confirms this hypothesis that the brain pattern varies during pain and as is shown that pain and no-pain (relax) condition differentiate very well.

1. Introduction

Our understanding of brain mechanisms of chronic pain conditions has expanded significantly over the past 5 to 10 years. With the advent of neuroimaging studies (*i.e.* positron emission tomography [PET], functional magnetic resonance imaging [fMRI]) for animal models and human pain disorders of chronic pain, the cortical representations of persistent pain conditions have begun to be understood and related to possible neural mechanisms. The purpose of this review is to outline the difference between pain and no-pain(relax) condition. A few EEG-changes have been repeatedly observed during processing of tonic pain. [1, 2]studied that a tonic experimental pain stimulus will cause a decrease in alpha and an increase in gamma amplitudes in the cortical areas. The findings could be obtained by a variety of studies. Whereas cold-pressor pain has been mainly used [3-9], injections of capsaicin into the skin [9]and into the muscle [10]as well as of hypertonic saline into the muscle[11], cuff-pressure[12] have also been applied. [13] Compared experimental tonic skin and muscle pains directly with the result that besides considerable similarities in EEG patterns, tonic muscle pain resulted into a stronger beta2 activity. These results have been obtained without any consistency and even didn`t allow for generalization across physical stressors. The stage appears to be set for further progress. However, there are still doubts as to the specificity of the described EEG changes for pain[1]. The EEG patterns might simply be due to sensory processing in general and to all cognitive and affective processes linked to sensory processing. The lack of clear answers to this questions is partly a consequence of the methods used for EEG analysis, which do not allow for sufficient experimental control

None of previous studies used EEG processing to classify pain level and this first time that wavelet features are extracted from EEG signals and classified with one of the best intelligent algorithms. In the present study a new approach for pain diagnosis based on SVM and wavelet coefficients are presented.

2. Methods

2.1. Subjects. Thirteen young healthy, right-handed volunteers were recruited from the university community, participated in the experiment. They suffering from any acute and chronic disease were excluded after a physical investigation and an interview. They were studied drug-free, were given a detailed explanation of the procedure and gave written informed consent before participating in the study. Complete EEG recordings were obtained from all electrodes (based on 10/20 electrode system) with 200HZ sampling rate

2.2. Procedure. The template is used to format your paper and style the text. All margins, column widths, line spaces, and text fonts are prescribed; please do not alter them. You may note peculiarities. For example, the head margin in this template measures proportionately more than is customary. This measurement and others are deliberate, using specifications that anticipate your paper as one part of the entire proceedings, and not as an independent document. Please do not revise any of the current designations.

2.3. Feature Extraction. The WT is an extension form of classic Fourier transform, except that it works on both time and frequency scales.

Key words and phrases: pain, no-pain, wavelet coefficients, SVM

The multi-scale characteristic of the WT allows the signal decomposition into a different number of scales, in which each scale represents a special structure of the signal under study. The multiresolution decomposition procedure of a signal x[n] is shown in Fig. 1[14-16]. This is called the Mallat algorithm or Mallat-tree decomposition.

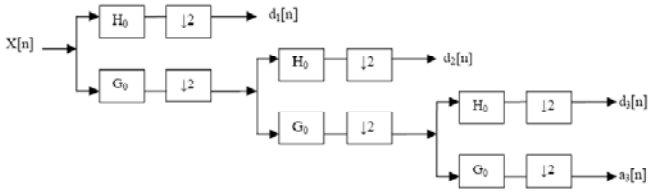


Fig1 : Figure 1:the wavelet decomposition tree[17]

The low pass filter is indicated by G0 and the high pass filter is indicated by H. At each level, the high pass filter produces detail information; d[n], while the low pass filter associated with scaling function produces coarse approximations, a[n]. With this approach, the time resolution at high frequencies becomes arbitrarily good and the frequency resolution becomes good at low frequencies[14-16]. The EEG signals have different subbands with special information. Separating and sorting the EEG structure is one purpose of wavelet analysis.

One of the most important notices in analyzing signals using WT is appropriate wavelet and the number of decomposition levels. According to signal dominant frequency component, the number of decomposition levels is considered. The levels are chosen based on the different frequencies of EEG signal required for classification.

In this study, EEG low frequencies are focused so 4 decomposition levels is considered. Thus, the EEG signals were decomposed into the details D1–D4 and one approximation, A4.

In order to find the best wavelet, different types of those are tested. B-Spline is suitable for detecting EEG changes. Therefore in this study, the wavelet coefficients are computed using B-Spline. MATLAB software package is used for computing wavelet coefficients.

Using computed wavelet coefficients shows a perfect representation of the signal Time and frequency energy distribution. Therefore, the computed wavelet coefficients of EEG signals are used as the feature vectors. The EEG signal considered to be stationary using a rectangular window. Wavelet coefficients are computed for each EEG segment. These Computations for each segment and each subject, led to a large feature space. In order to reduce the feature space dimensionality, statistical methods are used over the wavelet coefficients of the each subject.

In order to cover the special characteristic of EEG signal, following statistical features are used.

(1) Maximum of the wavelet coefficients in each subband.
(2) Minimum of the wavelet coefficients in each subband.
(3) Mean of the wavelet coefficients in each subband.
(4) Standard deviation of the wavelet coefficients in each subband.

2.4. Classification. Support Vector Machines are basically binary classification algorithms[18]. When the data are linearly separable, SVM computes the hyper plane that maximizes the margin between the training examples and the class boundary. When the data are not linearly separable, the examples are mapped to a high dimensional space where such a separating hyperplane can be found [19]. The mechanism that defines this mapping process is called the kernel function. SVM are powerful classifiers with good performance in the domain of EEG signals [20].

One of the key elements of a SVM classifier concerns the choice of its kernel. In our study, we have chosen to use the RBF kernel. For polynomial kernels, the main difficulty is to determine an appropriate polynomial degree while the results we obtained with the Gaussian kernel are not satisfactory. It was shown that RBF has a best performance on EEG processing. The SVM classifier is based on the SVM Toolbox developed by Gavin Cawley3. The normalization parameter C is fixed at 100 and the control parameter γ for the RBF kernel of SVM is fixed to 0.5.

3. Results

In order to showing the efficiency of wavelet coefficients, extracted statistical features used over each subjects and the classification ratio over all subjects is shown in Table 1. It was shown that pain and no-pain (relax) classes are classified with good performance. In this study 10 times cross validation is used and the data set is separated into two sets with 75% and 25% parts. The training dataset with 75% of the total data is used to train the SVM model, whereas the testing data set was used to verify the accuracy and the effectiveness of the trained SVM model for classification of the two classes of EEG signals.
As is shown in table 1, these features are consistent with the EEG changes during pain. Std and mean features have the best performance on classifying pain stages. These features have consistent with dynamic of EEG signals and because of this consistency the classification ratio is more.

Table 1: pain and no-pain classification over all subjects using SVM classifier

Data/Feature	Mean	Std	Max	Min
Total	82%	83%	78%	79%

Classification results of the SVM model were displayed by a confusion matrix. In a confusion matrix, each cell contains the raw number of exemplars classified for the corresponding combination of desired and actual network outputs. Table 2 shows the classification result of the confusion matrix. Class I indicate the no-pain (relax) condition and class II indicate the pain condition.

Table 2: confusion matrix of total features

		Class I	Class II
Total	Class I	703	143
	Class II	187	917

One of the key elements of a SVM classifier concerns the choice of its kernel. In our study, we have chosen to use the RBF kernel. In order to investigate the effect of other kernels on classifications accuracy, tests were carried out using other kernels also. Apart from RBF, Gaussian, MLP and polynomial kernels were also tried. The classification accuracy for Std feature obtained for each kernel when the EEG signals were classified using SVM model, is shown in Fig 2. It was shown that RBF has a best performance on EEG processing. The SVM classifier is based on the SVM Toolbox developed by Gavin Cawley3. The normalization parameter C is fixed at 100 and the control parameter γ for the RBF kernel of SVM is fixed to 0.5.

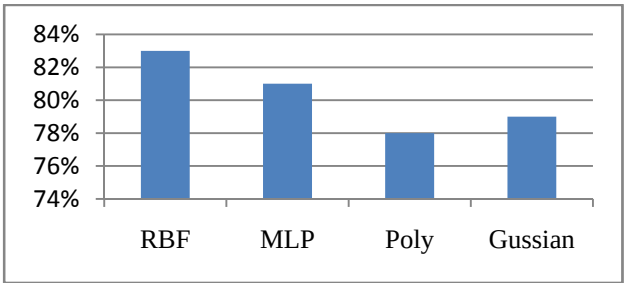


Fig 2: Classification accuracy for Std feature obtained for different kernels

Distinguishing pain involved brain regions could improve the curing methods. A lot of researches have been done and studied about pain diagnosis. These studies used different methods for inducing pain[1, 4, 6, 21-24], but there is not a consistent result. Cold pain is used in this paper and it is shows that intelligent methods could make difference between pain stages.
In our study, statistical features improved classification rate and reducing the computational load as a necessary component. Summarily, through the feature space constructed by WT, different stages of EEG

signals can be recognized from each other expressly. That is to say, pattern varies under the different pain levels. For classifying EEG signals, RBF kernel has the best performance in SVM algorithm [25]. SVM performance has been tested with other kernels such as polynomial and Gaussian, but the best one which is RBF is reported in this paper.

4. Conclusion

Distinguishing pain involved brain regions could improve the curing methods. A lot of researches have been done and studied about pain diagnosis. These studies used different methods for inducing pain[1, 4, 6, 21-24], but there is not a consistent result. Cold pain is used in this paper and it is shows that intelligent methods could make difference between pain stages.

In our study, statistical features improved classification rate and reducing the computational load as a necessary component. Summarily, through the feature space constructed by WT, different stages of EEG signals can be recognized from each other expressly. That is to say, pattern varies under the different pain levels.

For classifying EEG signals, RBF kernel has the best performance in SVM algorithm [25]. SVM performance has been tested with other kernels such as polynomial and Gaussian, but the best one which is RBF is reported in this paper.

REFERENCES

[1] Lopes da Silva F, *Neural mechanisms underlying brain waves: from neural membranes to networks,* Electroencephalogr Clin Neurophysiol vol. 79, pp. 81–93, 1991.

[2] Steriade.M, Gloor.P,, Llinas RR,*Basic mechanisms of cerebral rhythmic activities*, Electroencephalogr Clin Neurophysiol vol. 76, pp. 481–508, 1990.

[3] Chen ACN, Rappelsberger.P,, *Brain and human pain: topographic EEG amplitude and coherence mapping,* Brain and human pain, vol. 7, pp. 129–140, 1994.

[4] Chen ACN, Rappelsberger.P,Filz T*opology of EEG coherence changes may reflect differential neural network activation in cold and pain perception,* Brain Topogr, vol. 11, pp. 125–132, 1998.

[5] Dowman R, Darcey T, *SEP topographies elicited by innocuous and noxious sural nerve stimulation. III. Dipole source analysis,* Electroencephalogr Clin Neurophysiol, vol. 92, p. 373:91, 1994.

[6] Dowman R, Barkan H, Thadani V, Roberts D, *Human intracranially-recorded cortical responses evoked by painful electrical stimulation of the sural nerve,* NeuroImage, vol. 34, pp. 743–63, 2007.

[7] Garcia Larrea L, Frot M, Valeriani M, *Brain generators of laser-evoked potentials: from dipoles to functional significance,* Neurophysiol Clin, vol. 33, pp. 279–92, 2003.

[8] Ferracuti S, Seri S, Mattia D, Cruccu G *Quantitative EEG modifications during the cold water pressor test: hemispheric and hand differences,* Int J Psychophysiol vol. 17, pp. 261–268, 1994.

[9] Chang.PF, Arendt Nielsen.L,Graven Nielsen.T, Svensson.P, *Topographic effects of tonic cutaneous nociceptive stimulation on human electroencephalograph*, Neurosci Lett vol. 305, pp. 49–52, 2001a.

[10] Chang P F, Arendt Nielsen.L, Graven-Nielsen.T, Svensson.P,*Different EEG topographic effects of painful and non-painful intramuscular stimulation in man,*Exp Brain Res, vol. 141, pp. 195–203, 2001b.

[11] Chang PF, Arendt Nielsen, Chen, *Dynamic changes and spatial correlation of EEG activities during cold pressor test in man,* Brain Res Bull vol. 57, pp. 667–675, 2002a.

[12] Lindhardt L, *Volunteers with high versus low Alpha EEG have different pain–EEG relationship: a human experimental study,* Exp Brain Res, 2008.

[13] Lenz FA, Rios M, Zirh A, Chau D, Krauss G, Lesser RP, *Painful stimuli evoke potentials recorded over the human anterior cingulate gyrus,* Neurophysiol Clin, vol. 79, pp. 2231–4, 1998b.

[14] Soltani S, *On the use of the wavelet decomposition for time series prediction,* Neurocomputing, vol. 48, pp. 267–77, 2002.

[15] Daubechies I, *The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis,* IEEE T Inform Theory, vol. 36, pp. 961–1005, 1990.

[16] Unser M A. A, *A review of wavelets in biomedical applications,* Proc IEEE, vol. 4, pp. 626–38, 1996.

[17] Gu¨ler I D, *Adaptive neuro-fuzzy inference system for classification of EEG signals using wavelet coefficients,* Neuroscience Methods, vol. 148, pp. 113–121, 2005.

[18] Joachims T, E*stimating the Generalization Performance of a SVM Efficiently,* in International Conference on Machine Learning (ICML), 2000.

[19] Mukherjee S, *Classifying Microarray Data Using Support Vector Machines,* in Springer-Verlag Heidelberg, 2003.

[20] Gu¨ler I, beyli E.U¨, *Multiclass Support Vector Machines for EEG-Signals Classification,* IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION TECHNOLOGY IN BIOMEDICINE, vol. 11, 2007.

[21] Kilner. JM, Mattout J, *Hemodynamic correlates of EEG: a heuristic,* NeuroImage, vol. 26, pp. 280–6, 2005.

[22] Bromm.B, Lorenz.J,, *Neurophysiological evaluation of pain* Electroencephalogr Clin Neurophysiol, vol. 107, pp. 227–253, 1998.

[23] Dowman.R, *Innocuous-related sural nerve-evoked and fingerevoked scalp potentials generated in the primary somatosensory and supplementary motor cortices,* Clin Neurophysiol, vol. 110, pp. 2104–16, 1999a.

[24] Dowman R, Rissacher D, *EEG indices of tonic pain-related activity in the somatosensory cortices*, Clinical Neurophysiology, vol. 119, pp. 1201–1212, 2008.

[25] Derya E, *Least squares support vector machine employing model-based methods coefficients for analysis of EEG signals,* Expert Systems with Applications, 2009.

Maryam Vatankhah*, Islamic Azad University, Mashhad Branch. young researcher club members.Mashhad, Iran
E-mail address: **vatankhahmaryam@ gmail.com**

Mohhamd.R Akbarzadeh.T, Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad,Iran
E-mail address: **akbarzadeh@ieee.org**

Ali Moghimi, Associate Professor, Dept. of Biology, Faculty of Sciences Ferdowsi University of Mash-had(FUM)
E-mail address: **moghimi@um.ac.ir**

* SPEAKER

DETERMINIZATION OF FUZZY FINITE TREE AUTOMATA

SOMAYE MOGHARI, AND MOHAMMAD MEHDI ZAHEDI

ABSTRACT. In this paper, we introduce two different methods for determinization of fuzzy tree automata. Given a non-deterministic fuzzy tree automaton on a pair of fuzzy operators (∇, Δ), the first method constructs an equivalent deterministic fuzzy tree automaton A_d such that $L(A_n) = L(A_d)$, but A_n and A_d may have not the same behavior. Furthermore, if operators (∇, Δ) be finite range, the second method constructs an equivalent deterministic fuzzy tree automaton A'_d such that its behavior is same as A_n and consequently $L(A_n) = L(A'_d)$.

1. Introduction

Since Zadeh [14] created the theory of fuzzy sets, many applications of this theory had been grown in other areas. In 1967, Wee [12] introduced the concept of fuzzy automata. Automata have a long history both in theory and application [1] and are the prime examples of general computational systems over discrete spaces [8]. Fuzzy automata are able to create capabilities which are not easily achievable by other mathematical tools [13].

Finite Tree Automata (FTA) was introduced by Doner [4, 5] and Thatcher and Wright [10, 11]. Their goal was to prove the decidability of the weak second order theory of multiple successors. FTA accepts a set of trees called tree language. A Fuzzy Finite Tree Automaton (FFTA) [2, 7, 14] accepts trees with a fuzzy membership degree which is known as behavior of automaton. Processing trees by Nondeterministic FFTA (NFFTA) has a potential to makes multiple derivations for the same tree with different membership degrees. This property is undesirable if we wish to know the total membership degree of a particular tree in a fuzzy tree language.

Determinizing a FFTA can be thought of as a two-stage process. First, the structure of the automata must be determined such that a single run map exists for each recognized input tree. This is achieved by a classic power set construction. A comparable power set construction on non-fuzzy tree automata and a proof of correctness can be found in Comon, et. al,. [3]. The second consideration to fuzzy determinization is proper propagation of fuzzy degrees. Now, we follow [3, 9] and obtain some results as mentioned in the abstract.

2. Preliminaries

The set of natural numbers is denoted by N, and the set of finite strings over N is N^*. The empty string is denoted by ε. A Σ-***alphabet*** is a finite and nonempty set of symbols. A ***ranked alphabet*** is a couple $(\Sigma, Arity : \Sigma \to N)$, which is the disjoint union of sets of $n-ary$ symbols $\Sigma_n = \{\sigma \mid Arity(\sigma) = n\}$ for all $n \geq 0$.

The set $T_\Sigma(Q)$ of Σ-trees indexed by Q is inductively defined to be the smallest set such that $Q \subseteq T_\Sigma(Q)$ and $\sigma(t_1,\ldots,t_n) \subseteq T_\Sigma(Q)$ for every $\sigma \in \Sigma_n$ and $t_1,\ldots,t_n \in T_\Sigma(Q)$. We write T_Σ for $T_\Sigma(\phi)$. A Σ-tree $t \in T_\Sigma(Q)$ can also be defined as a partial function $t : N^* \to \Sigma \cup Q$ with domain $Pos(t)$ satisfying the following properties:

- $Pos(t)$ is nonempty and prefix-closed.
- If $t = \sigma \in \Sigma_0$, then $Pos(t) = \{\varepsilon\}$.
- If $t = \sigma(t_1,\ldots,t_n)$, where $\sigma \in \Sigma_n$ and $t_1,\ldots,t_n \in T_\Sigma(Q)$, then $Pos(t) = \{\varepsilon\} \cup \bigcup_{i=1}^{n} \{ip \mid p \in Pos(t_i)\}$.

Definition 1 (See [3,9]). A ***Tree Automaton*** is a system $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$ where:

(1) Q is a set of ***state symbols***,

(2) Σ is a set of ranked alphabets called ***input symbols***,

(3) $\delta = \{\delta_\sigma : Q^n \times Q \times \Sigma_n \to \{0,1\} \mid \sigma \in \Sigma_n, n \geq 0\}$ is a set of ***transition rules***,

(4) $\Gamma \subseteq Q$ is a set of ***final states***,

Key words and phrases: Automata Theory, Fuzzy Tree Automata, Determinization.

As well, a final state $\gamma \in \Gamma$ may be defined as a partial function $\gamma : Q \to \{0,1\}$.
A tree automaton $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$ called ***Finite Tree Automaton*** (FTA) if Q is finite and if $\delta(q_1,\ldots,q_n,q,\sigma)$ is not defined for all but a finite number of $\delta_\sigma \in \delta$.
Suppose that $t \in T_\Sigma$. A run map $\rho(t) \subseteq Q$ is defined by induction on structure of t :

- When $t = \sigma \in \Sigma_0$, then $\rho(t) = \delta(\sigma)$,
- Assume that $t = \sigma(t_1,\ldots,t_n)$ for some $\sigma \in \Sigma_n$ and $t_1,\ldots t_n \in T_\Sigma$. Then $\rho(t) = \delta(\rho(t_1),\ldots,\rho(t_n),\sigma)$.

A tree $t \in T_\Sigma$ is Accepted by FTA $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$ if $\rho(t) \cap \Gamma \neq \phi$. The tree language $L(A)$ Recognized by FTA A is the set of all trees accepted by A.

Definition 2 (See [3,10]). A ***Deterministic Finite Tree Automaton*** (DFTA) is a FTA $A_d = (Q_d, \Sigma, \delta_d, \Gamma_d)$ such that for each $\sigma \in \Sigma_n$ and $q_1,\ldots,q_n \in Q_d$ there exist at most one $q \in Q_d$ with $(\delta_d(q_1,\ldots q_n,\sigma) = q) \in \delta_d$.

Theorem 3. For each FTA $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$, there exist an equivalent DFTA $A_d = (Q_d, \Sigma, \delta_d, \Gamma_d)$ such that $L(A) = L(A_d)$.
Proof. See [3]. ■

Definition 4 (See [14]). Let X be a nonempty set. A fuzzy set A in X is characterized by its membership function $\mu_A : X \to [0,1]$, and $\mu_A(x)$ is interpreted as the degree of membership of element x in fuzzy set A for each $x \in X$.

Definition 5 (See [2,7,9]). A ***Fuzzy Finite Tree Automaton*** over (∇, Δ) is a system $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$, where:

(5) Q is a set of ***state symbols***,
(6) Σ is a set of ranked alphabets called ***input symbols***,
(7) $\delta = \{\delta_\sigma : Q^n \times Q \times \Sigma_n \to [0,1] \mid \sigma \in \Sigma_n, n \geq 0\}$ is a set of ***transition rules***,
(8) $\Gamma \subseteq Fuzzy(Q)$ is a set of ***fuzzy final states***,

A FFTA A called finite if Q is finite and if $\delta_\sigma(q_1,\ldots,q_n,q,\sigma) = 0$ for all but a finite number of $\delta_\sigma \in \delta$, and if $\Gamma(q) = 0$ for all but a finite number of states $q \in Q$.
Suppose that $t \in T_\Sigma$. A fuzzy set $\rho(t) \subseteq Fuzzy(Q)$ is defined by induction on structure of t :

- When $t = \sigma \in \Sigma_0$, then $\rho(t)(q) = \delta(q,\sigma)$, for all $q \in Q$.
- Assume that $t = \sigma(t_1,\ldots,t_n)$ for some $\sigma \in \Sigma_n$ and $t_1,\ldots t_n \in T_\Sigma$. Then

$$\rho(t)(q) = \bigvee_{q_1,\ldots q_n \in Q} \left(\delta(q_1,\ldots,q_n,q,\sigma) \Delta \bigwedge_{i=1}^{n} \rho(t_i)(q_i) \right)$$

The ***behavior*** of a FFTA A is a fuzzy set $|A|$ on a set of trees $t \in T_\Sigma$ defined by:

$$|A|(t) = \bigvee_{q \in Q} (\rho(t)(q) \Delta \Gamma(q))$$

In other words, $|A|(t) = \mu_{L(A)}(t)$, and a tree $t \in T_\Sigma$ is ***Accepted*** by FFTA $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$ if $|A|(t) > 0$.

3. Determinization of Fuzzy Finite Tree Automata

Definition 6. A ***Deterministic Fuzzy Finite Tree Automaton*** (DFFTA) is a FTA $A_d = (Q_d, \Sigma, \delta_d, \Gamma_d)$ such that for each $\sigma \in \Sigma_n$ and $q_1,\ldots,q_n \in Q_d$ there exist at most one $q \in Fuzzy(Q_d)$ such that we have $\delta_\sigma(q_1,\ldots q_n,q,\sigma) \in \delta_d$.

Theorem 7. For each FFTA $A = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma)$ there exists a DFFTA $A_d = (Q_d, \Sigma, \delta_d, \Gamma_d)$ such that $L(A) = L(A_d)$.

Proof. For all $t \in T_\Sigma$, set $Q_t = \{q \in Q \mid \rho(t)(q) > 0\}$. Let $Q_d = \{Q_t \mid t \in T_\Sigma\}$. Since Q is finite and $Q_d \subseteq 2^Q$, thus Q_d is finite. Define $\Gamma_d : Q_d \to [0,1]$ by $\Gamma_d(Q_t) = \nabla\{\Gamma(q) \mid q \in Q\}$. Now, define $\delta_d : {Q_d}^n \times Q_d \times T_\Sigma \to [0,1]$ by $\delta_d(Q_{t_1},\ldots,Q_{t_n},Q_t,\sigma) = \mu$ where $t = \sigma(t_1,\ldots,t_n)$, $\sigma \in \Sigma_n$ and $\mu = \nabla\{\delta(q_1,\ldots q_n,q,\sigma) \mid q_1 \in Q_{t_1},\ldots,q_n \in Q_{t_n}, q \in Q_t\}$.

So, $t \in L(A)$ if and only if $\rho(t)(q)\Delta\Gamma(q) > 0$ for some $q \in Q$ if and only if $\Gamma(q) > 0$ for some $q \in Q_t$ if and only if $\Gamma_d(Q_t) > 0$. If $t \in L(A)$, it suffice to show that $\rho_d(t)(Q_t)\Delta\Gamma(Q_t) > 0$ and consequently $t \in L(A_d)$. Since $\Gamma(Q_t) > 0$ if and only if $t \in L(A)$, we show that $\rho_d(t)(Q_t) > 0$ by induction on structure of t. Suppose $t = \sigma \in \Sigma_0$. Then $\delta_d(Q_t,\sigma) = \nabla\{\delta(q,\sigma) \mid q \in Q_t\} > 0$. Suppose $t = \sigma(t_1,\ldots,t_n)$, where $t \in \Sigma_n$ and the result is true for $t_1,\ldots,t_n$. Then $\delta_d(Q_{t_1},\ldots,Q_{t_n},Q_t,\sigma) = \nabla\{\delta(q_1,\ldots q_n,q,\sigma) \mid q_1 \in Q_{t_1},\ldots,q_n \in Q_{t_n}, q \in Q_t\} > 0$ by induction hypothesis. Hence, $\rho_d(t)(Q_t) = (\delta_d(Q_{t_1},\ldots,Q_{t_n},Q_t,\sigma)\Delta\prod_{i=1}^{n}\rho_d(t_i)(Q_{t_i})) > 0$. ■

The method introduced in theorem 7 in order to determinization of FFTA is language preserving but, it is not behavior preserving. The next example shows this fact.

Example 8. Let $A = (Q,\Sigma,\delta,\Gamma)$ be a FFTA over $(\vee,\wedge)$. Let $Q = \{q_1,q_2\}$, $\Sigma = \Sigma_0 = \{\sigma\}$, $\delta(q_1,\sigma) = 0.2$, $\delta(q_2,\sigma) = 0.7$, $\Gamma(q_1) = 0.5$ and $\Gamma(q_2) = 0.3$. Then, for $t = \sigma$ we have $|A|(t) = (0.2 \wedge 0.5) \vee (0.7 \wedge 0.3) = 0.3$. Applying method introduced in theorem 7, $A_d = (Q_d,\Sigma,\delta_d,\Gamma_d)$, where $Q_d = \{\{q_1,q_2\}\}$, $\delta(\{q_1,q_2\},\sigma) = 0.7$ and $\Gamma(\{q_1,q_2\}) = 0.5$. Now, $|A_d|(t) = 0.7 \wedge 0.5 = 0.5$.

Definition 9. A pair of operators (∇,Δ) with domain D is called ***Finite Range*** if there exists a finite set R such that any combination of ∇ and Δ with domain D, is in R.

Theorem 10. For each FFTA $A = (Q,\Sigma,\delta,\Gamma)$ over finite range operators (∇,Δ), there exists an equivalent DFFTA $A_d = (Q_d,\Sigma,\delta_d,\Gamma_d)$ such that for each tree $t \in T_\Sigma$ we have $|A|(t) = |A_d|(t)$.

Proof. For all $t \in T_\Sigma$, set $Q_t = \{(q,\rho(t)(q)) \mid q \in Q, \rho(t)(q) > 0\}$. Let $Q_d = \{Q_t \mid t \in T_\Sigma\}$. Since Q is finite, (∇,Δ) are finite range and $Q_d \subseteq 2^{Q \times Range(\nabla,\Delta)}$, Q_d is finite. Define $\Gamma_d : Q_d \to [0,1]$ by $\Gamma_d(Q_t) = \nabla\{\mu\Delta\Gamma(q) \mid (q,\mu) \in Q_t\}$. Finally, Let $\delta_d = \{\delta_\sigma(Q_{t_1},\ldots,Q_{t_n},Q_t,\sigma) = 1 \mid \delta_\sigma(q_1,\ldots q_n,q,\sigma) \in \delta, q_1 \in Q_{t_1},\ldots,q_n \in Q_{t_n}, q \in Q_t\}$.

Then, it is easy to prove that for each tree $t \in T_\Sigma$ we have $|A|(t) = |A_d|(t)$. ■

Example 11. Let $A = (Q,\Sigma,\delta,\Gamma)$ be a FFTA over finite range operators $(\vee,\wedge)$. Now, Let $Q = \{q_1,q_2,q_3\}$, $\Sigma_0 = \{\alpha,\beta\}$, $\Sigma_2 = \{\sigma\}$, $\delta(q_1,\alpha) = 0.5$, $\delta(q_2,\alpha) = 0.7$, $\delta(q_1,\beta) = 0.8$, $\delta(q_1,q_1,q_2,\sigma) = 0.6$, $\delta(q_1,q_1,q_3,\sigma) = 0.4$, $\delta(q_2,q_1,q_2,\sigma) = 0.2$, $\delta(q_3,q_3,q_3,\sigma) = 0.4$, $\Gamma(q_1) = 0.9$, $\Gamma(q_2) = 0.3$ and $\Gamma(q_3) = 0.1$. By the method introduced in theorem 10, $A_d = (Q_d,\Sigma,\delta_d,\Gamma_d)$ is realized with

$t_1 = \alpha$ $\quad Q_{[t_1]} = \{(q_1,0.5),(q_2,0.7)\}$ $\quad t_2 = \beta$ $\quad Q_{[t_2]} = \{(q_1,0.8)\}$

$t_3 = (t_1,t_1)$ $\quad Q_{[t_3]} = \{(q_2,0.5),(q_3,0.4)\}$ $\quad t_4 = (t_2,t_2)$ $\quad Q_{[t_4]} = \{(q_2,0.6),(q_3,0.4)\}$

$t_5 = (t_3,t_1)$ $\quad Q_{[t_5]} = \{(q_2,0.2)\}$ $\quad t_6 = (t_3,t_3)$ $\quad Q_{[t_6]} = \{(q_3,0.4)\}$

$Q_d = \{Q_{[t_1]}, Q_{[t_2]}, Q_{[t_3]}, Q_{[t_4]}, Q_{[t_5]}, Q_{[t_6]}\}$, $\Gamma(Q_{t_1}) = 0.5$, $\Gamma(Q_{t_2}) = 0.8$, $\Gamma(Q_{t_3}) = 0.3$, $\Gamma(Q_{t_4}) = 0.3$, $\Gamma(Q_{t_5}) = 0.2$ and $\Gamma(Q_{t_6}) = 0.1$. Furthermore, δ_d is the following set of transition rules:

$\delta_d(Q_{[t_1]},\alpha) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_2]},\beta) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_1]},Q_{[t_1]},Q_{[t_3]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_1]},Q_{[t_2]},Q_{[t_3]},\sigma) = 1$

$\delta_d(Q_{[t_2]},Q_{[t_1]},Q_{[t_3]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_2]},Q_{[t_2]},Q_{[t_4]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_3]},Q_{[t_1]},Q_{[t_5]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_3]},Q_{[t_2]},Q_{[t_5]},\sigma) = 1$

$\delta_d(Q_{[t_3]},Q_{[t_3]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_3]},Q_{[t_6]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_4]},Q_{[t_3]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_4]},Q_{[t_4]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$

$\delta_d(Q_{[t_4]},Q_{[t_6]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_5]},Q_{[t_1]},Q_{[t_5]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_5]},Q_{[t_2]},Q_{[t_5]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_6]},Q_{[t_3]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$

$\delta_d(Q_{[t_6]},Q_{[t_4]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$ $\quad \delta_d(Q_{[t_6]},Q_{[t_6]},Q_{[t_6]},\sigma) = 1$.

Suppose that $t=\sigma(\alpha,\beta)$. By FFTA A we have

$t=\sigma(\alpha,\beta)\overset{0.5}{\Rightarrow} t=\sigma(q_1,\beta)\overset{0.8}{\Rightarrow} t=\sigma(q_1,q_1)\overset{0.6}{\Rightarrow} t=q_2$, $t=\sigma(\alpha,\beta)\overset{0.7}{\Rightarrow} t=\sigma(q_2,\beta)\overset{0.8}{\Rightarrow} t=\sigma(q_2,q_1)\overset{0.2}{\Rightarrow} t=q_2$ or

$t=\sigma(\alpha,\beta)\overset{0.5}{\Rightarrow} t=\sigma(q_1,\beta)\overset{0.8}{\Rightarrow} t=\sigma(q_1,q_1)\overset{0.4}{\Rightarrow} t=q_3$. Thus $\rho(t)(q_2)=0.5\vee 0.2=0.5$ and $\rho(t)(q_3)=0.4$.

Hence, $|A|(t)=(0.5\wedge 0.3)\vee(0.4\wedge 0.1)=0.3$.

Now, by DFFTA A_d we have

$t=\sigma(\alpha,\beta)\overset{1}{\Rightarrow} t=\sigma(Q_{[t_1]},\beta)\overset{1}{\Rightarrow} t=\sigma(Q_{[t_1]},Q_{[t_2]})\overset{1}{\Rightarrow} t=Q_{[t_3]}$. Hence, $|A_d|(t)=1\wedge 0.3=0.3$.

4. Conclusion

We introduce two determinization methods for fuzzy finite tree automata. The first method is more general and language preserving, but not behavior preserving. The second method is behavior preserving which results language preserving, but it may be used only for finite-range fuzzy operators. Additionally, the second method has an exponential complexity rather than the first method.

REFERENCES

[1] Arbib, M. A., *From automata theory to brain theory*, International Journal of Man-Machin Studies, Vol. 7(3), pp. 279-295, 1975.

[2] Bozapalidis, S., and Bozapalidoy, O. L., *Fuzzy tree language recognizability, Fuzzy Sets and Systems*, doi: 10.1016/j.fss.2009.08.008, 2009.

[3] Comon, H., Dauchet, M., Gilleron, R., Jacquemard, F., Lugiez, D., Loding, C., Tison, S., and Tommasi, M., *Tree automata: techniques and applications*, 2007. Available: http://tata.gforge.inria.fr.

[4] Doner, J. E., *Decidability of the weak second-order theory of two successors*. Notices American Mathematic Society, Vol. 12, pp. 365–468, 1965.

[5] Doner, J. E., *Tree acceptors and some of their applications*. Journal of Computer and System Science, Vol. 4, pp. 406–451, 1970.

[6] Doostfatemeh, M., and Kremer, S. C., *New directions in fuzzy automata*, International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 38, 175-214, 2005.

[7] Esik, Z., and Guangwu, L., *Fuzzy tree automata*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 158, 1450- 1460, 2007.

[8] Gaines, B. and Kohout, L. J., *The logic of automata*, International Journal of General Systems, Vol. 2, pp. 191-208, 1976

[9] Mordeson, J., and Malik, D., *Fuzzy automata and languages: theory and applications*, Chapman & Hall, London, 2002.

[10] Thatcher, J. W. and Wright, J. B., *Generalized finite automata with an application to a decision problem of second-order logic*. Mathematical System Theory, Vol. 2, pp. 57–82, 1968.

[11] Thatcher, J. W. and Wright, J. B., *Generalized finite automata*. Notices American Mathematic Society, Vol. 820, 1965.

[12] Wee, W. G., *On generalization of adaptive algorithm and application of the fuzzy sets concept to pattern classification*, Ph.D. dissertation, Purdue University, Lafayette, IN, 1967.

[13] Ying, M., *A formal model of computing with words*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10(5), pp. 640-652, 2002.

[14] Zadeh, L. A., *Fuzzy sets, Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.

SOMAYE MOGHARI *, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, SCIENCE FACULTY, ALZAHRA UNIVERSITY, TEHRAN, IRAN.
E-mail address: **s_moghari@student.alzahea.ac.ir**

MOHAMMAD MEHDI ZAHEDI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, SCIENCE FACULTY, TARBIAT MODARES UNIVERSITY, TEHRAN, IRAN.
E-mail address: **Zahedi_mm@modares.ac.ir**

* SPEAKER

FUZZY SUBAUTOMATA IN GENERAL FUZZY AUTOMATA

M. Horry AND M.M. Zahedi

ABSTRACT. In this paper, we define the notions of (homogeneous, separated) invertible general fuzzy subautomata of an invertible general fuzzy automaton. Also some another concepts are presented. Then we obtain some relationships between these notions. Finally, we give a closure operator and construct a topology on the set of states of an invertible general fuzzy automaton.

1. Introduction and preliminaries

The theory of fuzzy sets was introduced by Zadeh [6]. Wee [5] introduced the idea of fuzzy automata. Automata have a long history both in theory and application [1, 2]. A fuzzy finite-state automaton (FFA) is a six-tuple denoted as $\widetilde{F} = (Q, \sum, R, Z, \delta, \omega)$, where Q is a finite set of states, $\sum$ is a finite set of input symbols, R is the start state of $\widetilde{F}$, Z is a finite set of output symbols, $\delta : Q \times \sum \times Q \to [0,1]$ is the fuzzy transition function which is used to map a state (current state) into another state (next state) upon an input symbol, attributing a value in the interval [0,1] and $\omega : Q \to Z$ is the output function. In an FFA, as can be seen, associated with each fuzzy transition, there is a membership value in [0,1]. We call this membership value the weight of the transition. The transition from state q_i (current state) to state q_j (next state) upon input a_k is denoted as $\delta(q_i, a_k, q_j)$.

We use this notation to refer both to a transition and its weight. Whenever $\delta(q_i, a_k, q_j)$ is used as a value, it refer to the weight of the transition. Otherwise, it specifies the transition itself. Also, the set of all transitions of $\widetilde{F}$ is denoted as Δ.

In 2004, M. Doostfatemeh and S.C. Kremer extended the notion of fuzzy automata and gave the notion of general fuzzy automata [3]. Then we followed [3] and we continued our study of general fuzzy automata in [4,7]. Now, we follow [3,4,7] and give some new notions and results as mentioned in the abstract.

Let X be a set. A word of X is the product of a finite sequence of elements in X, Λ is empty word and X^* is the set of all words on X. In fact, X^* is the free monoid on X. The length $\ell(x)$ of word $x \in X^*$ is the number of its letters, so $\ell(\Lambda) = 0$. For a nonempty set X, $\widetilde{P}(X)$ denoted the set of all fuzzy sets on X and $P(X)$ denoted the set of all subsets on X.

Definition 1.1. [3] A general fuzzy automaton (GFA) $\widetilde{F}$ is an eight-tuple machine denoted as $\widetilde{F} = (Q, \sum, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}, F_1, F_2)$, where

(i) Q is a finite set of states, $Q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$,

(ii) $\sum$ is a finite set of input symbols, $\sum = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$,

(iii) $\widetilde{R}$ is the set of fuzzy start states, $\widetilde{R} \subset \widetilde{P}(Q)$,

(iv) Z is a finite set of output symbols, $Z = \{b_1, b_2, ..., b_k\}$,

(v) $\omega : Q \to Z$ is the output function,

(vi) $\widetilde{\delta} : (Q \times [0,1]) \times \sum \times Q \to [0,1]$ is the augmented transition function,

(vii) $F_1 : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ is called membership assignment function.

In this definition, the process that takes place upon the transition from state q_i to q_j on input a_k is represented as :

$$\mu^{t+1}(q_j) = \widetilde{\delta}((q_i, \mu^t(q_i)), a_k, q_j) = F_1(\mu^t(q_i), \delta(q_i, a_k, q_j)).$$

Which means that membership value (mv) of the state q_j at time $t+1$ is computed by function F_1 using both the membership value of q_i at time t and the weight of the transition.

Key words and phrases: (General) Fuzzy automata; Invertible general fuzzy automata; Fuzzy subautomata; Basis.

(viii) $F_2 : [0,1]^* \to [0,1]$ is called multi-membership resolution function.
The multi-membership resolution function resolves the multi-membership active states and assigns a single
membership value to them.
We let $Q_{act}(t_i)$ be the set of all active states at time $t_i, \forall i \geq 0$. We have $Q_{act}(t_0) = \tilde{R}$,
$Q_{act}(t_i) = \{(q, \mu^{t_i}(q)) : \exists q' \in Q_{act}(t_{i-1}), \exists a \in \Sigma, \delta(q', a, q) \in \Delta\}, \ \forall i \geq 1$.

Definition 1.2. [7] Let $\tilde{F} = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}, F_1, F_2)$ be a general fuzzy automaton, which is defined in Definition 1. 1. We defined max-min general fuzzy automata of the form:

$$\tilde{F}^* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}^*, F_1, F_2)$$

such that :

$$\tilde{\delta}^* : Q_{act} \times \Sigma^* \times Q \to [0,1]$$

where $Q_{act} = \{Q_{act}(t_0), Q_{act}(t_1), Q_{act}(t_2), ...\}$ and let for every i, $i \geq 0$

$$\tilde{\delta}^*((q, \mu^{t_i}(q)), \Lambda, p) = \begin{cases} 1 & if \quad q = p \\ 0 & , otherwise \end{cases},$$

and for every i, $i \geq 1$
$\tilde{\delta}^*((q, \mu^{t_{i-1}}(q)), u_i, p) = \tilde{\delta}((q, \mu^{t_{i-1}}(q)), u_i, p)$,
$\tilde{\delta}^*((q, \mu^{t_{i-1}}(q)), u_i u_{i+1}, p) = \underset{q' \in Q_{act}(t_i)}{\vee} (\tilde{\delta}((q, \mu^{t_{i-1}}(q)), u_i, q') \wedge \tilde{\delta}((q', \mu^{t_i}(q')), u_{i+1}, p))$,
and recursively
$\tilde{\delta}^*((q, \mu^{t_0}(q)), u_1 u_2 ... u_n, p) = \vee \{ \tilde{\delta}((q, \mu^{t_0}(q)), u_1, p_1) \wedge \tilde{\delta}((p_1, \mu^{t_1}(p_1)), u_2, p_2) \wedge \ldots$
$\wedge \tilde{\delta}((p_{n-1}, \mu^{t_{n-1}}(p_{n-1})), u_n, p) \mid \ p_1 \in Q_{act}(t_1), \ p_2 \in Q_{act}(t_2), \ldots, \ p_{n-1} \in Q_{act}(t_{n-1}) \}$,
in which $u_i \in \Sigma, \forall 1 \leq i \leq n$ and assuming that the entered input at time t_i be $u_i, \forall 1 \leq i \leq n-1$.

Definition 1. 3. [4] Let $\tilde{F}^* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}^*, F_1, F_2)$ be a max-min general fuzzy automaton.
We say that $\tilde{F}^*$ is invertible, if there exist t_i, t_j such that

$$\tilde{\delta}((q, \mu^{t_i}(q)), a, q_1) = \tilde{\delta}((q, \mu^{t_j}(q)), a, q_2),$$

then $q_1 = q_2, \forall q \in Q, a \in \Sigma$.
In an invertible general fuzzy automaton, we let
$A = (\bigcup_{i \geq 0} \{ w_{1i}, w_{2i}, \ldots, w_{ni}$ and products of $w_{j_i} s : w_{j_i}$ is the membership value of an active state at
time t_i , $\forall 1 \leq j \leq n$, $n_i = |Q_{act}(t_i)| \}) \cup \{1\}$,
and defined the partial map $\tilde{\delta}_1 : (Q \times [0,1]) \times \sum \times A \to Q$ by

$$\tilde{\delta}_1((q, \mu^t(q)), a, w) = q' \quad \text{if} \quad \tilde{\delta}((q, \mu^t(q)), a, q') = w = \mu^{t+1}(q') \qquad (1)$$

and denoted the invertible general fuzzy automata of the form :

$$\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$$

such that $\tilde{\delta}_* : (Q \times [0,1]) \times \Sigma^* \times A \to Q$ is a partial map defined by :
$\forall q \in Q_{act}(t), a \in \Sigma, w \in A$ and $w = \tilde{\delta}((q, \mu^t(q)), a, q') = \mu^{t+1}(q')$,

$$\tilde{\delta}_*((q, \mu^t(q)), a, w) = \tilde{\delta}_1((q, \mu^t(q)), a, w) = q',$$

$\forall q \in Q_{act}(t)$, $\tilde{\delta}_*((q, \mu^t(q)), \Lambda, 1) = q$,
$\forall q_{i-1} \in Q_{act}(t_{i-1}), x_i \in \Sigma, w_i \in A, \tilde{\delta}((q_{i-1}, \mu^{t_{i-1}}(q_{i-1})), x_i, q_i) = w_i$ and w_i satisfies in (1),
$\forall 1 \leq i \leq n$ and
$\tilde{\delta}_*((q_0, \mu^{t_0}(q_0)), x_1 x_2 ... x_n, w_1 \cdot w_2 \cdot \ldots \cdot w_n)$

$= \tilde{\delta}_*((\ \tilde{\delta}_1((q_0, \mu^{t_0}(q_0)), x_1, w_1), \mu^{t_1}(\ \tilde{\delta}_1((q_0, \mu^{t_0}(q_0)), x_1, w_1)), x_2 ... x_n, w_2 \cdot ... \cdot w_n)$

$= \tilde{\delta}_*((\ q_1, \mu^{t_1}(\ q_1)), x_2 ... x_n, w_2 \cdot ... \cdot w_n) = \ \ldots \ = \tilde{\delta}_1((q_{n-1}, \mu^{t_{n-1}}(q_{n-1})), x_n, w_n) = q_n .$

2. Fuzzy Subautomata of an Invertible General Fuzzy Automaton

Definition 2.1. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton.

(i) We say that $B = (Q', \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*', F_1, F_2, A)$ is an invertible general fuzzy subautomaton of $\tilde{F}_*$ $(B \prec \tilde{F}_*)$ if $Q' \subseteq Q$, $\tilde{\delta}_*'$ is the restriction of $\tilde{\delta}_*$ to $(Q' \times [0,1]) \times \Sigma^* \times A$. We shall use $\tilde{\delta}_*$ for $\tilde{\delta}_*'$, as no ambiguity arises.

B is a proper invertible general fuzzy subautomaton of $\tilde{F}_*$ if $B \prec \tilde{F}_*$ and $\emptyset \neq Q' \neq Q$.

(ii) For $Q' \subseteq Q$, we define

$\tilde{\delta}_*(Q') = \{\ \tilde{\delta}_*((q, \mu^t(q)), x, w) : q \in Q', x \in \Sigma^*, w \in A,$

$\ell(x)$ equal to the number of factors of w and the factors of w satisfy in $(1)\ \}$,

and we use $\tilde{\delta}_*(q)$ instead of $\tilde{\delta}_*(\{q\})$.

(iii) We say that $\tilde{F}_*$ is strongly connected if $\forall p, q \in Q$, $p \in \tilde{\delta}_*(q)$.

Definition 2.2. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $B_i = (Q_i, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy subautomaton of $\tilde{F}_*, \forall i \in I$. We define $\bigcup_{i \in I} B_i = (\bigcup_{i \in I} Q_i, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*', F_1, F_2, A)$ and $\bigcap_{i \in I} B_i = (\bigcap_{i \in I} Q_i, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*'', F_1, F_2, A)$, where $\tilde{\delta}_*'$ and $\tilde{\delta}_*''$ are the respective restrictions of $\tilde{\delta}_*$ to

$$(\bigcup_{i \in I} Q_i \times [0,1]) \times \Sigma^* \times A \text{ and } (\bigcap_{i \in I} Q_i \times [0,1]) \times \Sigma^* \times A.$$

Definition 2.3. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $B = (Q', \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be a nonempty invertible general fuzzy subautomaton of $\tilde{F}_*$. Then B is said to be homogeneous if $\tilde{\delta}_*(Q') = Q'$.

Theorem 2.4. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $B_i = (Q_i, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be a homogeneous invertible general fuzzy subautomaton of $\tilde{F}_*, \forall i \in I$. Then $\bigcup_{i \in I} B_i$ and $\bigcap_{i \in I} B_i$ are homogeneous invertible general fuzzy subautomata of $\tilde{F}_*$.

Definition 2. 5. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton, $Q' \subseteq Q$ and $\{B_i\}_{i \in I}$ be the collection of all homogeneous invertible general fuzzy subautomata of $\tilde{F}_*$ whose state set contains Q'. Define $\langle Q' \rangle = \bigcap_{i \in I} B_i$. Then $\langle Q' \rangle$ is called the homogeneous invertble general fuzzy subautomaton generated by Q'.

Theorem 2.6. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton. Then $\tilde{F}_*$ is strongly connected if and only if $\tilde{F}_*$ has no proper homogeneous invertible general fuzzy subautomaton.

Theorem 2.7. Let $\tilde{F}_* = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $Q' \subseteq Q$. Then $B = (\tilde{\delta}_*(Q'), \Sigma, \tilde{R}, Z, \omega, \tilde{\delta}_{*Q'}, F_1, F_2, A)$ is a homogeneous invertible general fuzzy subautomaton, where $\tilde{\delta}_{*Q'}$ is the restriction of $\tilde{\delta}_*$ to $(\tilde{\delta}_*(Q') \times [0,1]) \times \Sigma^* \times A$.

Theorem 2.8. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $Q' \subseteq Q$. Then $\langle Q' \rangle = (\widetilde{\delta}_*(Q'), \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_{*Q'}, F_1, F_2, A)$, where $\widetilde{\delta}_{*Q'}$ is the restriction of $\widetilde{\delta}_*$ to $(\widetilde{\delta}_*(Q') \times [0,1]) \times \sum^* \times A$.

Definition 2.9. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton, $B = (Q', \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be a homogeneousinvertible general fuzzy subautomaton of $\widetilde{F}_*$ and $Q' \neq \emptyset$.

(i) B is said to be separated if $\widetilde{\delta}_*(Q \setminus Q') \bigcap Q' = \emptyset$.

(ii) B is said to be connected if it has no separated proper subautomaton.

Definition 2.10. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $B = (Q', \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be a nonempty invertible general fuzzy subautomaton of $\widetilde{F}_*$. Then we say that B is a block of $\widetilde{F}_*$ if B is connected and separated.

Theorem 2.11. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $B = (Q', \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be a nonempty invertible general fuzzy subautomaton of $\widetilde{F}_*$. Then the following are equivalent:

(i) B is a block of $\widetilde{F}_*$,

(ii) B is a minimal separated invertible general fuzzy subautomaton of $\widetilde{F}_*$,

(iii) B is a maximal connected invertible general fuzzy subautomaton of $\widetilde{F}_*$.

Definition 2.12. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $Q' \subseteq Q$. Then Q' is called free if $q \notin \widetilde{\delta}_*(Q' \setminus \{q\})$, $\forall q \in Q'$.

Definition 2.13. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $Q' \subseteq Q$. If Q' is free and $\widetilde{F}_* = \langle Q' \rangle$, then Q' is called a basis of $\widetilde{F}_*$.

Theorem 2.14. Let $\widetilde{F}_* = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \omega, \widetilde{\delta}_*, F_1, F_2, A)$ be an invertible general fuzzy automaton and $Q' \subseteq Q$. Then Q' is a basis of $\widetilde{F}_*$ if and only if Q' is a minimal set of generators of $\widetilde{F}_*$.

REFERENCES

[1] M.A. Arbib, *From automata theory to brain theory*, International Journal of Man-Machin Studies 7 (3) (1975), 279-295.
[2] W.R. Ashby, *Design for a brain*, Chapman and Hall, London, 1954.
[3] M. Doostfatemeh, S.C. Kremer, *New directions in fuzzy automata*, International Journal of Approximate Reasoning 38 (2005), 175-214.
[4] M. Horry, M.M. Zahedi, *Hypergroups and general fuzzy automata*, Iranian Journal of Fuzzy Systems, 6(2)(2009), 61-74.
[5] W.G. Wee, *On generalization of adaptive algorithm and application of the fuzzy sets concept to pattern classification*, Ph.D. Thesis, Purdue University, Lafayette, IN,1967.
[6] L.A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Information and Control, 8 (1965), 338-353.
[7] M.M. Zahedi, M. Horry, Kh. Abolpor, *Bifuzzy (General) topology on max-min general fuzzy automata*, Journal of Advanced in Fuzzy Mathematics, 3(1)(2008), 51-68.

M. Horry*, DEPARTMENT OF MATHEMATIC, SHAHID CHAMRAN UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN
E-mail address: **mohhorry@yahoo.com**

M.M. Zahedi, DEPARTMENT OF MATHEMATIC, TARBIAT MODARES UNIVERSITY, TEHRAN, IRAN
E-mail address: **zahedi_mm@modares.ac.ir**

* SPEAKER

A CHARACTERIZATION OF INTERVAL-VALUED INTUITIONISTIC FUZZY SETS AND ITS APPLICATIONS

S. RIVAZ AND M. A. YAGHOOBI

ABSTRACT. In this paper the concept of level sets for interval-valued intuitionistic fuzzy sets is described. Then a representation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets in terms of crisp level sets is presented. Moreover, the role of this representation in the extension principle and decision making problems is discussed.

1. Introduction

The concept of intuitionistic fuzzy set (IFS) was first introduced by Atanassov [1]. After that, Atanassov and Gargov [2] extended IFS to the interval-valued intuitionistic fuzzy set (IVIFS), which is characterized by a membership degree and a non-membership degree whose values are intervals rather than real numbers. Considering the increasing world-wide interest in IVIFSs [3, 5, 6, 8], it is useful to investigate the IVIFS theory in the framework of the different theories modelling imprecision.
Atanassove [3] introduced some relations and operations on IVIFSs and studied their basic properties.
Deschrijver and Kerre [5, 6] established the relationships among IFSs, interval-valued fuzzy sets and IVIFSs. Mondal and Samanta [8] studied the topological properties and the category of topological spaces of IVIFSs.
Within the framework of fuzzy set theory, Zadeh's extension principle [13] provides a crucial tool for enabling the performance of mathematical operations when data values are expressed as fuzzy sets. Our objective here is to provide the basis for the extension of mathematical operations to the case of IVIFSs. To accomplish this, first the idea of the level sets of IVIFSs is introduced. Then, they are used to establish a representation of an IVIFS. Once having these structures, the desired extension to IVIFSs will be possible. Finally, the obtained results are applied to a decision making problem including finite alternatives and some attributes.

2. Preliminaries

Definition 2.1. ([2]) An interval-valued intuitionistic fuzzy subset (IVIFS) A in a universe X is defined by the following function:

$$A: X \to DI$$
$$x \to \left(M_A(x), N_A(x)\right)$$

where

$$DI = \left\{\left(M, N\right) \middle| M = \left[\underline{M}, \overline{M}\right] \subseteq [0,1], N = \left[\underline{N}, \overline{N}\right] \subseteq [0,1], \sup M + \sup N \le 1\right\}.$$

In fact, in Definition 2.1, $M_A(x)$ can be viewed as the interval degree of membership of x in A and $N_A(x)$ is the interval degree of non-membership of x in A. The union and intersection of two arbitrary IVIFSs are defined as follows [2]:

$$(A \cup B)(x) := \left(M_A(x) \vee M_B(x), N_A(x) \wedge N_B(x)\right)$$
$$= \left(\left[\sup\left(\underline{M}_A(x), \underline{M}_B(x)\right), \sup\left(\overline{M}_A(x), \overline{M}_B(x)\right)\right], \left[\inf\left(\underline{N}_A(x), \underline{N}_B(x)\right), \inf\left(\overline{N}_A(x), \overline{N}_B(x)\right)\right]\right),$$
$$(A \cap B)(x) := \left(M_A(x) \wedge M_B(x), N_A(x) \vee N_B(x)\right)$$
$$= \left(\left[\inf\left(\underline{M}_A(x), \underline{M}_B(x)\right), \inf\left(\overline{M}_A(x), , \overline{M}_B(x)\right)\right], \left[\sup\left(\underline{N}_A(x), \underline{N}_B(x)\right), \sup\left(\overline{N}_A(x), \overline{N}_B(x)\right)\right]\right),$$

Where $\vee$ and $\wedge$ denote sup and inf, respectively. For any two IVIFSs A and B, the following relations are hold, too [2]:

(1) $A \subseteq B$ *iff* $\underline{M}_A(x) \le \underline{M}_B(x), \overline{M}_A(x) \le \overline{M}_B(x), \underline{N}_B(x) \le \underline{N}_A(x), \overline{N}_B(x) \le \overline{N}_A(x), \forall x \in X$,

(2) $A = B$ *iff* $A \subseteq B$ *and* $A \supseteq B$.

Key words and phrases: Interval- valued intuitionistic fuzzy set, Level set, Extension principle, Multi- attribute decision making.

By considering these operations, the set DI can be equipped by the order $\leq$ with the following definition.

Definition 2.2. Let $\alpha = (M, N)$ and $\alpha' = (M', N')$ be two elements in DI. Then $\alpha \leq \alpha'$ if

$$\underline{M} \leq \underline{M}', \overline{M} \leq \overline{M}', \underline{N}' \leq \underline{N}, \overline{N}' \leq \overline{N}.$$

We should note that the ordered set $(DI, \leq)$ is a complete lattice [9]. So the elements in DI cannot always be ordered with respect to $\leq$.

3. LEVEL SETS AND EXTENSION PRINCIPLE FOR IVIFSs

Definition 3.1. The α -level set and strict α -level set of an IVIFS A are defined as ordinary sets, A_α and A_{α^0}, respectively, as follows:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \alpha \leq (M_A(x), N_A(x))\},$$
$$A_{\alpha^0} = \{x \in X \mid \alpha < (M_A(x), N_A(x))\},$$

where $\alpha = (M, N) \in DI$ and the condition $\alpha < (M_A(x), N_A(x))$ is satisfied if

$$\underline{M} < \underline{M}', \overline{M} < \overline{M}', \underline{N}' < \underline{N}, \overline{N}' < \overline{N}.$$

Next some propositions concerning properties of level sets of IVIFSs are presented.

Proposition 3.2. ([10]) Let A be an IVIFS of X.

(1) If $D \subset DI$, then $\bigcap\{A_\alpha \mid \alpha \in D\} = A_{\vee D}$,

(2) $\bigcup\{A_\alpha \mid \alpha \in DI\} = X$,

(3) $\bigcap\{A_\alpha \mid x \in A_\alpha, x \in X\}$ is a level set of A.

Proposition 3.3. ([9, 10]) Let A be an IVIFS of X. For $\alpha_1, \alpha_2 \in DI$, if $\alpha_1 \leq \alpha_2$ then $A_{\alpha_2} \subseteq A_{\alpha_1}$.

Proposition 3.4. ([10]) Let A be an IVIFS of X. Then, for $x_1, x_2 \in X, A(x_2) \leq A(x_1)$ if and only if $A_{A(x_1)} \subseteq A_{A(x_2)}$.

In the following theorem, we represent an IVIFS A by its level sets.

Theorem 3.5. An IVIFS A of X can be represent by

(1) $A = \bigcup_{\alpha \in DI} \alpha A_\alpha$, where αA_α is an IVIFS such that

$$(\alpha A_\alpha)(x) = \left(M_{\alpha A_\alpha}(x), N_{\alpha A_\alpha}(x)\right) = \alpha \chi_{A_\alpha}(x) = (M, N)\chi_{A_\alpha}(x), \forall x \in X,$$

(2) $A = \bigcup_{\alpha \in DI} \alpha A_{\alpha^0}$, where αA_{α^0} is an IVIFS such that

$$\left(\alpha A_{\alpha^0}\right)(x) = \left(M_{\alpha A_{\alpha^0}}(x), N_{\alpha A_{\alpha^0}}(x)\right) = \alpha \chi_{A_{\alpha^0}}(x) = (M, N)\chi_{A_{\alpha^0}}(x), \forall x \in X,$$

where χ_{A_α} and $\chi_{A_{\alpha^0}}$ are the characteristic functions.

So, knowing all α - level sets or strict α - level sets of an IVIFS A is the same as knowing A itself.

Proposition 3.6. Let A and B be two IVIFSs of X. For all $\alpha \in DI, A_\alpha = B_\alpha$ if and only if $A = B$.

Now, we summarize the procedure for recovering an IVIFS by using its level sets according to Theorem 3.5, when the universe set X is finite. It can be useful in view point of application.

Let A be an IVIFS of the finite set $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ and let H be the set of all distinct pairs of membership degree and non-membership degree of elements in A. Thus

$$H = \{(M_i, N_i) \mid i = 1, ..., m\}.$$

Let G be any nonempty subset of H. Then $MinG$ defines as:

$$Min\ G := (M_G, N_G) = Min\{(M,N) | (M,N) \in G\};$$

in particular, if $G = \{(M_i, N_i) | i = 1, ..., r\}$ then

$$\begin{aligned} Min\ G &= (Min_{i=1,...,r} M_i, Max_{i=1,...,r} N_i) \\ &= \left(\left[Min_{i=1,...,r} \underline{M}_i, Min_{i=1,...,r} \overline{M}_i\right], \left[Max_{i=1,...,r} \underline{N}_i, Max_{i=1,...,r} \overline{N}_i\right]\right). \end{aligned}$$

Remark 3.7. If $G = \phi$, then $Min\phi := ([0,0],[1,1])$.

Using the above notation a set K defines as:

$$K = \bigcup_{G \subseteq H} Min\ G,$$

where $\cup$ denotes the ordinary union. We shall refer to an element in K as $\alpha_j = (M_j, N_j)$. It should be noted that all distinct level sets associated with A are $A_{\alpha j}, \alpha_j \in K$. So, $A = \bigcup_{\alpha j \in K} \alpha_j A_{\alpha_j}$. In the sequel, the above methodology is applied to an example.

Example 3.8. Let $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ and assume A be an IVIFS of X where

$$A = \left\{ \frac{([0.3,0.6],[0,0.3])}{x_1}, \frac{([0,0.7],[0.1,0.2])}{x_2}, \frac{([0.4,0.5],[0.1,0.4])}{x_3} \right\}.$$

In this case $H = \{([0.3,0.6],[0,0.3]), ([0,0.7],[0.1,0.2]), ([0.4,0.5],[0.1,0.4])\}$ and all subsets of H are

$G_1 = \{([0.3,0.6],[0,0.3])\}$, $G_2 = \{([0,0.7],[0.1,0.2])\}$, $G_3 = \{([0.4,0.5],[0.1,0.4])\}$,

$G_4 = \{([0.3,0.6],[0,0.3]), ([0,0.7],[0.1,0.2])\}$, $G_5 = \{([0.3,0.6],[0,0.3]), ([0.4,0.5],[0.1,0.4])\}$,

$G_6 = \{([0,0.7],[0.1,0.2]), ([0.4,0.5],[0.1,0.4])\}$,

$G_7 = \{([0.3,0.6],[0,0.3]), ([0,0.7],[0.1,0.2]), ([0.4,0.5],[0.1,0.4])\}$, $G_8 = \phi$.

$\alpha_1 = Min\ G_1 = ([0.3,0.6],[0,0.3])$, $\alpha_2 = Min\ G_2 = ([0,0.7],[0.1,0.2])$,

$\alpha_3 = Min\ G_3 = ([0.4,0.5],[0.1,0.4])$, $\alpha_4 = Min\ G_4 = ([0,0.6],[0.1,0.3])$,

$\alpha_5 = Min\ G_5 = ([0.3,0.5],[0.1,0.4])$, $\alpha_6 = Min\ G_6 = ([0,0.5],[0.1,0.4])$,

$\alpha_7 = Min\ G_7 = ([0,0.5],[0.1,0.4])$, $\alpha_8 = Min\ G_8 = ([0,0],[1,1])$.

So $K = \bigcup_{G \subseteq H} Min\ G = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8\}$ and $A_{\alpha_1} = \{x_1\}$, $A_{\alpha_2} = \{x_2\}$, $A_{\alpha_3} = \{x_3\}$, $A_{\alpha_4} = \{x_1, x_2\}$, $A_{\alpha_5} = \{x_1, x_3\}$, $A_{\alpha_6} = \{x_1, x_2, x_3\}$, $A_{\alpha_7} = \{x_1, x_2, x_3\}$, $A_{\alpha_8} = \{x_1, x_2, x_3\}$.

By using these sets, A can be represented as $A = \bigcup_{j=1}^{8} \alpha_j A_{\alpha_j}$.

One important application of Theorem 3.5 is that it allows us to formulate an extension principle to the case of IVIFSs.

Corollary 3.9. (IVIFSs Extension principle) Let f be a map on subset of X resulting in values in Y, $f : 2^X \to Y$. If A be an IVIFS of X then $f(A)$ is also an IVIFS of Y such that:

$$(f(A))(y) := \left(M_{f(A)}(y), N_{f(A)}(y)\right) = \cup_{\{\alpha \in DI \mid f(x)=y, x \in A_\alpha\}} \alpha,$$

if the set $\{\alpha \in DI \mid f(x) = y, x \in A_\alpha\} = \phi$ then $(f(A))(y) := ([0,0],[1,1])$.

4. AN APPLICATION IN DECISION MAKING

The IVIFS theory has been successfully applied to solve decision making problems [7, 11, 12]; since it is very useful and applicable for dealing with vagueness and uncertainty in decision situations. The aim of this section is to develop a simple method for multi-attribute decision making (MADM) problems [4] containing interval-valued intuitionistic fuzzy information. An MADM problem with interval-valued intuitionistic fuzzy information can be described as follows:
Let $X = \{x_1, ..., x_n\}$ be a finite set of alternatives. Also $A = \{a_1, ..., a_m\}$ is the set of attributes. The decision maker provide his preferences for each pair of alternatives in every attribute and construct the interval-values intuitionistic fuzzy matrices $P^k = \left(p_{ij}^k\right)_{n \times n}, k = 1, ..., m,$ where $p_{ij}^k = \left(\left[a_{ij}^k, b_{ij}^k\right], \left[c_{ij}^k, d_{ij}^k\right]\right)$. $\left[a_{ij}^k, b_{ij}^k\right]$ denotes the uncertain preference degree of the alternative x_i over x_j in k th attribute, and $\left[c_{ij}^k, d_{ij}^k\right]$ denotes the uncertain non-preference degree of the alternative x_i over x_j in k th attribute. The goal in an MADM problem is to rank the alternatives considering all attributes. To solve an MADM problem with interval-valued intuitionistic fuzzy information, this paper suggests an algorithm as follows:

Step 1. The input data should be taken from the decision maker.

Step 2. Determine the set $P_i = \left\{ \frac{p_{ij}^k}{x_{ij}^k} \mid j = 1, ..., n, k = 1, ..., m \right\}$ for every alternative x_i, $i = 1, ..., n$.

Step 3. Represent every set P_i, $i = 1, ..., n$, with its level sets by using Theorem 3.5.

Step 4. For every alternative x_i, $i = 1, ..., n$, determine the weights corresponding to its α - level sets that are specified in Step 3 as $\frac{\left|P_{i_\alpha}\right|}{n \times k}$ and calculate the product of each weight to its corresponding α. (The product of $(M, N) \in DI$ by $r \in \mathbb{R}$ defines as (rM, rN).)

Step 5. For every x_i, $i = 1, ..., n$, calculate the union of the values specified in Step 4 as stated in Section 2.

Step 6. The best alternative between every two alternatives is the one that has the greater value computed in Step 5. Note that the greater than order is stated in Definition 2.2. Further it should be noted that if the values are not comparable, then the two alternatives are supposed to be indifferent.

The above procedure will be illustrated in the following example.

Example 4.1. Consider an MADM problem With $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ and $A = \{a_1, a_2\}$. The interval-valued intuitionistic fuzzy matrices P^1 and P^2 have been given by the decision maker as follows:

$$P^1 = \begin{pmatrix} ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) & ([0.1,0.2],[0.5,0.7]) & ([0.5,0.6],[0.3,0.4]) \\ ([0.7,0.9],[0,0.1]) & ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) & ([0.7,0.9],[0,0.1]) \\ ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) & ([0.2,0.3],[0.4,0.7]) & ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) \end{pmatrix}$$

$$P^2 = \begin{pmatrix} ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) & ([0.8,0.9],[0,0.1]) & ([0.5,0.6],[0.3,0.4]) \\ ([0.2,0.4],[0.4,0.6]) & ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) & ([0.3,0.5],[0.3,0.5]) \\ ([0.4,0.6],[0.2,0.4]) & ([0.5,0.7],[0.1,0.3]) & ([0.5,0.5],[0.5,0.5]) \end{pmatrix}$$

By using the proposed method, the ranking of the alternatives is: $x_1 \succ x_2 \succ x_3$.

5. CONCLUSIONS

Interval-valued intuitionistic fuzzy sets (IVIFSs) were considered in this paper. A representation of them was suggested using the crisp level sets. It was shown that the proposed representation can be used to state the well-known extension principle for IVIFSs. Another usage of the proposed representation is in decision making. An algorithm to deal with multi-attribute decision making problems with interval-valued intuitionistic fuzzy information was developed based on the stated representation.

Acknowledgement. The first author is partially supports by the Fuzzy Systems and Applications Center of Excellence, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

REFERENCES

[1] k. Atanassov, *Intuitionistic fuzzy sets,* Fuzzy Sets and Systems, **20** (1986), 87-96.

[2] K. Atanassov and G. Gargov, *Interval-valued intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, **31** (1989), 343-349.

[3] K. Atanassov, *Operators over interval-valued intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, **64** (1994), 159-174.

[4] C. L. Hwang and K. Yoon, *Multiple attribute decision making*, Springer Verlag, New York, 1981.

[5] G. Deschrijver and E. E. Kerre, *On the relationship between some extensions of fuzzy set theory*, Fuzzy Sets and Systems, **133** (2003), 227-235.

[6] G. Deschrijver and E. E. Kerre, *On the position of intuitionistic fuzzy set theory in the framework of theories modeling imprecision*, Information Sciences, **177** (2007), 1860-1866.

[7] D. –F. Li, *Linear programming method for MADM with interval-valued intuitionistic fuzzy sets*, Expert Systems with Applications, (2010), In Press, DOI: 10-1016/j.eswa.2010.02.011.

[8] T. K. Mondal and S. K. Samanta, *Topology of interval-valued intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, **119** (2001), 483-494.

[9] H. T. Nguyen and E. A. Walker, *A first course in fuzzy logic*, CRC Press, United States of America, 2006.

[10] B. Šešelja and A. Tepavčević, *Completion of ordered structures by cuts of fuzzy sets: an overview*, Fuzzy Sets and Systems, **136** (2003), 1-19.

[11] Z. Xu, *A method based on distance measure for interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making*, Information Science, **180** (2010), 181- 190.

[12] Z. S. Xu, *Methods for aggregation interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making*, Control and decision, **22** (2007), 215-219.

[13] L. A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Information and Control, **8** (1965), 338- 353.

S. RIVAZ*, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KEMAN, IRAN
E-mail address: **srivaz@graduate.uk.ac.ir**

M. A. YAGHOOBI, DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, KERMAN, IRAN
E-mail address: **yaghoobi@mail.uk.ac.ir**

* SPEAKER

BALANCED INTUITIONISTIC UNINORMS

M. SAEB, M. MASHINCHI

ABSTRACT. Balanced intuitionistic fuzzy set (BIFS) is a generalization of normal fuzzy sets and studying varies properties is an important task. To make this study easier, the lattice, L_*^b, which is isomorphic to BIFS is introduced. In this paper, the properties of balanced intuitionistic uninorms on L_*^b are studied.

1. Introduction

Since hundred years ago, logicians have been searching for a way to conform the logic more to people's real life. Inexact definition of such logics which are similar to many-valued logics by Jahez in 1100 years ago and Taftazani in 700 years ago is a sample of these efforts [8]. But, in 1986, Professor Zadeh managed to define fuzzy sets or so called infinite-valued logic. These sets, in fact, are trying to present a generalization of normal logic which is more useful than classical logic to formulate the facts of world around us.

According to classical logic, every phenomenon was either positive or negative, but in fuzzy logic every event may be positive or negative to some extent. However, fuzzy logic has its unique problems and shortcomings. One of these is asymmetry problem. In balanced fuzzy sets, which are a generalization of normal fuzzy sets, this asymmetry has been eliminated by substituting the interval [0,1] with [-1,1]. In this way, these sets can be used in modeling symmetrical phenomena around us such as in a failure, victory, draw, and etc [2].

Balanced intuitionistic fuzzy sets are a generalization of normal fuzzy sets [3] which are made by combining intuitionistic fuzzy sets [10] and balanced fuzzy sets [2]. Intuitionistic fuzzy sets are sets in which each member in addition to have a degree of membership it has a degree of non-membership and balanced fuzzy sets [7] are the fuzzy sets in which the valuation set for degrees of membership is the interval [-1,1] rather than the interval [0,1].

2. Preliminary Notes

In this section we review some notions that we need through this paper.

2.1. Lattice L_*

Definition 2.1.1 A Balanced fuzzy set A in X is defined [2] as $A = \{\langle x, \mu_A(x)\rangle | x \in X\}$, in which function $\mu_A: X \to [-1,1]$ is the membership-degree of element $x \in X$ in balanced fuzzy set A.

Definition 2.1.2 An intuitionistic fuzzy set (IFS) in X is defined as $A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) | x \in X\}$, in which, for every $x \epsilon X$, the inequality $0 \le \mu_A(x) + \nu_A(x) \le 1$ is satisfied. The functions $\mu_A: X \to [0,1]$ and $\nu_A: X \to [0,1]$ are degrees of membership and non-membership of element $x \epsilon X$ be in A, respectively [5].

Definition 2.1.3 Suppose that $L_* = \{(a,b) | a,b \in [0,1], a+b \le 1\}$. The order $\le_*$ on L_* is defined as

$$(a,b) \le_* (c,d) \Leftrightarrow a \le b, c \ge d \quad \forall (a,b),(c,d) \in L_*.$$

See Figure 1 [5].

From now on through the paper suppose, $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$.

The set L_* can be constructed to be a lattice $(L_*, \wedge, \vee)$ in which operations, $\vee$ (Join) and $\wedge$ (Meet) on L_* are defined as:

$$x \vee y = (\max(x_1, y_1), \min(x_2, y_2))$$
$$x \wedge y = (\min(x_1, y_1), \max(x_2, y_2))$$

Units of lattice L_* are $0_{L_*} = (0,1)$ and $1_{L_*} = (1,0)$ and if $x, y \in L_*$ are such that that neither $x \le_* y$ nor $y \le_* x$ (i.e. x and y are incomparable in L_*), then we write $x \|_* y$ [5].

Key words and phrases: balanced intuitionistic uninorms, uninorms, isomorphism, lattice L_*^b .

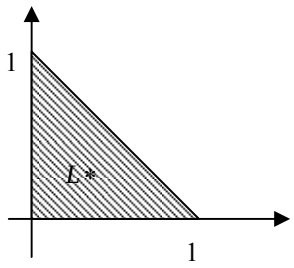


Figure 1: The lattice L_*

Theorem 2.1.4 Intuitionistic fuzzy sets are lattice isomorphic to the lattice L_* [5].

2.2. Lattice L_*^b

Definition 2.2.1 A balanced intuitionistic fuzzy set (BIFS) in X is the set $A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x))|x \in X\}$, where, the functions $\mu_A, \nu_A: X \to [-1,1]$ and for every $x \epsilon X$, $-1 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$. The values $\mu_A(x), \nu_A(x)$ are the degrees of membership and non-membership of $x \in X$ in A [4].

Definition 2.2.2 The set L_*^b and the relation $\leq_*^b$ on this set are defined as $L_*^b = \{(a,b)|a,b \in [0,1], -1 \leq a+b \leq 1\}$ and

$$(a,b) \leq_*^b (c,d) \Leftrightarrow a \leq b, c \geq d \quad \forall (a,b),(c,d) \in L_*^b$$

See Figure 2.

The set L_*^b can be constructed to be a lattice $(L_*^b, \wedge, \vee)$ in which operations, $\vee$ (Join) and $\wedge$ (Meet) on L_* are defined as:

$$x \vee y = (\max(x_1, y_1), \min(x_2, y_2))$$
$$x \wedge y = (\min(x_1, y_1), \max(x_2, y_2))$$

Units of lattice L_*^b are $0_{L_*^b} = (-1,1)$ and $1_{L_*^b} = (1,-1)$ and if $x, y \epsilon L_*^b$ are such that neither $x \leq_*^b y$ nor $y \leq_*^b x$ (i.e. x and y are incomparable), then we write $x \| y$ [6] .

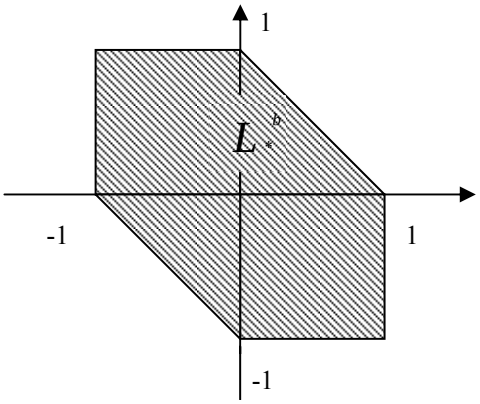


Figure 2: The lattice L_*^b

Theorem 2.2.3 Balanced intuitionistic fuzzy sets are lattice isomorphic to the lattice L_*^b [3].

3. Balanced intuitionistic uninorms and implicators

3.1 Balanced intuitionistic uninorms

The operation I as a t-norm or a t-conorm which are defined in fuzzy sets are, in fact, a generalization of two-valued logic operations $\vee$ (or) and $\wedge$ (and), where I is associative, commutative and monotone which satisfies the boundary condition $I\left(x, 1_{L_*^b}\right) = x$ for a t-norm and $I\left(x, 0_{L_*^b}\right) = x$ for a t-conorm.

Definition 3.1.1 A balanced intuitionistic uninorm is an increasing, associative and commutative mapping $u: (L_*^b)^2 \to L_*^b$ such that [3]:

1. $\left(\exists e \epsilon L_*^b\right)\left(\forall x \epsilon L_*^b\right)(u(e,x) = x)$
2. $\left(\forall (x,y) \in L_*^b\right) u(x,y) = N(u(N(x), N(y))),$

where $N: [-1,1] \to [-1,1]$ defined as $N(x) = -x$ is the standard balanced fuzzy negator. The element e is called neutral element of u.

Example 3.1.2 The following mappings are balanced intuitionistic uninorms:

1. $$\mathcal{T}_{min}^b = \begin{cases} \min(x,y) & x,y \in L_* \\ N\left(\min\left(N(x), N(y)\right)\right) & x,y \epsilon [-1,0]^2 \\ 1_{L_*^b} & otherwise \end{cases}$$

2. $$\mathcal{S}_{max}^b = \begin{cases} \max(x,y) & x,y \in L_* \\ N\left(\max\left(N(x), N(y)\right)\right) & x,y \epsilon [-1,0]^2 \\ 1_{L_*^b} & otherwise \end{cases}$$

3. $$\mathcal{T}_1^b = \begin{cases} \left(\max(-1, x_1 + y_1 - 1), \min(1, x_2 + y_2 + 1)\right) & \text{if } x,y \epsilon L_* \\ N\left(\max(0, -x_1 - y_1), \min(1, -x_2 - y_2)\right) & x,y \epsilon [-1,0]^2 \cap L_*^b \\ 1_{L_*^b} & otherwise \end{cases}$$

Where, $L_* = \{(a,b) | a,b \in [0,1], a + b \leq 1\}$.

Theorem 3.1.3 Suppose u be a balanced intuitionistic uninorm on L_*^b with neutral element e. For every $x \epsilon L_*^b$, we have

$$u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = u\left(u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right), x\right).$$

Example 3.1.4 suppose that $\mathcal{T}_1^b$ be defined the same as example 3.1.2. Then $\mathcal{T}_1^b\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b} = \mathcal{T}_1^b\left(\mathcal{T}_1^b\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right), x\right) = \mathcal{T}_1^b\left(1_{L_*^b}, x\right)$.

Theorem 3.1.5 Suppose u be a balanced intuitionistic uninorm with neutral element e on L_*^b. Then $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 0_{L_*^b}$ or $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$ or $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) \| e$.

If $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 0_{L_*^b}$, then u is called a conjunctive balanced intuitionistic uninorm and if $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$, then u is called a disjunctive balanced intuitionistic uninorm.

Definition 3.1.6 The balanced intuitionistic uninorm u is called t-representable if there are balanced uninorms u_1, u_2 on [0,1] so that for each $x, y \epsilon L_*^b$, $u(x,y) = (u_1(x_1,y_1), u_2(x_2,y_2))$ and write $u = (u_1, u_2)$.

Example 3.1.7 Suppose that $\mathcal{T}_{min}^b$ and $\mathcal{S}_{max}^b$ be defined as in Example 3.1.2. It's apparent that $\mathcal{T}_{min}^b$ and $\mathcal{S}_{max}^b$ are t-representable.

Definition 3.1.8 An intuitionistic balanced fuzzy negator is a decreasing mapping $\mathcal{N}_b: L_*^b \to L_*^b$ such that [3]:

1. $\mathcal{N}_b(1_{L_*}) = 0_{L_*}$, $\mathcal{N}_b(0_{L_*}) = 1_{L_*}$, $\mathcal{N}_b\left(0_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$
2. $\mathcal{N}_b(x,y) = N(\mathcal{N}_b(N(x), N(y)))$

Definition 3.1.9 Balanced intuitionistic uninorm u with neutral element $e \epsilon L_*^b \setminus \left\{0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right\}$ is representable if:

1. u is strictly increasing and continuous on $\left(L_*^b \setminus \left\{0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right\}\right)^2$
2. there is intuitionistic balanced negator $\mathcal{N}_u^b$ with fixed point e ($\mathcal{N}_u^b(e) = e$) such that:

$$(\forall (x,y) \epsilon (L_*^b)^2 \setminus \left\{(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}), (1_{L_*^b}, 0_{L_*^b})\right\}) u(x,y) = \mathcal{N}_u^b(u\left(\mathcal{N}_u^b(x), \mathcal{N}_u^b(y)\right))$$

Example 3.1.10 *C* is a representable uninorm on $[-1,1]^2$, where [9]:

$$C(x,y) = \begin{cases} x + y(1-x) & \min(x,y) \geq 0 \\ \frac{x+y}{1-\min(|x|,|y|)} & \min(x,y) < 0 < \max(x,y) \\ x + y(1+x) & \max(x,y) \leq 0 \end{cases}$$

Example 3.1.11 C_b is a representable balanced intuitionistic uninorm, where

$$C_b(x,y) = \begin{cases} \left(C(x_1,y_1), C(x_2,y_2)\right) & \text{if x, y} \epsilon L_* \\ N(C(N(x_1), N(y_1)), C(N(x_2), N(y_2))) & \text{if } x, y \epsilon L_*^b \cap [-1,0]^2 \\ 1_{L_*^b} & \text{otherwise} \end{cases}$$

in which, *C* is a representable uninorm that defined as Example 3.1.10.

Theorem 3.1.12 Suppose u be a balanced intuitionistic and representable uninorm. Then, u is either disjunctive or conjunctive.

Example 3.1.13 Suppose C_b be the same as in Example 3.1.11. Then, $C_b\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$.

3.1 Balanced intuitionistic implicators

Definition 3.2.1 An intuitionistic fuzzy implicator on L_*^b, is a mapping $\mathcal{I}_b: (L_*^b)^2 \to L_*^b$ which satisfies the following conditions:

1. $\mathcal{I}_b\left(0_{L_*^b}, 0_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$
2. $\mathcal{I}_b\left(1_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$
3. $\mathcal{I}_b\left(1_{L_*^b}, 0_{L_*^b}\right) = 0_{L_*^b}$

4. For each $x, x', y \epsilon L_*^b$, if $x \leq_*^b x'$, then $\mathcal{I}_b(x', y) \leq_*^b \mathcal{I}_b(x, y)$.
5. For each $x, y', y \epsilon L_*^b$, if $y \leq_*^b y'$, then $\mathcal{I}_b(x, y) \leq_*^b \mathcal{I}_b(x, y')$.

Proposition 3.2.2 Suppose $\mathcal{I}: (L_*^b)^2 \to L_*^b$ be an intuitionistic fuzzy implicator on L_*^b. Then $\mathcal{I}_b\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 1_{L_*^b}$.

Theorem 3.2.3 Suppose u is a balanced intuitionistic uninorm with neutral element $e \epsilon L_*^b \setminus \left\{0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right\}$. Also suppose $\Omega = \{\omega = (\omega_1, \omega_2) | \omega \epsilon L_*^b \ \& \ \omega_2 > 0\}$. Then, $\mathcal{I}_u^b: (L_*^b)^2 \to L_*^b$ defined by $\mathcal{I}_u^b(x, y) = \{\gamma | \gamma \epsilon L_*^b \ \& \ u(x, y) \leq_*^b y\}$ is an intuitionistic fuzzy implicator on L_*^b if and only if $(\forall z \epsilon \Omega)(u\left(0_{L_*^b}, z\right) = 0_{L_*^b})$.

Proposition 3.2.4 Suppose u be a balanced intuitionistic uninorm with neutral element $e \epsilon L_*^b \setminus \left\{0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right\}$. If $u\left(0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right) = 0_{L_*^b}$, then $\mathcal{I}_u^b$ given in Theorem 3.2.3, is an intuitionistic fuzzy implicator on L_*^b.

Theorem 3.2.5 Suppose u is a balanced intuitionistic uninorm with neutral element $e \epsilon L_*^b \setminus \left\{0_{L_*^b}, 1_{L_*^b}\right\}$. Then for each $x \epsilon L_*^b$, we have $\mathcal{I}_u^b(e, x) = x$.

4. Conclusion

In this paper, a generalization of operators "or" and "and" on balaned intuitionistic sets is presented which were called balanced intuitionistic uninorms. Also, an intuitionistic fuzzy implicator is introduced. Then, some properties of these uninorms and implicators are examined and some related properties of them are presented.

ACKNOWLEDGMENTS

The first author is partially supported by Fuzzy Systems and Applications Centre of Excellence at Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

REFERENCES

[1] M. Saeb, M. Mashinchi, *A look on intuitionistic fuzzy lattices*, Second Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Malek-e Ashtar University, Tehran, Iran (2008), to appear. (In Persian)

[2] Władyslaw Homenda, *Balanced fuzzy sets*, Information Sciences, 176 (2006), 2467-2506.

[3] M. Saeb, *Balanced Intutionistic Fuzzy Sets and Their Properties*, M.Sc. Thesis, Shahid Bahonar University of Kerman, Department of mathematics, 2008. (In Persian)

[4] M. Saeb, M. Mashinchi, *Intuitonistic balanced operators*, Proceedings of 30th Iranian Mathematics Conference, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran, (2008), 85-88.(In Persian)

[5] G. Deschrijver, E. E. Kerre, *on the relationship between some extensions of fuzzy set theory*, Fuzzy Sets and Systems, 133(2003), 227-235.

[6] M. Saeb, M. Mashinchi, *Probability on Balanced lattices*, 1nd Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Ferdowsi University, Mashhad, Iran(2007), http://isfs.um.ac.ir/modules/ContentExpress/img_repository/isfs.um.ac.ir/proceding_final1.pdf

[7] M. Saeb, M. Mashinchi, *Probability on Balanced lattices*, Andishe-ye-Amari,23 (2007), 27-34. (In Persian)

[8] Jalāl-od-din Homāyi, *Rhetoric*, Homa Press (1991), Iran. (In Persian)

[9] Bernard De Baets, János Fodor, *Short communication VanMelle's combining function MYCIN is a representable uninorm: An alternative proof*, Fuzzy Sets and Systems, 104(1999), 133-136.

[10] G. G. Deschrijver, E. E. Kerre, *Uninorms in L_*-fuzzy set theory*, Fuzzy Sets and Systems, 148 (2004), 243-262.

M. SAEB*, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Shahid Bahonar University of Kerman , Kerman , Iran
E-mail address: **mahdie.saeb@gmail.com**

M. MASHINCHI, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Shahid Bahonar University of Kerman , Kerman , Iran
E-mail address: **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

* SPEAKER

CLASSES OF FUZZY IMPLICATIONS BASED ON FUZZY CO-XOR-CONNECTIVES

Ghader Khaledi, Mashaallah Mashinchi

ABSTRACT. In this paper the concept of fuzzy Co-Xor-connective and the relationship between fuzzy Xor connective and fuzzy Co-Xor-connective is studied. Two canonical definitions for connective Co-Xor, from the composition of fuzzy connectives, are obtained which are based on the commutative and associative properties related to the notions of triangular norms (conorms) and fuzzy negations. The notions of fuzzy Co-Xor-implications and fuzzy F-implications induced by the fuzzy Co-Xor-connectives, are also studied.

1. Introduction

Recently B.C. Bedregal and et al. [4] have studied the classes of fuzzy implications based on fuzzy Xor (fuzzy exclusive or) connectives. They have mentioned several important roles for the connective exclusive or (Xor for short) in computer programming. For example it is used as a primitive operation in many encryption algorithm (e.g, DES, BLOEFISH, RC5, CASR, RIJNDAEL) [10,18]. The one time pad [15] is an encryption algorithm where the plaintext is combined with a random key (called pad) by a modular addition, or the operation Xor, when binary data are considered. Several other applications of the Xor connective can be found in the literature such as, e.g. in: simple threshold activated neural networks [14], the identification of elemental emission spectra [3], algorithms to eliminate cache conflict misses [21], the construction of conflict-free hash functions [20], techniques to exploit the parallelism in IP routers [5], and etc.

Multivalued implication in fuzzy logic based theory and its role in approximate reasoning is very important topic in information processing [12]. Hence fuzzy implications have been widely studied, which plays an important roles in different domains [8,9,17,19,22,23,25,26]. In recent papers [1,2,3,6,8,16,24] different classes of fuzzy implications are studied. Definitions of fuzzy Xor-implications and fuzzy E-implications, induced by fuzzy Xor connective, are also studied by B.C. Bedregal and et al. [4].

In this paper the concept of fuzzy Co-Xor-connective and the relationship between fuzzy Xor connective and fuzzy Co-Xor-connective is studied. Two canonical definitions for connective Co-Xor, from the composition of fuzzy connectives, are obtained which are based on the commutative and associative properties related to the notions of triangular norms (conorms) and fuzzy negations. Definitions of fuzzy Co-Xor-implications and fuzzy F-implications induced by the fuzzy Co-Xor-connectives, are also studied.

The organization of this paper is as follows. Following this introduction some preliminaries are discussed in Section 2. In Section 3, the concept of Co-Xor connective is introduced, the relationship between fuzzy Xor connective and fuzzy Co-Xor connective is studied and lastly fuzzy Co-Xor connectives based on commutative and associative properties related to the notions of triangular norms (conorms) and fuzzy negations are presented. In Section 4, a class of fuzzy implications based on fuzzy Co-Xor connective is obtained.

2. Preliminaries

In this section, some known definitions and results which will be used later are reviewed. For more details see [4,13].

2.1. Definition A t-norm is any function $T: [0,1]^2 \to [0,1]$ satisfying, for all $x, y, z \in [0,1]$, the following properties [4]:

- T1: $T(x,y) = T(y,x)$ (commutativity)
- T2: $T(x,T(y,z)) = T(T(x,y),z)$ (associativity)
- T3: If $y \geq z$ then $T(x,y) \geq T(x,z)$ (monotonicity)
- T4: $T(x,1) = x$ (boundary condition)

Key words and phrases: Fuzzy Logic, Fuzzy Xor, Xor-implication, Fuzzy Co-Xor, Co-Xor-implication.

2.2. Definition A t-conorm is any function $S:[0,1]^2 \to [0,1]$ satisfying for all $x,y,z \in [0,1]$ the following properties: [4]
•T1: $S(x,y) = S(y,x)$ (commutativity)
•T2: $S(x,S(y,z)) = S(S(x,y),z)$ (associativity)
•T3: If $y \geq z$ then $S(x,y) \geq S(x,z)$ (monotonicity)
•T4: $S(x,0) = x$ (boundary condition)

2.3. Example One can find many t-norms (t-conorms) in the [13].

2.4. Definition A function $N:[0,1] \to [0,1]$ is a fuzzy negation [4], if
•N1: $N(0) = 1$ and $N(1) = 0$;
•N2: If $x \geq y$, then $N(x) \leq N(y), \forall\, x,y \in [0,1]$.
Fuzzy negations satisfying the involutive property are called strong negations.
•N3: $N\big(N(x)\big) = x, \forall x \in [0,1]$.

2.5. Example The function $N_\lambda:[0,1] \to [0,1]$ defined by $N_\lambda(x) = \frac{1-x}{1+\lambda x}$ $\lambda \in (-1,\infty)$ for all $x \in [0,1]$, is a strong fuzzy negation called Sugeno negation [11].

2.6. Definition A binary function $I:[0,1]^2 \to [0,1]$ is a fuzzy implication [4], if I satisfies the minimal boundary conditions:
$I(1,1) = I(0,1) = I(0,0) = 1$ and $I\,(1,0) = 0$.

2.7. Definition A function $E:[0,1]^2 \to [0,1]$ is a fuzzy Xor [4] , if it satisfies the properties:
•E1: $E(x,y) = E(y,x)$ (commutativity)
•E2: $E(x,E(y,z)) = E(E(x,y),z)$ (associativity)
•E3: $E(0,x) = x$ (0-identity)
•E4: $E(1,1) = 0$ (boundary condition)

2.8. Example $E:[0,1]^2 \to [0,1]$ defined by $E(x,y) = x + y - 2xy$ is a fuzzy Xor [4]. One can find more examples in [4].

3. Fuzzy Co-Xor connectives

In this section we assume that $x,y,z \in [0,1]$, unless otherwise stated clearly. The new notion of fuzzy Co-Xor connectives is given and their properties are studied.

3.1. Definition A function $F:[0,1]^2 \to [0,1]$ is a fuzzy Co-Xor, if it satisfies the properties:
•F1: $F(x,y) = F(y,x)$ (commutativity)
•F2: $F(x,F(y,z)) = F(F(x,y),z)$ (associativity)
•F3: $F(1,x) = x$ (1-identity)
•F4: $F(0,0) = 1$ (boundary condition)

3.2. Example Define $F:[0,1]^2 \to [0,1]$ as $F(x,y) = 1 - x - y + 2xy$. Then, F is a fuzzy Co-Xor connective. Trivially, F satisfies the properties F1, F3 and F4. It also satisfies the property F2, since:

$$\begin{aligned} F\big(x,F(y,z)\big) &= 1 - F(y,z) + 2xF(y,z) \\ &= 1 - x - [1 - y - z + 2yz] + 2x[1 - y - z + 2yz] \\ &= 1 - [1 - x - y + 2xy] - z + 2z[1 - y - x + 2xy] \\ &= 1 - F(x,y) - z + 2zF(x,y) \\ &= F(F(x,y),z). \end{aligned}$$

3.3. Proposition Let T,S and N be a t-norm, a t-conorm and a fuzzy negation, respectively. The functions $F_S, F_T:[0,1]^2 \to [0,1]$ defined by:

$$F_S(x,y) = S\Big(T(x,y), N\big(S(x,y)\big)\Big),$$

and

$$F_T(x,y) = T\Big(S(N(x),y), S\big(x,N(y)\big)\Big),$$

are fuzzy Co-Xor connectives.

3.4. Theorem Let F be a fuzzy Co-Xor connective and $\varphi\colon [0,1] \to [0,1]$ be a bijection such that $\varphi(0) = 1$ and $\varphi(1) = 0$. Then $E_\varphi\colon [0,1]^2 \to [0,1]$ defined by

$$E_\varphi(x,y) = \varphi^{-1}\Big(F\big(\varphi(x),\varphi(y)\big)\Big)$$

is a fuzzy Xor connective.

3.5. Example Let F be a fuzzy Co-Xor connective. Consider $N_\lambda\colon [0,1] \to [0,1]$, the Sugeno negation as defined in Example 2.5. Then, $E_{N_\lambda}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $E_{N_\lambda}(x,y) = N_\lambda\Big(F\big(N_\lambda(x), N_\lambda(y)\big)\Big)$, is a fuzzy Xor connective.

4. Fuzzy Implications Induced by the Fuzzy Co-Xor connective

In this section fuzzy implications induced by the fuzzy Co-Xor connective will be introduced.

4.1. Proposition Let T, S, N, E and F be a t-norm, a t-conorm, a fuzzy negation, a fuzzy Xor and a fuzzy Co-Xor connective, respectively. Then:

(a) The function $I_{F,T,N}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{F,T,N}(x,y) = N\Big(F\big(N(x), T(x,y)\big)\Big)$ is a fuzzy implication.

(b) The function $I_{T,N,F}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{T,N,F}(x,y) = N\Big(T\Big(x, F\big(x, N(y)\big)\Big)\Big)$ is a fuzzy implication.

(c) The function $I_{F,T}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{F,T}(x,y) = F(T(x,y),x)$ is a fuzzy implication.

(d) The function $I_{F,S}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{F,S}(x,y) = F(S(x,y),y)$ is a fuzzy implication.

(e) The function $I_{F,E}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{F,E}(x,y) = F\Big(xy, E\big(xy, xN(y)\big)\Big)$ is a fuzzy implication.

(f) The function $I_{E,F}\colon [0,1]^2 \to [0,1]$, defined by $I_{E,F}(x,y) = E\Big(yN(x), F\big(xN(y), yN(x)\big)\Big)$ is a fuzzy implication.

Now we give the following definition based on the above Propositions 4.1.

4.2. Definition

a) $I_{F,T,N}$ in Proposition 4.1 is called a fuzzy Co-Xor-implication.
b) $I_{T,N,F}$ in Proposition 4.1 is called a fuzzy F-implication.
c) $I_{F,T}$ in Proposition 4.1 is called a fuzzy T-Co-Xor-implication.
d) $I_{F,S}$ in Proposition 4.1 is Called a fuzzy S-Co-Xor-implication.
e) $I_{F,E}$ in Proposition 4.1 is called a fuzzy F-E-implication.
f) $I_{E,F}$ in Proposition 4.1 is called a fuzzy E-F-implication.

5. Conclusion and Further Work

In this paper the concept of fuzzy Co-Xor connectives and the relationship between fuzzy Xor connectives and fuzzy Co-Xor connectives is studied. Based on this definition of the fuzzy Co-Xor connective, in this paper some new fuzzy implications given in Definition 4.7 are obtained. In the future

work the definition of fuzzy e-Xor connective, by considering e as an arbitrary number in the unit interval will be investigated.

Acknowledgments

The first author is partially supported by Fuzzy Systems and Applications Centre of Excellence at Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

References

[1] M. Baczynski, *Residual implications revisited. Notes on the Smets-Magrez*, Fuzzy Sets and Systems, 145 (2004), 267-277.

[2] M. Baczynski and B. Jayaran, *On the characterization of (S,N)-implications generated from continuous negation*, in: Proc. of the 11th Conference of Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems, Paris, (2006), 436-443.

[3] J. Balasubramaniam, *Yager's new class of implications J_f and some classical tautologies*, Information Sciences, 177 (2007), 930-946.

[4] B. C. Bedregal, R. H. S. Reiser and G.P. Dimuro, *Xor-Implications and E-Implications: Classes of fuzzy implications based on fuzzy Xor*, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 247 (2009), 5-18.

[5] G. Bongiovanni and P. Penna, *XOR-based schemes for fast parallel ip lookups*, Theoretical Computer Systems, 38 (2005), 481-501.

[6] H. Bustince, P. Burilo and F. Soria, *Automorphism, negations and implication operators*, Fuzzy Sets Systems, 134 (2003), 209-229.

[7] E.G. Codding and G. Horlick, *Application of AND and exclusive-Or (xor) logic operations to the identification of elemental emission spectra measured using a photodiode array direct reading spectrometer*, Applied Spectroscopy, 27 (1973), 390-394.

[8] J.C. Fodor, *On fuzzy implication operators*, Fuzzy Sets and Systems, 42 (1991), 293-300.

[9] J.C. Fodor, *Contrapositive symmetry of fuzzy implications*, Fuzzy Sets and Systems, 69 (1995), 141-156.

[10] A.G. Konheim, *Computer Security And Cryptography*, Hoboken, 2007.

[11] Gh. Khaledi, M. Mashinchi and S. A. Ziaie, *The monoid structure of e-implications and pseudo e-implications*, Information Sciences, 174 (2005), 103-122.

[12] Gh. Khaledi and S. A. Ziaie, M. Mashinchi, *Lattice structure of e-implications on L^**, Information Sciences, 177 (2007), 3202-3214.

[13] H.T. Nguyen, E.A. Walker, *A First Course in Fuzzy Logic*, London, 2000.

[14] W. Pedrycz and G. Succi, *fXOR fuzzy logic networks*, Soft Computing, 7 (2002), 115-120.

[15] C. Shannon, *Communication theory of secrecy systems*, Bell System Technical Journal, 28 (1949), 656-715.

[16] Y. Shi, D. Ruan and E.E. Kerre, *On the characterizations of fuzzy implications satisfying $I(x,y) = I\big(x, I(x,y)\big)$*, Information Sciences, 177 (2007), 2954-2970.

[17] P. Smets and P. Magretz, *Implication in fuzzy logic*, International Journal of Approximate Reasoning, 1 (1987), 327-347.

[18] W. Stallings, *Cryptography and network security*: Principles and practice Hall, Upper saddle River,1999.

[19] I. Turksen, V. Kreinovich and R. Yager, *A new class of fuzzy implications, Axioms of fuzzy implication revisited*, Fuzzy Sets and Systems, 100 (1998), 267-272.

[20] H. Vandierendonck and K. Bosschere, *XOR-based hash functions*, IEEE Transactions on Computers, 54 (2005), 800-812.

[21] H. Vandierendonck, P. Manet and J. D. Legat, *Application-specific reconfigurable XOR-indexing to eliminate cache conflict misses*, in: Proc. of the conference on Design, automation and test in Europe, (2006), 357-362.

[22] R. Yager, *On the implication operator in fuzzy logic*, Information Sciences, 31 (1983), 141-164.

[23] R. Yager, *On global requirements for implication operators in fuzzy modus ponens*, Fuzzy Sets and Systems, 106 (1999), 3-10.

[24] R. Yager, *On some new classes of implication operators and their role in approximate reasoning*, Information Sciences, 167 (2004), 193-216.

[25] L. A. Zadeh, *Fuzzy Sets*, Information and Control, (1965), 338-353.

[26] L. A. Zadeh, The *concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I*, Information Sciences, 6 (1975), 199-249.

Ghader Khaledi *, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
E-mail address: **kneight222@yahoo.com**

Mashaallah Mashinchi, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
E-mail address: **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

* SPEAKER

$D_{p,q}$-DISTANCE AND ITS APPLICATION FOR CONSTRUCTING CONFIDENCE INTERVAL FOR C_{pm} BASED ON FUZZY DATA

B. SADEGHPOUR GILDEH , S. ASGHARI

ABSTRACT. A measurement control system ensures that measuring equipment and measurement processes are fit for their intended use and its importance in achieving product quality objectives. In most real life applications, the observations are fuzzy. In this paper, first we use the $D_{p,q}$ -distance for the point estimation of process capability index C_{pm} based on fuzzy data and use this estimation for constructing confidence interval for C_{pm} and present a membership function for $\tilde{C}_{pm}$. A numerical example has presented for showing the sensitivity of this new approach with respect to the ambiguity of target value.

1. Introduction

Statistical techniques can be helpful throughout the product cycle, including activities prior to manufacturing, in quantifying process variability, in analyzing this variability relative to product requirements or specifications, and in assisting development and manufacturing in eliminating or greatly reducing this variability. This general activity is called process capability analysis. Process capability refers to the uniformity of process. Obviously, the variability in the process is a measure of the uniformity of output. There may not exist a definition of the ''process capability'' but in high probability the (real valued) quality characteristic X of the produced items lies between some lower and upper specification limits LSL and USL (or tolerance interval limits). Therefore the idea of process capability implies that the fraction p of produced nonconforming items should be small if the process is said to be capable.
In the traditional quality management, the most commonly used capability assumption is that output process measurements are distributed as normal random variables. Experience shows that the normality assumption is often not met in real world. Application and observations usually contain fuzziness owing imprecise measurements or described by linguistic variables, such 'about 7', 'somewhere between 6 and 8' and so on. Chen, Lai and Nien [1] use the fuzzy analytic method concerning process capability index C_{pm} and calculate $\tilde{C}_{pm}$ for fuzzy observation. Perakis and Xekalaki [3] construct confidence interval for the index C_{pm} with crisp data. In this paper, by using fuzzy data, estimate index $C_{\tilde{p}m}$ and construct confidence interval based on the method presented by [3] . Parchami et al [2] obtained fuzzy confidence interval for a fuzzy process capability index . The organization of this paper is as follows. In section 2 we recall some notions of fuzzy number used in this paper. Section 3 contain the traditional definitions of process capability indices. Sections 4 and 5 assign to the presentation of point and interval estimations for C_{pm} based on fuzzy data. At last present a numerical example.

2. Preliminary Notes

2.1.Definition. The $D_{p,q}$-distance, indexed by parameter $1< p <\infty$, $0 \le q \le 1$, between two fuzzy numbers $\widetilde{A}$ and $\widetilde{B}$ is a nonnegative function on F(R) × F(R) gives as follows:

$$D_{p,q}(\widetilde{A},\widetilde{B}) = \begin{cases} [(1-q)\int_0^1 \left|A_\alpha^- - B_\alpha^-\right|^p d\alpha + q\int_0^1 \left|A_\alpha^+ - B_\alpha^+\right|^p d\alpha]^{\frac{1}{p}} & if\ p<\infty \\ (1-q)\ \sup\limits_{0<\alpha\le 1}\left(\left|A_\alpha^- - B_\alpha^-\right|\right) + q\ \inf\limits_{0<\alpha\le 1}\left(\left|A_\alpha^+ - B_\alpha^+\right|\right) & if\ p=\infty. \end{cases}$$

The analytical properties of $D_{p,q}$ depend on the first parameter p, while the second parameter q of $D_{p,q}$ characterizes the subjective weight attributed to the sides of the fuzzy numbers. If there are no reason to distinguish any side of fuzzy numbers, $D_{p,\frac{1}{2}}$ is recommended.

2.2.Definition. A mapping $\widetilde{X} : \Omega \to F$ (r) is said to be a fuzzy random variable associated with (Ω, A) if and

Key words and phrases: Dp,q-distance; Process capability index; Triangular fuzzy number; Fuzzy random variable.

only if

$$(\omega, x): x \in X_\alpha(\omega) \in A \times B,$$

where B denote the σ -field of Borel set in R.

2.3.Definition. The central $D_{2,q}$ -mean square dispersion of $\widetilde{X}$ about $\widetilde{E}(\widetilde{X})$ (or $\widetilde{\mu}_{\widetilde{X}}$) is called $DVAR(\widetilde{X})$ given by the value (if it exists)

$$D\,\mathrm{var}(\widetilde{X}) = E([D_{2,q}(\widetilde{X}, \widetilde{\mu}_{\widetilde{X}})]^2) = \int_\Omega [(1-q)\int_0^1 (X_\alpha^-(w) - (\mu_{\widetilde{X}})_\alpha^-)^2 d\alpha + q\int_0^1 (X_\alpha^+(w) - (\mu_{\widetilde{X}})_\alpha^+)^2 d\alpha] dp(w).$$

Assume that $\widetilde{A}$ and $\widetilde{B}$ are triangular fuzzy numbers: $\widetilde{A} = tri(a_1, a_2, a_3)$ and $\widetilde{B} = tri(b_1, b_2, b_3)$, the α -cuts of $\widetilde{A}$ and $\widetilde{B}$ are as follows,

$$A_\alpha = [(1-\alpha)a_1 + a_2\alpha, a_3\alpha + (1-\alpha)a_4],$$
$$B_\alpha = [(1-\alpha)b_1 + b_2\alpha, b_3\alpha + (1-\alpha)b_4].$$

It can establish that

$$[D_{2,\frac{1}{2}}(\widetilde{A}, \widetilde{B})]^2 = \frac{1}{6}[(b_1 - a_1)^2 + 2(b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2 + (b_1 - a_1)(b_2 - a_2) + (b_3 - a_3)(b_2 - a_2)]. \tag{2.1}$$

3. Traditional Process Capability Indices

One of the proposed definitions on process capability index consider that as the ratio of the real performance of process to requested performance, that is,

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}.$$

In order to reflect departures from the target value $(M = \frac{USL + LSL}{2})$ as well as changes in the process variation several order indices have been proposed such as C_{pk} and C_{pm} given as

$$C_{pk} = C_p(1-k), k = \frac{|\mu - M|}{\frac{USL - LSL}{2}},$$

and

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - M)^2}},$$

where μ is the distribution center of characteristic X .

C_{pk} measures the distance between the process mean and the closest specification limit relation to the one-side actual process spread 3σ . Departures from the target value carry more weight with the other well-known capability index C_{pm} . In principal, C_{pm} behaved like C_{pk} but C_{pm} is bounded above as $\sigma \to 0$ and $\mu \neq M$. For $\mu = M$ it holds $C_p = C_{pk} = C_{pm}$.

4. The Point Estimation Of Cpm Based On Fuzzy Data

When the observations are crisp, a natural estimator of process capability index C_{pm} can be calculated as the following

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{S^2 + (\bar{X} - T)^2}}, \tag{4.1}$$

where $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}$ and $S = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ are the estimators of μ and σ respectively. For simplicity, when the observations are imprecise, assume that all the observations are triangular fuzzy numbers defined as

$$\tilde{X}_i = tri(X_{il}, X_{im}, X_{iu}), \text{ for } i = 1,2,...,n. \tag{4.2}$$

Suppose that the target T be a triangular fuzzy number defined as $\tilde{T}_i = tri(T_{il}, T_{im}, T_{iu})$. The sample mean $\bar{X}$ and sample variance S^2 are substituted by statistics $\tilde{\bar{X}}$ and $D\text{var}(\tilde{X})$ respectively.

We estimate $D\text{var}$ by $\hat{D}\text{var}(\tilde{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}[D_{2,1/2}(\tilde{X}_i, \tilde{\bar{X}})]^2}{n}$ or $DS^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}[D_{2,1/2}(\tilde{X}_i, \tilde{\bar{X}})]^2}{n-1}$, and we have

$$\hat{C}_{\tilde{p}m} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{DS^2 + [D_{2,1/2}(\tilde{\bar{X}}, \tilde{T})]^2}}, \tag{4.3}$$

When all observations and target are degenerated to crisp values, equation (4.3) become identical to equation (4.1) of the classical model.

5. The Interval Estimation Of Cpm Based On Fuzzy Data

The statistic $\sum_{i=1}^{n} \frac{[D_{2,1/2}(\tilde{X}_i, \tilde{T})]^2}{D\text{var}}$ is distributed as the non-central chi-square with n degrees of freedom and Non-centrality parameter $n\delta$ where $\delta = \frac{[D_{2,1/2}(\tilde{\mu}, \tilde{T})]^2}{D\text{var}}$ [5]. Therefore, it follows that

$$\text{p}\left(\chi'^2_{n,\alpha/2}(n\delta) < \sum_{i=1}^{n} \frac{[D_{2,\frac{1}{2}}(\tilde{X}_i, \tilde{T})]^2}{D\text{var}} < \chi'^2_{n,1-\alpha/2}(n\delta) \right) = 1 - \alpha, \tag{5.1}$$

where $\chi'^2_{n,\alpha/2}(n\delta)$ denotes the $100\alpha\%$ percentile of the non-central chi-square distribution with n degrees of freedom and non-centrality parameter $n\delta$. In particular, Pearson [4] considered an improvement of Patnaik's approximation by which the non-central chi-square distribution with v degrees of freedom and non-centrality parameter λ is approximated by a distribution of the form $c\chi_f^2 + b$, where χ_f^2 denotes the chi-square distribution with f degrees of freedom and c, f and b are some constants. The values of the constants c, f and b are obtained by equating the first three moments of the non-central chi-square distribution and $c\chi_f^2 + b$. Then, the relation (5.1) can be approximated by

$$\text{p}\left(c\chi^2_{f,\alpha/2} + b < \sum_{i=1}^{n} \frac{[D_{2,\frac{1}{2}}(\tilde{X}_i, \tilde{T})]^2}{D\text{var}} < c\chi^2_{f,1-\alpha/2} + b \right) = 1 - \alpha, \tag{5.2}$$

it can be found that the appropriate values of c, f and b are given by $\frac{v+3\lambda}{v+2\lambda}$, $\frac{(v+2\lambda)^3}{(v+3\lambda)^2}$ and $\frac{-\lambda}{(v+3\lambda)}$, respectively. Thus the values of c, f and b can be simplified to $c=\frac{1+3\delta}{1+2\delta}$, $f=\frac{n(1+2\delta)}{C^2}$, $b=-\frac{n\delta^2}{1+3\delta}$ respectively. After some algebra, a $100(1-\alpha)\%$ approximate confidence interval for $C_{\tilde{p}m}$ given by

$$\left(\hat{c}_{\tilde{p}m}\sqrt{\frac{\hat{c}\chi^2_{\hat{f},\alpha/2}+\hat{b}}{n(1+\hat{\delta})}},\hat{c}_{\tilde{p}m}\sqrt{\frac{\hat{c}\chi^2_{\hat{f},1-\alpha/2}+\hat{b}}{n(1+\hat{\delta})}}\right).$$

Where $\hat{C}, \hat{f}$ and $\hat{b}$ are obtained substituting $\hat{\delta}$ for δ. Here, $\hat{\delta}$ Can be either $\hat{\delta}_1=\frac{\left[D_{2,\frac{1}{2}}(\tilde{\tilde{X}},\tilde{T})\right]^2}{\hat{D}\,\mathrm{var}}$ or

$$\hat{\delta}_2=\frac{\left[D_{2,\frac{1}{2}}(\tilde{\tilde{X}},\tilde{T})\right]^2}{DS^2}.$$

To gain a better understanding of C_{pm} based on fuzzy data, we propose to put this confidence interval as a α -cut for $C_{\tilde{p}m}$ and plot the upper and lower limits of the interval estimation for different values of α. This method gives a membership function for $\tilde{C}_{pm}$.

6. A Numerical Example

Table I shows the Fuzzy data given in [1]. In this example, $USL=6.4$, $LSL=5.5$, $M=5.95$ and $T=6$. Assume that target is a triangular fuzzy number as follows: $tri(6\ 6\ 6)$. The value of $\hat{C}_{\tilde{p}m}$ using the above method is 0.6869018. Table II present $100(1-\alpha)\%$ approximate confidence interval limits for target $T=tri(6\ 6\ 6)$. Figure 1 shows the membership function for $\tilde{C}_{pm}$ that its membership grade in 0.7239642 is one (by using δ_1). The obtained membership function for $\tilde{C}_{pm}$ based on the method presented by [1] has membership grade one in 0.7657. Table III shows the sensitivity of index $\hat{C}_{\tilde{p}m}$ with respect to increasing of ambiguity on target. The mean of observations is triangular fuzzy number (5.843667 5.992333 6.129333). When the target tends to observations mean the value of $\hat{C}_{\tilde{p}m}$ will be large. If target is equal to observations mean, $\hat{C}_{\tilde{p}m}$ = 0.7428751.

TABLE I. 30 triangular fuzzy observation

$\tilde{X}_1$=[5.85 6.15 6.35]	$\tilde{X}_{11}$= [5.86 6.04 6.25]	$\tilde{X}_{21}$=[5.5 5.81 5.99]
$\tilde{X}_2$ =[5.79 5.9 5.98]	$\tilde{X}_{12}$ =[6.13 6.23 6.33]	$\tilde{X}_{22}$ =[5.6 5.92 6.05]
$\tilde{X}_3$ = [5.71 5.83 5.99]	$\tilde{X}_{13}$ =[5.95 6.05 6.19]	$\tilde{X}_{23}$ =[5.5 5.75 5.95]
$\tilde{X}_4$ = [6.05 6.18 6.32]	$\tilde{X}_{14}$ =[5.06 5.65 5.70]	$\tilde{X}_{24}$ =[5.84 6.03 6.15]
$\tilde{X}_5$ = [5.89 6.06 6.23]	$\tilde{X}_{15}$ =[5.65 5.74 5.84]	$\tilde{X}_{25}$ =[6.05 6.30 6.50]
$\tilde{X}_6$ = [6.01 6.10 6.25]	$\tilde{X}_{16}$ =[5.70 5.77 5.83]	$\tilde{X}_{26}$ =[6.25 6.35 6.45]
$\tilde{X}_7$ =[6.15 6.20 6.30]	$\tilde{X}_{17}$ =[6.23 6.32 6.40]	$\tilde{X}_{27}$ =[5.65 5.86 6.05]
$\tilde{X}_8$ = [5.64 5.81 6.05]	$\tilde{X}_{18}$ =[5.60 5.70 5.08]	$\tilde{X}_{28}$ =[5.70 5.87 5.95]
$\tilde{X}_9$ =[5.8 5.9 5.98]	$\tilde{X}_{19}$ =[5.85 5.95 6.05]	$\tilde{X}_{29}$ =[5.75 5.95 5.15]
$\tilde{X}_{10}$ =[6.01 6.12 6.24]	$\tilde{X}_{20}$ =[5.90 6.00 6.10]	$\tilde{X}_{30}$ =[6.10 6.23 6.46]

TABLE II . Confidence interval $100(1-\alpha)\%$ for C_{pm} with fuzzy data

α	Twosided	
	LCL δ_1 δ_2	UCL δ_1 δ_2
0.00001	0.3336 0.3336	1.1743 1.1748
0.0001	0.3700 0.3699	1.0431 1.0434
0.001	0.4132 0.4131	0.9844 0.9847
0.025	0.4930 0.4929	0.8839 0.8840
0.05	0.5153 0.5152	0.8574 0.8575
0.1	0.5407 0.5406	0.8280 0.8281
0.3	0.5908 0.5907	0.7721 0.7722
0.6	0.6341 0.6341	0.7259 0.7260
1	0.6796 0.6795	0.6796 0.6795

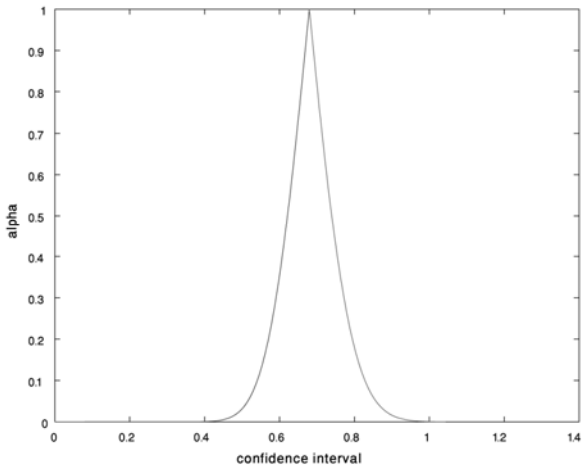


Figure 1. Membership function of $\widetilde{C}_{pm}$

TABLE III. Effect of fuzzy target on $C_{\widetilde{p}m}$

target	C_{pm}	$\left[D_{2,1/2}(\widetilde{\widetilde{X}},\widetilde{\widetilde{T}})\right]^2$
[6.00 6 6.00]	0.6869018	0.0069152963
[5.95 6 6.05]	0.7170677	0.0029875185
[5.90 6 6.10]	0.7363444	0.0007264074
[5.85 6 6.15]	0.7416758	0.0001319630
[5.80 6 6.20]	0.7321417	0.0012041852
[5.75 6 6.25]	0.7093643	0.0039430741
[5.70 6 6.30]	0.6768055	0.0083486296
[5.65 6 6.35]	0.6384898	0.0144208519
[5.60 6 6.40]	0.5979433	0.0221597407
[5.55 6 6.45]	0.5577162	0.0315652963
[5.50 6 6.50]	0.5193811	0.0426375185
⋮	⋮	⋮
[5.00 6 7.00]	0.2805835	0.2450264074

REFERENCES

[1] C. C. Chen, C. M. Lai, and H. Y. Nien, *Measuring process capability index Cpm with fuzzy data, Springer Science*, Business Media B.V., 2008.

[2] A. Parchami, M. Mashinchi, and H.R. Maleki, *Fuzzy confidence interval for fuzzy process capability index*, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 17(2006), 287-295.

[3] M. Perakis, and E. Xekalaki, *A new method for constructing confidence intervals for the index Cpm*, Qual. Reliab. Engng.Int, 20 (2004), 651-665.

[4] E. Pearson, *Note on approximation to the dietribution of noncentral* χ^2 , Biometrika, 46 , 364,1959.

[5] N.N. Vakhania, *Probability distribution on linear space*, Elsevier science publishes B.v. North holland (1981).

B. SADEGHPOUR-GILDEH, Department of Statistics, Faculty of Basic Science, University of Mazandaran, Babolsar, Iran
E-mail address: **sadeghpour@umz.ac.ir**

S. ASGHARI*, Department of Statistics, Faculty of Basic Science, University of Mazandaran, Babolsar, Iran
E-mail address: **sasghari@umz.ac.ir**

* SPEAKER

FUZZY HYPERACTION OF MONOIDS AND FUZZY FINITE STATE MACHINES

Reza Ameri, Masumeh Sadeghi

ABSTRACT. On of the very useful notions in many branches of mathematics as well as in computer sciences is the action of a semigroups or a monoids on a set. In this paper the notions of hyperaction and a generalized action of a monoid on a set which is called s − hyperaction are introduced and some properties of them are investigated. Finally the notin of s−fuzzy hyperaction are introduced and some related results of such hyperoperation are obtained.

1. Introduction

Hyperstructur theory was born in 1934, when [4] defined hypergroups, began to analyse their properties and applied them to groups, rational algebraic functions. Several papers have been published in hyperalgebraic structures. Now they are widely studied from theoretical point of view and for their applications to many subjects of pure and applied properties. Zadeh (1965) introduced the notion of a fuzzy subset of a non-empty set X .Rosenfeld (1971) defined the concept of fuzzy group. Since then many papers have been published in the field of fuzzy algebra (for example see [3]). Recently fuzzy set theory has been well developed in the context of hyperalgebraic structure theory (for example see [1], [2], [3]). In this paper we generalized the notion of an action on monoid to generalized action and fuzzy hyperactions on monoid and investigated the basic properties of them.

2. Preliminary

TRecall that a hypergroupoid is a structure $(H,\circ)$. A hypergroupoid $(H,\circ)$, which is associative, that is $x\circ(y\circ z)=(x\circ y)\circ z$,for $x,y,z\in H$ is called a semihypergroup. (for more detiels see[2]). Throughout this paper, if$S$ is a monoid, A is a set and $P(A)$ is the set of all nonempty subsets of A . Recall that if S is a monoid and A is a nonempty, then A is said to be action or (A is an S - action). we say that a (left) S -act is a set A together with a function $\bullet: S\times A\to A$, such that for all $x\in S$, $q\in A$ (usually denoted by $\bullet(x,Q)\to x\bullet q$), for simplicity we write xq insted $x\bullet q$. The following hold:

.

$$(xy)q=x(yq); \tag{1}$$

$$1q=q \qquad \text{for all } x,y\in S \text{ and } q\in A \tag{2}$$

3. Main Result

3.1. Definition. Let $\langle S,\circ\rangle$ be a monoids and A be a nonempty set. The map $\odot: S\times A\to P^{*}(A)$ is called a generalized action of S on A (or S - hyperaction) if the following axioms hold:

$$\text{For all } s,t\in S \text{ and } q\in A, \quad (st)\odot q\subseteq s\odot(t\odot g); \tag{2}$$

$$\text{For all } s\in S, s\odot A=A; \tag{2}$$

Where for any $s\in S$ and $B\subseteq A$, $s\odot B=\bigcup_{b\in B} s\odot b$. Also for any $q\in A$ and $R\subseteq S$, we define $R\odot q=\bigcup_{r\in R} r\odot q$.

Key words and phrases: Hyperaction, S - hyperaction, S - fuzzy hyoeraction, Finite state Machine.

3.2. Theorem. Let S be a monoid and $\square_1 : S \times A \to P_*(A)$ and $\square_2 : S \times B \to P_*(B)$ be two S −hyperactions of S on the S −acts of A and B, respectively. Then the mapping $\otimes : S \times (A \times B) \to P^*(A \times B)$ defined by $s \otimes (q_1, q_2) = s \square_1 q_1 \times s \square_2 q_2$ for all $(q_1, q_2) \in A \times B$ and $s \in S$ is an S −hyperaction of S on A.

3.3. Theorem. Let A be an S -act and $\theta : S \to M_A$ be a generalized permutation representation for S. Then the map $\square : S \times A \to P^*(A)$ defined by $s \square q = \theta(s)(q)$ is an S -hyperaction of S on A.

REFERENCES

[1] R. Ameri and M. M. Zahedi, *Hypergroup and join spaces induced by a fuzzy subset*, PU.M.A., **8**(1997), 155-168.
[2] M. K. Sen and R.Ameri and G. Chowdhury, *Fuzzy hypersemigroups*, Soft Computing, **12**(2008), 891-900.
[3] D.S. Malik and J.N. Mordeson and M.K. Sen, *Products of fuzzy finite state machines*, Fuzzy Sets and Systems, **92**(1997), 95-102.

REZA AMERI, DEPARTMENT OF MAZANDARAN, FACULTY OF BASIC SCIENCE, UNIVERSITY OF MAZANDARAN, BABOLSAR, IRAN
E-mail address: **ameri@umz.ac.ir**

MASUMEH SADEGHI*, DEPARTMENT OF MAZANDARAN, FACULTY OF BASIC SCIENCE, UNIVERSITY OF MAZANDARAN, BABOLSAR, IRAN
E-mail address: **sadeghi2007_m@yahoo.com**

*SPEAKER

HESITANT $\mathfrak{L}$-FUZZY SETS

A. Dehmiry, M. Mashinchi

ABSTRACT. One of the newest concepts in fuzzy logic that were defined recently is hesitant fuzzy sets. In this paper this concept is extended on complete lattice and some of its properties are shown. By recalling the definition of interval valued fuzzy sets and intuitionistic fuzzy sets, we show that these concepts are naturally special case of hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy sets.

1. Introduction

Fuzzy sets [1] were introduced by Lotfi A. Zadeh (1965) as an extension of the classical notion of set, where the characteristic function that determines membership of an object in the set is not limited to the two values 1 and 0, but can take on any value between 0 and 1 as well. Interval valued fuzzy sets [2] were defined by Sambuc (1975). He suggested a closed subinterval of $[0,1]$ for membership of an object. Then, the concept of intuitionistic fuzzy sets [3] was introduced by Atanassov (1986). Recently, many other extension of fuzzy sets are defined that membership functions taking values in various structures [4]. The last such extension is hesitant fuzzy sets [5-6] defined by V. Torra and others. These extensions are used in a wide range of domains in which information is incomplete or imprecise such as bioinformatics, decision making and etc. In this paper, we extend the valuation set of hesitant fuzzy sets to a lattice $\mathfrak{L}$ rather than [0,1] and introduce hesitant $\mathfrak{L}$ -fuzzy sets and show interval valued and intuitionistic fuzzy sets are a special case of hesitant $\mathfrak{L}$ -fuzzy sets.

2. Preliminary

In this section we present some materials that we need later on in this paper.

Definition 2.1 Let $\mathfrak{L}$ be a set. A lattice is a partially order set $(\mathfrak{L}, \leq_{\mathfrak{L}})$ in which every pair of elements of $\mathfrak{L}$ has a $\sup$ and an $\inf$ in $\mathfrak{L}$. If every subset of $\mathfrak{L}$ has both a $\sup$ and an $\inf$ in $\mathfrak{L}$, it is called a complete lattice.

Definition 2.2 [7] Let X denote a universal set. Then an $\mathfrak{L}$-fuzzy set A of X is a mapping:

$$\mu_A : X \to \mathfrak{L}$$
$$x \longmapsto \mu_A(x),$$

where, $(\mathfrak{L}, \leq_{\mathfrak{L}})$ is a complete lattice and the value of $\mu_A(x)$ denotes the membership degree of x in A. The class of $\mathfrak{L}$-fuzzy sets will be denoted by $\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.

The union and the intersection of two $\mathfrak{L}$-fuzzy sets A and B in X is given by, for all $x \in X$,

$$A \cup B(x) = \sup\big(A(x), B(x)\big) \ , \ A \cap B(x) = \inf\big(A(x), B(x)\big). \qquad (*)$$

If $(\mathfrak{L}, \leq_{\mathfrak{L}}) = ([0,1], \leq)$, then the above definition is the classical notion of a fuzzy set that presented by Zadeh [1].

Definition 2.3 The α-level set and strict α-level set of an $\mathfrak{L}$-fuzzy set A of a universe X are defined [8], respectively, as ordinary subsets of X:

$$A_\alpha = \{x \mid \alpha \leq_{\mathfrak{L}} \mu_A(x)\}, \forall\, \alpha \in \mathfrak{L},$$
$$A_{\alpha^\circ} = \{x \mid \alpha <_{\mathfrak{L}} \mu_A(x)\}, \forall\, \alpha \in \mathfrak{L}.$$

Definition 2.4 Let $L, R \in [0,1]$. The set of all closed subintervals of $[0,1]$ is denoted by

$$\mathrm{Int}([0,1]) = \{[L, R] \mid 0 \leq L \leq R \leq 1\}.$$

In lattice theory, there is a standard notation for this set: $[0,1]^{[2]}$ [9].

In order to make $\mathrm{Int}([0,1])$ a lattice, we define the order as: $[L_1, R_1] \leq_{\mathrm{Int}} [L_2, R_2]$ if $L_1 \leq L_2$ and $R_1 \leq R_2$. By this order, we obtain two operators $\vee$ and $\wedge$:

$$[L_1, R_1] \vee [L_2, R_2] = [\max(L_1, L_2), \max(R_1, R_2)],$$
$$[L_1, R_1] \wedge [L_2, R_2] = [\min(L_1, L_2), \min(R_1, R_2)].$$

Theorem 2.1 $(\mathrm{Int}([0,1]), \leq_{\mathrm{Int}})$ is a complete lattice.

Key words and phrases: Hesitant Fuzzy Set, Interval Valued Fuzzy Set, Intuitionistic Fuzzy Set, Level Set.

Definition 2.5 An interval valued $\mathfrak{L}$-fuzzy set A of a universe X is a mapping $\mu_{\mathrm{A}}: \mathrm{X} \to \mathfrak{L} = (\mathrm{Int}([0,1]), \leq_{\mathrm{Int}})$ such that, for all $\mathrm{x} \in \mathrm{X}$, $\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \in \mathrm{Int}([0,1])$. Here $\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$ is called the membership degree of x in A. The class of interval valued $\mathfrak{L}$-fuzzy sets in X is denoted by $\mathcal{IVFS}(\mathrm{X})$ [2].
The union and the intersection of interval valued $\mathfrak{L}$-fuzzy sets A, B in $\mathcal{IVFS}(\mathrm{X})$ by using $(*)$ reduce to:

$$\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \vee \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\}$$
$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \wedge \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\}$$

Definition 2.6 Let $\mu, \nu \in [0,1]$. The set of all two-element subsets of $[0,1]$ is denoted by

$$M = \{\{\mu, \nu\} | \mu + \nu \leq 1, \mu, \nu \geq 0\}.$$

We say that $\{\mu_1, \nu_1\} \leq_{\mathrm{M}} \{\mu_2, \nu_2\}$ if $\mu_1 \leq \mu_2$ and $\nu_1 \geq \nu_2$. Note that:

$$M \subseteq 2_2^{[0,1]} := \{\{\mu, \nu\} | \mu, \nu \in [0,1]\}$$

, where $2_2^{[0,1]}$ is the set of all two element subsets of $[0,1]$.
By this order, we obtain two operators $\vee$ and $\wedge$:

$$\{\mu_1, \nu_1\} \vee \{\mu_2, \nu_2\} = \{\mu_1 \vee \mu_2, \nu_1 \wedge \nu_2\},$$
$$\{\mu_1, \nu_1\} \wedge \{\mu_2, \nu_2\} = \{\mu_1 \wedge \mu_2, \nu_1 \vee \nu_2\}.$$

Theorem 2.2 $(\mathrm{M}, \leq_{\mathrm{M}})$ is a complete lattice.

Definition 2.7 An intuitionistic fuzzy set A of a universe X is a mapping $\mathrm{M}_{\mathrm{A}}: \mathrm{X} \to \mathrm{M}$, such that, for all $\mathrm{x} \in \mathrm{X}$, $\mathrm{M}_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) = \{\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})\} \in \mathrm{M}$. Here, $\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$ and $\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$ are called the membership degree and the non-membership degree, respectively, of x in A. The class of intuitionistic fuzzy sets in X is denoted by $\mathcal{IFS}(\mathrm{X})$ [3].
The union and the intersection of intuitionistic fuzzy sets A, B in $\mathcal{IFS}(\mathrm{X})$ by using $(*)$ reduce to:

$$\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mathrm{M}_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \vee \mathrm{M}_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\} = \{(\mathrm{x}, \sup(\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})), \inf(\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\},$$
$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mathrm{M}_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{M}_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\} = \{(\mathrm{x}, \inf(\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})), \sup(\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\}.$$

Definition 2.8 Let $\mathfrak{L}$ be an arbitrary complete lattice and $\mu, \nu \in \mathfrak{L}$. The set of all two-element subsets of $\mathfrak{L}$ is denoted by

$$\mathrm{M}^{\mathfrak{L}} = \{\{\mu, \nu\} | \mu \leq_{\mathfrak{L}} \mathrm{N}(\nu)\},$$

where N is a unary evolutive order reversing operator on $\mathfrak{L}$.
In order to make $\mathrm{M}^{\mathfrak{L}}$ a lattice, we define an order such that $\{\mu_1, \nu_1\} \leq_{\mathrm{M}^{\mathfrak{L}}} \{\mu_2, \nu_2\}$ if $\mu_1 \leq_{\mathfrak{L}} \mu_2$ and $\nu_2 \leq_{\mathfrak{L}} \nu_1$. Note that:

$$\mathrm{M}^{\mathfrak{L}} \subseteq 2_2^{\mathfrak{L}} := \{\{\mu, \nu\} | \mu, \nu \in \mathfrak{L}\}$$

By this order, we obtain two operators $\vee$ and $\wedge$:

$$\{\mu_1, \nu_1\} \vee \{\mu_2, \nu_2\} = \{\mu_1 \vee \mu_2, \nu_1 \wedge \nu_2\},$$
$$\{\mu_1, \nu_1\} \wedge \{\mu_2, \nu_2\} = \{\mu_1 \wedge \mu_2, \nu_1 \vee \nu_2\}.$$

Theorem 2.3 $(\mathrm{M}^{\mathfrak{L}}, \leq_{M_{\mathfrak{L}}})$ is a complete lattice.

Definition 2.9 An intuitionistic $\mathfrak{L}$-fuzzy set A of a universe X is a mapping $\mathrm{M}_{\mathrm{A}}^{\mathfrak{L}}: \mathrm{X} \to \mathrm{M}^{\mathfrak{L}}$, such that, for all $\mathrm{x} \in \mathrm{X}$, $\mathrm{M}_{\mathrm{A}}^{\mathfrak{L}}(\mathrm{x}) = \{\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})\} \in \mathrm{M}^{\mathfrak{L}}$. Here $\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$ and $\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x})$ are called the membership degree and the non-membership degree, respectively, of x in A. The class of intuitionistic fuzzy sets in X is denoted by $\mathcal{IFS}_{\mathfrak{L}}(\mathrm{X})$ [10].
The union and the intersection of intuitionistic fuzzy sets by using $(*)$ reduce to:

$$\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mathrm{M}_{\mathrm{A}}^{\mathfrak{L}}(\mathrm{x}) \vee \mathrm{M}_{\mathrm{B}}^{\mathfrak{L}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\} = \{(\mathrm{x}, \sup(\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})), \inf(\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\},$$
$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{(\mathrm{x}, \mathrm{M}_{\mathrm{A}}^{\mathfrak{L}}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{M}_{\mathrm{B}}^{\mathfrak{L}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\} = \{(\mathrm{x}, \inf(\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})), \sup(\nu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \nu_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})) \mid \mathrm{x} \in \mathrm{X}\}.$$

Definition 2.10 Let $\mathrm{M}, \mathrm{N} \in \mathrm{Int}([0,1])$ and $P = \{\{\mathrm{M}, \mathrm{N}\} | \sup \mathrm{M} + \sup \mathrm{N} \leq 1\}$.
We define an order on P that $\{\mathrm{M}_1, \mathrm{N}_1\} \leq_{\mathrm{P}} \{\mathrm{M}_2, \mathrm{N}_2\}$ if $\mathrm{M}_1 \leq_{\mathrm{Int}} \mathrm{M}_2$ and $\mathrm{N}_2 \leq_{\mathrm{Int}} \mathrm{N}_1$.
By this order, we obtain two operators $\vee$ and $\wedge$:

$$\{M_1, N_1\} \vee \{M_2, N_2\} = \{M_1 \vee M_2, N_1 \wedge N_2\},$$
$$\{M_1, N_1\} \wedge \{M_2, N_2\} = \{M_1 \wedge M_2, N_1 \vee N_2\}.$$

Theorem 2.4 $(P, \leq_P)$ is a complete lattice.

Definition 2.11 An interval-valued intuitionistic fuzzy set A in a universe X is a mapping $P_A: X \to P$, such that, for all $x \in X, P_A = \{M_A(x), N_A(x)\} \in P$ and $M_A(x), N_A(x) \in \mathrm{Int}([0,1])$, are satisfied in $\sup M_A(x) + \sup N_A(x) \leq 1$. The class of interval-valued intuitionistic fuzzy sets in X is denoted by $\mathcal{IVIFS}(X)$ [10].

The union and the intersection of A and B in $X\mathcal{IVIFS}(X)$ sets by using $(*)$ reduces to:

$$A \cup B = \{(x, M_A(x) \vee M_A(x), N_A(x) \wedge N_A(x)) \mid x \in X\},$$
$$A \cap B = \{(x, M_A(x) \wedge M_A(x), N_A(x) \vee N_A(x)) \mid x \in X\}.$$

In [4] a very useful formal relationship between $\mathcal{IVFS}$, $\mathcal{IVIFS}$ and $\mathcal{IFS}$ was shown to hold true.

3. Hesitant ℒ-fuzzy sets

Hesitant fuzzy sets are defined in [5-6]. Here in this section we extend fuzzy sets to hesitant ℒ-fuzzy sets where ℒ is a complete lattice and will prove some primary results that we are going to use in our later research.

Definition 3.1 Let $(\mathfrak{L}, \leq_{\mathfrak{L}})$ be a complete lattice. The order $\leq_{2^{\mathfrak{L}}}$ on $2^{\mathfrak{L}}$, the power set of $\mathfrak{L}$, is define as follows:

$$A \leq_{2^{\mathfrak{L}}} B \Leftrightarrow \inf(A) \leq_{\mathfrak{L}} \inf(B) \text{ and } \sup(A) \leq_{\mathfrak{L}} \sup(B) \quad \forall A, B \in 2^{\mathfrak{L}}.$$

Theorem 3.1 $\left(2^{\mathfrak{L}}, \leq_{2^{\mathfrak{L}}}\right)$ is a complete lattice.

Definition 3.2 Let X denote a universal set. Then an hesitant ℒ-fuzzy set H of X is a mapping

$$H: X \to 2^{\mathfrak{L}}$$
$$x \longmapsto H(x).$$

The value $H(x)$ denotes the membership degree of x in H. The class of hesitant ℒ-fuzzy sets will be denoted by $H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.

If $\mathfrak{L} = [0,1]$ then the above definition reduces to that notion of hesitant fuzzy sets presented by V. Torra [5].

Definition 3.3 Let X be a universal set, then, the empty hesitant set, the full hesitant set, the set to represent complete ignorance for x and the nonsense set are defined as follows:

- Empty set: $H(x) = \{\inf \mathfrak{L}\} \ \forall x \in X.$
- Full set: $H(x) = \{\sup \mathfrak{L}\} \ \forall x \in X.$
- Complete ignorance set: $H(x) = \mathfrak{L} \ \exists x \in X.$
- nonsense set: $H(x) = \emptyset \ \exists x \in X.$

To define union and intersection of two hesitant ℒ-fuzzy set we need some operations that will come in the sequel.

Definition 3.4 Let H be an hesitant ℒ-fuzzy set of X. Its lower and upper bound is defined, respectively, as follows:

$$\underline{H}(x) \coloneqq \inf H(x) \quad \text{and} \quad \overline{H}(x) \coloneqq \sup H(x).$$

Definition 3.5 The α-level set of an hesitant ℒ-fuzzy set A in a universe X is defined as ordinary subsets of X:

$$H_\alpha = \left\{x \in X \mid \alpha \leq_{2^{\mathfrak{L}}} \mu_H(x)\right\}, \forall \alpha \in 2^{\mathfrak{L}}$$

Definition 3.6 Let $\alpha \in \mathfrak{L}$. The α-lower bound and α-upper bound of x on an hesitant ℒ-fuzzy set A is defined as following ordinary subsets of H:

$$\underline{H}_\alpha = \{h \in H(x) \mid h \leq_{\mathfrak{L}} \alpha\},$$
$$\overline{H}_\alpha = \{h \in H(x) \mid \alpha \leq_{\mathfrak{L}} h\}.$$

Definition 3.7 The union and the intersection of two hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy sets H_1 and H_1 of X are given by, for all $x \in X$,

$$H_1 \cup H_2(x) = \overline{(H_1(x) \cup H_2(x))}_\alpha \quad \text{for } \alpha = \max(\underline{H_1}(x), \underline{H_2}(x))$$

$$H_1 \cap H_2(x) = \underline{(H_1(x) \cup H_2(x))}_\alpha \quad \text{for } \alpha = \min(\overline{H_1}(x), \overline{H_2}(x))$$

Example 3.1 Let $X = \{1,2,3,4\}$ be a universal set and $\mathfrak{L} = [0,1]$. Consider H_1 and H_2 as follows:

$$H_1 = \left\{\frac{1}{\{0.2\}}, \frac{2}{\{0.1, 0.3\}}, \frac{3}{[0.2,0.6]}, \frac{4}{\{0.3, [0.4, 0.5]\}}\right\},$$
$$H_2 = \left\{\frac{1}{\{0.1, 0.6\}}, \frac{2}{[0.3,0.7]}, \frac{3}{\{0.6\}}, \frac{4}{\{[0.3,0.5], [0.4, 0.6]\}}\right\}.$$

$\underline{H_1}(1) = \inf H_1(1) = 0.2$, $\underline{H_1}(2) = 0.1$, $\underline{H_1}(3) = 0.2$, $\underline{H_1}(4) = 0.3$, $\underline{H_2}(1) = 0.1$, $\underline{H_2}(2) = 0.3$, $\underline{H_2}(3) = 0.6$, $\underline{H_2}(4) = 0.3$ and $\alpha = \max\left(\underline{H_1}(1), \underline{H_2}(1)\right) = 0.2$,

$(H_1 \cup H_2)(1) = \overline{(H_1(1) \cup H_2(1))}_{0.2} = \{h \in H_1(1) \cup H_2(1) \mid 0.2 \leq h\} = \{0.2,0.6\}$, $(H_1 \cup H_2)(2) = \{0.3, [0.3,0.7]\}$, $(H_1 \cup H_2)(3) = \{0.6\}$, $(H_1 \cup H_2)(4) = \{0.3, [0.3,0.5], [0.4,0.5], [0.4,0.5]\}$.

$$H_1 \cup H_2 = \left\{\frac{1}{\{0.2,0.6\}}, \frac{2}{\{0.3, [0.3,0.7]\}}, \frac{3}{\{0.6\}}, \frac{4}{\{0.3, [0.3,0.5], [0.4,0.5], [0.4,0.5]\}}\right\}$$

Similarly:

$$H_1 \cap H_2 = \left\{\frac{1}{\{0.1,0.2\}}, \frac{2}{\{0.1,0.3, [0.3,0.7]\}}, \frac{3}{[0.2,0.6]}, \frac{4}{\{0.3, [0.3,0.5], [0.4, 0.5], [0.4,0.6]\}}\right\}.$$

In the following we show that hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy sets are general enough to be studied and used in application.

Theorem 3.2 Let X denote a universal set and $(\mathfrak{L}, \leq_{\mathfrak{L}})$ be a complete lattice. Then:

- $\mathcal{F}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IVFS}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IVFS}_{\mathfrak{L}}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IFS}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IFS}_{\mathfrak{L}}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IVIFS}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.
- $\mathcal{IVIFS}_{\mathfrak{L}}(X) \subseteq H\mathcal{F}_{\mathfrak{L}}(X)$.

4. Conclusion

The concept of hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy set was discussed in this paper. After that, some relationship between interval valued fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets and hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy sets were studied. Recently, the concepts of level sets, resolution identity and extension principle for interval valued fuzzy sets were discussed in [11] jointly by the authors of this paper. In the future work these concepts and more related topics such as representation theorem are studied on hesitant $\mathfrak{L}$-fuzzy sets.

5. Acknowledgement

The first author is supported by the Fuzzy Systems and Applications Center of Excellence, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

REFERENCES

[1] L. Zadeh, ***Fuzzy sets,*** Information and control, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
[2] R. Sambuc, ***Fonctions U-floues. Application a' l'aide au diagnostic en pathologie thyroidienne***, Ph.D. Thesis, Universite deMarseille, France, 1975.
[3] K. Atanassov, ***intuitionistic fuzzy sets***, Fuzzy Sets and Systems, vol. 20, pp. 87-96, 1986.
[4] G. Deschrijver and E. E. Kerre, ***On the position of intuitionistic fuzzy set theory in the framework of theories modelling imprecision***, Inf. Sci., vol. 177, pp. 1860-1866, 2007.
[5] V. Torra, ***Hesitant fuzzy sets***, International Journal of Intelligent Systems, published online: March 2010, DOI: 10.1002/int.20418.
[6] V. Torra and Y. Narukawa, ***On Hesitant Fuzzy Sets and Decision***, Proc. FUZZ-IEEE, (ISBN: 978-1-4244-3597-5), Jeju Island, Korea, pp. 1378 -1382, August 2009.
[7] J. A. Goguen, ***L-fuzzy sets***, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 18, pp. 145-174, 1967.
[8] H. Nguyen and E. Walker, ***A first course in fuzzy logic***,CRC Press, 2006.
[9] M. Gehrke, C. Walker and E. Walker, ***Some Comments on Interval Valued Fuzzy Sets***!, structure, vol. 1, pp. 751-759, 1996.
[10] K. Atanassov, ***Intuitionistic fuzzy sets: Physica-Verlag Heidelberg***, Germany, 1999.
[11] S. Rivaz, E. Valipour, A. Dehmiry, M. Mashinchi, ***Resolution Identity for Interval Valued and Intuitionistic Fuzzy Sets***, presented at the Applied Mathematics Conference, Zahedan, Iran, 2010.

SAYED ALI REZA HOSSEINI. DEHMIRY*, DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, IRAN
E-mail address : **dehmiry@vru.ac.ir**

MASHAALLAH MASHINCHI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE, SHAHID BAHONAR UNIVERSITY OF KERMAN, IRAN
E-mail address : **mashinchi@mail.uk.ac.ir**

*SPEAKER

BAIR'S THEOREM FOR FUZZY METRIC SPACE AND ITS APPLICATION

HAMID REZA REISI, MONA NABIEI

ABSTRACT. In this paper we using the idea of fuzzy sets and prove the another version of Baire's theorem in fuzzy metric space due to Hu Cheng-Ming [2]. Later afterwards introduce definition of fuzzy Baire measurability, then, state and prove some results of this notion, in using to the automatic continuity of some fuzzy group homomorphisms.

1. Introduction

The notion of fuzzy sets was introduced by Zadeh [8] in 1965. Since then to use this concept in topology and analysis, many authors have expansively developed the theory of fuzzy sets and applications. Park[6] defined the notion of fuzzy metric spaces with the help of continuous t-norm and continuous t-conorm as a generalization of fuzzy metric space due to George and Veeramani [3] and introduced the notion of Cauchy sequences in an fuzzy metric space and proved the Baire's theorem. In this paper we using the idea of fuzzy sets, prove the another version of Baire's theorem in fuzzy metric space due to Hu Cheng-Ming [2]. Later afterwards introduce definition of fuzzy-Baire measurability, then, state and prove some results of this notion, in using to the automatic continuity of some group homomorphisms.

2. Fuzzy Baire's Theorem

Let us first recall some notations and definitions:

A fuzzy set in X is a function with domain X and values in $I = [0,1]$. A fuzzy set in X is called a fuzzy point if it takes the value 0 for all y in X except one, say x in X. If its valet x is a $(0 < a \leq 1)$, this fuzzy point is denoted by P_x^a [7]. For a family $\{A_j\}$ of fuzzy sets in X, $\bigvee A_j$ (union) and $\bigwedge A_j$ (intersection) are tow fuzzy sets in X, that is defined by $\bigvee A_j(x) = \sup A_j(x)$ and $\bigwedge A_j(x) = \inf A_j(x)$ for every $x \in X$. The complement (Ac) of fuzzy set A in X is a fuzzy set in X, that is defined by $Ac(x) = 1 - A(x)$ for every $x \in X$. A fuzzy set A in X is contained in a fuzzy set B in X denoted $A \leq B$ if $A(x) \leq B(x)$ for every $x \in \mathrm{X}$. A family δ of fuzzy sets in X is called a fuzzy topology for X if it satisfies[1]:

1) $\phi, X \in \delta$,
2) $\forall A, B \in \delta$ then $A \wedge B \in \delta$,
3) $\forall (A_j)_{j \in J} \in \delta$ then, $\bigvee A_j \in \delta$.

A fuzzy set A in x is said to be a quasi-coincident with a fuzz set B in X, denoted by AqB, if there is $x \in X$ such that $A(x) + B(x) > 1$. To define fuzzy metric space, at first we denote by P_0 , P and P_* respectively, the sets $\{P_x^a : x \in X, a \in (0,1)\}$, $P_0 \cup \{P_x^1 : x \in X\}$ and $P \cup \{P_x^0 : x \in X\}$.

2.1. Definition. A fuzzy metric on a set X is the mapping $d: P_* \times P_* \longrightarrow [0, \infty)$ which it is continuous respect to any membership grade, and satisfies the following axioms

1) If $P_y^b \leq P_x^a$, then $d(P_x^a, P_y^b) = 0$
2) $d(P_x^a, P_z^c) \leq d(P_x^a, P_y^b) + d(P_y^b, P_z^c)$
3) $d(P_x^a, P_y^b) = d(P_y^{1-b}, P_x^{1-a})$
4) If $P_y^b \not\leq P_a^x$, then $d(P_x^a, P_y^b) > 0$

for all $P_x^a, P_y^b, P_z^c \in P_*$. The mapping d is call continuous respect to any membership grade if for every fuzzy point $P_x^a \in P_0$ and $\varepsilon > 0$ there is a $\delta > 0$ such that $|b - a| < \delta$ implise $d(P_x^a, P_y^b) < \varepsilon$. The pair (X, d) is called fuzzy metric space [2].

2.2. Definition. let d be a fuzzy metric on a set X, then for any $P_x^a \in P_*$ and $\varepsilon > 0$, the fuzzy set $B_\varepsilon(P_x^a) = \bigvee \{P_y^b : d(P_x^a, P_y^b) < \varepsilon\}$ is called an ε-open ball of P_x^a.

Key words and phrases: Fuzzy set, Baire's theorem, Fuzzy metric space, Fuzzy Baire measurability, Automatic continuity, Fuzzy group homomorphisms.

2.3. Definition. A fuzzy set A of a fuzzy metric space (X,d) is called fuzzy open if for every $P_x^a \in A$, there exists a $r>0$ such that $B_r(P_x^a) \leq A$. A fuzzy set A is called a neighborhood of a fuzzy point P_x^a, if there is an open fuzzy set B in X such that, $P_x^a \in B \leq A$. A fuzzy set A is called fuzzy closed if its complement be a fuzzy open set. So we can define a fuzzy topological space by defining as a collection of all fuzzy open subset of a space X.

2.4. Theorem. Let (X,d) be a fuzzy metric space, then for any $P_x^a \in P$ and $\varepsilon>0$, the fuzzy set $B_\varepsilon(P_x^a)$ is an open neighborhood of point P_x^a.

Let $\mathcal{U}$ be a neighborhood system of a fuzzy point P in fuzzy topological space (X,δ). A subfamily $\mathcal{B}$ of $\mathcal{U}$ is called a neighborhood base of $\mathcal{U}$, if for each $A \in \mathcal{U}$ there is a member $B \in \mathcal{B}$ such that $B \leq A$. A fuzzy topological space (X,δ) is said C_1 space if each fuzzy point in (X,δ), has a countable neighborhood base[7].
Every fuzzy metric space (X,d) is a C_1 space, because family $\{B_{\frac{1}{n}}(P)\}$ is a base for neighborhood system of a fuzzy point P. Therefore, the following theorem is proved.

2.5. Theorem. Every fuzzy metric space is a C_1 space [2].

For C_1 space you can see [7]. In following

2.6. Definition. Let A be a fuzzy set and P_x^a be a fuzzy point in a fuzzy metric space (X,d).
1) A fuzzy point P_x^a is called an adherence point of A, if $B_\varepsilon(P_x^{1-a})qA$, for any $\varepsilon>0$ and denoted the union of all adherence points of A by $\bar{A}$ and called the closure of A.
2) A fuzzy point P_x^a is an accumulation point of A, if P_x^a is an adherence point of A and for any $\varepsilon>0$, we have $B_\varepsilon(P_x^{1-a})qA$, at some point different from x, whenever $P_x^a \in A$.

A sequence in X, is a mapping $S:\mathbb{N} \longrightarrow P_0$ from the set of the natural numbers to the set of the fuzzy points [4]. If for every $n \in \mathbb{N}$, $a_n \in (0,1)$ and $x_n \in X$, then $\{P_{x_n}^{a_n}\}_{n\in\mathbb{N}}$ is a sequence of fuzzy point in X.

2.7. Definition. A sequence $\{P_{x_n}^{a_n}\}$ of the fuzzy points in a fuzzy metric space (X,d), converges to a fuzzy point p_x^a, if for any $\varepsilon>0$ there is a $N \in \mathbb{N}$ such that for all $n \geq N$, $d\left(P_x^a, P_{x_n}^{a_n}\right) < \mathcal{E}$. We denote this convergence by $F-lim_{\mathbb{N}} P_{x_n}^{a_n} = P_x^a$.

2.8. Theorem. Let (X,δ) be a fuzzy C_1 space, A be a fuzzy set in X, and P_x^a be a fuzzy point in X, then $P_x^a \in \bar{A}$ if and only if there is a fuzzy sequence in A, converges to a fuzzy point P_x^a.

Since any fuzzy metric space is a C_1 space, theorem 3.1 is true for every fuzzy metric space.

2.9. Definition. A sequence $\{P_{x_n}^{a_n}\}$ of fuzzy points in a fuzzy metric space (X,d) is a Cauchy sequence if for each $\varepsilon>0$, there is a $N \in \mathbb{N}$, such that for every $m,n \geq N$, $d(P_{x_n}^{a_n}, P_{x_m}^{a_m}) < \varepsilon$.

2.10. Definition. A fuzzy metric space (X,d) is called a complete fuzzy metric space, if every Cauchy sequence in X converges.

2.11. Definition. Let (X,d) be a fuzzy metric space, we say a fuzzy set A is dense in X, if $\bar{A}=X$.

2.12. Theorem. A fuzzy set A is dense in a fuzzy metric space (X,d) if and only if for each $\varepsilon>0$ and each fuzzy point P_x^a in X, we have $B_\varepsilon(P_x^{1-a})qA$.
Proof. Let the fuzzy set A is dense in the fuzzy metric space (X,d), since every fuzzy point P_x^a in X is belong to $\bar{A}$, thus for every $\varepsilon>0$, $B_\varepsilon(P_x^{1-a})qA$.

Now, let for each $\varepsilon > 0$ and each fuzzy point P_x^a in X, $B_\varepsilon(P_x^{1-a})qA$. We prove $X \leq \bar{A}$. If P_x^a is an arbitrary fuzzy point in X, by hypothesis, $P_x^a \in \bar{A}$.□

2.13. Corollary. A fuzzy set A is dense in a fuzzy metric space (X,d), if and only if every non empty open fuzzy set in X is quasi-coincident with A.
Proof. By using theorem2.12 and in view of the definition of open fuzzy set, the proof is obvious.□

2.14. Definition. Tow fuzzy set A,B in X are said to be intersecting if there is a point $x \in X$ such that $(A \wedge B)(x) \neq 0$ [5]. It is clear that, if AqB, then $(A \wedge B)(x) \neq 0$.

2.15. Theorem. (Fuzzy Baire's theorem) Let (X,d) be a complete fuzzy metric space which it satisfies in the following condition:
If AqB then there is a $x \in X$ such that $(A \wedge B)(x) > \frac{1}{2}$.
Then the countable intersection of any dense fuzzy open sets, is dense in X.

Proof. By hypothesis, every tow intersecting fuzzy sets in X, are quasi-coincident. Thus if $\{B_n\}$ is a sequence of dense open fuzzy sets in X, and B_0 is a non empty arbitrary open fuzzy set in X, its enough to prove that $B_0 \wedge (\wedge B_n) \neq 0$.
Since B_0 is an fuzzy open set and B_1 is a dense fuzzy set in X, then $B_1 \wedge B_0 \neq 0$, thus there is a fuzzy point $P_{x_1}^{a_1}$ in X such that
1) $P_{x_1}^{a_1} \in B_1 \wedge B_0$;
2) $1 - (B_1 \wedge B_0)(x_1) < a_1 < \frac{1}{2}$.
But $B_1 \wedge B_0$ is open, therefore, there is a $0 < r_1 < \frac{1}{2}$ such that $\overline{B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1})} \leq B_1 \wedge B_0$. Since $B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1})$ is a fuzzy open set and B_2 is dense in X, $B_2 \wedge B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1}) \neq 0$. Thus, there is a fuzzy point $P_{x_2}^{a_2}$ in X such that
1) $P_{x_2}^{a_2} \in B_2 \wedge B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1})$;
2) $1 - \left(B_2 \wedge B_{r_1}\left(P_{x_1}^{a_1}\right)\right)(x_2) < a_2 < \frac{1}{2}$.
But, $B_2 \wedge B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1})$ is a fuzzy open set. Thus, there is a $0 < r_2 < \frac{1}{2^2}$ such that $\overline{B_{r_2}(P_{x_2}^{a_2})} \leq B_2 \wedge B_{r_1}(P_{x_1}^{a_1})$.
By continuing this argument, we obtain the nested balls $B_{r_n}(P_{x_n}^{a_n})$ and a sequence $\{P_{x_n}^{a_n}\}$, such that $P_{x_n}^{a_n}, P_{x_n}^{1-a_n} \in B_{r_N}(P_{x_N}^{a_N})$ for each $n \geq N$. Now for given $\varepsilon > 0$, there is a $N \in \mathbb{N}$, such that $\frac{1}{2^{N-1}} < \varepsilon$ and for all $m,n \geq N$
$d(P_{x_n}^{a_n}, P_{x_m}^{a_m}) \leq d(P_{x_n}^{a_n}, P_{x_N}^{a_N}) + d(P_{x_N}^{a_N}, P_{x_m}^{a_m}) \leq d(P_{x_n}^{a_n}, P_{x_N}^{1-a_N}) + d(P_{x_N}^{a_N}, P_{x_m}^{a_m})$
$= d(P_{x_N}^{a_N}, P_{x_n}^{1-a_n}) + d\left(P_{x_N}^{a_N}, P_{x_m}^{a_m}\right)$
$< r_N + r_N < \frac{1}{2^{N-1}} < E.$
Therefore $\{P_{x_n}^{a_n}\}$ is a Cauchy sequence. Completeness of X implies that there is a fuzzy point P_x^a, such that $F - lim_{\mathbb{N}} P_{x_n}^{a_n} = P_x^a$. But $P_{x_n}^{a_n} \in \overline{B_{r_k}(P_{x_k}^{a_k})}$ for all $n \geq k$. Hence

$$P_x^a \in \overline{B_{r_n}(P_{x_n}^{a_n})} \leq \overline{B_{r_{n-1}}(P_{x_{n-1}}^{a_{n-1}})} \wedge B_{n-1},$$

for all $n \in \mathbb{N}$, so $P_x^a \in B_0 \wedge (\wedge B_n)$ and hence $B_0 \wedge (\wedge B_n) \neq 0$.□

3. Fuzzy Baire Measurability and Fuzzy Continuity

It is classical exercise to find all the continuous homomorphisms from the real line as a group with its summation, onto itself. So if we want to have automatic continuity, we must ask stronger conditions on the homomorphism. In this section we consider a fuzzy separable topological group which has compatible fuzzy metric and verifying some conditions to answer to this question.

Question. Let $f: X \to Y$ be a fuzzy group homomorphism, where X and $Y$are actually fuzzy separable topological group which have compatible complete fuzzy metrics. What conditions could make f continuous?

3.1. Definition. Let A be a fuzzy set in a fuzzy metric space (X, d). We say that A is fuzzy meager if it is included in a countable union of fuzzy nowhere dense sets in X. (i.e. A is a fuzzy set contained in a countable union of closed fuzzy sets, each of them having an empty interior). Taking the complementary, we say A is a fuzzy comeager, if it contains a countable union of dense fuzzy open sets.

Under the hypothesis of theorem 2.15. every fuzzy comeager set in X, is dense and equivalently, every fuzzy meager set in X, is of empty interior. In particular, this implies that in this space, a fuzzy set A cannot be fuzzy meager and fuzzy comeager at the same time.

3.2. Definition. Let (X, d) be a fuzzy separable complete metric space. A fuzzy set A in X is called fuzzy Baire measurable if there exists an fuzzy open set U so that $(U \wedge Ac) \vee (A \wedge Uc)$ is fuzzy meager.

Note that, under the hypothesis of theorem 2.15., one can prove that the collection of all fuzzy Baire measurable set in X, is a σ-algebra.

3.3. Definition. Let (X, d) be a fuzzy separable complete metric space. We denoted by $U(A)$, the greatest fuzzy open set in which A is comeager. It exists by taking the union of open sets in which A is comeager, and using theorem 2.15.

3.4. Lemma. Let (X, d) be a fuzzy separable topological group which has compatible complete fuzzy metric, which it satisfies in the following condition:
If AqB then there is a $x \in X$ such that $(A \wedge B)(x) > \frac{1}{2}$,
Then for every fuzzy Baire measurable sets A and B in X, $U(A) \cdot U(B) \leq A \cdot B$.

Proof. Let us first notice that, as the multiplication by a fixed P_x^a and inversion are homomorphisms, we have $P_x^a U(A) \leq U(P_x^a A)$ and $U(A^{-1}) \leq U(A)^{-1}$. Now, if A and B are fuzzy sets in X.
Let $P_z^t \in U(A) \cdot U(B)$. Then the right hand of $P_z^t U(B)^{-1} \cap U(A) \leq U(P_z^t B^{-1}) \cap U(A)$ is a nonempty fuzzy open dense set in X, which $P_z^t B^{-1} \cap A$ is comeager, thus nonempty by theorem2.15. But this means , $U(A) \cdot U(B) \leq A \cdot B$.□

3.5. Lemma. Let (X, d) and (Y, d') be fuzzy separable topological groups which have compatible complete fuzzy metrics which satisfy in the condition of lemma.3.4, and $f: X \to Y$ be a homomorphism. Then the inverse image of any fuzzy open set in Y, is either non-fuzzy meager or empty in X.

Proof. Suppose it were not the case: Let $V \leq Y$ be a fuzzy open set so that $f^{-1}(V)$ is meager and not empty. We have $X = \vee x f^{-1}(V)$ so that

$$f(X) = \vee f(x) \cdot f(f^{-1}(V)) \leq \vee f(x) \cdot V,$$

By separability of X and Y, we find sequence $\{P_{x_n}^{a_n}\}$ so that $f(X) \leq \vee f(P_{x_n}^{a_n}) \cdot V$, and then

$$X = f^{-1}(f(X)) = \vee f^{-1}(f(P_{x_n}^{a_n}) \cdot V) = \vee P_{x_n}^{a_n} \cdot f^{-1}(V) \ .$$

But as $f^{-1}(V)$ is meager, X would be meager, a contradiction to Fuzzy Bair theorem. □

3.6. Definition. Let (X, d) and (Y, d') be tow fuzzy separable topological group which have compatible complete fuzzy metrics which satisfy in the condition of lemma.3.4. A function $f: X \to Y$ is fuzzy Baire measurable (fuzzy continuous) if for every fuzzy open set U in Y, $f^{-1}(U)$ is Baire measurable (fuzzy open) in X.

3.7. Theorem. Let (X, d) and (Y, d') be fuzzy separable topological groups which have compatible complete fuzzy metrics. Then every fuzzy Baire measurable homomorphism between them is fuzzy continuous.

Proof. Let $f: X \to Y$ be a fuzzy Baire measurable homomorphism, we wish to prove that the inverse image of any fuzzy open set is fuzzy open. By homogeneity it suffices to prove that the inverse image of any fuzzy open neighborhood of $P_{1_Y}^a$ is a neighborhood of 1_X. So let V be a fuzzy open set containing 1_Y. By the continuity of group operations we find an fuzzy open neighborhood W of 1_Y so that $W \cdot W^{-1} \leq V$. By lemma 3.5. $f^{-1}(W)$ cannot be meager, as it is Baire measurable, $U(f^{-1}(W))$ is not empty. But then

$$P_{1_Y}^a \in U(f^{-1}(W)) \cdot \left(f^{-1}(W)\right)^{-1} \leq U(f^{-1}(W)) \cdot U(f^{-1}(W)^{-1})$$

But by lemma3.4. $U(f^{-1}(W)) \cdot U(f^{-1}(W)^{-1}) \leq f^{-1}(W) \cdot f^{-1}(W)^{-1} \leq f^{-1}(W \cdot W^{-1}) \leq f^{-1}(V)$, which is thus a fuzzy open neighborhood of 1_Y.□

REFERENCES

[1] C.L.Chang, *fuzzy topological space*, J.Math.Anal.Appl.24(1968), 182-189.
[2] Hu Cheng-Ming, *A metrization of fuzzy topological space,* Nature J.4(1988),554.
[3] A. George, P. Veeramani, *On some results in fuzzy metric spaces,* fuzzy sets and systems 64, (1994)393-399.
[4] D.N.Jeorgiu, B.K.Papadopoulos, *Convergences in fuzzy topological space*, fuzzy sets and systems 101, (1999)495-594.
[5] R.Lowen, *convergence floue*, C.R.Acad.Sci.Paris280.
[6] J. H. Park, *Intuitionstic fuzzy metric spaces*, Chaos, Solitons & Fractals 22 (2004)1039-1046.
[7] C.K.Wong, *fuzzy points and local properties of fuzzy topology*, J.Math.Anal.Appl.46(1974), 316-328.
[8] L.A.Zadeh, *fuzzy set*, information and control 8(1965), 338-353.

HAMID REZA REISI *, Department of Mathematics, Shahid Beheshti University, Evin, Tehran, IRAN, 1983963113.
E-mail address: **hamidreza.reisi@gmail.com**

MONA NABIEI, Department of Mathematics, Shahid Beheshti University, Evin, Tehran, IRAN, 1983963113.
E-mail address: **mona_nabiei@yahoo.com**

* SPEAKER

BL-GENERAL FUZZY AUTOMATA

KH. ABOLPOUR, M. M. ZAHEDI

ABSTRACT. In this note, first we define a BL-algebra on a nonempty set Q, and then we study some properties of it. Then we define the BL-general fuzzy automata (BL-GFA), by using the notions of B-algebra and general fuzzy automata. Finally we study briefly some properties of this structure according to the entrance strings.

1. Introduction

Automata have a long history both in theory and application. Automata are the prime example of general computational over discrete spaces. Fuzzy automata (general) and their counterparts fuzzy grammars, combine the capabilities of automata and language theory with fuzzy logic in an elegant way. BL-algebras have been invented by P. Hajek in order to provide an algebraic proof of the completeness of "Basic Logic" (BL, for short). It is arisen from the continuous triangular norms, familiar in the fuzzy logic framework. Now we follow all of them and BL-general fuzzy automata by definition of BL-algebra, and obtain some related results.

2. Preliminaries

2.1. Definition. **[3]** A general fuzzy automaton (GFA) $\tilde{F}$ is an eight-tuple machine denoted as $\tilde{F} = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \tilde{\delta}, \omega, F_1, F_2)$, where (i) Q is a finite set of states, $Q = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$, (ii) Σ is a finite set of input symbols, $\Sigma = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$, (iii) $\tilde{R}$ is the set of fuzzy start states, $\tilde{R} \subseteq \tilde{P}(Q)$, (iv) Z is a finite set of output symbols, $Z = \{b_1, b_2, ..., b_k\}$, (v) $\omega : Q \to Z$ is the output function, (vi) $\tilde{\delta} : (Q \times [0,1]) \times \Sigma \times Q \to [0,1]$ is the augmented transition function, (vii) $F_1 : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ is called membership assignment function. Function $F_1(\mu, \delta)$ as is seen, is motivated by two parameters μ and δ, where μ is the membership value of a predecessor and δ is the weight of a transition. In this definition, the process that takes place upon the transition from state q_i to q_j on input a_k is represented as:

$$\mu^{t+1}(q_j) = \tilde{\delta}((q_i, \mu^t(q_i)), a_k, q_j) = F_1(\mu^t(q_i), \tilde{\delta}(q_i, a_k, q_j)).$$

Which means that membership value (mv) of the state q_i at time t+1 is computed by function F_1 using both the membership value of q_i at time t and the weight of the transition.

There are many options which can be used for the function $F_1(\mu, \delta)$. It can be for example $\max\{\mu, \delta\}$, $\min\{\mu, \delta\}$, $\frac{\mu + \delta}{2}$ or any other applicable mathematical function.

(Viii) $F_2 : [0,1]^* \to [0,1]$: Is called multi- membership resolution function.

The multi-membership resolution function resolves the multi-membership active states and assigns a single membership value to them.

We let $Q_{act}(t_i)$ be the set of all active at time t_i, $\forall i \geq 0$. We have $Q_{act}(t_0) = \tilde{R}$ and $Q_{act}(t_i) = \{(q, \mu^{t_i}(q) : \exists q' \in Q_{act}(t_{i-1}), \exists a \in \Sigma, \delta(q', a, q) \in \Delta\}, \forall i \geq 1$. Since $Q_{act}(t_i)$ is a fuzzy set, to show that a state q belongs to $Q_{act}(t_i)$ and T is a subset of $Q_{act}(t_i)$, we should write: $q \in$ Domain $(Q_{act}(t_i))$ and $T \subseteq$ Domain $(Q_{act}(t_i))$.

Hereafter, we simply denote them as:

$q \in Q_{act}(t_i)$ and $T \subseteq Q_{act}(t_i)$.

Key words and phrases: BL-algebra; General Fuzzy Automata; Filter; Derivation; Active State Set.

The combination of the operations of function F_1 and F_2 on a multi-membership state q_j will lead to the multi-membership resolution algorithm.

2.2. Definition. **[4]** A BL-algebra is algebra $(A,\wedge,\vee,*,\rightarrow,0,1)$ with four binary operations $\wedge,\vee,*,\rightarrow$, and two constants 0, 1 such that:
(BL1) $(A,\wedge,\vee,0,1)$ is a bounded lattice
(BL2) $(A,*,1)$ is a commutative monoid,
(BL3) $*$ and $\rightarrow$ form an adjoint pair, i. e, $c \le a \rightarrow b$ if and only if $a * c \le b$ for all $a,b,c \in A$,
(BL4) $a \wedge b = a * (a \rightarrow b)$,
(BL5) $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a) = 1$.

2.3. Definition. **[4]** A BL-algebra is called Gödel algebra,
if $a^2 = a * a = a$ for all $a \in A$ and BL-algebra, is called an MV-algebra if $(x^-)^- = x$ or equivalently $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x$, for all $x, y \in A$, where $x^- = x \rightarrow 0$.

2.4. Definition. **[4]** A filter of a BL-algebra A is a nonempty subset F of A such that for all $a, b \in A$, we have
(1) $a, b \in F$ Implies $a * b \in F$,
(2) $a \in F$ and $a \le b$ imply $b \in F$.

2.5. Definition. **[9]** A nonempty subset D of a BL-algebra A is called deductive system if
(a) $1 \in D$,
(b) if $x \in D$ and $x \rightarrow y \in D$, then $y \in D$, for all $x, y \in A$.

2.6. Proposition. **[9]** A nonempty subset F of a BL-algebra A is a deductive system if and only if F is a filter of A.

3. BL-general fuzzy automata

3.1. Theorem. Let Q be a nonempty set. Then $(P(Q), \subseteq, \bigcap, \bigcup, \phi, Q)$ is a BL-algebra where $P(Q)$ is a power set of Q.
Sketch of proof. We define $Q_1 * Q_2 = \inf\{Q_1, Q_2\} = Q_1 \bigcap Q_2$ for all $Q_1, Q_2 \in P(Q)$ and

$$Q_1 \rightarrow Q_2 = \begin{cases} Q_1, & if \quad Q_1 \subseteq Q_2 \\ Q_2 \bigcup Q_1', & otherwise. \end{cases}$$

According to definition of $*$ and $\rightarrow$ it is clear that $(P(Q), \subseteq, \bigcap, \bigcup, \phi, Q)$ is a BL-algebra.

3.2. Lemma. The BL-algebra $(P(Q), \subseteq, \bigcap, \bigcup, \phi, Q)$ is a Gödel algebra and MV-algebra.
Proof. It is clear.

3.3. Theorem. Let $F = \{Q, Q_i\}$, where $Q_i \in P(Q)$ and $|Q| = n, |Q_i| = n-1$. Then F is a filter of $(P(Q), \subseteq, \bigcap, \bigcup, \phi, Q)$.
Proof. It is clear.

3.4. Definition. Let $\widetilde{F} = (Q, \Sigma, \widetilde{R}, Z, \widetilde{\delta}, \omega, F_1, F_2)$ be a general fuzzy automaton and $\overline{Q} = (P(Q), \subseteq, \bigcap, \bigcup, \phi, Q)$ be a BL-algebra in Theorem 2. 1. We define the BL-GFA as ten-tuple machine denoted with $\widetilde{F}_l = (\overline{Q}, \Sigma, \widetilde{R} = (\{q_0\}, \mu^{t_0}(\{q_0\})), \overline{Z}, \omega_l, \delta_l, f_l, \widetilde{\delta}_l, F_1, F_2)$ where,

(i) $\overline{Q} = P(Q)$ is a finite set of states,
(ii) Σ is a finite set of input symbols,
(iii) $\tilde{R}$ is the set of fuzzy start states,
(iv) $\overline{Z}$ is a finite set of output symbols where $\overline{Z}$ is a power set of Z,
(v) $\omega_l : \overline{Q} \to \overline{Z}$ is the output function defined by: $\omega_l(Q_i) = \bigcup_{q \in Q_i} \omega(q)$,

(vi) $\delta_l : \overline{Q} \times \Sigma \times \overline{Q} \to [0,1]$ is the transition function defined by:

$\delta_l(\{p\}, a, \{q\}) = \delta(p, a, q)$ and $\delta_l(Q_i, a, Q_j) = \vee_{q_i \in Q_i, q_j \in Q_j} \delta(q_i, a, q_j)$ for all $Q_i, Q_j \in P(Q)$ and $a \in \Sigma$,

(vii) $f_l : \overline{Q} \times \Sigma \to \overline{Q}$ is the next state map defined by:

$$f_l(Q_i, a) = \bigcup_{q_i \in Q_i} \{q_j : \delta(q_i, a, q_j) \in \Delta\},$$

(viii) $\tilde{\delta}_l : (\overline{Q}, [0,1]) \times \Sigma \times \overline{Q} \to [0,1]$ is the augmented transition function defined by:

$$\tilde{\delta}_l((Q_i, \mu^t(Q_i)), a, Q_j) = F_1(\mu^t(Q_i), \delta_l(Q_i, a, Q_j)),$$

(ix) $F_1 : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ is called membership assignment function,
(x) $F_2 : [0,1]^* \to [0,1]$: Is called multi- membership resolution function.

3. 5. Remark. We let $\phi \xrightarrow{\Lambda, 0} \{q_0\}$ and $Q_i = Q_{act}(t_i)$ if and only if Q_i contains the active states of GFA at time t_i .

4. Continuous operation on BL-GFA

We have talked about the transition and output mapping for a single input symbol. In practice we need to extend these concepts to a string of input symbols. In the sequel, we extend the concepts of the derivations set and active state set (Q_{act}) to strings of input symbols.

4. 1. Definition. A derivation of an input string X ($X \in \Sigma^*$) denoted as $der_i(X)$, is an ordered set of states which are passed successively upon entrance of each symbol of the string, starting from an initial state. i is an arbitrary index usually starting from 1.

Let $X = a_1 a_2 ... a_k a_{k+1} ... a_m$. Then we have:

$$der_i(x) = \left\{ Q_{i_0} Q_{i_1} ... Q_{i_m} \middle| Q_{i_0} \in \tilde{R} \wedge Q_{i_0} \xrightarrow{\delta_l(Q_{i_0}, a_1, Q_{i_1})} Q_{i_1} \to ... \to Q_{i_{m-1}} \xrightarrow{\delta_l(Q_{i_{m-1}}, a_m, Q_{i_m})} Q_{i_m} \right\}$$

Where $0 \le k < m$ and $Q_{i_0}, Q_{i_1}, ..., Q_{i_m} \in P(Q)$.

A string may have several derivations. The set of all derivations of string X is denoted as $D_{der}(X)$. Then, a threshold derivation of X is a member of $D_{der}(X)$ subject to a threshold, as follows:

$$der_i(X, \tfrac{\tau_1}{\tau_2}) = \left\{ Q_{i_0} Q_{i_1} ... Q_{i_m} \in D_{der}(X) \middle| \tau_1 \le \delta_l(Q_{i_k}, a_k, Q_{i_{k+1}}) \le \tau_2, 0 \le k < m \right\}.$$

Similarly, the set of all threshold derivation of X is denoted as $D_{der}(X, \frac{\tau_1}{\tau_2})$. Obviously: $D_{der}(X, \frac{\tau_1}{\tau_2}) \subseteq D_{der}(X)$.

Actually, we are interested in to the active states of a BL-GFA upon entry of a string X . Without any loss of generality, we can use the same notation used for the active state set at a specific time $(Q_{act}(t))$, and denote the active state set of string X as $Q_{act}(X)$, since:

$$Q_{act}(X) \equiv Q_{act}(t_0, |X|)$$

where t_0 is the starting time of operation of the BL-GFA and $|X|$ is the length of X . Then $Q_{act}(X)$ can be defined as:

4. 2. Definition. (Active state set of an input string)
The active state set of an input X , is the fuzzy set of all active states, after string X has entered the BL-general fuzzy automata.

$$Q_{act}(X) = \left\{ (Q_{i_m}, \mu^{t_0}(Q_{i_m})) \middle| Q_{i_0} Q_{i_1} ... Q_{i_k} Q_{i_{k+1}} \in D_{der}(X) \right\}.$$

Similarly, the threshold active state set of an input string is defined as:

$$Q_{act}(X, \tfrac{\tau_1}{\tau_2}) = \left\{ (Q_{i_m}, \mu^{t_0}(Q_{i_m})) \middle| Q_{i_0} Q_{i_1} ... Q_{i_k} Q_{i_{k+1}} \in D_{der}(X, \tfrac{\tau_1}{\tau_2}) \right\}.$$

It is obvious that $Q_{act}(X, \frac{\tau_1}{\tau_2}) \subseteq Q_{act}(X)$.

Here also, the $\frac{0}{\tau}, \frac{\tau}{1}, \frac{\tau}{\tau}$ thresholds will give the threshold derivations and active state sates, where all transitions are less than or equal to τ , greater than or equal to τ , and exactly equal to τ , respectively.

4. 3. Example. Consider the GFA in Fig. 1. It is specified as:
$\tilde{F} = (Q, \Sigma, \tilde{R}, Z, \tilde{\delta}, \omega, F_1, F_2)$ where,
$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ is the set of states,
$\Sigma = \{a, b\}$ is the set of input symbols,
$\tilde{R} = \{(q_0, 1)\}$,
$Z = \phi$ and ω is not applicable,
$F_1(\mu, \delta) = \delta$, $F_2() = \mu^{t+1}(q_m) = \wedge_{i=1}^{n}(F_1(\mu^t(q_i), \delta(q_i, a_k, q_m)))$.

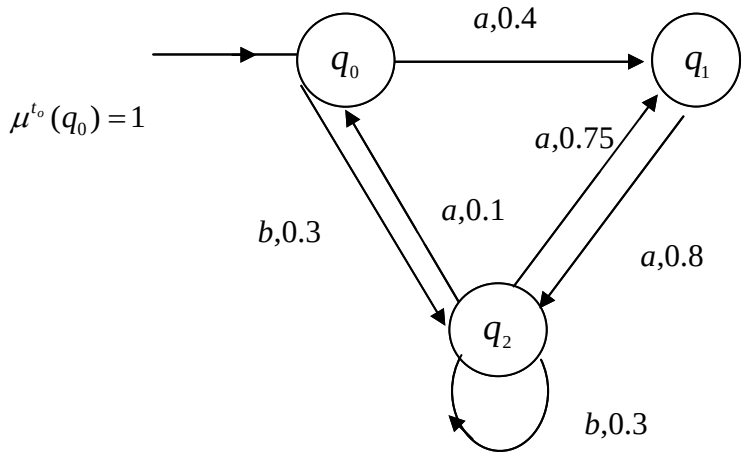


Fig. 1. The GFA of Example 4. 3

Then the following can be easily verified.

$$\phi \xrightarrow{\Lambda} \{q_0\} \xrightarrow{b} \{q_2\} \xrightarrow{a} \{q_0, q_1\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2\} \xrightarrow{b} \{q_2\}$$

Thus we have,

$$der("ba^2b") = D_{der}("ba^2b") = \{q_0\}\{q_2\}\{q_0, q_1\}\{q_1, q_2\}\{q_2\}$$
$$der(ba^2b, \tfrac{0.3}{0.9}) = \{q_0\}\{q_2\}\{q_0, q_1\}\{q_1, q_2\}\{q_2\}$$
$$Q_{act}("ba^2b") = (\{q_2\}, \mu^{t_4}(\{q_2\})).$$

According to the definition of BL-general fuzzy automata, we have the following figure.

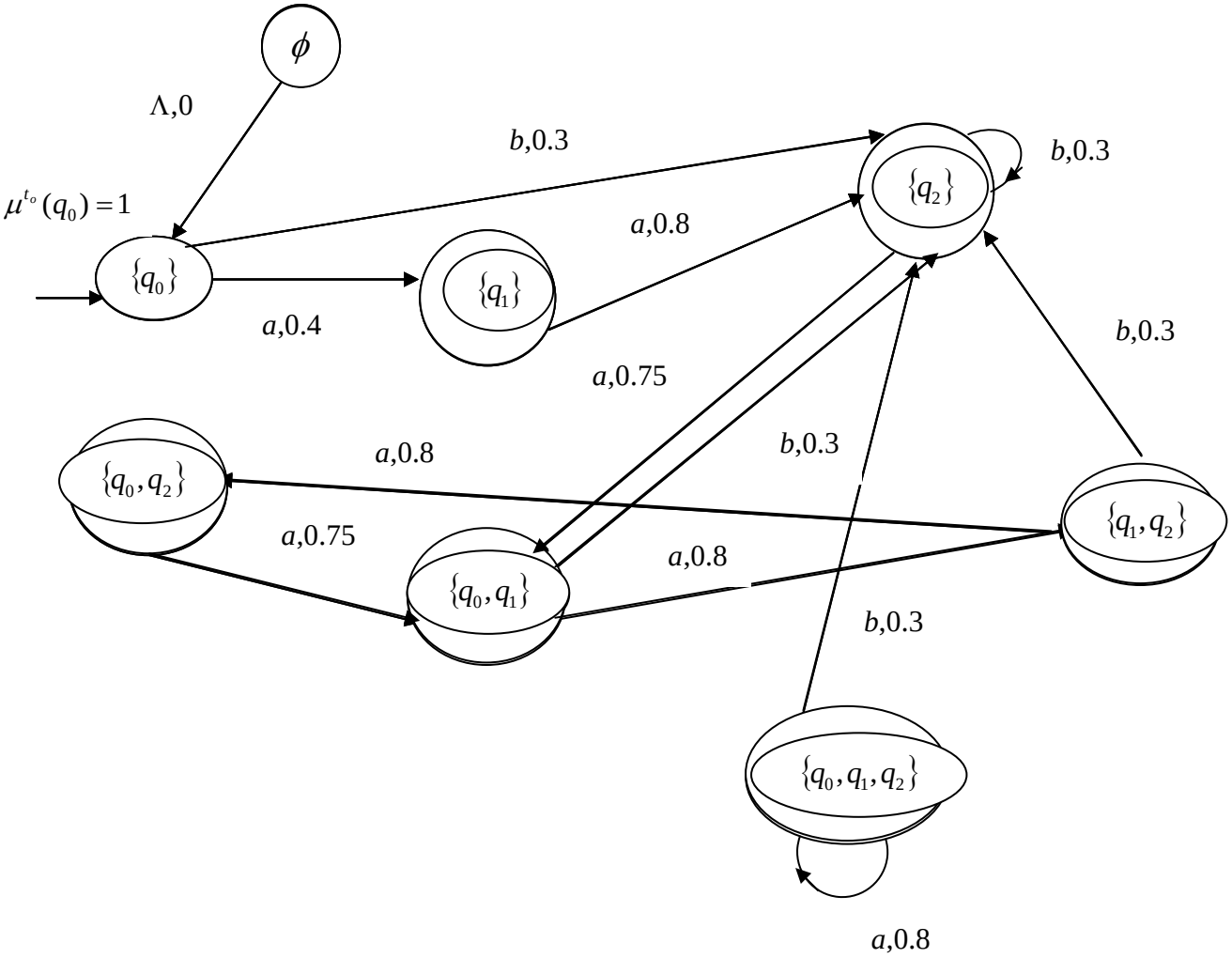


Fig. 2. The BL-GFA of Example 4. 3

Conclusion

In this paper, we extend the concepts of the derivations set and active states set of input symbols in BL-general fuzzy automata. This extension:
(1) Enables us to analyze the behavior of BL-GFA under successive input symbols.
(2) Opens the way to talk about isomorphism of two BL-general fuzzy automata.

REFERENCES

[1] M.A. Arbib, *From automata theory to brain theory*, Int. J. Man-Machine Stud. 7(3) (1975) 279-295.
[2] A.W. Burks, *Logic, biology and automata -some historical reflections*, Int. J. Man- Machine Stud. 7(3) (1975) 297-312.
[3] M. Doostfatemeh, S.C. Kremer, *New directions in fuzzy automata*, International Journal of Approximate Reasoning 38 (2005) 175-214.
[4] p. Hajek Metamathematics of fuzzy logic, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1988).

[5] J. E. Hopcroft, R. Motwani, J. D. Ullman, *Introduction to automata theory, languages and computation*, seconded, Addison –Wesley, Reading, MA, (2001).

[6] D.S. Malik, J.N. Mordeson, *Fuzzy Discrete Structures*, Physica-Verlag, New York, 2000.
[7] M.L. Minsky, *Computation: Finite and Infinite Machines*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1967, Chapter 3, pp. 32-66.

[8] J.N. Mordeson, D.S. Malik, *Fuzzy Automata and Languages, Theory and Applications*, Chapman and Hall/CRC, London/Boca Raton, FL, 2002.
[9] E. Turunen, *Boolean deductive systems of BL-algebra*s Arch Math. Logic 40:467-473 (2001).
[10] M. M. Zahedi, M. Horry and Kh. Abolpour, *Bifuzzy (General) Topology on Max-Min General Fuzzy Automata*, Advances in Fuzzy Mathematics, Vol. 3, No. 1(2008) 51-68.

KH. ABOLPOUR *, Dept. of Math., Islamic Azad University, Kazeroon Branch, Kazeroon, Iran
E-mail address: **abolpor_kh@yahoo.com**

M. M. ZAHEDI, Dept. of Math., Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
E-mail address: **zahedi_mm@modares.ac.ir**

* SPEAKER

FUZZY M-ACTS OVER A SEMIGROUP: EXTENSION PRINCIPLE

M.M. EBRAHIMI, M. HADDADI*

Abstract. Although the very well established and favorite theories of Fuzzy Sets and Sheaves have been developed and studied independently, Ulrich Höhle shows that a large part of fuzzy set theory is in fact a subfield of sheaf theory.

Many authors have studied mathematical structures, in particular, algebraic structures, in both categories of these generalized (multi)sets.

Using Höhle's idea, we show that for a (universal) algebra A, the set of fuzzy algebras over A and the set of subalgebras of the constant sheaf of algebras over A are order isomorphic. Then, we study the fuzzy version of the important, very useful, and favorite structure of acts over a fuzzy semigroup, so to say, with its internal as well as external definitions. Moreover extension principle, which enables us to extend every (universal) algebraic operation on an algebra A to an operation on the fuzzy subsets of A, is one of the most important tools in fuzzy set theory and fuzzy algebras. So we study the extension principle for the category of fuzzy S-acts.

1. Introduction and Preliminary

No need to mention the importance of the prominent and well established Fuzzy Set Theory, introduced by Zadeh in 1965 [19], which offered tools and a new approach to model imprecision and uncertainty. Since then, very many researchers have worked on this concept and its applications to logic, set theory, algebra, analysis, topology, computer science, control engineering, information science, etc., and algebraic structures play an important role in mathematics with applications in these fields.

No need to mention the importance of another prominent and well established Theory of Sheaves over topological spaces or complete Heyting algebras, [15, 18]. Let us mention that, although Fuzzy Set Theory and Sheaf Theory have been developed and studied independently, Höhle [12, 13] gives the close relation between them. Thus, one can use the power and the tools of one discipline to prove results or to get a better insight in the other. Algebraic structures have specially been studied in both disciplines [3, 4, 5, 17, 8, 9, 10].

One of the very useful and favorite algebraic structures in many branches of mathematics as well as in computer science and logic is a set with an action of a semigroup or a monoid S on it. The algebraic structure so obtained is called an S-act (or S-set, S-automata, S-operand, S-polygon, S-system, see [11, 14, 2, 6, 7]).

In this paper, we study the category of *fuzzy acts* over a crisp semigroup as well as over a fuzzy semigroup, and investigate its relation to sheaves. We refer to [18] for the definition and notations related to sheaves on a topological space or the Heything algebra $L = [0, 1]$ and refer to [1, 16] for the categorical notions.

It can be proved that A is an algebra of type τ in $\mathbf{Sh}L$ if and only if each $A\alpha, \alpha \in L = [0, 1]$, is an ordinary algebra of the same type and restriction maps are algebraic homomorphism.

Also, for an ordinary algebra $A \in \mathbf{Alg}$, the corresponding constant sheaf $\tilde{A}$ is an algebra of the same type in $\mathbf{Sh}L$. Also, every subalgebra of $\tilde{A}$ is represented by the chain $(F(\alpha))_{\alpha\in(0,1]}$ of subalgebras of A, where $F(\alpha) \subseteq F(\beta)$ for $0 < \beta \leq \alpha$, and $F(0) = \{*\}$. The set of all subalgebras of the constant sheaf $\tilde{A}$ (of algebras) is denoted by $\mathbf{ShSub_a}\tilde{A}$.

Recall that, a set X together with a function $\mu : X \to [0, 1]$ is called a *fuzzy set* (over X) and is denoted by (X, μ) or $X^{(\mu)}$. A *fuzzy function* from $X^{(\mu)}$ to $Y^{(\eta)}$, written as $f : X^{(\mu)} \to Y^{(\eta)}$, is an ordinary function $f : X \to Y$ such that the following is a **fuzzy triangle**:

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{\mu} & [0,1] \\ f\downarrow & \nearrow_{\eta} & \\ Y & & \end{array}$$

meaning that $\mu \leq \eta f$. The set of all fuzzy sets with a fixed underlying set X is called the *fuzzy power* or the set of *fuzzy subsets* of X and is denoted by $\mathbf{FSub}X$. Clearly fuzzy sets together with fuzzy functions form a category **FSet**.

2. FUZZY ACTS OVER FUZZY SEMIGROUPS

In this section we are going to study the fuzzy version of the important, very useful, and favorite structure of acts over a (fuzzy) semigroup. But first we introduce the category of (universal) algebras of type τ in the category **FSet** of fuzzy sets.

Key words and phrases: fuzzy algebra, fuzzy act, sheaf.

* *Speaker*: M. Haddadi .

Definition 2.1. A (universal) algebra of type τ in the category **FSet**, called a *fuzzy* (*universal*) *algebra*, is a fuzzy set $A^{(\mu)}$ together with a family $\lambda_A : A^n \to A$ of operations, where each λ_A is in the category **FSet**, that is, the following is a fuzzy triangle

$$\begin{array}{ccc} A^n & \overset{\wedge_{i=1}^n}{\longrightarrow}{}^{\mu} & [0,1] \\ {\scriptstyle \lambda_A}\downarrow & \nearrow_{\mu} & \\ A & & \end{array}$$

which means that, for every $a_1, ..., a_n \in A$,

$$\bigwedge_{i=1,...,n} \mu(a_i) \leq \mu(\lambda_A(a_1, ..., a_n))$$

A *fuzzy homomorphism* $f : A^{(\mu)} \to B^{(\eta)}$ between fuzzy algebras is a fuzzy map as well as an algebra homomorphism (preserving the operations) from A to B. The set of all fuzzy algebras over a fixed algebra A is denoted by $\mathbf{FSub_a}A$, and the category of all fuzzy algebras of type τ and the fuzzy homomorphisms between them is denoted by $\mathbf{FAlg}(\tau)$, or simply by **FAlg**.

Lemma 2.2. *Let $A^{(\mu)} \in \mathbf{FAlg}$. Then every α-cut $A_\alpha^{(\mu)}$ is an* (*ordinary*) *algebra.*

Theorem 2.3. *Let $A \in \mathbf{Alg}$. Then, the partially ordered sets $\mathbf{FSub_a}A$ and $\mathbf{ShSub_a}\tilde{A}$ are order isomorphic.*

Universal algebras having a semigroup (monoid or group) S of unary operations have always been of interest to mathematicians, specially to computer scientists and logicians [7]. Thus, in the following we are going to define the notion of the actions of a (fuzzy) semigroup on a fuzzy set, which will be studied in this paper. First note that, for a semigroup S and $s \in S$, we get the left and the right translations $\lambda_s, \rho_s : S \to S$ defined by $\lambda_s(x) = sx,\ \rho_s(x) = xs$.

Definition 2.4. A semigroup S together with a function $\nu : S \to [0,1]$ is called a *fuzzy semigroup* if its multiplication is a fuzzy function: for every $s, r \in M$, $\nu(s) \wedge \nu(r) \leq \nu(sr)$; that is, the following is a fuzzy triangle:

$$\begin{array}{ccc} S \times S & \overset{\nu\wedge\nu}{\longrightarrow} & [0,1] \\ {\scriptstyle \lambda_S}\downarrow & \nearrow_{\nu} & \\ S & & \end{array}$$

If S has an identity 1, one usually add the condition $\nu(1) = 1$.

Now, recall that, for a (crisp) semigroup S, a (crisp) set A can be made into an (ordinary) S-act in the following two equivalent ways:

(*Internal*) The set A together with a family $(\lambda_s : A \to A)_{s\in S}$ of unary operations satisfying $(st)a = s(ta)$ (and $1a = a$, if S has an identity) where $sa = \lambda_s(a)$.

(*External*) The set A together with a function $\lambda : S \times A \to A$ satisfying $(st)a = s(ta)$ (and $1a = a$, if S has an identity) where $sa = \lambda(s, a)$.

Now, having these two, so called, internal and external actions of S on A, we get the following two, not necessarily equivalent, definitions for a fuzzy act over a fuzzy monoid.

Definition 2.5. Let $S^{(\nu)}$ be a fuzzy semigroup and $A^{(\mu)}$ be a fuzzy set such that A is an S-act, as defined above. Then, $A^{(\mu)}$ is called:

(*Internal*) A *fuzzy S-act* (or fuzzy $S^{(1)}$-act, to emphasize fuzziness) if each λ_s is a fuzzy function; that is $\mu(a) \leq \mu(sa)$, for every $s \in S$ and $a \in A$ (with no mention of ν). That is, for every $s \in S$, the following triangle is fuzzy:

$$\begin{array}{ccc} A & \overset{\mu}{\longrightarrow} & [0,1] \\ {\scriptstyle \lambda_s}\downarrow & \nearrow_{\mu} & \\ A & & \end{array}$$

(*External*) A *fuzzy $S^{(\nu)}$-act* if $\lambda : S \times A \to A$ is a fuzzy function; that is, $\nu(s) \wedge \mu(a) \leq \mu(sa)$, for every $s \in S$ and $a \in A$. That is, the following triangle is fuzzy:

$$\begin{array}{ccc} S \times A & \overset{\nu\wedge\mu}{\longrightarrow} & [0,1] \\ {\scriptstyle \lambda}\downarrow & \nearrow_{\mu} & \\ S & & \end{array}$$

Note that Internal implies External, and if $S^{(1)} = S$ is a (crisp) semigroup, then $\nu(s) \wedge \mu(a) = 1 \wedge \mu(a) = \mu(a)$, and so the above two definitions are equivalent.

Also, every fuzzy semigroup $S^{(\nu)}$ is naturally a fuzzy $S^{(\nu)}$-act (externally) and $S^{(1)} = S$ is a fuzzy $S^{(1)} = S$-act (internally, and hence externally).

A morphism between fuzzy $S^{(\nu)}$-acts (internal or external), also called an $S^{(\nu)}$-map is simply an S-map as well as a fuzzy function. The set of all (fuzzy) $S^{(\nu)}$-acts with a fixed A is denoted by $S^{(\nu)}$-$\mathbf{FSub}A$, and the category of all fuzzy $S^{(\nu)}$-acts is denoted by $S^{(\nu)}$-**FAct**.

Also note that, since an S-act A is naturally a (unary) universal algebra, the internal definition of fuzzy acts, being compatible with Definition 2.1, may be considered to be more natural than the external one. Thus, by Theorem 2.3, the partially ordered set $S^{(1)}$-**FSub**A of (internal) fuzzy S-acts is order isomorphic to the partially ordered set $\mathbf{ShSub_a}\tilde{A}$ of subsheaves of the constant sheaf $\tilde{A}$ of S-acts. In particular, we have the counterpart of Lemma 2.2 as follows:

Theorem 2.6. *An S-act A with $\mu : A \to [0,1]$ is a fuzzy $S = S^{(1)}$-act if and only if for every $\alpha \in [0,1]$, $A_\alpha^{(\mu)}$ is an ordinary S-subact of A.*

First recall from [10] that, for a semigroup S in $\mathbf{Sh}[0,1]$ (sheaf of semigroups), an *S-sheaf* is a sheaf A together with a natural transformation $\eta : S \times A \to A$ such that $(A\alpha, \eta_\alpha)$ is an $S\alpha$-act, for each $\alpha \in [0,1]$ and $\rho_\beta^\alpha : A\alpha \to A\beta$ is equivariant over $\rho_\beta^\alpha : S\alpha \to S\beta$ for every $\beta \leq \alpha$; that is, $\rho_\beta^\alpha(sa) = \rho_\beta^\alpha(s)\rho_\beta^\alpha(a)$ $(sa|\beta = (s|\beta)(a|\beta))$, for every $s \in S\alpha$, $a \in A\alpha$.

Since, in view of Theorem 2.3, every fuzzy semigroup $S^{(\nu)}$ corresponds to a sheaf F_ν of semigroups, we can consider F_ν-sheaves. Now we claim that the partially ordered set $S^{(\nu)}$-**FSub**A of fuzzy $S^{(\nu)}$-subacts of A is order isomorphic to the partially ordered set F_ν-**ShSub**$\tilde{A}$ of subalgebra of the constant F_ν-sheaf $\tilde{A}$ of algebras. To prove the claim, first we note the following lemma.

Lemma 2.7. *Let A be an S-act. Then, for every fuzzy semigroup $S^{(\nu)}$, the constant sheaf $\tilde{A}$ is an F_ν-sheaf.*

Theorem 2.8. *$A^{(\mu)}$ is a fuzzy $S^{(\nu)}$-act if and only if $A_\lambda^{(\mu)}$ is an $S_\lambda^{(\nu)}$-act for every $\lambda \in [0,1]$. That is F_μ is an F_ν-sheaf.*

Theorem 2.9. *The partially ordered set $S^{(\nu)}$-**FSub**A is order isomorphic to the partially ordered set of subsheaf acts over $[0,1]$ of the constant F_ν-sheaf $\tilde{A}$ which is denoted by F_ν-**ShSub**$\tilde{A}$.*

3. Extension Principle of fuzzy S-acts

Zadeh's extension principle is one of the most important tools in fuzzy set theory and fuzzy algebras. It enables us to extend every operation $h : A^n \to A$ to an operation $\bar{h} : \mathbf{Fsub}A^n \to \mathbf{Fsub}A$ where $\bar{h}(\{\mu_i\}_{i=1,\dots,n})(a) = \bigvee\{\bigwedge_{i=1}^n \mu_i(a_i) \mid h(a_i)_{i=1,\dots,n} = a\}$, for a collection $\{\mu_i\}_{i=1,\dots,n}$ of fuzzy subset of A. That is, not only **FSub**$(-)$:**Set**$\to$**Set** is a functor, **FSub**$(-)$:**Alg**$\to$**Alg** is also a functor. In this section we intend to give the extension principle for the category of fuzzy S-acts. So we have

Definition 3.1. Let A be a S-act. Then for every $s \in S$ we have the unary operation $\lambda_s : \mathbf{Fsub}A \to \mathbf{Fsub}A$ which maps every fuzzy subset μ of A to $s\mu$ in which $s\mu(a) = \bigvee\{\mu(b) \mid sb = a\}$.

In addition of the mensioned functor we have

Theorem 3.2. *Let S be an abelian monoid. Then **FSub**$(-) : S$-**Act** $\to S$-**Act** is a functor such that the actions in the codomain are order preserving.*

Theorem 3.3. *Let S be a semigroup and $\mu \in \mathbf{FSub}A$. Then $\mu \in S$-**FSub**A if and only if $s\mu \leq \mu$ for every $s \in S$.*

Theorem 3.4. *Let $f : A \to B$ be a S-act homomorphism and $A^{(\mu)}, B^{(\eta)}$ be fuzzy subacts. Then $(s\eta)(f) = s(\eta(f))$, for every $s \in S$.*

Theorem 3.5. *Let A be an S-act. Then Category **SFuz**A is concrete over the category **Fuz**A.*

Lemma 3.6. *Intersection and union of S-fuzzy subacts of an S-set A is an S-fuzzy subact.*

Corollary 3.7. *Let μ be a fuzzy subact of A. Then $s\mu = \mu$ for every $s \in S$.*

In Lemma 3.6 we saw that the intersection of fuzzy S-acts is a fuzzy S-act. So we have the following definition.

Definition 3.8. Let $A^{(\mu)}$ be a fuzzy subset of A. Then take $< \mu > := \bigcap\{\nu \mid \mu \leq \nu,\ \nu \text{ is an } S\text{−fuzzy subact of } A\}$. We say that an S-fuzzy subact η of A is *generated by a fuzzy subset* μ of A, whenever $< \nu >= \mu$. Also ν is called a *cyclic S-fuzzy subact of A* whenever $\nu =< x_i >$, where x_i is a singleton fuzzy subset of A.

Theorem 3.9. *Let $\mu \in \mathbf{FSub}A$. Then $< \mu >= \bigcup_{s\in S} s\mu$.*

Theorem 3.10. *Let μ be an S-fuzzy subact of A. Then*
(i) $\mu = \bigcup_{x\in A} < x_{\mu(x)} >$.
(ii) $<< \mu >>=< \mu >$.
(iii) $< \bigcup_{i\in I} >= \bigcup_{i\in I} < \mu_i >$.

Corollary 3.11. *Let x_i be a singleton fuzzy subset of A. Then*

$$< x_i > (b) = \begin{cases} i & \text{if } b = mx \text{ for some } m \in M \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Theorem 3.12. *Let μ be an S-fuzzy subset of an S-act A and $\mu(x) = l$. Then $< x_l > \leq \mu$.*

Theorem 3.13. *For every $s \in S$, and cyclic S-fuzzy subact $< x_\alpha >$ of A, $s < x_\alpha >=< x_\alpha >$.*

Theorem 3.14. *Let $\mu \in S$-**FSub**A and $\nu \in S$-**FSub**B and $f : \mu \to \nu$ be an S-fuzzy homomorphism. Then $f(\mu) \leq \nu$.*

Definition 3.15. An S-fuzzy subact $\mu \neq 0$ of A is called *decomposable* whenever there exist two S-fuzzy subacts $\nu, \eta \neq 0$ of A such that $\nu, \eta \leq \mu$ and $\eta \vee \nu = \mu$, and $\eta \wedge \nu = 0$. Otherwise μ is called *indecomposable*.

Theorem 3.16. *Let S be a commutative monoid. Then every cyclic S-fuzzy subact $< x_i >$ of A is indecomposable.*

Definition 3.17. An S-fuzzy subact μ of A is called *finitely generated* whenever $\mu = < \bigcup_{i=1}^{n} (x_i)_{\alpha_i} >$, where $\alpha_i \in [0, 1]$.

Theorem 3.18. *Let $f : A \to B$ be an S-act homomorphism and μ be an S-fuzzy subact of A. Then $f(\mu)$ is finitely generated, if so is μ.*

Lemma 3.19. *Let G be a group. Then for every finitely generated G-fuzzy subact μ of A, there exist a finite subsets $\{a_1, \ldots, a_n\} \subseteq [0, 1]$ and $\{x_1, \ldots, x_n\} \subseteq A$ such that $\mu(O(x_i)) = a_i$ and $O(x_i) \cap O(x_j) = \emptyset$, if $i \neq j$, where $O(x_i)$ is a the orbit of x_i.*

Theorem 3.20. *Let $f : A \to B$ be an S-act homomorphism and μ be an S-fuzzy subact of A. Then $f(\mu) =< f(\nu) >$ if $\mu =< \nu >$.*

Theorem 3.21. *Let $\{\nu_i\}_{i \in I}$ be a family of S-fuzzy subact of A in which there is $i_0 \in I$ such that μ_{i_0} is indecomposable. Then $\bigvee \mu_i$ is indecomposable.*

Corollary 3.22. *The union of indecomposable S-fuzzy subacts is indecomposable.*

References

[1] J. Adamek, H. Herrlich and G.E. Strecker, *Abstract and concrete categories*, John Wiley and Sons, Ins., 1990.
[2] B. Banaschewski, *Equational Compactness of G-sets*, Canad. Math. Bull., **17(1)** (1974), 11-18.
[3] R. Belohlavek, *Birkhoff variety theorem and fuzzy logic* Arch. Math. Logic **42** (2003), 781790.
[4] R. Belohlavek, V. Vychodil, *Algebras with fuzzy equalities* Fuzzy Sets and Systems **157** (2006), 161.201.
[5] I. Bonjak, R.Madarsz, G.Vojvodic, *Algebra of fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems **160** (2009), 29792988.
[6] S. Burris, H.P. Sankapanavar, *A course in universal algebra*, Springer-Verlag, 1981.
[7] S. Burris, M. Valeriote, *Expanding varieties by monoids of endomorphisms*, Alg. Universalis, **17(2)** (1983), 150-169.
[8] M.M. Ebrahimi, *Algebra in a Grothendieck topos: injectivity in quasi-equational classes*, J. Pure Appl. Algebra **26(3)** (1982), 269-280.
[9] M.M. Ebrahimi, *Equational compactness of sheaves of algebras on a notherian local.* Algebra Universalis, **16** (1983), 318-330.
[10] M.M. Ebrahimi, M. Haddadi, *Essential pure monomorphisms of sheaves of group action.* Submitted. (2009).
[11] M.M. Ebrahimi, M. Mahmoudi, *The category of M-sets.* Ital. J. Pure Appl. Math. **9** (2001), 123-132.
[12] U. Höhle, *Fuzzy sets and sheaves. Part I Basic concepts*, Fuzzy Sets and Systems, **158** (2007), 1143-1174.
[13] U. Höhle, *Fuzzy sets and sheaves. Part II: Sheaf-theoretic foundations of fuzzy set theory with applications to algebra and topology*, Fuzzy Sets and Systems, **158** (2007), 1175-1212.
[14] M. Kilp, U. Knauer, A. Mikhalev, *Monoids, Acts and Categories*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2000.
[15] S. Maclane, I. Moerdijk, *Sheaves in Geometry and Logic*, Springer Verlag, 1992.
[16] S. Maclane, *Categories for the working Mathematicians*, Springer Verlag, 1971.
[17] Takashi Kuraoka, Formulas on the lattice of fuzzy subalgebras in universal algebra, Fuzzy Sets and Systems **158** (2007), 1767-1781.
[18] R. Tennison, *Sheaf Theory*, Cambridge University Press, 1975.
[19] L.A. Zadeh, *Fuzzy sets*, Inform. and Control, **8** (1965), 338-353,

Department of Mathematics, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.
E-mail address: m-ebrahimi@sbu.ac.ir, haddadi_1360@yahoo.com

A FUZZY ACTIVE VIBRATION CONTROL OF BEAM WITH PIEZOELECTRIC

ARDESHIR KARAMI MOHAMMADI, AKBAR SADRI

ABSTRACT. This paper presents a study concerning the active vibration control of a smart cantilever beam that is excited by transverse vibrations of the structure that it is clamped to; and the clamped end of the beam is experiencing base motion. It has been used fuzzy method in the purpose of designing controller. The electromechanical equations have acquired from energy methods and with Euler-Bernoulli beam theory. In continuation, numerical results have been obtained from an aluminum beam with simulating in MATLAB software. The obtained results show that fuzzy control, in addition to considerable reducing of calculations capacity, has satisfactory function too.

1. Introduction

Most structures can model in the form of beam; because of this the vibration control of beam structures is one of the most favored cases in mechanical engineering.

As mentioned before, piezoelectric enumerates as one of the main tools in vibration control of smart structures. The most important function of these elements is the ability of output electric production by the effect of mechanical input and vice versa. Because of mechanical charging, piezoelectric element changes its polarity and produces voltage that this kind of function is called the direct effect of piezoelectric, while these elements are caused of transformation by the effect of electric field that is known as opposite effect of piezoelectric. In smart structures, direct effect is used for measuring the vibrations (sensor) and opposite effect for controlling the vibrations (actuator).

The active vibration control by using piezoelectric has been the case of study for many researchers.

In 2002, V.Balamurugan and S.Narayanan have examined the active control of smart structures by piezoelectric sensor and actuator; they have used from limited element formulation and have examined the beam, plate and shell structures [1].

In 2003, Henry A.Sodano examined the application of piezoelectric as a sensor and actuator, in this article has been used a feedback controller and also the comparison between the piezoelectric effects MFC and traditional monolithic PZT has been done [2].

In 2006, C.M.A.Vasques and J.Das Rodrigues, have presented a numerical study in the field of active vibration control of smart piezoelectric beams and have done a comparison between classical control strategy and optimal control strategy to clarify their effects in controlling the vibrations of beam by piezoelectric layers[3].

In 2006, Wei-Zheng Liu and J.Lin have solved the problem of vibrations control with piezoelectric by making use of a fuzzy controller. They have used a simple model and have not considered the electromechanical effects of piezoelectric [4].

In most articles the finite element formulation and the classical control methods have been utilized, also in some samples of fuzzy control, a simple model for piezoelectric has been used.

In this article, the effects of mass and stiffness and also the coupling effects and piezoelectric capacity have been considered and a more completed model has presented. Besides The sensor and actuator dynamic equations have been regarded separately. In the following, the vibration control of structure has been preceded by designing an appropriate fuzzy controller.

2. Modeling

2-1- General layout of the system.

The examined system includes a smart cantilever beam with two piezoelectric layers, above and below of the beam and attached to it that the clamped end of the beam is experiencing base motion. (figure1). As a result of the beam vibration, piezoelectric sensor produces voltage that sensor voltage and its changes are controller input and applied voltage to the actuator is output of fuzzy controller which finally lead to control and damping of structure vibrations [5].

Key words and phrases: piezoelectric, active vibration control, fuzzy control.

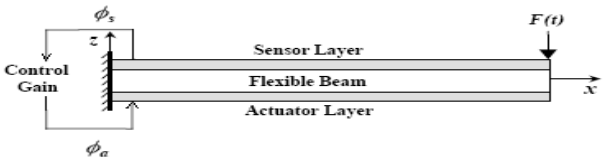


Fig.1: General layout of the system.

2-2-Energy equations (Hamilton's Principle).

For gaining to the motion equations by using Hamilton's Principle we have [6]:

$$V.I. = \int_{t1}^{t2} [\delta T - \delta U + f\delta x] dt = 0 \tag{1}$$

Which the terms U and T and fδx can be calculated as follows:

$$U = \frac{1}{2}\int_{V_s} \underline{S}^T \underline{T}\, dV_s + \frac{1}{2}\int_{V_p} \underline{S}^T \underline{T}\, dV_p - \int_{V_p} \underline{E}^T \underline{D}\, dV_p \qquad T = \frac{1}{2}\int_{V_s} \rho_s \underline{\dot{u}}^T \underline{\dot{u}}\, dV_s + \frac{1}{2}\int_{V_p} \rho_s \underline{\dot{u}}^T \underline{\dot{u}}\, dV_p \tag{2, 3}$$

$$f\delta x = \sum_{i=1}^{nf} \delta \underline{u}(x_i) \cdot \underline{f_i}(x_i) - \sum_{j=1}^{nq} \delta \underline{v} \cdot \underline{q_j} \tag{4}$$

Where U is the potential energy, T is the kinetic energy, fδx is the external work applied to the system, S is the strain, T is the stress, E is the electric filed, D is the electric displacement, V is the volume, u is the displacement, x is the position along the beam, v is the applied voltage, q is the charge, ρ is the density, f is the applied force and the subscripts p and s, represent the piezoelectric material and the substrate, respectively.

2-3- Constitutive equations.

Before continuing with Hamilton's Principle, we examined constitutive equations of piezoelectric elements [7]:

$$\begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e^T \\ e & \varepsilon^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{S} \\ \underline{E} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Where c is the modulus of elasticity, ε is the dielectric constant and the superscript, ( )S, signifies the parameter was measured at constant strain and the superscript, ( )E, indicates the parameter was measured at constant electric field (short circuit). The term e is the piezoelectric coupling coefficient and relates the stress to the applied electric field.

2-4-Equations of motion.

This equation can now be used to solve for the equations of motion of any mechanical system containing piezoelectric elements. In order to solve equation 5 for the cantilever beam with bimorph piezoelectric elements some assumptions must be made.

The first assumption follows the Rayleigh-Ritz procedure, which says that the displacement of the beam can be written as the summation of modes in the beam and a temporal coordinate [8]:

Where Φi(x) is the assumed mode shapes of the structure which can be set to satisfy any combination of boundary conditions, r(t) is the temporal coordinate of the displacement and N is the number of modes to be included in the analysis.

The second assumption made is to apply the Euler-Bernoulli beam theory. This allows the strain in the beam to be written as the product of the distance from the neutral axis and the second derivative of displacement with respect to the position along the beam.

The third is that the electric potential across the piezoelectric element is constant. This assumption also indicates that no field is applied to the beam.

Using these assumptions we can simplify the variational indicator to include terms that represent physical parameters. By doing this the equations describing the system become more recognizable when compared to those of a typical system and help give physical meaning to the parameters in the equations of motion. Finally by substituting the obtained parameters and with proportional damping assumption for the system, we can calculate the equations of motion as follow:

$$(M_s+M_p)\ddot{\underline{r}}(t)+C\dot{\underline{r}}(t)+(K_s+K_p)\underline{r}(t)+\Theta_S C_{PS}^{-1}\Theta_S{}^T r(t)=-\Theta_a v_a(t)+\sum_{i=1}^{nm}\phi(x_i)^T f_i(t) \qquad (6 \text{ and } 7)$$

$$v_S(t)=-C_{PS}^{-1}\Theta_S{}^T r(t)$$

Where M is the mass matrices, K is the stiffness matrices, Θ is the electromechanical coupling matrix and Cp is the capacitance matrix.

3. Active control of vibrations

3-1-State space design.

In order to design controller and analysis of the system behavior, by choosing the below state variables, equations in state area will obtain:

$$X(t)=\left[r(t)\dot{r}(t)\right] \qquad (8)$$

$$\dot{X}(t)=AX(t)+B_v U_v(t)+B_r U_r(t) \qquad (9)$$

(10, 11)

Sensor Voltage: $Y(t)=C_n X(t)$ Displacement $Y(t)=C_r X(t)$

where A is the system matrix, Bv and Br are the mechanical and electrical input matrices, Cv and Cr is the output matrices, Ur(t) and Uv(t) are the mechanical and electrical input vectors and Y(t) is the output vector, given by

$$A=\begin{bmatrix} 0 & I \\ -\left((M_S+M_P)^{-1}(K_S+K_P)\right) & -(M_S+M_P)^{-1}\Theta_S C_{PS}^{-1}\Theta_S{}^T \quad -(M_S+M_P)^{-1}C \end{bmatrix} \qquad (12)$$

$$B_v=\begin{bmatrix} 0 \\ -(M_S+M_P)^{-1}\Theta_P \end{bmatrix} \qquad B_r=\begin{bmatrix} 0 \\ (M_S+M_P)^{-1}F \end{bmatrix} \qquad (13, 14)$$

$$C_r=\left[\Phi(x_i) \quad 0\right] \qquad C_v=\left[-C_P^{-1}\Theta^T \quad 0\right] \qquad (15, 16)$$

3-2- Controller design.

As we have seen in (figure2) there has been used a fuzzy controller in order to control structure vibrations, which the sensor voltage and its changes are as controller input and applied voltage in actuator is output of fuzzy controller [9].

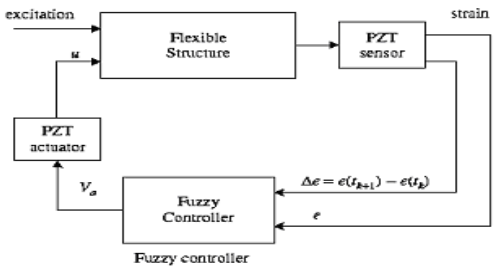


Fig.2 Block diagram for the controller

The designed fuzzy system is consists of two inputs, an output and 25 controller rules that fig4 shows a summarized graphical representation of that.
The applied Membership functions for changing the input and output variables to linguistic control variables are triangular that can be calculated as follow [10]:

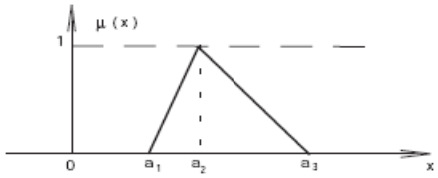


Fig.3: Triangular fuzzy number

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ (x - a_1) / (a_2 - a_1), & a_1 \le x \le a_2 \\ (a_3 - x) / (a_3 - a_2), & a_2 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (17)$$

The rule base design of fuzzy subsystems is based on presimulation investigations and also by using some general rules. The statements employ fuzzy quantities, such as negative big (NB), negative small (NS), zero (ZE), positive small (PS) and positive big (PB), which require corresponding membership functions [11].
This study applies fuzzy control rules of state evaluation, which are similar to the institutional thinking of humans:

$$R^i: \text{if } e \text{ is } A_{1i}, \quad \Delta e \text{ is } B_{1i}, \quad \text{then } u \text{ is } C_{1i}, \quad (18)$$

Where e, Δe and u denote the system variables (error, error change, and output voltage), and A1i, B1i and C1i are the linguistic values of the fuzzy variables to express the universe of discourse of the fuzzy sets [12].
The proposed fuzzy inference method is Mamdani implication. The fuzzy sets must be defuzzified to obtain the appropriate control output for this control system. The MoM (middle-of-maxima) method was adopted to defuzzify the output variable.

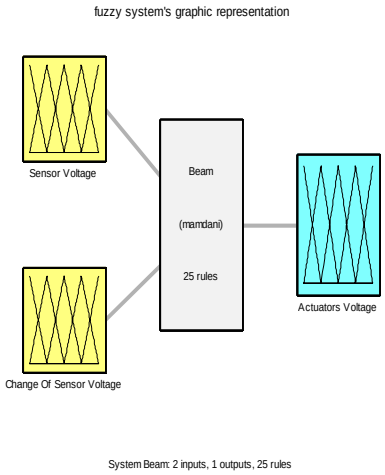


Fig.4: fuzzy controller's graphical representation

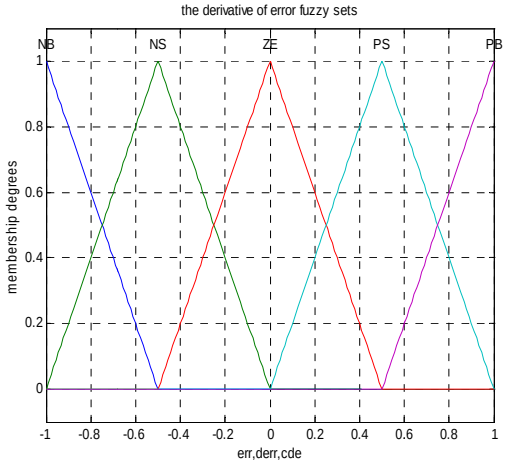


Fig.5: Membership functions for input and output

4. Simulations

The numerical results have obtained for an aluminum beam with rectangular cross section that the common properties of the system parameters are:

Beam Properties:
Width =25.4e-3 (m)
Depth =0.254e-3 (m)
Length of the beam =92.6e-3 (m)
Poisson's Ration =0.33
Beam density =4889 (kg/m^3)

Piezoelectric Properties
Thickness =0.254e-3 (m)
Width =20.574e-3 (m)
Dielectric Constant =1800
Dielectric Permittivity =K3*8.85e-12
Piezoelectric Density =4889 (kg/m^3)

Modulus of Beam =3.4*10^10 (N/m^2)

Modulus of PZT =3.4*10^10 (N/m^2)
Piezoelectric coefficient =-179e-12 (m/v)
Piezoelectric Voltage Coefficient =-11.0e-3
Poisson's Ration =0.31

In order to examine the efficiency and operation of the designed controller, the results have been presented in the form of a diagram with simulating in Matlab software [13].
Figures 6 and 7 compare the system's response to the impulse excitation in two controlled and uncontrolled states, the first diagram shows sensor voltage and the second one shows tip displacement of the beam.

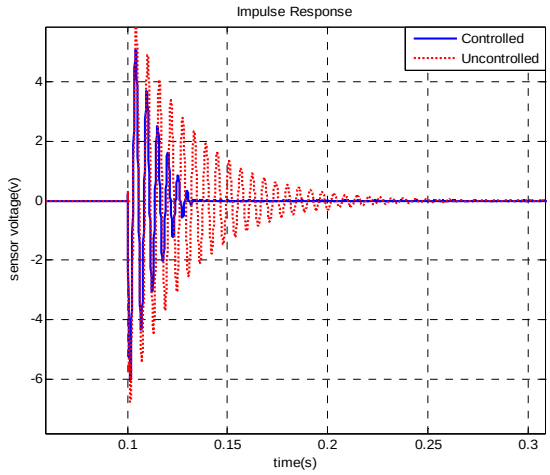


Fig.6: comparison of system's response to impulse excitation in controlled and uncontrolled states

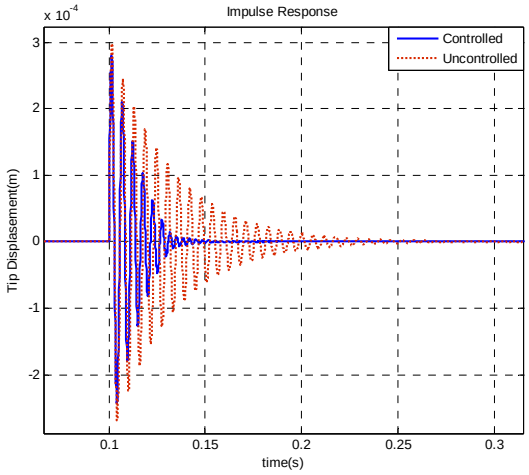


Fig.7: comparison of system's response to impulse excitation in controlled and uncontrolled states

As we can see here the designed controller could have reduced the system's vibrations in an efficient amount so that the system can follow the input with closer approximation.
Fig.8 and 9 compare the system's response to random and white noise excitations in both controlled and uncontrolled states, which means the appropriate operation of designed controller.

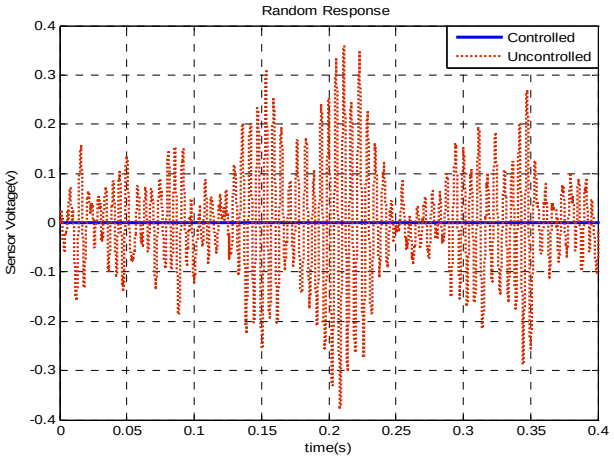


Fig.8: The comparison of system's response to the random excitation in controlled and uncontrolled states

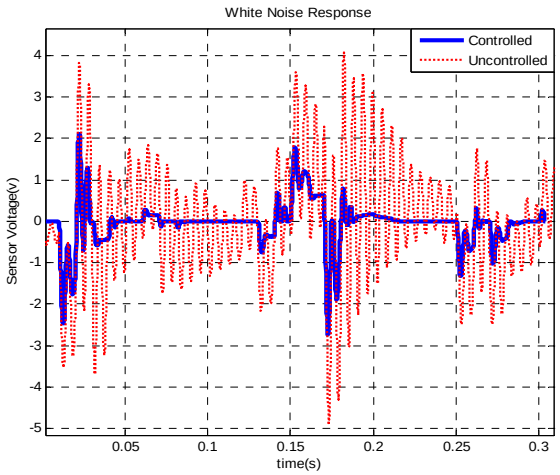


Fig.9: The comparison of system's response to the white noise excitation in controlled and uncontrolled states.

5. conclusions

This article has been proceeded to examine the active control of vibrations of a smart cantilever beam by piezoelectric and has presented a complete model from electromechanical properties of piezoelectric. Also by designing a logic fuzzy controller in addition to considerable reduction of computations capacity as we can see from obtained results, an appropriate operation has gained.

REFERENCES

[1] V. Balamurugan and S. Narayanan, *Finite element modelling of piezolaminated smart structures for active vibration control with distributed sensors and actuators*, Journal of Sound and Vibration 262 (2003) 529–562.
[2] H.A. Sodano, *Macro-Fiber Composites for Sensing,* Actuation and Power Generation, 2003.
[3] C.M.A. Vasques and J. Dias Rodrigues, *Active vibration control of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies*, Computers and Structures 84 (2006) 1402–1414
[4] J. Lin and L. Wei-Zheng, *Experimental evaluation of a piezoelectric vibration absorber using a simplified fuzzy controller in a cantilever beam*, Journal of Sound and Vibration 296 (2006) 567–582.
[5] L. Jezequel, *Active control in mechanical engineering*, Hermes, 1995
[6] L. Meirovitch, *Principle and Techniques of Vibration*, by prentice- Hall, Inc, 1997
[7] A. Jansson, *Piezoelectric Generation and Damping of Extensional Waves in Bars*, Acta Universitatis Upsaliensis Uppsala, 2007
[8] Luenberger, D. G., Introduction to dynamic systems, Wiley, 1979
[9] J. Lin, *An active vibration absorber of smart panel by using a decomposed parallel fuzzy control structure*, Engineering Applications of Artificial Intelligence 18 (2005) 985–998, 2005
[10] L. Foully and S. Galichet, *Topology of fuzzy controller, in Theoretical Aspect of Fuzzy Control*, Nguyen H. T., Sugeno M., et al., Wiley, Inter-Science, 1995
[11] L. Reznik, *Fuzzy Controllers*, Oxford OX2 8DP, 1997
[12] Wang, Lie-Xin, *A course in fuzzy system and control,* Khaje Nasir University, 2000
[13] M. Mokhtari and M. Michel, *Engineering Application of Matlab and Simulink*, Khorasan, 2006

ARDESHIR KARAMI MOHAMMADI*, DEPT. OF MECH. ENG., SHAHROOD UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
E-mail address: **akaramim@yahoo.com**

AKBAR SADRI, MS.C.
E-mail address: **a.sadri63@yahoo.com**

*SPEAKER

AN INTELLIGENCE FUZZY CLASSIFICATION SYSTEM FOR DIABETES DISEASE DETECTION

MOSTAFA FATHI GANJI and MOHAMMAD SANIEE ABADEH

ABSTRACT. In this paper, we present a fuzzy rule-base classification system to detection of diabetes disease, named DiabMiner. DiabMiner system generates a set of fuzzy classification rules from labeled data by using an ant colony optimization (ACO) algorithm. These rules are represented in linguistic forms that are easily interpreted and examined by users. Each input pattern maybe compatible (can classify by multiple rules) with several fuzzy rules. Therefore, a fuzzy inference engine is used which classifies the input patterns based on multiple if-then rules voting method. The results reveal that DiabMiner outperforms several famous methods in classification accuracy for diabetes disease detection.

1. Introduction

Many diseases such as diabetes show symptoms which some of these symptoms are appear in the other diseases, i.e. many diseases have share symptoms [9]. Therefore, in addition to the evaluation of test results, physicians must pay attention to previous decisions which made for patients in the same conditions. In other words, the physician needs both knowledge and experience for proper decision making. So, the classification systems could be used to ensure the physician for making fast, accurate and meaningful decisions [9].

Classification systems have been successfully used in many real-world applications [3], such as medical diagnosis, intrusion detection in network and satellite image classification. In the classification task, the aim is assigning the patterns (case, record, or instance) to related classes, out of a set of predefined classes, based on the values of some attributes (called predictor attributes) for the patterns [1].

Parpinelli *et al.* [4] for the first time employed the ACO [2], for data mining and named it AntMiner. They have showed that ACO is a successful method for data mining. Then, Liu *et al.* [16] improved AntMiner, and called it AntMiner2. Also, they believed AntMiner2 doesn't give the chance of searching to ants and they introduced the new version of it and called it AntMiner3 [15]. Finally, Martens *et al.* [3] proposed a new method which has all the advantages of previous versions of AntMiner and named it AntMiner+.

Also, fuzzy approaches have become one of the well-known solutions for the classification problems. Fuzzy logic [13] improves classification and decision support systems by their allowing the use of overlapping class definitions and their powerful capabilities to handle uncertainty and vagueness [5]-[6]. The use of fuzzy if-then rules also improves the interpretability of the results and provides more insight into the classifier structure and decision making process [8]. Moreover, a pattern can belong to several classes with different degrees of membership. The fuzzy classification rules are represented in linguistic forms that are easily interpreted and examined by users.

In the literature, several methods have been proposed to produce fuzzy if-then rules. Ishibuchi *et al.* [5]-[8] introduced GA-based algorithms for selecting a small number of significant fuzzy if–then rules from a larger candidate rule set to construct a fuzzy classification system with high accuracy. Saniee *et al.* [12], [18] used the multiple GA-based algorithms to produce fuzzy rules. They applied ACO algorithm as a local search procedure and improve the performance of their final classification system.

In this contribution, we propose a fuzzy classification rule induction system that derives fuzzy classification rules from the defined dataset, named DiabMiner. For deriving fuzzy rules, an ACO algorithm is utilized so that ants search in training space and gradually make fuzzy rules. The antecedents of each fuzzy rule are coded in linguistic terms by using the membership function. Finally, a fuzzy inference engine classifies the input patterns according to the extracted fuzzy rules.

The proposed method has been evaluated using the public Pima Indian Diabetes data set which is available at the University of California, Irvine web site [19]. The results indicate that this algorithm can detect the diabetes disease signature with competitive or even better accuracy than the results achieved by earlier works. The rest of the paper is as follow: We explain the proposed method in section 2. Section 3 will report the experimental results and section 4 is devoted to conclusion.

2. Proposed Method

2.1. Data Fuzzification

In classification problem, training data may take either categorical (nominal) or numerical. In the case of numerical attribute, the data will be fuzzified into linguistic terms. In fact, the fuzzification in this case is a process of conceptualization, which is often used by people to reduce information overload in decision making process. For example, the numerical salary data may be perceived in linguistic terms such as high,

Key words and phrases: Fuzzy Classification, Medical data mining, Ant Colony Optimization, Pattern Recognition.

average, and low. Their membership functions can be approximated based on expert's opinion or people's common perception.

In the presented fuzzy classifier system, we use fuzzy if-then rules of the following form [6]:

Rule R_j: If x_1 is A_{j1} and … and x_n is A_{jn}, then Class C_j with $CF = CF_j$.

Where R_j is the label of the jth fuzzy if–then rule, $A_{j1},\ldots, A_{jn}$ are antecedents, C_j is the consequent class (i.e., one of the given c classes), and CF_j is the grade of certainty of the fuzzy If–then rule R_j.

As mentioned earlier, the rules antecedents (A_1, …, A_n) are expressed by fuzzy linguistic terms. In our work, we use a simple method to fuzzyify the numerical attributes [5]-[6]. Let us assume that each numerical attribute (A) is partitioned into *K* fuzzy subsets $\{A^k_1, A^k_2, \ldots, A^k_k\}$ where A^k_i is a fuzzy linguistic variable (the subscript *K* is attached to indicate the number of fuzzy subset of each attribute). We can use any type of membership function form (e.g. triangular, trapezoid, and exponential).

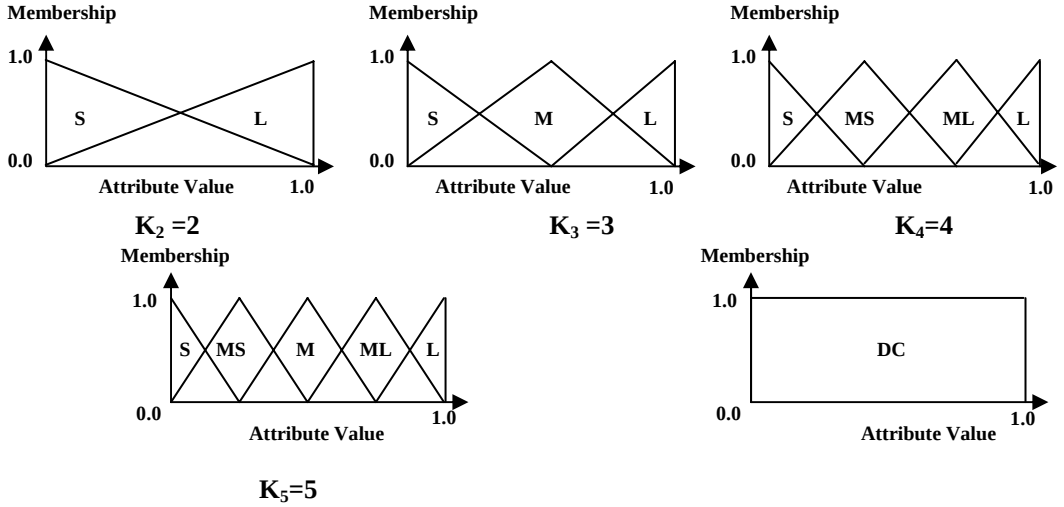


Figure 1. The used antecedent fuzzy sets in this paper. a) 1: Small, 2: medium small, 3: medium, 4: medium large, 5: large b) 0: don't care.

2.2 Fuzzy Rule Generation by ACO

This algorithm applies the artificial ants to explore among the training patterns and gradually deriving fuzzy rules. The ants learns the rules related to each class separately, that is, for each class such as k a function is called to learn the corresponding fuzzy rules. Fig.2 shows the stages of fuzzy rule generation by ACO. In fig.2, at first, the output rule set is empty and to learn the rules associated with each class, Rule-Learn function (fig.3) is called. This function learns the fuzzy rules corresponding to each class and returns them to caller. The all of the learned rules for each class could be used as our classifier.

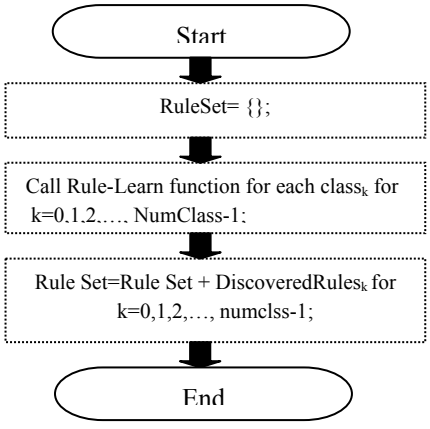


Fig.2. the stages of fuzzy rule learning by ACO

In Rule-Learn function, the list of discovered rules is empty and the training set consists of all the training cases. In outer loop of Rule-Learn, the pheromone is initialized in a way that all cells in the pheromone table are equaled to value of equation (1) [4].

$$\tau_{i,j}(t=0) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{a} b_i} \qquad (1)$$

Function Rule-Learn: fuzzy rule learning related to each class

1- J=0;
2- TrainingPatterns={ all training patterns};
3- DiscoverdRules$_k$= {};
4- Repeat
  4.1- t=0, Set Pheromone Table;
  4.2-Update Heuristic matrix (H_k);
  4.3- Ant$_t$ makes Rule R_j;
  4.4- While (t<Max_ants)
    4.4.1- Ant$_t$ modifies R_j;
    4.4.2- Computing the quality of R_j;
    4.4.3- Updating the pheromone;
    4.4.4- t++;

  4.5-The ant that has the best modification augments its rule to DiscoverdRules$_k$;
  4.6- Remove the cases correctly covered by the selected rule from the TrainingPatterns;
  4.7- J++;
4- Until (Stopping Conditions are satisfied)
5- Return DiscoverdRules$_k$;
6- End;

Fig.3. Rule-Learn function

Then, the first ant (ant_0) constructs rule R_j randomly by adding one term (each triple <attribute, operator, value> called a term) at a time and in the next iterations ($t \geq 1$) the ants modify rule R_j. The maximum terms that each ant can modify in each iteration ($t \geq 1$) is determined by a parameter named Max_change. Max_change can be the number of attributes at most. Each ant chooses $term_{i,j}$ to modify (or add to current rule in the first iteration) with following probability:

$$P_{i,j} = \frac{\tau_{i,j}(t).\eta_{i,j}}{\sum_i^a \sum_j^{b_i} \tau_{i,j}(t).\eta_{i,j}, \forall i \in I} \quad (2)$$

Where $\eta_{i,j}$ is a problem-dependent heuristic value for $term_{ij}$ In this algorithm we use 0.5 for DC and 0.1 for other values. $\tau_{i,j}$ is the amount of pheromone currently available (at time t) on the path between attribute i and value j. a is the total number of attributes. b_i is the total number of values in the domain of $attribute_i$ and I is the set of attributes that are not yet used by the ant. It should be noted that the ants have memory and modify (or construct in first iteration) each of rule R_j term just for once time.

While a rule modified by an ant, the quality function calculates the quality of modified rule. The quality of a rule such as R_j is computed according to equation (3) [4].

$$Q_j = \frac{TP}{TP+FN} . \frac{TN}{TN+FP} \quad (3)$$

Where

TP: true positives, the number of cases in our training set covered by the rule that have the class predicted by the rule.

FP: false positives, the number of cases covered by the rule that have a class different from the class predicted by the rule

FN: false negatives, the number of cases that are not covered by the rule but that have the class predicted by the rule.

TN: true negatives, the number of cases that are not covered by the rule and that do not have the class predicted by the rule.

After each ant modifies the terms of a rule according to Max_change parameter, pheromone updating is carried out. We have defined a new simple method to update pheromone, in a way that whenever each ant modified the terms of rule R_j, quality of rule R_j is calculated. If the quality of rule R_j is improved then pheromone of this rule is increased according to quality value which improved. Pheromone updating is carried out according to equation (5).

$$\Delta_i^Q = Q_i^{AfterModification} - Q_i^{BeforModification} \quad (4)$$

$$\tau_{i,j}(t+1) = \tau_{i,j}(t) + \tau_{i,j}(t).(\Delta_i^Q . C) \quad (5)$$

Where

Δ_i^Q shows difference between the quality of the rule R_i after and before modification. C is a parameter to regulate influence of improved quality to increase the pheromone (in our experiment C is 0.5). To simulate the phenomenon evaporation in real ant colony, the amount of pheromone associated with each $term_{ij}$ that does not occur in the constructed rule must be decreased. The pheromone of unused terms is decreased by dividing the amount of the value of each τ_{ij} by the summation of all τ_{ij}.
Stopping condition in outer loop of Rule-Learn (fig.3) function refers to any condition that user has defined to terminate the loop. In our experiments, when minimum uncovered instances are remain or fairly all ants travel in the same path, the learning process is finished.
For each class independently, the above operations will be done iteratively and finally a set of rules would be discovered. These rules could be used as our detection model to be applied in diabetes disease diagnosis.

2.3 Fuzzy Inference

When ACO-learning algorithm generated a set of fuzzy rules using M training patterns, we use a fuzzy inference engine based on the voting [7] by multiple fuzzy if-then rules to classify test patterns (see fig.4).

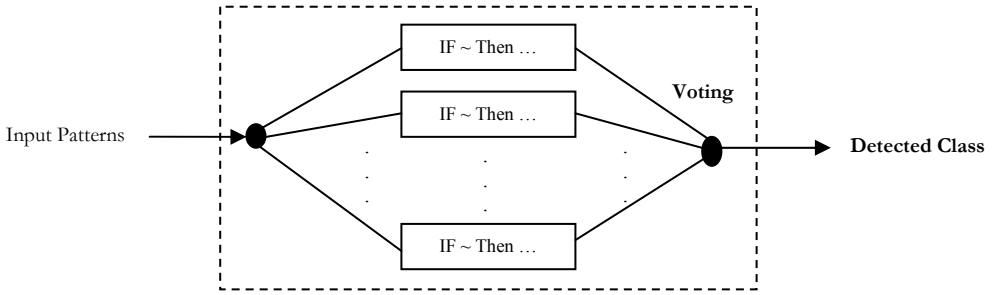


Fig.4 pattern classify by multiple fuzzy rules voting [7].

Let us denote the set of the generated fuzzy if-then rules by S. The following steps are applied to classify each input patterns:
Step 1: Calculate the compatibility of each training pattern $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \ldots, x_{pn})$ with the fuzzy if–then rule R_j by the following product operation:

$$\mu_j(x_p) = \mu_{j1}(x_{p1}) \times \ldots \mu_{jn}(x_{pm}) \quad , p = 1,2,3, \ldots, m \qquad (6)$$

Where $\mu_{ji}(x_{pi})$ is the membership function of i^{th} attribute of p^{th} pattern and M denotes the total number of patterns.
Step 2: For each class, calculate the relative sum of compatibility grades [12] of the training patterns with the fuzzy if–then rule R_j:

$$\beta_{Classh}(R_j) = \sum_{x_p \epsilon Classh} \frac{\mu_j(x_p)}{N_{Classh}}, \qquad h = 1,2, \ldots, c \qquad (7)$$

Where $\beta_{Classh}(R_j)$ is the sum of the compatibility grades of the training patterns in *Classh* with the fuzzy if–then rule R_j and N_{Classh} is the number of training patterns which their corresponding class i.
Step 3: The grade of certainty CF_j is determined as follows:

$$CF_j = \frac{\beta_{Class\,\hat{h}}(R_j) - \bar{\beta}}{\sum_{h=1}^{c} \beta_{Class\,h}(R_j)} \qquad (8)$$

Where

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{h \neq \hat{h_j}} \beta_{Class\,h}(R_j)}{(c-1)} \qquad (9)$$

Step 4: When a rule set S is given, an input pattern $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \ldots, x_{pn})$ is classified by the class with the maximum value of α_{ClassT}, which is determined as follows:

$$\alpha_{ClassT} = \sum_{Rj \epsilon S \atop C_{j=Class\,T}} \mu_j(x_p).CF_j \qquad (10)$$

3. **Experimental Results**

This paper studies Pima Indian Diabetes dataset (PID), which current data mining approaches have often used for their analyses. This data set taken from the UCI machine learning respiratory [19]. PID contains 768 instances form female patients of Pima Indian heritage, 8 integer-valued attributes and 2 classes.
In our experiment we need to normalize the data set. For this purpose, we use the following function:

$$\text{Normalize}(X) = \frac{(X - X_{min})}{x_{max} - x_{min}} \qquad (11)$$

To evaluate the performance of the classifier, accuracy is computed by 10-fold cross-validation method which data set is divided into ten partitions, and DiabMiner is run ten times, using a different partition as test set each time, with the other nine as training set. The accuracy rate of the discovered rules was high comparing with the accuracy for other systems such as SVM, Bayes and other e as shown in Table 1.

Method	SVM*	C4.5*	Bayes*	Naive Bayes*	SA [9]	AntMiner[11]	LS-SVM [9]	AntMiner_Q[11]	DiabMiner
Classification Accuracy (%)	76.0	75.44	72.2	75.30	75.71	70.99	78.21	77.6	79.8177

* We have implemented the methods that marked with asterisk [15], [20].

Table 1 Classification accuracy obtained with different methods for PID.

The detail experiments Results obtained by DiabMiner are shown in table 2.

Classification Accuracy	Precision	Recall	F-Measure	taken time to train model (s)	taken time to test model (s)
0.798177	0.794	0.798	0.794	102.47	145.32

Table 2 Evaluation of DiabMiner performance using PID.

4. Conclusion

This paper introduces a new method (DiabMiner) to detect diabetes patients. DiabMiner operates in two environments: Training environment and testing environment. In training environment, an ACO procedure is applied for training the model and a set of fuzzy rules are extracted as model. Then, in testing environment, the made model classifies the input patterns by using a voting-based fuzzy inference engine. Our experiment reveals that DiabMiner can classify the diabetes patients with acceptable accuracy and competitive with well-known algorithms such as SVM, C4.5.

REFERENCES

[1] R.S. Michalski, I. Bratko, M. Kubat, ***Machine Learning and Data Mining: Methods and Applications***, Wiley, New York, 1998.

[2] M. Dorigo and T. Stützle, ***Ant Colony Optimization***, Cambridge, MA: MIT Press, 2004.

[3] David Martens, Manu De Backer, Raf Haesen, Jan Vanthienen, ***Monique Snoeck, and Bart Baesens***, Classification With Ant Colony Optimization, IEEE Trans on Evolutionary Computation, Vol. 11, pp.651-656, 2007.

[4] R. S. Parpinelli, H. S. Lopes, and A. A. Freitas, ***Data mining with an ant colony optimization algorithm***, IEEE Trans on Evolutionary Computation vol.6, pp. 321–332, 2002

[5] Hisao Ishibuchi, Tomoharu Nakashima, and Tadahiko Murata, ***Performance Evaluation of Fuzzy Classifier Systems for Multidimensional Pattern Classification Problems***, IEEE Trans on Systems, PART. B, VOL. 29, NO. 5, OCTOBER.1999.

[6] Ken Nozaki, Hisao Ishibuchi, and Hideo Tanaka, ***Adaptive Fuzzy Rule-Base classification systems***, IEEE Trans on Fuzzy Systems, VOL. 4, NO. 3, AUGUST.1996.

[7] Hisao Ishibuchi, Tomoharu Nakashima, Takehiko Morisawa, ***Voting in fuzzy rule-based systems for pattem classification problems***, fuzzy sets and systems, vol.103, pp. 223-238, 1998.

[8] Hisao Ishibuchi, Takashi Yamamoto, ***Fuzzy rule selection by multi-objective genetic local search algorithms and rule evaluation measures in data mining***, Fuzzy Sets and Systems, VOL.141 pp.59–88, 2004.

[9] Kemal Polat, Salih Gu¨nes, Ahmet Arslan, ***A cascade learning system for classification of diabetes disease: Generalized Discriminate Analysis and Least Square Support Vector Machine***, Expert Systems with Applications vol.34, pp.482–487, 2008.

[10] Hamid Mohamadi, Jafar Habibi, Mohammad Saniee Abadeh, Hamid Saadi, ***Data mining with a simulated annealing based fuzzy classification system***, Pattern Recognition vol.41pp.1824 – 1833, 2008.

[11] P. Jaganathan, K.Thangavel A. Pethalakshmi, M. Karnan, ***Classification Rule Discovery with Ant Colony Optimization and Improved Quick Reduct Algorithm***, IAENG International Journal of Computer Science, vol.33, 2007.

[12] Mohammad Saniee Abadeh, Jafar Habibi, and Emad Soroush, ***Induction of fuzzy classification systems via evolutionary ACO-based Algorithms***, International journal of simulation, systems, science, technology, VOL. 9, NO.3, 2008.

[13] L.A. Zadeh, ***Fuzzy sets***, Information and Control, Vol.8, pp.338-353, 1965.

[14] Marco Dorigo, Christian Blum, ***Ant colony optimization theory: A survey***, Theoretical Computer Science Vol.344, pp. 243 – 278, 2005.

[15] Ian H. Witten, Eibe Frank, ***Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques***, vol.1, Morgan Kaufmann publications, 2005.

[16] B. Liu, H. A. Abbass, and B. McKay, *Classification rule discovery with ant colony optimization*, In Proc. IEEE/WIC Int. Conf. Intell. Agent Techno, 2003.
[17] B Liu, HA Abbass, B McKay, *Density-based heuristic for rule discovery with ant-miner*, The 6th Australia-Japan joint workshop on intelligent, 2002.
[18] Mohammad Saniee Abadeh, Jafar Habibi, Emad Soroush, *Induction of Fuzzy Classification Systems Using Evolutionary ACO-Based Algorithms*, Proceedings of the First Asia International Conference on Modelling & Simulation (AMS'07), IEEE, 2007.
[19] Blake, C. L., & Merz, C. J. *UCI Repository of Machine Learning Databases*, 1996, Available from http://www.ics.uci.edu./~mlearn/MLReporsitory.html.
[20] WEKA tool is available at : http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/

MOSTAFA FATHI GANJI *, ADDRESS: FACULTY OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, TARBIAT MODARES UNIVERSITY, NASR BRIDGE, JALAL ALE AHMAD HIGHWAY, TEHRAN, IRAN.
E-mail address: **m.ganji@modares.ac.ir**

MOHAMMAD SANIEE ABADEH, ADDRESS: FACULTY OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, TARBIAT MODARES UNIVERSITY, NASR BRIDGE, JALAL ALE AHMAD HIGHWAY, TEHRAN, IRAN.
E-mail address: **saniee@modares.ac.ir**

* SPEAKER

GOODMAN-KRUSKAL'S γ MEASURE OF ASSOCIATION WITH FUZZY CATEGORIES

G. Hesamian

ABSTRACT. This paper deals with the problem of extending of a measure of association in a two-way contingency tables, when we prefer to categorize the variables based on linguistic terms rather than crisp quantities. To do this end, we consider the Goodman-Kruskal's γ statistic in such contingency tables for evaluating the relationship between two fuzzy categories. To test the null hypothesis of independence, the concepts of fuzzy p-value are extended by using the α-cuts approach.

1. Introduction

This A particular class of non-parametric statistical procedures is composed of evaluating the relationship between categorized variables in a two-way contingency table. Classical procedures in these cases, are commonly based on crisp (exact/non fuzzy) categories. But, in real world, there are many situations in which categories based on linguistic terms are more realistic and more suitable. For example, a research to investigate relation between performance and self-esteem for student. Due to lack of reliability of the observations, students may academic identify themselves as non-exact concepts "low", "medium", and "high" for self-esteem and "low", "high" for academic performance. As another example, in a marketing study, responses of people to a question about "how effective a advertisement was in persuading them to buy a commodity" may classify as non-exact categories "a
bit acceptable", "more or less acceptable", and "acceptable". Note that, the border between these categories are vague to assign a response only in one specified category. Therefore, the analysis of contingency tables needs to develop statistical methods, using some elements of fuzzy set theory, in both situations.

In last decades there have been a lot of attempts to combine statistical methods and fuzzy set theory, in different fields But, as the authors know, there have been a few works on non-parametric approach in fuzzy environments , among them we can mention the works by Denoeux et al. [3], Grzegorzewski [6,7], Hryniewicz [9], and Kahraman et. al. [10].

In this work, we propose a procedure for analyzing the contingency tables when the categories of interest are imprecise rather than crisp.

This paper is organized as follows: The statement of the main problem of this work is presented in Section 2. In Section3, we recall some concepts of fuzzy numbers. In Section 4, we introduce a method to generalize the classical measure of association Goodman-Kruskal's γ statistic. Also, we follow the problem of testing the hypothesis of independence in a two-way contingency tables with fuzzy categories. To do this, we develop a method to construct fuzz cell frequencies, fuzzy Goodman-Kruskal's γ statistic, and fuzzy p-value. To reject or not the null hypothesis, we use NSD index to compare the fuzzy p-value and a fuzzy level of significance. A numerical example is provided to clarify the discussions in this paper, in Section 5. A brief conclusion is provided in Section 6.

2. Statement of the main problem

Suppose we have a random sample of observations as $(x_1, y_1)\ (x_2, y_2), \ldots\ (x_N, y_N)$, and there are two attributes of interest, say T and S, for each subject in the sample. Suppose there are r categories of the variable\T, and c categories of the variable S, and each of N observations (x_i, y_i) is classified into exactly one of the r×c cross-categories. In a r×c contingency table, the entry in the (i,j) cell, denoted by f_{ij}, is the number of items having the cross-classification $T = t_i,\ S = s_j$. If we are interesting that there is some degree of relationship between two variables calculated in conjunction with a two-way contingency table, then we will deal with measures of association. A well-know measure of association is Goodman-Kruskal's γ statistic. The range of γ is [-1,+1], and when T and S are independent, we have $\gamma = 0$ When $\gamma < 0$ the considered variables are associated negatively, and when $\gamma > 0$ variables they are associated positively Goodman-Kruskal's γ statistic is defined as $G_N = \frac{\pi_C - \pi_D}{\pi_C + \pi_D}$,where,

Key words and phrases: Fuzzy p-value, Fuzzy significance level, Fuzzy measure of associations.

$$\pi_C = 2\sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=1}^{c-1} f_{ij}\Big(\sum_{s=i+1}^{r}\sum_{t=j+1}^{c} f_{st}\Big),$$
$$\pi_D = 2\sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=1}^{c-1} f_{ij}\Big(\sum_{s=i+1}^{r}\sum_{t=1}^{c} f_{st}\Big),$$

Consider the problem of testing hypothesis $H_0: \gamma = 0$ of independence against the alternative hypothesis $H_1: \gamma \neq 0$ of the non-independence. For a large number of observations, the variance of the statistic under the null hypothesis that gamma equals zero is computed as

$$\sigma^2_{G_N} = \frac{4}{(\pi_C + \pi_D)2}\left(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} f_{ij}\left[\pi_{ij}^{(C)} - \pi_{ij}^{(D)}\right]^2 - (II_C - II_D)^2/\mathrm{N}\right),$$

Where, $\mathrm{N}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} f_{ij}$, and,

$$\pi_{ij}^{(C)} = \sum_{s=1}^{i-1}\sum_{t=1}^{j-1} f_{st}\sum_{s=i+1}^{r}\sum_{t=j+1}^{c} f_{st},$$

$$\boldsymbol{\pi_{ij}^{(D)}} = \sum_{\boldsymbol{s=1}}^{\boldsymbol{i-1}}\sum_{\boldsymbol{t=1}}^{\boldsymbol{j-1}} \boldsymbol{f_{st}}\sum_{\boldsymbol{s=i+1}}^{\mathbf{r}}\sum_{\boldsymbol{t=j+1}}^{\boldsymbol{j-1}} \boldsymbol{f_{st}},$$

The test statistic is $Z = G_N/\sqrt{\sigma^2_{G_N}}$, which has an asymptotic standard normal distribution under the null hypothesis. Therefore, independence may thus be rejected at given level of significance δ if the following condition holds

$$\left|\frac{G_N}{\sigma_{G_N}}\right| > \Phi^{-1} = \left(1 - \frac{\delta}{2}\right),$$

where Φ denotes the distribution function of the standard normal distribution. Therefore, a test may be formally represented by

$$\varphi_\delta\left[(x_{1,}y_1), \dots, (x_{N,}y_N)\right] = \begin{cases} 1 & p - vale > \delta, \\ 0 & otherwise\ , \end{cases}$$

where,

$$p - vale = 2\left[1 - \Phi\left(\left|\frac{\mathrm{G_N}}{\sigma_{G_N}}\right|\right)\right].$$

Therefore $\varphi_\delta\left[(x_{1,}y_1), \dots, (x_{N,}y_N)\right]$ equals1 if H_0 is rejected at the δ level of significance, and otherwise 0 (for more details see [1,5]). But, suppose that the variables of interest are categorized as linguistic terms, in which the boundary of imprecise. In specific words, suppose that instead of categories $t_1, t_2, \dots, t_{\mathbf{r}}$ categories are of the variable T we have $\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots \tilde{t}_r$ as a fuzzy category of the possible values of the variable T. Consider for example, the analysis of dependence between income and job satisfaction. However, these categories (T=income and S=job satisfaction) correspond to linguistic terms forming a partition on the image of the variables. The variables are categorized as "low", "moderate", "high" and "very high" for income, and categories "little satisfied", "moderate dissatisfied", "more or less satisfied", and "very satisfied" for job satisfaction. Note that the border between these categories are definitely vague as for many individuals it may be difficult assign a response only in one category. Therefore, it may difficult to assign a person in a cell of contingency table, in an exact way because of the uncertainty. The main problem studied in this work is to extend the Goodman-Kruskall's γ statistic and test the null hypothesis of independence in such kind of contingency tables. We use some concepts of fuzzy set theory we will recall in the next section.

3. Fuzzy numbers

A fuzzy set of the universal set X is defined by its membership function $\mu_{\tilde{A}}: X \to [0,1]$ with the set $\mathrm{supp}(\tilde{A}) = \{x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) > 0,\}$ the support of $\tilde{A}$. We say $\tilde{A}$ is a normal fuzzy set if there exist at least

one element $x \in X$ such that $\mu_{\tilde{A}}(x)$=1. In this work, we consider R (the real line) as the universal set. We denote by $\tilde{A}_\alpha$ the α-cut of the fuzzy set $\tilde{A}$ of R, defined for every $\alpha \in (0,1]$ as $\widetilde{A}_{\alpha=}\{x \in R: \mu_{\tilde{A}}(x)\ (x) \geq \alpha\}$, and $\tilde{A}_0$ is the closure of supp$(\tilde{A})$. The fuzzy set $\tilde{A}$ of R is called a fuzzy number if it is normal, and for every $\alpha \in (0,1]$, the set $\tilde{A}_\alpha$ is compact-interval. Such an interval will be denoted by $\tilde{A}_\alpha = [\tilde{A}_\alpha^L, \tilde{A}_\alpha^U]$, where $\tilde{A}_\alpha^L = inf\{x: x \in \tilde{A}_\alpha\}$. and $\tilde{A}_\alpha^U = sup\{x: x \in \tilde{A}_\alpha\}$. One of the popular form of a fuzzy number is the triangular fuzzy number denoted by $\tilde{A} = (\alpha, \alpha_L, \alpha_U)_T$ and it's membership function is given by

$$\mu_{\tilde{A}(x)} = \begin{cases} \dfrac{x-(\alpha-\alpha_L)}{\alpha_L} & \alpha-\alpha_L \leq x < \alpha\,, \\ \dfrac{(\alpha+\alpha_U)-x}{\alpha_U} & \alpha \leq x \leq \alpha+\alpha_U. \end{cases}$$

4. Contingency table with fuzzy categories

In this section, we provide an approach for analyzing a two-way contingency table with fuzzy categories $\tilde{T} = \{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots \tilde{t}_r\}$, $\tilde{S} = \{\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots \tilde{s}_c\}$ based on a sample of crisp observations $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ (briefly, a contingency table with fuzzy categories). In the following, we are going to extend the Goodman-Kruskal's γ to introduce a method to test the null hypothesis of independence for such cases.

Definition 4.1. In a two-way contingency table based on two fuzzy categorized variables $\widetilde{T}$ and $\widetilde{S}$, the fuzzy Goodman-Kruskal's γ statistic is defined to be a fuzzy set as $\widetilde{G}$ with the following α-cuts

$$\tilde{G}[\alpha] = [\tilde{G}_\alpha^L, \tilde{G}_\alpha^U],$$

Where,

$$\tilde{G}_\alpha^L = inf\left\{\frac{C(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) - D(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc})}{C(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) + D(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc})} : Z^{ij} \in \tilde{f}_{ij}[\alpha]\right\},$$

$$\tilde{G}_\alpha^u = sup\left\{\frac{C(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) - D(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc})}{C(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) + D(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc})} : Z^{ij} \in \tilde{f}_{ij}[\alpha]\right\},$$

and,

$$C(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) = \sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=1}^{c-1} Z^{ij}\Big(\sum_{s=i+1}^{r}\sum_{t=j+1}^{c} Z^{ij}\Big),$$

$$D(Z^{11}, Z^{11}, \dots, Z^{rc}) = \sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=1}^{c-1} Z^{ij}\Big(\sum_{s=i+1}^{r}\sum_{t=1}^{c} Z^{ij}\Big).$$

Remark 4.2. Based on the Resolution Identity [11], it is easily concluded that the sequence of the closed intervals $\tilde{G}_N[\alpha]$, α∈(0,1] constitute a fuzzy numbers on [-1,1].

Remark 4.3. Hryniewicz [9], extended the concept of Goodman-Kruskal γ to a two-way contingency table, too. He considered the case that some data are imprecise and the categories are crisp, in which observations are described by possibility distributions. But, in the present work, we extend this measure with crisp observations and fuzzy categories.

4.1. Fuzzy p-value

Definition 4 .4. In the problem of testing independence, in a two-way contingency table, with fuzzy categories, the fuzzy p-value is defined to be a fuzzy set with the following α-cuts

$$p-\widetilde{vale}[\alpha]=\left[\left(p-\widetilde{vale}\right)_{\alpha}^{\mathrm{L}},\left(p-\widetilde{vale}\right)_{\alpha}^{\mathrm{U}}\right],\ \textit{and,}$$

$$\left(p-\widetilde{vale}\right)_{\alpha}^{\mathrm{L}}=2\left[1-\Phi(\sup\left\{\left|\frac{\mathrm{G_{N^*}}(\mathrm{Z^{ij}})}{\sigma_{GN}.(\mathrm{Z^{ij}})}\right|:\mathrm{z^{ij}}\in\ \tilde{f}_{ij}[\alpha]\right\})\right],$$

$$\left(p-\widetilde{vale}\right)_{\alpha}^{\mathrm{U}}=2\left[1-\Phi(\inf\left\{\left|\frac{\mathrm{G_{N^*}}(\mathrm{Z^{ij}})}{\sigma_{\mathrm{G_{N^*}}}(\mathrm{Z^{ij}})}\right|:\mathrm{z^{ij}}\in\ \tilde{f}_{ij}[\alpha]\right\})\right],$$

$where, N^*=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\mathrm{z^{ij}}$.

Remark 4 .5. Based on the Resolution Identity, one can conclude that the sequence of the closed intervals the $p-\widetilde{vale}[\alpha]\ whrere\ \alpha\in(0,1]$, constitute a fuzzy number on [0,1].

Remark 4 .6. If the fuzzy variables $\tilde{T}$ and $\tilde{S}$ reduced to the crisp categories (i.e. crisp intervals), then the fuzzy Goodman-Kruskal's γ statistic and the fuzzy p-value are reduced to the classical Goodman-Kruskal's γ and the classical p-value, respectively.

4.2 . Method of decision making

At given crisp level of significance δ, applying the extension principle on classical test $\tilde{\varphi}_{\delta}$ we can a fuzzy test $\tilde{\varphi}_{\delta}[(x_1,y_1),\dots(x_N,y_N)]$ on {0,1} where $\mu_{\tilde{\varphi}_{\delta}}(1)=sup_{P\le\delta}\mu_{p-\widetilde{value}}(p)$ and $\mu_{\tilde{\varphi}\delta}(0)=sup_{P>\delta}\mu_{p-\widetilde{value}}(p)$ [3]. The quantity $\mu_{\tilde{\varphi}_{\delta}}(1)$ possibility that the null hypothesis would be rejected. In a similar fashion , the quantity $\mu_{\tilde{\varphi}_{\delta}}(0)$ possibility that H_0would not be rejected. Now, suppose that the significance level is considered as a fuzzy set. Therefore, we need a method for comparing the obtained fuzzy p-value and the given fuzzy significance level. Here, we recall a definition of the fuzzy significance level, and a method of ranking fuzzy numbers via coefficient called the necessity index of strict dominance (NSD index), suggested by Dubios & Prade [4].

Definition 4 .7. [8] A fuzzy significance level is any set $\tilde{\delta}$ on (0,1].

One can expect that if the observed fuzzy p-value is less than the given fuzzy level $\tilde{\delta}$, then H_0 (the hypothesis of independence) is rejected, otherwise H_0 is not rejected. To do this, we need a criterion for comparing two fuzzy numbers. We use NSD index because of it's appropriate properties and it's natural interpretation and effectiveness in solving real-life problems including statistics, see [3] and [7]. For two fuzzy numbers $\tilde{A}$ and $\tilde{B}$ we can evaluate the degree of necessity to which the relation $\tilde{A}>\tilde{B}$ is fulfilled by

$$Nec\left(\tilde{A}>\tilde{B}\right)=1-sup\min\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{B}}(y)\}.$$

In addition, the degree of possibility to which the relation $\tilde{A}\le\tilde{B}$ is fulfilled is defined to be $\mathrm{Pos}\left(\tilde{A}\le\tilde{B}\right)=1-Nec\left(\tilde{A}>\tilde{B}\right)$.

Definition4.8. Consider the problem of testing the null hypothesis of independence in a two-way contingency table with fuzzy categories. We define a fuzzy test $\mu_{\tilde{\varphi}_{\delta}}[(x_1,y_1),\dots(x_N,y_N)]$ on {0,1} where, $\tilde{\varphi}_{\delta}[(x_1,y_1),\dots(x_N,y_N)](1)=Nec\left(\tilde{\delta}>p-\widetilde{value}\right)$ is called the necessity degree that H_0 is rejected. Also $\tilde{\varphi}_{\delta}[(x_1,y_1),\dots(x_N,y_N)](0)=Poss(\delta\le\ p-\widetilde{vale})$ is called the possibility degree that H_0 would not be rejected. Note that, the comparison approach used in pervious definition is subjective, and so nothing of the main results of the present work will be lost by altering these definitions to ones which fit the demands of the decision makers.

TABLE 1. The data set in Example 5.1

NO	INC	J.S	NO	INC	J.S	NO	INC	J.S	NO	INC	J.S	NO	INC.	J.S
1	300	10	2	35O	15	3	4OO	20	4	450	25	5	25O	10
6	800	40	7	400	55	8	450	60	9	2500	68	10	350	75
11	850	85	12	1200	10	13	1600	20	14	1800	25	15	900	40
16	1200	52	17	1400	54	18	1600	55	19	1700	56	20	1800	57
21	1900	58	22	2400	66	23	1300	72	24	1500	75	25	1600	77
26	1800	78	27	2600	63	28	1600	92	29	1700	94	30	2500	87
31	3200	25	32	4300	44	33	3100	52	34	3200	55	35	3300	60
36	3500	62	37	3600	64	38	4600	66	39	3200	72	40	3400	74
41	3500	76	42	3700	77	43	3800	78	44	3300	79	45	3600	73
46	4700	86	47	3200	94	48	3500	96	49	3600	95	50	4400	86
51	4700	27	52	5300	53	53	4700	68	54	5200	72	55	5500	74
56	5700	76	57	5600	77	58	5800	78	59	4800	83	60	5300	92
61	5500	95	62	5700	98	63	4900	88	64	700	67	65	400	77

5. Numerical example

To clarify our proposed method, a practical example is provided in this section.

Example 5.1. A study designed to investigate the relationship between income and job satisfaction among cabmans. We categorized the variables as "low", "moderate", "high", and "very high" for income, and "not satisfied", "moderate dissatisfied", "more or less satisfied", and very satisfied" for job satisfaction (see Fig.1). A random sample of 65 cabmans reported their monthly average income and their job satisfaction scaled between 0-100 (Table 1).

In this example, therefore, we deal with a two-way contingency table 4×4 with the fuzzy categories $\tilde{T} = \{\tilde{t}_1 = \text{low}, \tilde{t}_2 = \text{moderate}, \tilde{t}_3 = \text{high}, \tilde{t}_4 = \text{"very high"}\}$ for income and $\tilde{S} = \{\tilde{s}_1 =$ little satisfied, $\tilde{s}_2 =$moderate satisfied , $\tilde{s}_3 =$ more or less satisfied , $\tilde{s}_4 = \text{satisfied"}\}$ for job satisfaction, whose membership functions are shown in Fig. 1. For instance, assume that the income and job satisfaction of a person are 2500 ($) and 45. For this case, we have $\mu_{\tilde{t}_1}(2500) = 0.5$, $\mu_{\tilde{t}_2}(2500) = 0$, $\mu_{\tilde{t}_3}(2500) = 0.5$, $\mu_{\tilde{t}_4}(2500) = 0$, and $\mu_{\tilde{s}_1}(45) = 0.5$, $\mu_{\tilde{s}_2}(45) = 0$, $\mu_{\tilde{s}_3}(45)=0$, $\mu_{\tilde{s}_4}(45) = 0$. Now, we wish to test the null hypothesis that the income and job satisfaction are independent at significance level "about 0.05 which is represented by the triangular fuzzy number $\tilde{\delta} = (0.05,0.05,0.05)_T$ (Fig 2). Based membership function of the fuzzy p-value is obtained as drew in Fig 2 (which can be interpreted: about 0.1×10^{-5}). With comparing the observed fuzzy p-value and the fuzzy significance level, we see that $\tilde{\varphi}_{\delta}[(x_1, y_1), \dots (x_N, y_N)](1) = 0.4$, And $\tilde{\varphi}_{\delta}[(x_1, y_1), \dots (x_N, y_N)](0) = 0.6$. Therefore, we reject the null hypothesis $H_0$with necessity degree of 0.4. But there is also a possibility of 0.6 that H_0 would not be rejected. Also, the fuzzy Goodman-Kruskal's γ statistic, is obtained "about 0.58", as shown in Fig .2.

Fig 1. Fuzzy categories for job satisfaction and income Example 5.1

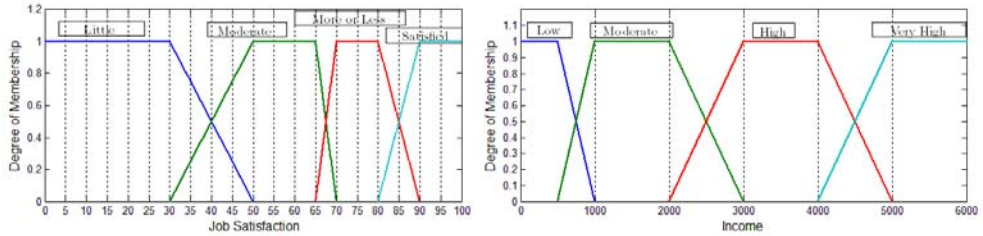
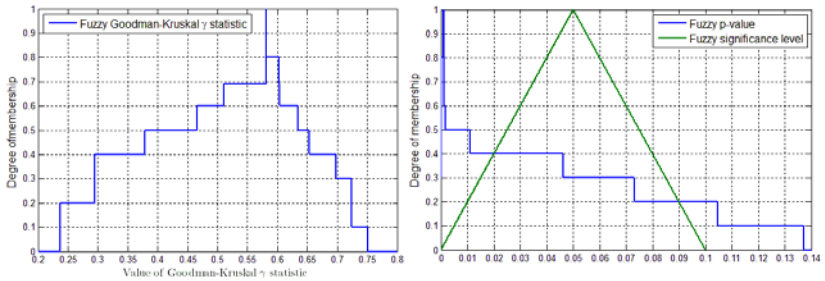


Fig 2. Fuzzy p-value and fuzzy significance level in Example 5.1



6. Conclusion

We introduced a fuzzy version of the measure of association Goodman-Kruskal γ statistic in a two-way contingency table with crisp observations and categories described by fuzzy sets. Also, we developed a method for testing independence in a such two-way contingency table, when level of significance is a fuzzy number. For this purpose, we introduced the concepts of fuzzy p-value. To evaluate the independence hypothesis, we use a common index to compare the fuzzy p-value and the fuzzy significance level. The proposed method can be extended for other measures of associations used in a two-way contingency table such as Kendall's Tau-b index and Stuart's Tau-c index. The problem of analyzing measures of association, when the data available are fuzzy is a potential subject for future researches.

REFERENCES

[1] A. Agresti, *Categorical Data Analysis*, Second Edition, J Wiley, New York, 2002
[2] G. Bortolan and R. Degani, *A review of some methods for ranking fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, 15 (1985) 1-19.
[3] T. Denoeux and M. H. Masson and P. H. Herbert, *Non-parametric rank-based statistics and significance tests for fuzzy data*, Fuzzy Sets and Systems, 153 (2005), 1-28.
[4] Dubios D, Prade H, *Ranking of fuzzy numbers in the setting of possibility theory*. Information Sciences 30 (1983) 183-224.
[5] Gibbons J D, Chacraborti S , *Non-parametric Statistical Inference*. Forth Edition, Springer, Marcel Dekker, Inc., New York. 2003.
[6] Grzegorzewski P, *Distribution-free tests for vague data*. In Lopez-Diaz M. et al. (Eds.), Soft methodology and Random Information Systems, Heidelberg, Springer, 495—502, 2004.
[7] Grzegorzewski P, K-*sample median test for vague data*, International Journal of Intelligent Systems 24 (2009) 529—539.
[8] M. Holena, *Fuzzy hypotheses testing in a framework of fuzzy logic*, Fuzzy Sets and Systems, 145 (2004) 229-252.
[9] O. Hryniewicz, *em Goodman-Kruskal measure of dependence for fuzzy ordered categorical data*, Computational Statistics and Data Analysis, 51 (2006), 323-334.
[10] C. Kahranam and CF. Bozdag and D. Ruan, *Fuzzy sets approaches to statistical parametric and non-parametric tests*, International Journal of Intelligent Systems, 19 (2004), 1069-1078.
[11] K . H. Lee, *First Course on Fuzzy Theory and Applications Heidelberg*, Springer, 2005.

G. Hesamian *, DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES, ISFAHAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 8415683111 IRAN
E-mail address: **g.hesamian@math.iut.ac.ir**

* SPEAKER

TERM FUNCTIONS OVER FUZZY HYPERALGEBRAS

R.AMERI, T.NOZARI

ABSTRACT. The purpose of this note is the study of term functions over fuzzy hyperalgebras. We start from this idea that the set of nonzero fuzzy subsets of a fuzzy hyperalgebra can be organized naturally as a universal algebra, to constructing the term functions over this algebra. We deduce some results on fuzzy hyperalgebras from some of the very known properties of the term functions of a universal algebra. Finally, we present the form of generated subfuzzy hyperalgebra of a given fuzzy hyperalgebra, which in the particular cases of the universal algebras and multialgebras are already known

1. Introduction

Hyperstructure theory was born in 1934 when Marty defined hypergroups, began to analysis their properties and applied them to groups, relational algebraic functions. Now they are widely studied from theoretical point of view and for their applications to many subjects of pure and applied properties. Zadeh(1965) introduced the notion of a fuzzy subset of a non-empty set X, as a function from X to $[0,1]$. Rosenfeld (1971) defined the concept of fuzzy group. Since then many papers have been published in the field of fuzzy algebra. Recently fuzzy set theory has been well developed in the context of hyperalgebraic structure theory . In this paper by using the fuzzy hyperalgebra notion and constructing term functions over the algebra of nonzero fuzzy subsets of a fuzzy hyperalgebra, we obtain some results on fuzzy hyperalgebras which in the cases of multialgebras and universal algebras are known.

2. Preliminary Notes

In this section we present some definitions and simple properties of hyperalgebras which will be used in the next sections. In the sequel H is a fixed nonvoid set, $P^*(H)$ is the family of all nonvoid subsets of H, and for a positive integer n we denote for H^n the set of n-tuples over H (for more see [3] .

For a positive integer n a n-ary hyperoperation β on H is a function $\beta: H^n \to P^*(H)$. We say that n is the arity of β. A subset S of H is closed under the n-ary hyperoperation β if $(x_1, \dots, x_n) \in S^n$ implies that $\beta(x_1, \dots, x_n) \subseteq S$. A nullary hyperoperation on H is just an element of $P^*(H)$; i.e. a nonvoid subset of H.

A hyperalgebraic system or a hyperalgebra $\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ is the set H with together a collection $(\beta_i | i \in I)$ of hyperoperations on H.

A subset S of a hyperalgebra $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ is a subhyperalgebra of $\mathbb{H}$ if S is closed under each hyperoperation β_i, for all $i \in I$, that is $\beta_i(a_1, \dots, a_{n_i}) \subseteq S$, whenever $(a_1, \dots, a_{n_i}) \in S^{n_i}$. The type of $\mathbb{H}$ is the map from I into the set $\mathbb{N}^*$ of nonnegative integers assigning to each $i \in I$ the arity of β_i. In this paper we will assume that for every $i \in I$, the arity of β_i is n_i.

For $n > 0$ we extend an n-ary hyperoperation β on H to an n-ary operation $\overline{\beta}$ on $P^*(H)$ by setting for all $A_1, \dots, A_n \in P^*(H)$

$$\overline{\beta}(A_1, \dots, A_n) = \cup \{\beta(a_1, \dots, a_n) | a_i \in A_i (i = 1, \dots, n)\}$$

It is easy to see that $\langle P^*(H), (\overline{\beta}_i : i \in I)\rangle$ is an algebra of the same type of $\mathbb{H}$.

2.1. Definition. Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ and $\overline{\mathbb{H}}=\langle \overline{H}, (\overline{\beta}_i : i \in I)\rangle$ be two similar hyperalgebras. A map h from $\mathbb{H}$ into $\overline{\mathbb{H}}$ is called a

(i) A homomorphism if for every $i \in I$ and all $(a_1, \dots, a_{n_i}) \in H^{n_i}$ we have that

$h(\beta_i((a_1, \dots, a_{n_i})) \subseteq \overline{\beta}_i(h(a_1), \dots, h(a_{n_i}))$;

(ii) a good homomorphism if for every $i \in I$ and all $(a_1, \dots, a_{n_i}) \in H^{n_i}$ we have that

$h(\beta_i((a_1, \dots, a_{n_i})) = \overline{\beta}_i(h(a_1), \dots, h(a_{n_i}))$.

Let $\{A, B\} \subseteq P^*(H)$ and ρ is an equivalence relation on H, then we denote $A\overline{\rho}B$ if

Key words and phrases: hyperalgebra, Fuzzy hyperalgebra, Term function.

$\forall a \in A, \exists b \in B$, such that $a\rho b$ and $\forall b \in B, \exists a \in A$, such that $a\rho b$.
We denote $A\overline{\rho}B$ if $\forall a \in A, \forall b \in B$ we have $a\rho b$.

2.2. Definition. If $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a hyperalgebra and ρ be an equivalence relation on H. Then ρ is called regular(strongly regular) if for every $i \in I$, and for all $a_1, \ldots, a_{n_i}, b_1, \ldots, b_{n_i} \in H$ the following implication holds:
$a_1 \rho b_1, \ldots, a_{n_i} \rho b_{n_i} \Rightarrow \beta_i(a_1, \ldots, a_{n_i}) \overline{\rho} \beta_i(b_1, \ldots, b_{n_i})$
$(a_1 \rho b_1, \ldots, a_{n_i} \rho b_{n_i} \Rightarrow \beta_i(a_1, \ldots, a_{n_i}) \overline{\overline{\rho}} \beta_i(b_1, \ldots, b_{n_i})$ respectively)

2.3. Definition. Recall that for a nonempty set H, a fuzzy subset μ of H is a function $\mu: H \to [0,1]$.

If μ_i is a collection of fuzzy subsets of H, then we define the fuzzy subset $\bigcap_{i\in I} \mu_i$ by:

$$(\bigcap\nolimits_{i\in I} \mu_i)(x) = \wedge_{i\in I} \{\mu_i(x)\}, \quad \forall x \in H.$$

2.4. Definition. Let ρ be an equivalence relation on a hyperalgebra $\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ and μ and υ be two fuzzy subsets on H. We say that $\mu\rho\upsilon$ if the following two conditions hold:
(i) $\mu(a) > 0 \Rightarrow \exists b \in H : \upsilon(b) > 0$, $a\rho b$
(ii) $\upsilon(x) > 0 \Rightarrow \exists\, y \in H: \mu(y) > 0$, $x\rho y$.

2.5. Definition. A fuzzy n-ary hyperoperation f^n on S is a map $f^n: S \times \ldots \times S \to F^*(S)$, which associated a nonzero fuzzy subset $f^n(a_1, \ldots, a_n)$ with any n-tuple $(a_1, \ldots, a_n)$ of elements of S. The couple $\langle S, f^n\rangle$ is called a fuzzy n-ary hypergroupoid. A fuzzy nullary hyperoperation on S is just an element of $F^*(S)$; i.e. a nonzero fuzzy subset of S.

2.6. Definition. Let H be a nonempty set and for every $i \in I$, β_i be a fuzzy n_i-ary hyperoperation on H, Then $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ is called fuzzy hyperalgebra, where $(n_i : i \in I)$ is the type of this fuzzy hyperalgebra.

2.7. Definition. If $\mu_1, \ldots, \mu_{n_i}$ be n_i nonzero fuzzy subsets of a fuzzy hyperalgebra $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$, we define for all $t \in H$

$$\beta_i(\mu_1, \ldots, \mu_{n_i})(t) = \bigvee_{(x_1,\ldots,x_{n_i})\in H^{n_i}} (\mu_1(x_1) \wedge \ldots \wedge \mu_{n_i}(x_{n_i}) \wedge \beta_i(x_1, \ldots, x_{n_i})(t))$$

Finally, if $A_1, \ldots, A_{n_k}$ are nonempty subsets of H, for all $t \in H$

$$\beta_k(A_1, \ldots, A_{n_k})(t) = \bigvee_{(a_1,\ldots,a_{n_k})\in H^{n_k}} (\beta_k(a_1, \ldots, a_{n_k})(t)).$$

If A is a nonempty subset of H, then we denote the characteristic function of A by χ_A. Note that, if $f: H_1 \to H_2$ is a map and $a \in H_1$, then $f(\chi_a) = \chi_{f(a)}$.

2.1. Example. (i) A fuzzy hypergroupoid is a fuzzy hyperalgebra of type (2), that is a set H together with a fuzzy hyperoperation $\circ$. A fuzzy hypergroupoid $\langle H, \circ\rangle$, which is associative, that is $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$, for all $x, y, z \in H$ is called fuzzy hypersemigroup[7]. In this case for any $\mu \in F^*(H)$, we define $(a \circ \mu)(r) = \vee_{t\in H} ((a \circ t)(r) \wedge \mu(t))$ and $(\mu \circ a)(r) = \vee_{t\in H} (\mu(t) \wedge (t \circ a)(r))$ for all $r \in H$.
(ii) A fuzzy hypergroup is a fuzzy hypersemigroup such that for all $x \in H$ we have $x \circ H = H \circ x = \chi_H$.[7]
(iii) A fuzzy hyperring $\mathbb{R}=\langle R, \oplus, e\rangle$[5] is a fuzzy hyperalgebra of type (2,2), which in that the following axims hold:
1) $a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$ for all $a, b, c \in R$;

2) $x \oplus R = R \oplus x = \chi_R$ for all $x \in R$;
3) $a \oplus b = b \oplus a$ for all $a, b \in R$;
4) $ae(bec) = (aeb)ec$ for all $a, b, c \in R$;
5) $ae(b \oplus c) = (aeb) \oplus (aec)$ and $(a \oplus b)ec = (aec) \oplus (bec)$ for all $a, b, c \in R$.

2.2. Example. Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a hyperalgebra and μ be a nonzero fuzzy subset of H. Define the following fuzzy n-ary hyperoperations on H, for every $i \in I$ and for all $(a_1, \ldots, a_{n_i}) \in H^{n_i}$;

$$\beta_i^{\circ}(a_1, \ldots, a_{n_i})(t) = \begin{cases} \mu(a_1) \wedge \ldots \wedge \mu(a_{n_i}) t \in \beta(a_1, \ldots, a_{n_i}) \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

and letting

$$\beta_i^{\circ}(a_1, \ldots, a_{n_i}) = \chi_{\{a_1, \ldots, a_{n_i}\}}$$

Evidently $\mathbb{H}^{\circ}=\langle H, (\beta_i^{\circ} : i \in I)\rangle$, $\mathbb{H}^{\circ}=\langle H, (\beta_i^{\circ} : i \in I)\rangle$ are fuzzy hyperalgebras.

2.1. Theorem. Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra, then for every $i \in I$ and every $a_1, \ldots, a_{n_i} \in H$ we have $\beta_i(\chi_{a_1}, \ldots, \chi_{a_{n_i}}) = \beta_i(a_1, \ldots, a_{n_i})$.

2.8. Definition. Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra . A nonempty subset S of H is called a subfuzzy hyperalgebra if for $\forall i \in I, \forall a_1, \ldots, a_{n_i} \in S$, the following condition hold:
$\beta_i(a_1, \ldots, a_{n_i})(x) > 0$ then $x \in S$.

We denote by $S(\mathbb{U})$ the set of the subfuzzy hyperalgebras of $\mathbb{H}$.

3 Main results

3.1. Definition. Consider the fuzzy hyperalgebra $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ and $\phi \neq X \subseteq H$ be nonempty. Cleaely $\langle X\rangle = \bigcap \{B : B \in S(\mathbb{H}) | X \subseteq B\}$ with the fuzzy hyperoperations of $\mathbb{H}$ form a subfuzzy hyperalgebra of $\mathbb{H}$ called the subfuzzy hyperalgebra of $\mathbb{H}$ generated by the subset X . Evidently if X is a subfuzzy hyperalgebra for $\mathbb{H}$ then $\langle X\rangle = X$.

3.2. Theorem. Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra and $\phi \neq X \subseteq H$. We consider $X_0 = X$ and for any $k \in \mathbb{N}$,
$X_{k+1} = X_k \cup \{a \in H | \exists i \in I, n_i \in \mathbb{N}, x_1, \ldots, x_{n_i} \in X_k; \beta_i(x_1, \ldots, x_{n_i})(a) > 0\}$.
Then $\langle X\rangle = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} X_k$.

Proof. Let $M = \bigcup_{k \in N} X_k$, and $\forall i \in I$, consider $t_1, \ldots, t_{n_i} \in M$ and $\beta_i(t_1, \ldots, t_{n_i})(x) > 0$. From $X_0 \subseteq X_1 \subseteq \ldots \subseteq X_k \subseteq \ldots$ it follows the existence of $m \in \mathbb{N}$ such that $t_1, \ldots, t_{n_i} \in X_m$, which implies, according to the definition of X_{m+1} that $x \in X_{m+1}$. Thus $x \in M$ and $M = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} X_k$ is a subfuzzy hyperalgebra. From $X = X_0 \subseteq M$, by definition of the generated subfuzzy hyperalgebra, it results $\langle X\rangle \subseteq \langle M\rangle = M$. To prove the inverse inclusion we will show by induction on $k \in \mathbb{N}$ that $X_k \subseteq \langle X\rangle$ for any $k \in \mathbb{N}$, and we have $X_0 = X \subseteq \langle X\rangle$. We suppose that $X_k \subseteq \langle X\rangle$. From $\langle X\rangle \in S(\mathbb{H})$ and the definition X_{k+1} we can deduce that $X_{k+1} \subseteq \langle X\rangle$. Hence $M \subseteq \langle X\rangle$. The two inclusion lead us to $M = \langle X\rangle$. W
Let $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra then, the set of the nonzero fuzzy subsets of H denoted by $F^*(H)$, can be organized as a universal algebra with the operations;

$$\beta_i(\mu_1, \ldots, \mu_{n_i})(t) = \bigvee_{(x_1, \ldots, x_{n_i}) \in H^{n_i}} (\mu_1(x_1) \wedge \ldots \wedge \mu_{n_i}(x_{n_i}) \wedge \beta_i(x_1, \ldots, x_{n_i})(t))$$

for every $i \in I$, $\mu_1, \ldots, \mu_{n_i} \in F^*(H)$ and $t \in H$. We denote this algebra by $F^*(\mathbb{H})$.

In [4] Gratzer presents the algebra of the term functions of a universal algebra. If we consider an algebra $\mathbb{B}=\langle B, (\beta_i : i \in I)\rangle$ we call n −ary term functions on $\mathbb{B}$ $(n \in \mathbb{N})$ those and only those functions from B^n into B, which can be obtained by applying (i) and (ii) from bellow for finitely many times:
(i) the functions $e_i^n : B^n \to B$, $e_i^n(x_1, \ldots, x_n) = x_i$, $i = 1, \ldots, n$ are n −ary term functions on $\mathbb{B}$;
(ii) if $p_1, \ldots, p_{n_i}$ are n −ary term functions on $\mathbb{B}$, then $\beta_i(p_1, \ldots, p_{n_i}) : B^n \to B$,

$\beta_i(p_1,\dots,p_{n_i})(x_1,\dots,x_n)=\beta_i(p_1(x_1,\dots,x_n),\dots,p_{n_i}(x_1,\dots,x_n))$ is also a $n-$ary term function on $\mathbb{B}$.

We can observe that (ii) organize the set of $n-$ary term functions over $\mathbb{B}$ $(P^{(n)}(\mathbb{B}))$ as a universal algebra, denoted by $B^{(n)}(\mathbb{B})$.

If $\mathbb{H}$ is a fuzzy hyperalgebra then for any $n\in\mathbb{N}$, we can construct the algebra of $n-$ary term functions on $F^*(\mathbb{H})$, denoted by $B^{(n)}(F^*(\mathbb{H}))=\langle P^{(n)}(F^*(\mathbb{H})),(\beta_i: i\in I)\rangle$.

3.3. Theorem. A necessary and sufficient condition for $F^*(\mathbb{B})$ to be a subalgebra of $F^*(\mathbb{U})$ is that $\mathbb{B}$ is to be a subfuzzy hyperalgebra for $\mathbb{U}$.

Proof. Obviously.

The next result immediately follows from Theorem 3.3.

3.4. Corollary. (i) Let $\mathbb{H}=\langle H,(\beta_i: i\in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra and $\mathbb{B}$ a subfuzzy hyperalgebra of $\mathbb{H}$, and $p\in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H})),(n\in\mathbb{N})$. If $\mu_1,\dots,\mu_n\in F^*(B)$, then $p(\mu_1,\dots,\mu_n)\in F^*(B)$.

(ii) Let $\mathbb{H}=\langle H,(\beta_i: i\in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra and $\mathbb{B}$ a subfuzzy hyperalgebra of $\mathbb{H}$, and $p\in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H})),(n\in\mathbb{N})$. If $x_1,\dots,x_n\in B$, then $p(\chi_{x_1},\dots,\chi_{x_n})\in F^*(B)$.

3.5. Theorem. Let $\mathbb{H}=\langle H,(\beta_i: i\in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra and $\phi\neq X\subseteq H$. Then $a\in\langle X\rangle$ if and only if $\exists n\in\mathbb{N},\exists p\in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H}))$, and $\exists x_1,\dots,x_n\in X$, such that $p(\chi_{x_1},\dots,\chi_{x_n})(a)>0$.

Proof. We denote

$M=\{a\in H|\exists n\in\mathbb{N},\exists p\in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H})),\exists x_1,\dots,x_n\in X: p(\chi_{x_1},\dots\chi_{x_n})(a)>0\}$

For any $x\in X$ we have $e_1^1(\chi_x)(x)=\chi_x(x)=1$, thus $x\in X$ and hence $X\subseteq M$. Also from Corollary 3.4 (ii), it follows that $p(\chi_{x_1},\dots,\chi_{x_n})\in F^*(\langle X\rangle)$, therefore $M\subseteq\langle X\rangle$. We will prove now that M is subfuzzy hyperalgebra of $\mathbb{H}$. For any $i\in I$, if $c_1,\dots,c_{n_i}\in M$ and $\beta_i(c_1,\dots,c_{n_i})(x)>0$, we must show that $x\in M$. For $c_1,\dots,c_{n_i}\in M$, it means that there exist $m_k\in\mathbb{N},p_k\in P^{m_k}(F^*(\mathbb{H})),x_1^k,\dots,x_{m_k}^k\in X,k\in\{1,\dots,n_i\}$, such that $p_k(\chi_{x_1^k},\dots,\chi_{x_{m_k}^k})(c_k)>0,\ \forall k\in\{1,\dots,n_i\}$. According to the Corollary 8.2 from [12], for any $n-$ary term function p over $F^*(\mathbb{H})$ and for $m\geq n$ it exists an $m-$ary term function q over $F^*(\mathbb{H})$ such that, $p(\mu_1,\dots,\mu_n)=q(\mu_1,\dots,\mu_m)$, for all $\mu_1,\dots,\mu_m\in F^*(H)$; this allows us to consider instead of $p_1,\dots,p_{n_i}$ the term functions $q_1,\dots,q_{n_i}$ all with the same arity $m=m_1+\dots+m_{n_i}$ and the elements $y_1,\dots,y_m\in X$ (which are the elements $x_1^1,\dots,x_{m_1}^1,\dots,x_1^{n_i},\dots,x_{m_{n_i}}^{n_i}$) such that $q_k(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m})(c_k)>0,\forall k\in\{1,\dots,n_i\}$. But we have

$\beta_i(q_1(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m}),\dots,q_{n_i}(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m}))(x)=$

$\vee_{(a_1,\dots,a_{n_i})\in H^{n_i}}(q_1(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m})(a_1)\wedge\dots\wedge q_{n_i}(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m})(a_{n_i})\wedge\beta_i(a_1,\dots,a_{n_i})(x))$,

and if $(a_1,\dots,a_{n_i})=(c_1,\dots,c_{n_i})$, hence $(\beta_i(q_1,\dots,q_{n_i})(\chi_{y_1},\dots,\chi_{y_m}))(x)>0$, and because $\beta_i(q_1,\dots,q_{n_i})$

$\in P^{(m)}(F^*(\mathbb{H})),(m\in\mathbb{N})$, $y_1,\dots,y_m\in X$ it results $x\in M$. Therefore, $M=\langle X\rangle$ and the proof is finished.W

3.6. Remark. If $\mathbb{H}$ has fuzzy nullary hyperoperation, then

$<\phi>=\{a\in H|\exists\mu\in P^0(F^*(\mathbb{H}))$ such that $\mu(a)>0\}$.

Recall that if $\mathbb{H}=\langle H,(\beta_i: i\in I)\rangle$ and $\mathbb{B}=\langle B,(\beta_i: i\in I)\rangle$ are fuzzy hyperalgebras with the same type, then a map $h: H\to B$ is called strong homomorphism if for any $i\in I$ we have ;

$h(\beta_i(a_1,\dots,a_{n_i}))=\beta_i(h(a_1),\dots,h(a_{n_i})),\forall a_1,\dots,a_{n_i}\in H$.

If φ is an equivalence on H, we say that φ is ideal if for any $i\in I$ we have:

$\beta_i(x_1,\dots,x_{n_i})(a)>0$ and $x_k\varphi y_k(k\in\{1,\dots,n_i\})\Rightarrow\exists b\in H$ such that $\beta_i(y_1,\dots,y_{n_i})(b)>0$ with $a\varphi b$. For example the fuzzy regular relation of a fuzzy hypersemigroup are ideal equivalence on it. (for more see [5,7])

3.7. Definition. Let $\mathbb{H}=\langle H,(\beta_i: i\in I)\rangle$ be a fuzzy hyperalgebra and φ an equivalence relation on H. Then H/φ can be seen as a fuzzy hyperalgebra $\mathbb{H}/\varphi$ with the fuzzy hyperoperations:

$\beta_i(\varphi(x_1),\dots,\varphi(x_{n_i}))(\varphi(x_{n_i+1}))=\vee_{x_k\varphi y_k}\beta_i(y_1,\dots,y_{n_i})(y_{n_i+1})$

3.8. Theorem. Let $h: H \to B$ be a strong homomorphism between fuzzy hyperalgebras $\mathbb{H}$ and $\mathbb{B}$. Then the relation $\varphi = \{(x,y) \in H | h(x) = h(y)\}$ is an ideal relation on $\mathbb{H}$. Conversely, if φ is an ideal relation on $\mathbb{H}$, then $p = p_\varphi: H \to H/\varphi$ is (not a strong) homomorphism.

Proof. Straightforward.

3.9. Remark. Let $\mathbb{H}$ and $\mathbb{B}$ be fuzzy hyperalgebras of the same type and h be a homomorphism from $\mathbb{H}$ into $\mathbb{B}$. We will construct the algebras $F^*(\mathbb{H})$ and $F^*(\mathbb{B})$. The homomorphism h induce a map $h': F^*(\mathbb{H}) \to F^*(\mathbb{B})$ by $h'(\mu) = h(\mu)$, for any $\mu \in F^*(H)$.

Let us consider H a set and $F^*(H)$ the set of its nonzero fuzzy subsets. Let φ be an equivalence on H and let us consider the relation $\overline{\varphi}$ on $F^*(H)$ as follows: $\mu\overline{\varphi}\nu \Leftrightarrow$

$\forall a \in H$ such that $\mu(a) > 0 \Rightarrow \exists b \in H$ such that $\nu(b) > 0$ and $a\varphi b$ and

$\forall b \in H$ such that $\nu(b) > 0 \Rightarrow \exists a \in H$ such that $\mu(a) > 0$ and $a\varphi b$.

It is immediate that $\overline{\varphi}$ is an equivalence relation on $F^*(H)$. The next result immediately follows.

3.10. Theorem. An equivalence relation φ on a fuzzy hyperalgebra $\mathbb{H}$ is ideal if and only if $\overline{\varphi}$ is a congruence relation on $F^*(\mathbb{H})$.

Proof. Let us suppose that φ is an ideal equivalence on $\mathbb{H}$ and let us consider $i \in I$ and $\mu_k, \nu_k \in F^*(H)$ nonzero and $\mu_k \overline{\varphi} \nu_k$, $k \in \{1, \dots, n_i\}$. Then for any $a \in H$ such that $\beta_i(\mu_1, \dots, \mu_{n_i})(a) > 0$, we have

$\beta_i(\mu_1, \dots, \mu_{n_i})(a) = \vee_{(x_1,\dots,x_{n_i}) \in H^{n_i}} \mu_1(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{n_i}(x_{n_i}) \wedge \beta_i(x_1, \dots, x_{n_i})(a)$.

Thus there exists $(x_1, \dots, x_{n_i}) \in H^{n_i}$ such that $\mu_k(x_k) > 0$ for $k \in \{1, \dots, n_i\}$ and $\beta_i(x_1, \dots, x_{n_i})(a) > 0$. From the definition $\overline{\varphi}$ it results the existence of $(y_1, \dots, y_{n_i}) \in H^{n_i}$ such that $\nu_k(y_k) > 0$ for $k \in \{1, \dots, n_i\}$ and $x_k \varphi y_k$, and because φ is ideal and $\beta_i(x_1, \dots, x_{n_i})(a) > 0$, it exists $b \in H$ such that $\beta_i(y_1, \dots, y_{n_i})(b) > 0$ and $a\varphi b$. Analogously, we can prove that for all $b \in H$ such that $\beta_i(y_1, \dots, y_{n_i})(b) > 0$, there exists $a \in H$, such that $\beta_i(x_1, \dots, x_{n_i})(a) > 0$ and $a\varphi b$. Hence, we have proved $\overline{\varphi}$ is a congruence on $F^*(\mathbb{H})$.

Conversely, let us take $i \in I$ and $a, x_k, y_k \in H$, $k \in \{1, \dots, n_i\}$ such that $x_k \varphi y_k$ and $\beta_i(x_1, \dots, x_{n_i})(a) > 0$. Obviously, $\chi_{x_k} \overline{\varphi} \chi_{y_k}$, $\forall k \in \{1, \dots, n_i\}$, and because $\overline{\varphi}$ is a congruence on $F^*(\mathbb{H})$, we can write $\beta_i(\chi_{x_1}, \dots, \chi_{x_{n_i}}) \overline{\varphi}\ \beta_i(\chi_{y_1}, \dots, \chi_{y_{n_i}})$, hence $\beta_i(x_1, \dots, x_{n_i}) \overline{\varphi} \beta_i(y_1, \dots, y_{n_i})$, which leads us to the existence $b \in H$ such that

$\beta_i(y_1, \dots, y_{n_i})(b) > 0$ and $a\varphi b$. And the proof is completed.W

3.11. Corollary. (i) If $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ is a fuzzy hyperalgebra, φ is an ideal equivalence relation on $\mathbb{H}$ and $p \in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H}))$, then for any μ_k, ν_k nonzero, with $\mu_k \overline{\varphi} \nu_k$ $k \in \{1, \dots, n\}$, we have $p(\mu_1, \dots, \mu_n) \overline{\varphi} p(\nu_1, \dots, \nu_n)$.

(ii) If $\mathbb{H}=\langle H, (\beta_i : i \in I)\rangle$ is a fuzzy hyperalgebra, φ is an ideal equivalence relation on $\mathbb{H}$ and $p \in P^{(n)}(F^*(\mathbb{H}))$, then for any $x_k, y_k \in H$ with $x_k \varphi y_k$, $k \in \{1, \dots, n\}$, we have $p(\chi_{x_1}, \dots, \chi_{x_n}) \overline{\varphi} p(\chi_{y_1}, \dots, \chi_{y_n})$.

REFERENCES

[1] R. Ameri and I. G. Rosenberg, *Congruences of Multialgebras*, J. of multiple- valued logic and soft computing, Vol. 15, No. 5-6. (2009) 525-536

[2] R. Ameri and M.M. Zahedi, *Hyperalgebraic system*, Italian journal of pure and applid mathematics, Vol. 6 (1999) 21-32.

[3] P. Corsini, *Prolegomena of hypergroup theory*, Supplement to Riv. Mat.Pura Appl., Aviani Editor, 1993.

[4] G. Gratzer, *Universal algebra*, 2nd edition, Springer Verlage, 1970.

[5] V. Leoreanu-Fotea, B. Davvaz, *Fuzzy hyperrings*, Fuzzy sets and systems, 2008, DOI 10.1016/j.fss.2008.11.007.

[6] C. Pelea, *Multialgebras and term functions over the algebra of their nonvoid subsets*, Mathematica (Cluj), vol. 43 (2001)143-149.

[7] M.K. Sen, R.Ameri, G. Chowdhury, *Fuzzy hypersemigroups*, Soft Computing, 2007, DOI 10.1007/s00500-007-025709.

R.AMERI, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF BASIC SCIENCE, UNIVERSITY OF MAZANDARAN, BABOLSAR, IRAN
E-mail address: **ameri@umz.ac.ir**

T.NOZARI *, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF BASIC SCIENCE, UNIVERSITY OF MAZANDARAN, BABOLSAR, IRAN
E-mail address: **nozari_82@yahoo.com**

* SPEAKER

FUZZY LOGIC VEHICLE DYNAMICS CONTROL-AN ADJUSTABLE ROBUSTNESS APPROACH

ALI ROSHANBIN, AND MAHYAR NARAGHI

ABSTRACT. In this paper, a modified fuzzy logic control for integrated vehicle dynamics control is presented. This modification is based on incorporating of data exponential forgetting technique into the standard fuzzy controller. The introduced controller has the capacity to adjust the robustness of the fuzzy logic controller according to the operation system considering uncertainties and nonlinear characteristics of vehicle dynamics. The subsystems considered in the integrated control system are active steering control and direct yaw moment control. To show the efficiency of the proposed controllers and also to investigate the benefits of the modified fuzzy logic control over the standard fuzzy logic control schemes simulation during a severe lane change maneuver are executed. It is concluded that the proposed controller systems effectively improve the vehicle stability and handling performances, and also the simulation results show the advantages of modified controller compared to the standard form.

1. Introduction

In recent years by development of electronic control devices, the vehicle handling and passenger safety systems have been enhanced efficiently. Active Front Steering (AFS), Active Rear Steering (ARS), and Direct Yaw moment Control (DYC) are some of the systems which are developed through fast extension of electric and electronic technologies. In line with this progress, electronic systems have been employed successfully for vehicle control [1, 3, 4]. The most prevalent and the main features that the vehicle stability and handling involve are the side slip stability and yaw rate tracking. In this regard, generally, two techniques have been implemented to influence these aspects. These are Active Steering Control (ASC) and direct yaw moment control.

The vehicle dynamics is a challenging control problem because tire characteristics and vehicle brake dynamics are highly nonlinear with uncertain time-varying parameters. Therefore, the control algorithm used for vehicle dynamics should be highly robust.

Intelligent controllers, such as fuzzy, overcome these issues. Fuzzy controllers have the benefit of not requiring a mathematical model of the plant, while still being highly robust. Also, certain fuzzy control designs can be implemented that have the ability to learn or to adapt themselves to improve its performance. Because of these features, fuzzy controllers have been successfully implemented in the automotive field for controlling both wheel dynamics and vehicle dynamics [8].

In this paper we have introduced an innovative fuzzy mode control scheme. The proposed controller is to make the vehicle follow the desired trajectory obtained from the driver's command. The controller uses the yaw rate and side slip angle as well as their integrals as inputs in order to compute the total yaw moment and lateral force required to guide a simplified two degrees of freedom vehicle (known as the bicycle model).

The paper is organized as follows: we first present a vehicle dynamics control containing two separate standard fuzzy logic controller, one for side slip angle and the other for yaw rate control. Then we modify the controller in order to have the capacity to adjust the robustness of the fuzzy logic controller considering uncertainties and severe nonlinear characteristics of vehicle dynamics. Lastly, by applying the proposed integrated control scheme to a 9DOF nonlinear vehicle model, effectiveness of the control system is demonstrated through simulation using MATLAB and SIMULINK.

2. Controller Sysyem Design

In this section we introduce a new fuzzy control system for vehicle system dynamics. The fuzzy logic is a linguistic control strategy that is usually based on the control engineer's knowledge. The main advantages of fuzzy control systems are simplicity of their implementation and their robustness to the disturbances and uncertainties of the system model. On the other hand, the fuzzy logic can successfully control nonlinear systems. Due to the complicated non-linear dynamics of vehicle system and the unknown non-linear characteristics of tires forces, the exact modeling of the vehicle system is not feasible, and these features cause difficulties in developing a classical controller system. Thus, in a vehicle model where the uncertainties are significant a fuzzy controller can be effective.

Here, the purpose of fuzzy control system is to make the actual yaw rate and side slip angle follow their desired values. The desired values of yaw rate and side slip angles are analytically calculated on the basis of

Key words and phrases: VEHICLE DYNAMICS CONTROL, INTEGRATED CONTROL, FUZZY LOGIC CONTROL, DATA EXPONENTIAL FORGRTTING.

the driver's steering input, δ_f, and the vehicle forward speed, V, using a transient linear two degree of freedom vehicle plane model , as given by [2].

2.1. Yaw-Rate and Side-Slip Angle Control

Understanding of relation between system variables and dynamics system behaviour by control engineers plays a key role in design of a fuzzy controller. Since, a 2DOF linear vehicle model, with constant speed is capable of demonestrating a number of important basic facts of vehicle dynamics behavoour, it is choosen in this paper to accomplish this task. The basic equations of motion for this model are formulated as:

$$I_z \dot{r} = M \tag{1}$$

$$mV\dot{\beta} + mVr = F_y \tag{2}$$

Where m denotes the total mass of the vehicle, I_z the yaw moment of inertia, and V the vehicle velocity. β and r denote the actual vehicle side slip angle and the yaw rate, respectively. M and F_y are sum of external forces and moments in yaw direction acting on the vehicle. These equations show that, the side slip and yaw rate dynamics is directly proportional to the side forces and total yaw moment acting on the vehicle, respectively. On the other hand, the dynamic of these two parameters is not coupled together, i.e.,

$$\dot{r} \propto M \tag{3}$$

$$\dot{\beta} \propto F_y \tag{4}$$

Accordingly, two separate fuzzy controls are proposed, one for yaw rate control and one for side slip angle control. The former uses the linguistic yaw rate error, $e_r = r - r_d$, and its integral, $\int e_r dt$, to get the yaw moment, M, and the later employs the linguistic side slip angle error, $e_\beta = \beta - \beta_d$, and its integral, $\int e_\beta dt$, to compute the lateral force, F_y. Where r and β are the actual yaw rate and side slip angle measured by the corresponding sensors on the vehicle and r_d and β_d are the desired yaw rate and side slip angle estimated by the reference electronic model described in [2].

As it is mentioned, one of the linguistic input signals considered is error integral. The advantage of this integration is twofold. It removes the steady state error, and also improves the robustness of the controller system by filtering out high frequency noises arising from the parameter estimation or data acquisition.

As shown in Figure 1 and 2 we consider three membership functions for the input variables, i.e., r_d and β_d, and five membership functions for the output variables, i.e., M and F_y. These inputs and outputs of the fuzzy logic controller varies in the range (-1.0 to 1.0). Therefore, the input signal is multiplied by a suitable value to normalize it, and also the normalized control signal is multiplied by the maximum allowable corresponding value to give the actual yaw moment and lateral forces. The additional membership functions in the controller outputs are designed to give good system resolution for the rule table to determine the output signals. The fuzzy inference rules are given in Table 1. These elements are entered based on the expert knowledge of the designer. The input variables are fuzzified, and then according to the fuzzy computation the corresponding control rules are evaluated from the rule table. Finally, the control rules are defuzzified to derive the control signal. Figure 3 shows a three-dimensional graph representing the input/output surface of the controller. The following are the interpretation of the fuzzy labels used:

NL (Negative Large), NS (Negative Small), N (Negative), Z (Zero), PS (Positive Small), P (Positive), PL (Positive Large).

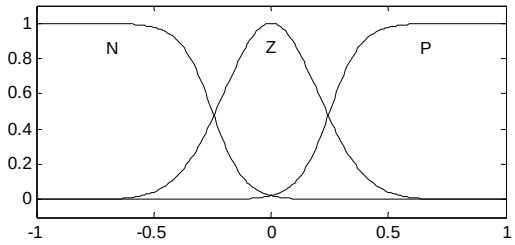


Figure 1. The membership function of error and integral of error (side slip angle and yaw rate)

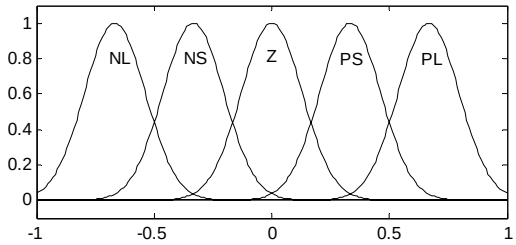


Figure 2. Membership function for the outputs (F_{fuzzy} and M_{fuzzy})

Table 1. Fuzzy rules for the fuzzy Logic control

e \ $\int e$	N	Z	P
N	NL	NL	NS
Z	NS	Z	PS
P	PS	PL	PL

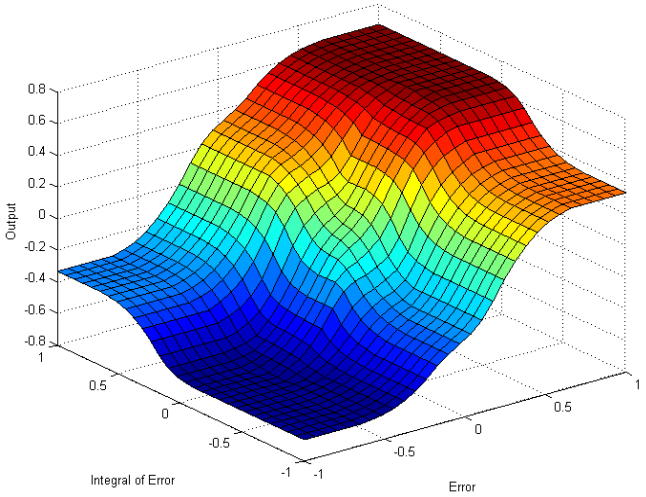


Figure 3. Normalized Input/output surface for the controller

2.2. Modification of the Vehicle Dynamics Controller

Even though the error integral as an input control has some advantages which are described in the previous section, the summation of all errors lead to reduction of the control sensitivity to new errors. Therefore, the intuitive motivation of this section is that past data are generated by past errors and thus should be discounted when being used for the inference of the fuzzy logic controller. Exponential forgetting of data is a very useful technique in dealing with this issue.

In this section, first, the general formulation of this method with time-varying forgetting factor is described, and then simplified form employed in the simulation section is introduced.

The general formulation is as follows.

$$\int_{s_0}^{s_t} \exp\left(-\int_{s}^{t} \eta(n)dn\right) e_{\beta,r}\, ds \qquad (5)$$

In which $\eta(t) \geq 0$ is a design parameter called the time-varying forgetting factor and $e_{\beta,r}$ is the side slip or yaw rate error. The exponential term in the integral represents the weighting for the errors. In fact this method reduces the effect of old errors and increases the contribution of new errors, i.e. the errors near to and at the present time, by passing errors through a first order filter. Thus, at time t, instead of the integral of errors, the exponential forgetting of errors is used in the fuzzy logic controller. We can interpret this method as a moving window which the error summation inside of this window is fed to the controller. The window width is defined by the time-varying forgetting factor. This concept is depicted in Fig 4.

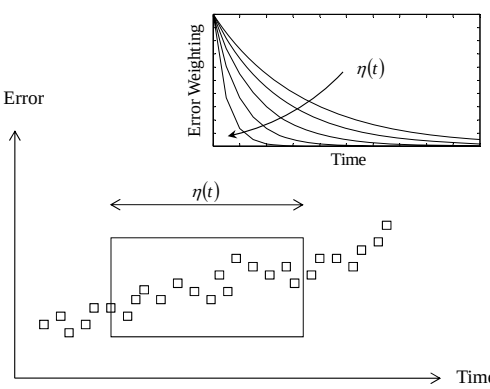


Figure 4. Data exponential forgetting technique with time-varying forgetting factor

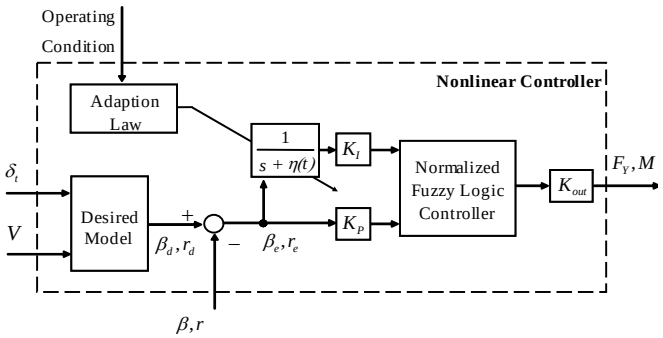


Figure 5. Control schematic structure-Adjustable robustness approach

A zero forgetting factor leads to reducing the window width, i.e., vanishes the integration of the errors and thus turns it into the instant error fed to the controller. It implies that the disturbance and noises in the prediction error may lead to violent oscillations of the controller signals. On the other hand, choosing a large forgetting factor increases the window width and causes to consider all errors and therefore turns it into the standard fuzzy controller method describe in section 2. It means that the noises and disturbances are filtered out and the system is highly robust. Therefore, being time-varying of this factor gives us the opportunity to adapt the robustness of the controller according to the system operation condition (Fig 5). In other word, it is desirable to tune the forgetting factor variation so that errors forgetting are activated when low robustness is needed, and suspended when high robustness is intended. Thus, we see that caution has to be exercised in choosing the forgetting factor.

The focus of this paper is to prove the concept of incorporating exponential forgetting of data into fuzzy logic inference system, and the adaptation or finding the optimum value of the forgetting factor is not the purpose of this paper thus for the sake of simplicity, a constant value determined by try and error is employed in the simulation results. The simplified formulation is given by,

$$\int_{s_0}^{s_t} e^{-\eta(t-s)} e_{\beta,r}\, ds \tag{6}$$

3. Actuator Redundancy Management

The proposed controller used in this paper is integration of ASC and DYC. In fact, there are different combinations which result in the total lateral force and yaw moment obtained by the controller system. On the other hand, an inappropriate assigning wheel slips to the wheels reduces the chance of satisfying the control objectives as a result of tyre saturation limit. Thus, a distributing method adjusting the magnitude of the tyre forces according to their capacity has significant importance. In this regard, AODF method, proposed by the authors in [9], is employed in the paper to find an optimal distribution of the control effort among a redundant set of actuators.

4. Simulation Results

In order to compare and show how the introduced fuzzy logic controller and the modified form of the controller can affect the vehicle handling and stability the simulation are performed. A 9DOF nonlinear vehicle model with Dugoff's tire model is used for simulation purpose [6]. The vehicle parameters are those used in [9].

To investigate the differences between standard fuzzy control and the modified fuzzy control schemes we consider a severe lane change maneuver. The vehicle runs with an initial velocity of 120 km/h for 0.5 s followed by a 60 degrees sine wave steering wheel command, with the frequency of 0.5 Hz, on dry road surface (i.e. $\mu_i = 1$), and steering mechanism gear ratio is equal to 18. The maneuver is performed in absence of braking command.

Comparison of the vehicle sideslip angle and yaw rate implementing integrated control using standard fuzzy control and modified form, are shown in Figures 6 through 8. The same results for the vehicle without controller are also provided. As shown, the vehicle without controller cannot track the desired yaw rate and side slip angle. On the other hand, both vehicle integrated control system, i.e., standard fuzzy control and the modified fuzzy control can successfully follow the desired values. As seen modified fuzzy control has a better performance in tracking desired values compared to standard fuzzy mode control especially in the second half of the maneuver. This improvement in handling and stability is more evident in the side slip angle, and lead to faster response in lateral acceleration as shown in Fig. 9.

The vehicle trajectories together with their attitudes are compared in Fig 10, where the vehicle integrated control with the standard fuzzy control and modified fuzzy control can successfully do the lane change maneuver to avoid obstacle, whereas the system without controller do not. These figures show that the vehicle integrated control utilizing the modified fuzzy controller most effectively uses the frictional forces of the tires compared with the standard form, and thus can execute more severe maneuver to avoid the obstacle.

In order for comprehensive investigation, this maneuver has been done in three other different speeds and the results are summarized in Fig. 11 by the ratios of trough to peak value of the side slip response to the same value of the yaw rate response. From this figure higher performance of the proposed controller is obvious.

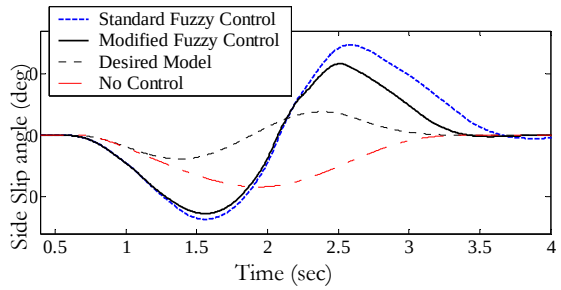


Figure 6. Side slip angle response

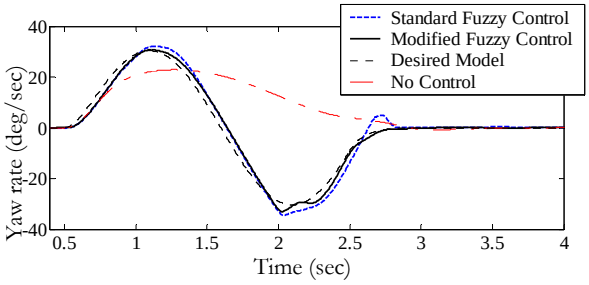


Figure 7. Yaw rate response

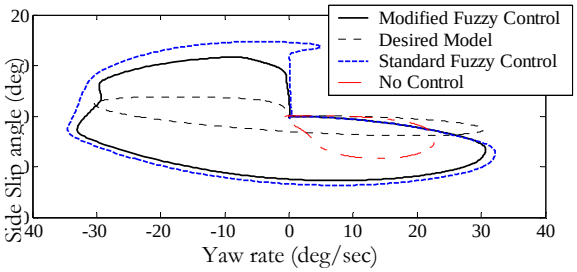


Figure 8. Phase plane response

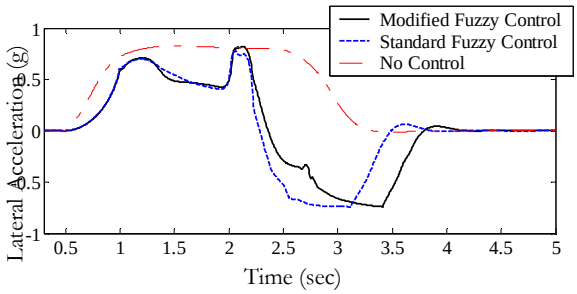


Figure 9. Lateral acceleration response

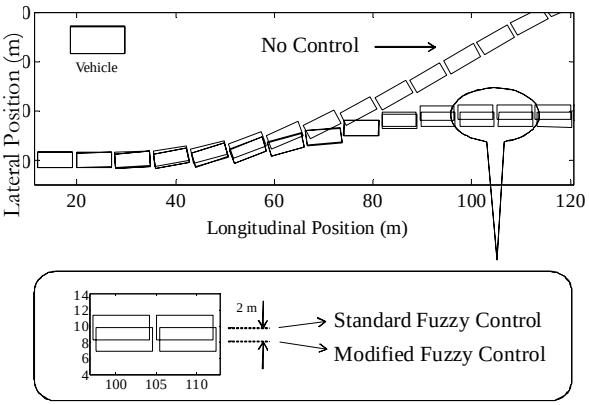
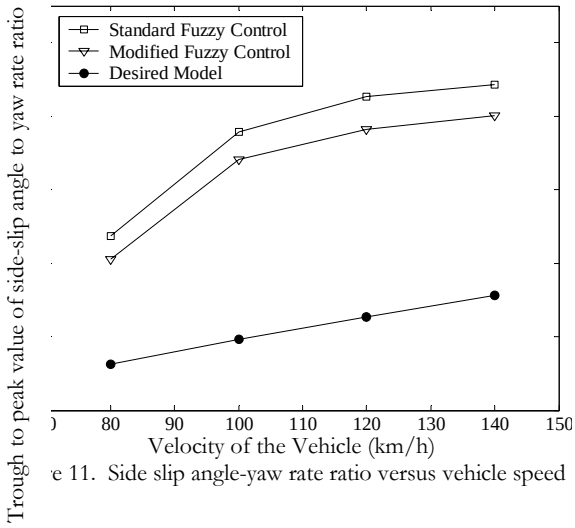


Figure 10. Vehicle trajectory



e 11. Side slip angle-yaw rate ratio versus vehicle speed

5. **Conclusion**

The work described in this paper has examined the effect of the proposed integrated vehicle dynamics control and the modified form of the control scheme on stabilizing a passenger car during a severe lane change maneuver through digital simulations. Results have been predicted using a 9DOF nonlinear vehicle model.

Results show good performance of the proposed control systems and also indicate that the modified fuzzy controller manages integrated vehicle control systems more successfully than standard fuzzy logic controller.

Finding an optimum time-varying forgetting factor is the topic of ongoing research.

REFERENCES

[1] C. T. Chung and Y. Kyongsu, An *investigation into differential braking strategies on a banked road for vehicle stability control*,Proc. IMechE Vol. 221 Part D: J. Automobile Engineering, 2007, pp. 443-355.

[2] J. R. Ellis, *Vehicle handling dynamics*,London : Mechanical Engineering Publications Limited, 1994.

[3] H. Daegun [et al.], *Development of a Vehicle Stability Control System Using Brake-by-Wire Actuators*, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2008, Vol. 130.

[4] K. Donghyun, H. Sungho and K. Hyunsoo, *Vehicle Stability Enhancement of Four-Wheel-Drive Hybrid Electric Vehicle Using Rear Motor Control*, IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 57, NO. 2, 2008, - pp. 727-735.

[5] O. Mokhyamar and M. Abe, *Simultaneous optimal distribution of lateral tire forces for the model following control*, [Journal] // Journal of Dynamic system, Measurement, and Control, vol. 126, 2004, pp. 753-763.

[6] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, New York : Springer Science, 2006.

[7] J. Y. Wong, *Theory of ground vehicles*, New York : John Wiley & Sons, 1993.

[8] K. R. Buckholtz, *Use of Fuzzy Logic in Wheel Slip Assignment – Part I: Yaw Rate Control*, ASE 2002 World Congress, 2002-01-1221.

[9] M. Naraghi, A. Roshanbin and A. Tavasoli, Vehicle *stability enhancement–an adaptive optimal approach to the distribution of tyre forces*, accepted at J. Automobile Engineering, Nov. 2009.

ALI ROSHANBIN *, DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, TEHRAN, IRAN
E-mail address: **roshanbin.ali@gmail.com**

MAHYAR NARAGHI, DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, TEHRAN, IRAN
E-mail address: **naraghi@aut.ac.ir**

* SPEAKER

A MULTIOBJECTIVE GENETIC ALGORITHM FOR FUZZY TIME WINDOWS VEHICLE ROUTING PROBLEM

Hannaneh Rashidi Bajgan, Taravatsadat Nehzati

ABSTRACT. Vehicle routing problem (VRP) is a well-known combinatorial optimization problem, holds a central place in logistics management. In the business, transportation, time windows are not always strictly complied and the deviation of service time from specific time window determines the customer's satisfaction level. The purpose of this paper is to pay about restriction on uploading/delivering time when time constraints are not certain. Therefore this study applies fuzzy membership functions to characterize the service level issues associated with time window violations in VRP with two goals so that minimize the travel cost and maximize the supplier's service level. In facing to this multiobjective problem, we utilized a genetic algorithm to reduce the problem to a mono-criterion and single-objective optimization problem, which has less complexity in searching space and solving this flexible time windows problem.

1. Introduction

The Vehicle Routing Problem is one of the combinatorial optimization and integer programming problems which has been studying since more than fourthly years ago. In this problem, a fleet of vehicles supply customers; the duty of each vehicle is to serve a given set of customers in order to gain the purpose of an optimal vehicle routes with minimum distance or number of vehicles. Each vehicle with a specified capacity would start its tour from a certain depot toward customers with indicated demands.
The disparate structure of VRP literature makes it quite difficult to track developments on this study. This subject covers several theatrical and practical disciplines from algorithm design to traffic management. VRP's facets encompass all static to dynamic and real-time subjects, stochastic to deterministic areas. Characteristics of the vehicles and network, service strategies, related constraints between vehicles and customers have attracted researchers in this area. All of these subjects might investigate under different objective functions' attributes. Since TSP is counted as a specific case of VRP, we could direct the reference [1] as the first paper in the VRP domain that studied a relatively large scale TSP. This paper was followed by a great number of other scholars. Increasing interest on VRP researches caused different methods were provided for expanded models of this problem. Clearly heuristic and meta-heuristics were introduced for solving varied VRP as well as other combinatorial optimization problems; [2] supposed the mutation operator as an improvement methodology for ant colony optimization (ACO) on VRP and [3] designed a hybrid genetic (memetic) algorithm for capacitated vehicle routing problem (CVRP) over benchmark considerations. [4] developed a heuristic method for a time windows vehicle routing problem (TWVRP) which imposed vehicles to servicing nodes within the specified intervals times. Due to the fact that information of stochastic, dynamic, and fuzzy versions of the VRP is ambiguous, these aspects have not been studied very much. It is notable that some of the dynamic vehicle routing problems (DVRP) papers may also fall under the stochastic vehicle routing problems (SVRP) category. However, there are some DVRP papers that utilize fuzzy sets theory such as studies by [5, 6, 7]. For more familiarization; we refer readers to [8] which has provided an understandable and communicative taxonomy of efficient and effective classifications on contributions of VRP.
Among different fields in VRP scopes, we would like to proceed to TWVRP in current paper. Acceleration of real life caused investments in specific intervals became a really valuable parameter for service organizations. On time pick up/delivery processes make high ability for gaining more satisfaction level in transportation services. Basically in VRPTW, we meet the vehicle routing problem which is obligated to servicing each customer in related time window without any violation; so this is the cause of naming these kinds of WRPTW as a hard (or crisp) time window vehicle routing problem. Although there are not such strictures about tolerances in real-life transportation; it means there are a lot of practical examples which notice that some violated time windows might obtain acceptable satisfying levels. So soft time windows is a familiar term in violated time windows studies. Despite the fact that a limited violation is admissible but usually a penalty is introduced as unsatisfactory parameter in the vehicle routing problem with soft time windows (VRPSTW). Recently these time windows attracted some scholars, for examples; reference [9] used a simple heuristic to develop the fast solutions and [10] applied goal programming for VRPSTW problems. [11] Could be the first one to study network routing using fuzzy theory. The arrival time at a

Key words and phrases: Vehicle Routing Problem (VRP), Fuzzy Time Window, Multiobjective Genetic Algorithm

node and the upper and lower bounds of time window constraints are uncertain and may be fuzzy to describe the degrees of possibility. The authors of [12] modeled as multi-objective programming problems with the two goals of minimizing the total time to finish the services and maximizing the satisfaction level. They developed a two stages algorithm to obtain a Pareto solution; the sub problems are contained both a traditional TWVRP and a service improvement phase.
The rest of this paper is organized as follows; a quick definition on vehicle routing problem is provided in section2. Section 3 presents some elementary notes on time intervals when are associated in fuzzy theory. In section 4, we would present the mathematical model of fuzzy time window vehicle routing problem. The genetic algorithm as a constructive candidate for this multi objective problem is defined in section 5. Lastly, we draw some more developing on this problem in section6.

2. Quick View on Vehicle Routing Problem

The VRP can be described as a weighted graph-theoretic problem. Let $G = (V, L)$ introduces the graph, where $V = \{v_0, v_1, v_2, ..., v_N\}$ are vertices as customers specify, v_0 is the central depot and the other nodes are the N customers to be served. Arcs are represented by $L = \{(v_i, v_j) | i \neq j\}$. There is a non-negative demand, d_i for each node and a non-negative cost C_{ij} which is associated cost with each arc (i, j) and usually represents the distance of traveling from vertex i to vertex j. If the cost values satisfy $C_{ij} = C_{ji}$ for all i and j, then the problem would be said to be a symmetric VRP; otherwise, it is called an asymmetric VRP. In several practical cases the triangle inequality is applicable, such that $C_{iu} + C_{uj} \geq C_{ij}, \forall i, j, u \in V$. The VRP heads to find a collection of k simple circuits with minimum cost, defined as the sum of the costs of the circuits' arcs such that these circuits have to satisfy following conditions: (1) Each circuit visits the depot, (2) Each vertex is visited by exactly one circuit, (3) The sum of the vertices' demands visited by a circuit does not exceed the vehicle capacity, Q. Fig.1 shows these expressions clearly.

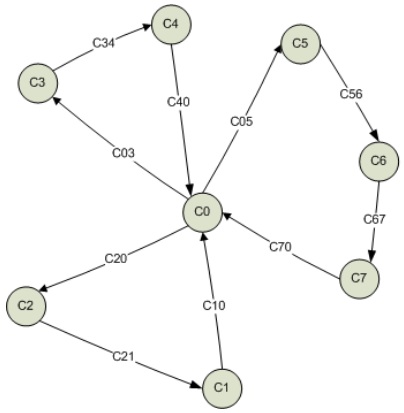


Figure1. An example of VRP with seven customers and three circuits

3. Introductory Notes of Fuzzy Theory in Times Windows

If we developed a hard time window, a customer's satisfaction level (also the supplier's service level) could be described using a binary variable. In this situation; if customer is serviced within the specified time window, the satisfaction level would be 1 and otherwise it would not be satisfied and service level is zero. This definition of service level function of the customer can be described as Fig. 2 shows. Noticeably J and P identify junior and posterior time respectively.

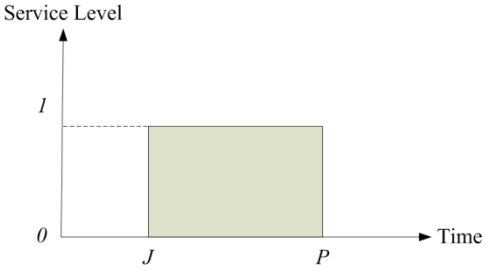


Figure2. The hard time windows service level.

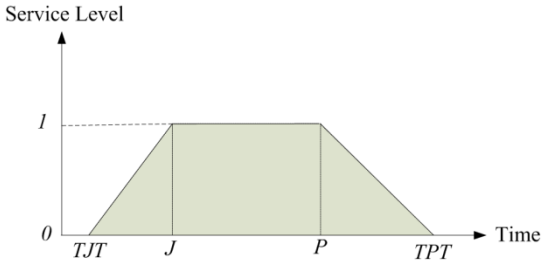


Figure3. The soft time windows service level.

There is another scenario in soft time window; remarkably as Fig.3 presents tolerable junior time (TJT) is the as soon as possible service time that a customer could tolerate when a service starts before the scheduled time J and tolerable posterior time (TPT) is the most recent service time that a customer could tolerate when it would be serviced afterwards P. Obviously, the earliness and lateness are closely depended on the quality of service. The response of a customer satisfaction level who is served within $[J, TJT]$ or $[P, TPT]$ may not be simply "good" or "bad"; just between these two states, For example just "It's not so much bad" or "It is not so much good", but it should be a definition of "much" measurement.

Based on this soft service level we could define a fuzzy trapezoidal membership function:

$$T(t)=\begin{cases} 0 & t < TJT \\ h(t) & TJT \le t \le J \\ 1 & J \le t \le P \\ g(t) & P \le t < TPT \\ 0 & TPT \le t \end{cases} \tag{1}$$

$h(t)$ is non-decreasing function and $g(t)$ is non-increasing function that could been defined as couples of (2):

$$h(t)=\frac{t-TJT}{J-TJT} \quad , \quad g(t)=\frac{TPT-t}{TPT-P} \tag{2}$$

Regarding to $\alpha-cuts$ For the fuzzy membership functions; the earliest and latest service times that the customers can accept (denoted by $\hat{J}$ and $\hat{F}$) can be calculated as follows:

$$\hat{J}_i = h_i^{-1}(\alpha_i) \quad \forall i \quad , \quad \hat{P}_i = g_i^{-1}(\alpha_i) \quad \forall i \tag{3}$$

Where α_i is the lowest acceptable service level for i th customer.

4. FTWVRP Mathematical Model

In order to reducing operational cost and satisfying the customers, the supplier must route vehicles in the permitted service level constraint. Thus, we may explain the mathematical model in this manner:

Notifications:

X_{ij}^{k} : If k th vehicle supports i th customer to j th, that would be equal 1; otherwise is 0.

S_i^k : The Starting time for servicing i th customer.

t_{ij} : The travel time from node i to j

f_i : The service time in node i

$$Min \sum_k \sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij}^{k} \tag{4-2}$$

$$Max \sum_i T_i \left(\sum_k \sum_j X_{ij}^{k} S_i^k \right) \tag{4-2}$$

s.t.

$$\sum_k \sum_i X_{ij}^k = 1 \qquad \forall j \tag{4-3}$$

$$\sum_i X_{ij}^k - \sum_{i'} X_{ji'}^k = 0 \qquad \forall j,k \tag{4-4}$$

$$\sum_k \sum_i X_{ij}^k d_j \le Q_k \qquad \forall k \tag{4-5}$$

$$S_0^k = 0 \qquad \forall k \tag{4-6}$$

$$X_{ij}^k \left(S_i^k + t_{ij} + f_i - S_j^k\right) \le 0 \qquad \forall i,j,k \tag{4-7}$$

$$\hat{J}_i \le S_i^k \le \hat{P}_i \qquad \forall i,j,k \tag{4-8}$$

$$T_i\left(\sum_k \sum_j X_{ij}^k S_i^k\right) \ge \alpha_i \qquad \forall i,k \tag{4-9}$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, \qquad S_i^k \in R^+ \qquad \forall i,j,k \tag{4-10}$$

Equation (4-1) minimizes the total travel cost of all vehicles; and (4-2) maximizes the sum of the service levels for customers. The constraint (4-3) grantees that each node is visited by exactly one circuit and (4-4) shows all circuits must be valid. (4-5) specifies that sum of the demands visited by each vehicle in a circuit must be less than the vehicle capacity. (4-6) emphasizes the beginning service time as start time in depot. Constraint (4-7) expresses the relationship between the service times of two consecutive customers. Number (4-8) is the time window constraint for VRPTW with $\alpha - cut$ and (4-9) is the lowest service level constraint. Finally (4-10) is inserted to identify variables.

The authors of reference [12] divided such problem to two different mono-objective mathematical model to decide about satisfying service level and tradition VRP purpose. But we would like to survey this problem in multiobjective objective function respecting to Fuzzy time windows.

5. Multi Objective Genetic Algorithm

We know that $\alpha_i \in [0,1]$, so there are a large number of versatility situations for satisfying both of objective functions, especially in large cases of this problem. The advanced experiences show that heuristic and metaheuristic approaches have good power for searching solution space in order to find good solutions during suitable time. Genetic algorithms (GAs) have been recognized to be well-suited to multiobjective optimizations. Instead of the concept of Pareto-ranking that can be applied in order to deliver a set of candidate solutions optimized for different combinations of criteria, some other efficient methods were developed. Multiobjective genetic algorithms (MOGAs) that was introduced at the first time in [13] dose not impose an ill-informed weighting process on the task of selecting a single optimal solution. In order to face such problems, MOGA might use the multi-criteria decision-aid (MCDA) method called Promethee II [14]; each solution associated to a thank of "flow", the weights of each criterion are involved in the computation of the flow and the solutions are not compared according to a cost function yielding an absolute fitness of the individuals as in a classical GA, but are compared to each other thanks to flows, depending on the current population. In order to avoid a drift towards locally optimal solutions, elitism could be used. A pseudo code of this algorithm is mentioned in following lines:

Procedure MOGA
  Generate an initial population;
  Order individuals in the population using Promethee II;
  While stoping criteria is not met
    Select parents
    Recombine best parents from the population;
    Mutate children;
    Use Promethee II to order the new population;
    Replace some or all of the population by children;
    Evaluate fitness of the children;
  End While
End Procedure

6. Conclusion

VRP is one of the combinatorial optimization problems that some times; especially in large scale problems cannot be solved in deterministic run time while concerning multiple objectives in the optimization. Hence a heuristic or metaheuristic method as a satisfactory policy could be useful to counter these situations. This paper supposed a VRPTW which deals with minimum cost objective function regarding to maximum satisfaction level for customers and introduced a multi objective genetic algorithm with a method called Promethee II in order to solving this problem. Notably the effectiveness and efficiency of this methodology should be compared to other recently developed methods over this problem. Moreover we draw plans to design this problem in real time fuzzy time window when there are some breakdowns and delay in servicing customers in specified time windows.

REFERENCES

[1] G. Dantzig, R. Fulkerson, S. Johnson, *Solution of a large-scale travelling salesman problem*. Operations Research, 2(1954), 393–410.

[2] A. Yu Bin, Y. Zhong-Zhen, Y. Baozhen, *An improved ant colony optimization for vehicle routing problem*, European Journal of Operational Research, 196(2009), 171-176.

[3] C. Wang, J. Lu, *A hybrid genetic algorithm that optimizes capacitated vehicle routing problems,* Expert Systems with Applications, 36 (2009), 2921–2936.

[4] J. A. Ferland, L. Fortin, *Vehicles scheduling with sliding time windows*, European Journal of Operational Research, 38 (1989), 213-226.

[5] L. Gomes, C.T. de, F. J.V. Zuben, *Multiple criteria optimization based on unsupervised learning and fuzzy inference applied to the vehicle routing problem*, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 13(2003), 143–154.

[6] Y. He, J. Xu, *A class of random fuzzy programming model and its application to vehicle routing problem*. World Journal of Modeling and Simulation, 1(2005), 3–11.

[7] K.K Tan, K.Z. Tang, *Vehicle dispatching system based on Taguchi-tuned fuzzy rules*, European Journal of Operational Research, 128(2001), 545–557.

[8] B. Eksioglu, A.V. Vural, A. Reisman, *The vehicle routing problem: A taxonomic review*, Computers & Industrial Engineering, 57 (2009), 1472–1483.

[9] N. Balakrishnan, *Simple heuristics for the vehicle routing problem with soft time windows*, Journal of Operational Research, 44 (1993), 279-287.

[10] H.I. Calvete, C. Gale, M. Oliveros, B. Sanchez-Valverde, *A goal programming approach to vehicle routing problems with soft time windows*, European Journal of Operational Research, 177 (2007), 1720–1733.

[11] H.F. Wang, Y.P. Wen, *Time-constrained Chinese postman problems*, Computers and Mathematics with Applications, 44 (2002), 375–387.

[12] J. Tanga, Z. Pan, R.Y.K. Fung, H. Lau, *Vehicle routing problem with fuzzy time windows*, Fuzzy Sets and Systems, 160 (2009) 683–695.

[13] J. D. Schaffer, *Multiple objective optimizations with vector evaluated genetic algorithms,* Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, 1985, 93-100.

[14] J.-P., Brans, B. Mareschal, *The PROMCALC & GAIA decision support system for multicriteria decision aid,* Decision Support Systems, 12(1994), 297-310.

HANNANEH RASHIDI BAJGAN *, DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING, MAZANDARAN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY, MAZANDARAN, IRAN.
E-mail address: **hannaneh.rashidi@gmail.com**

TARAVATSADAT NEHZATI, DEPARTMENT OF MECHANICAL AND MANUFACTURING ENGINEERING, FACULTY OF ENGINEERING, UNIVERSITY PUTRA MALAYSIA, 43400, SERDANG, SELANGOR, MALAYSIA.
E-mail address: **taravat.s.nehzati@gmail.com**

* SPEAKER

IMAGE SECURITY SYSTEM USING RECURSIVE CELLULAR AUTOMATA SUBSTITUTION AND PERMUTATION

HAMID HAJ SEYYED JAVADI, EBRAHIM ZAREI ZEFREH AND AZAM SADEGHIAN

ABSTRACT. This paper presents a novel image security system based on the replacement of the pixel values using recursive cellular automata (CA) substitution, magic square algorithm and permutation of image. In this method, size of key is dynamic and by changing a bit of security keys the image cannot retrieve. Also the size of encryption image is equal with original image. Properties of confusion and diffusion of CA are acceptable because of the characteristics of CA substitution are flexible. Simulation results obtained using some color , white-black and gray-level images clearly demonstrate the strong performance of the proposed image security system.

1. Introduction

With growing information and communication technology, a most important problem is security, especially in image security. Encryption is an effective means for ensuring reliable security. The most applications of encryption are medical imaging, military communication and multimedia system that are based on communication with insecure lines [1]. There are so many methods for image encryption that the most issues of them is low security and their keys can gained by advanced search algorithms. Another problem is that security has straight relation with size of cipher text. It means for more security, there is additive information for sending.

One of the methods for encryption is recursive cellular automata (CA) substitution that without secure keys decryption is impossible. CA has dynamic keys and also they can be used for changing original image. CA has the following advantages: (1) CA has been applied successfully to several physical systems, processes and scientific problems that involve local interactions, as in image processing [4, 5] and data encryption [6, 7]. (2) The number of CA evolution rules is very large. Hence, many techniques are available for producing a sequence of CA data encrypting and decrypting images. (3) Recursive CA substitution only requires integer arithmetic and/or logic operations, simplifying the computation [1].

The proposed method is based on 2-D CA that tried to create CA key with dynamic size and using these CA key for changing original image as these changing are recursive. In this method the encrypted image size is equal original image size and there isn't any additive information. Both sender and receiver must know all keys.

This paper is organized as follows: Section 2 is about CA. Section 3 is proposed method. Section 4 is simulation results and section 5 is conclusions.

2. CA

A cellular automaton (CA) consists of a number of cells which evolve by a rule. The value of each cell in the next stage is determined by the value of the cell and its neighbor cells in the current stage under the local rule. In 2-D CA its neighbors is Moore or von Neumann; Fig.1 show these neighbors. In the proposed method we used von Neumann neighbor.

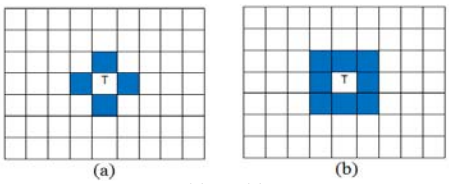


Fig.1 (a) The Moore neighbors of cell (T), (b) The von Neumann neighbors of cell (T)

For any k-state CA every cell can take value between zero to k-1 and for 2-state CA the value of each cell is zero or one. In a 2-D von Neumann neighbor, 2-state CA for any cell new value of it in next time can be expressed as

$$a(i,j,t+1)=f\ (\ a(i-1,j,t),\ a(i+1,j,t),\ a(i,j,t),\ a(i,j-1,t),a(i,j+1,t)\ ) \quad (1)$$

Here, function f is a Boolean function that use the rule for defining new value of cell a(i, j) in next time step[3]. It can be expressed as

$$a(i,j,t+1) = C_0 \oplus (C_1 a(i+1,j,t) \oplus C_2 a(i,j-1,t) \oplus C_3 a(i,j,t) \oplus C_4 a(i,j+1,t) \oplus C_5 a(i-1,j,t)) \quad (2)$$

Key words and phrases: automata, permutation, magic square algorithm, Encryption, Decryption.

c_i's are rules number thus we need 6 bits rule for von Neumann neighbor. For a N×N 2-D von Neumann two-state CA, each cell has $2^{32\times N^2}$ possible CA evolutions at the next time , 4N cells for boundary condition and N^2 cells for initial configuration, so all possible evolutions can be $2^{32\times N^2+N^2+4N}$.

3. Proposed image encryption/decryption method

The method is based on CA which initial configuration is filled by magic square algorithm and original image has permuted by input data. We explain the steps of method:

3.1 CA generating

The CA keys consist of N^2 cells for initial configuration, 4N cells for boundary condition, 6 bits for rule, $\lceil 2\log N \rceil$ bits for first cell and $\lceil \log R \rceil$ bits for CA iteration. Fig. 2 shows CA keys. For filling N^2 bits of CA initial configuration we must take CA Initial from input that can be from 1bit to N^2 bits, so there exists 2^{N+1} possible values for CA Initial. First we create an N×N null matrix then we concatenate CA Initial together until its length increase to N^2. Next with first cell, we start to fill all N^2 bits of CA initial configuration with magic square algorithm. For updating CA, we add boundary conditions and use Eq. 2 for R times.

6 bits	N^2 bits	4N bits	$\lceil \log R \rceil$	$\lceil 2\log N \rceil$
Rule Number	initial configuration	boundary condition	CA iteration	first cell location

Fig.2 The CA inputs

3.2. CA encryption/decryption scheme

The basic idea is changing original image to main image with CA keys. The inputs must be correct, because of their direct effect on original image. Proposed method concatenate all CA keys respectively that show in Fig.2 now we call this new sequence CA Key, so a row and column permutation are created on original image with CA Key. Now this new image is main image that must be encrypted.
The main image must be divided to N×N partitions. Let F(i), $0\leq i \leq L_1-1$ is the i^{th} partition of main image and CA is a matrix that is updated R times

CA-encrypted is defined as:

$$E(i)_0 = g(F(i)_0, CAKey), \quad (3)$$

$$E(i)_j = [F(i)_j + GCAT(E(i)_{j-1}, CA(i))] \bmod 2^N,$$

$$1\leq I \leq L_1 - 1,\ 1\leq j \leq N-1$$

The $E(i)_j$ is the j^{th} row of the i^{th} partition of encrypted image, $F(i)_j$ is the j^{th} row of the i^{th} partition of main image, function g divide CA Key to partitions that every partition consists of N bits and XOR them with first row of all partitions of main image . $GCAT(E(i)_{j-1}, CA(i))$ means that $E(i)_{j-1}$ and CA(i) execute the generalized CA transform. The general form of GCAT is expressed as

$$GCAT(E(i)_{j-1}, CA(i)) = \begin{cases} ((E(i)_{j-1} + LS_j) \oplus CA(i)) \bmod 2^N \\ \overline{((E(i)_{j-1} + LS) \oplus CA(i))} \bmod 2^N \end{cases} \quad 0\leq LS \leq 2^N-1 \quad (4)$$

Type 1: $((E(i)_{j-1} \oplus CA(i))$

Type 2: $\overline{((E(i)_{j-1} \oplus CA(i))}$

Type 3: $((E(i)_{j-1}+1) \oplus CA(i)) \bmod 2^N$

Type 4: $\overline{((E(i)_{j-1}+1) \oplus CA(i))} \bmod 2^N$

⋮

All possible types of GCAT are 2×2^N so N+ 1 bit are needed for showing it.
Now for decryption we have an encryption image with size N'×N' that is equal to the size of original image and it must be divided into N×N partitions.

The CA-decrypted is defined as:

$$D(i)_0 = g(F(i)_0, CAKey), \quad (5)$$
$$D(i)_j = [F(i)_j + GCAT(E(i)_{j-1}, CA(i))] \bmod 2^N,$$
$$1 \le I \le L_1 - 1,\ 1 \le j \le N-1$$

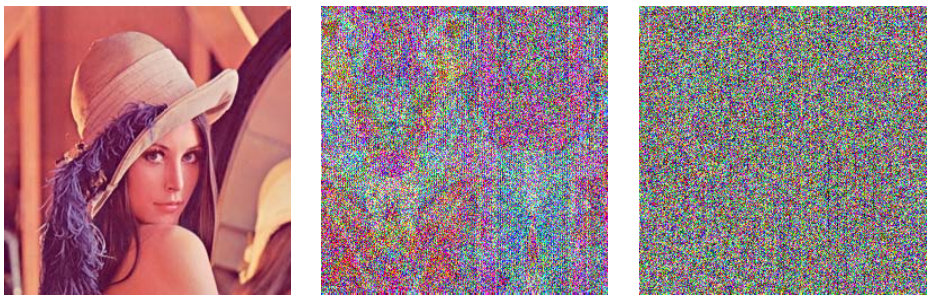
That $D(i)_j$ is the j^{th} row of the i^{th} partition of decrypted image.

3.3. CA-based image encryption/decryption

The secret keys for encryption/decryption image consist of: (1) the data reformation key, (2) the GCAT-type, (3) the CA key and (4) the iteration key. These keys are identical and are known to both the sender and the receiver. The data reformation key has two bits that specify the size of CA, as 4-bit $(00)_2$, 8-bit $(01)_2$, 16-bit $(11)_2$ or 32-bit $(10)_2$ and N+1 bits for the GCAT-type that is depend on the data reformation key. Iteration key (I) show the times that we must encrypt/decrypt image.
The Sender generates CA and creates CA Key by these secret keys then creates a row and column permutation on original image and next fragment image and encrypts these partitions with Eq.3, finally combines all encrypted partitions together. Do all these steps (I) times and send the result to the receiver.
The Receiver generates CA and creates CA Key with secret keys and divide encrypted image to partitions then decrypt them with Eq.5, next combine decrypted partitions together then create a row and column permutation, these steps must be repeated for (I) times, the result image is N'×N' and same as original image because this method is recursive and lossless.

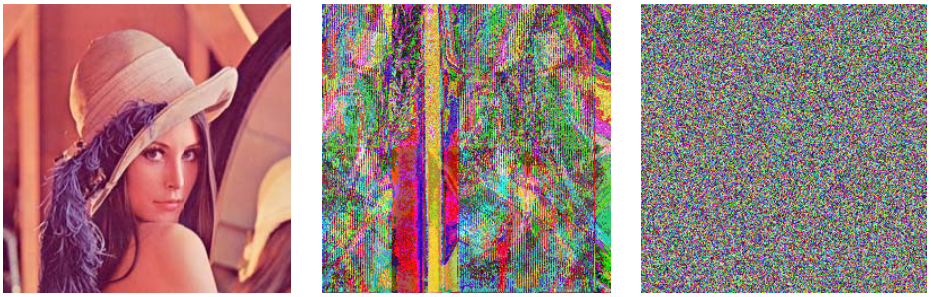
3.4 Simulation results

Many simulations were conducted to illustrate various characteristics of the proposed CA-based image encryption/decryption system including pixel rearrangement, confusion and diffusion. Images that were used here are 256×256 and the data reformation key was $(01)_2$, meaning the data for encryption and decryption were 8-bit, and that 2-D 8 × 8-cell von Neumann CA was adopted.
The type selection key was 0000000002, meaning that type 1 GCAT was applied to perform the recursive CA-encrypted and CA-decrypted substitutions iteration key was one. For CA key first simulation was with (1101101_2) CA initial by starting on middle cell of first row in CA, 0 boundary conditions, (011111_2) rule number and 10 was CA iteration. The result of this simulation is showed in Fig.3. Another simulation was with (1101101_2) CA initial by starting on middle cell of first row in CA, 0 boundary conditions, (011011_2) rule number and 10 was CA iteration the result of this simulation is showed in Fig.4.



(a) (b) (c)

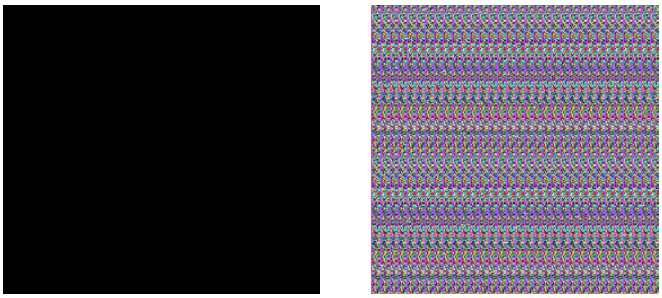
Fig.3 Lena image was encrypted with kind (1) CA keys. (a) Original image, (b) Image after permutation, (c) Encrypted image



(a) (b) (c)

Fig.4 Lena image was encrypted with kind (2) CA keys. (a) Original image, (b) Image after permutation, (c) Encrypted image

Now we want to check confusion and diffusion properties. The confusion property is distributing pixels uniformly. Fig.3 and Fig.4 show this property clearly, at the next example let our image is a pure black image (Fig.5a) was encrypted using the first CA keys. Fig.5b shows the encrypted image of the pure black image. So this method can confuse image very well.

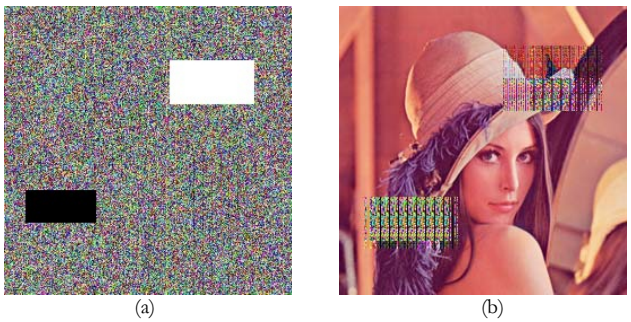


(a) (b)

Fig.5 Black image proving the confusion property, (a) Original image, (b) Image encrypted using CA key 1.

The system exhibits the diffusion property, meaning that any small change to the original image or secret key causes a significantly different output. This property obviously is showed at Fig.3 and Fig.4. Although first and second CA keys are same except in one bit, their results are so different. So this method can observe confusion and diffusion properties.

Some data may be damaged during transmission, this method can recover another parts of image. For example in Fig. 6 there is an image with some damaged data. The result of decryption image shows that this method can recover other parts of original image.



(a) (b)

Fig.6 (a) Encrypted image with damaged pixels, (b) Decrypted of damaged image

4. Conclusions

This work presents a novel image security system based on 2-D *von Neumann* CA with permutation of original image and using magic square algorithm. To having a system with high security we try to create dynamic keys to change original image. This method is recursive if all input keys be correct. When original image is n×n, the permutation can be done in $O(n^2)$, so with adding a short extra time we could improve our system.

REFERENCES

[1] R. J. Chen, J.L Lai. *Image security system using recursive cellular automata substitution*, 2006.
[2] F. Bao. *Cryptanalysis of a Partially Known Cellular Automata Cryptosystem*, IEEE, 2004.
[3] S. Wolfram, *Statistical Mechanics of Cellular Automata*, Rev, Mod, Phys,1983.
[4] S.S. Maniccam, N.G. Bourbakis, *Lossless image compression and encryption using SCAN*, Pattern Recognition , 2001.
[5] I. Karafyllidis, I. Andreadis, P. Tzionas, Ph. Tsalides, A. Thanailakis, *A cellular automaton for the determination of the mean velocity of moving objects and its VLSI implementation*, Pattern Recognition , 1996.
[6] S. Nandi, B.K. Kar, P. Pal Chaudhuri, *Theory and applications ofcellular automata in cryptography*, IEEE Trans, Compute, 1994.
[7] O. Lafe, *Data compression and encryption using cellular automata transform*, Eng. Appl. Artif. Intell. 1998.

Seyyed Hamid Haj Seyyed Javadei, Department of Mathematics and Computer Science, Shahed University, Tehran, Iran.
E-mail address: **h.s.javadi@shahed.ac.ir**

Ebrahim Zarei Zefreh, Department Computer Science, Faculty of Mathematical sciences, Tarbiat Modares University, P.O. Box: 14115-134, Tehran, Iran.
E-mail address: **e.zarei@modares.ac.ir**

Azam Sadeghian*, Department Computer Science, Faculty of Mathematical sciences, Tarbiat Modares University, P.O. Box: 14115-134, Tehran, Iran.
E-mail address: **a.sadeghian@modares.ac.ir**

* SPEAKER